

На правах рукописи

Мухамедова Инзилия Заудатовна

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И  
ДЕСТРУКЦИИ АРМИРОВАННЫХ ПОЛИМЕРОВ**

Специальность 01.02.04  
"Механика деформируемого твердого тела"

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

КАЗАНЬ – 2005

Работа выполнена в Казанском государственном архитектурно-строительном университете на кафедре сопротивления материалов и основ теории упругости

*Научный руководитель:* доктор физико-математических наук,  
профессор **Каюмов Рашит Абдулхакович**

*Официальные оппоненты:* доктор физико-математических наук,  
профессор **Грибов Александр Павлович**,  
доктор физико-математических наук,  
профессор **Думанский Александр Митрофанович**

*Ведущая организация –* **Институт механики и машиностроения Казанского  
научного центра РАН**

Защита состоится «29» сентября 2005 г. в 14 часов 30 минут на заседании диссертационного совета Д212.081.11 при Казанском государственном университете по адресу: 420008, Казань, ул. Кремлевская, 18, аудитория Физ.2.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Казанского государственного университета.

Автореферат разослан « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2005 г.

Ученый секретарь диссертационного совета  
кандидат физико-математических наук

А.А. Саченков

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Конструкции из пленочно-тканевых материалов (ПТМ), с появлением новых полимерных материалов получили свое второе рождение. Невысокие капитальные затраты, малая материалоемкость, мобильность и быстрота монтажа сооружений из ПТМ (тентовые и пневматические конструкции) позволяют весьма эффективно использовать их в сельском хозяйстве, в освоении новых промышленных районов, в военной технике и гражданской обороне.

ПТМ представляет собой композит с тканой армирующей основой из высокопрочных синтетических нитей и пленочного покрытия, из эластомеров или термопластов, которые служат для защиты армирующей основы от воздействия атмосферных факторов и придания воздухопроницаемости материалу.

Определенные трудности в развитии мягких конструкций были связаны с недостаточно полным представлением об эксплуатационных свойствах ПТМ. Вследствие этого материалы в сооружениях часто использовались неэффективно или к ним предъявлялись явно завышенные требования, что давало повод для негативной оценки конструкций из ПТМ в целом.

Анализ опыта применения мягких конструкций показывает, что в отличие от традиционных сооружений, наибольшая эффективность их использования определяется не столько максимальным, сколько экономически обоснованным оптимальным сроком службы. В связи с этим возникает проблема создания ПТМ не только с максимально возможной, но также с заранее заданной долговечностью в конкретных условиях эксплуатации. На сегодняшний день, одной из важнейших является оценка долговечности тканевых композитов с учетом старения материала под действием атмосферных факторов, температуры и ультрафиолетового облучения.

Для оценки длительной прочности данного типа материалов необходимо знать напряженно-деформированное состояние (НДС) каждой компоненты композита в масштабе элементарной ячейки ткани. Очевидно, из-за малости размеров поперечного сечения материала ПТМ (0,8-3 мм) решить эту проблему только методами и средствами натурной тензометрии или другими эмпирическими методами не представляется возможным. Очевидно, что для создания оптимальных структур, а через это оптимальных эксплуатационных свойств, необходима разработка структурно-имитационных моделей ПТМ адекватно моделирующих реальный материал. Создание такого рода моделей возможно только при использовании численных методов, ориентированных на современные компьютеры с их развитой системой визуализации. Под термином структурно-имитационная модель подразумевается компьютерная конечно-элементная модель элементарной ячейки композита, в которой варьируются физико-механические и геометрические параметры структурных составляющих.

При наличии такой модели с помощью средств вычислительного эксперимента проектировщику предоставляется возможность активно вмешиваться в “жизнь” материала. Такая интеллектуальная игра с компьютерным двойником объекта позволяет формировать новые структуры ПТМ, планировать натурные эксперименты и находить новые пути оптимизации структуры и эксплуатационных свойств композита.

#### **Цели работы:**

1. На основе обработки серии экспериментов, проведенных на армированных полимерных композитных материалах (КМ), построить математическую модель поведения этих материалов с применением соотношений теории наследственной упругости с учетом накопления микрповреждений, старения и деструкции материала под действием ультрафиолетового облучения.

2. Разработка конечно-элементной модели элементарной ячейки ПТМ для оценки ее долговечности.

3. На разработанной компьютерной структурно-имитационной модели ПТМ провести численные эксперименты, и выявить закономерности поведения ПТМ, его долговечности на основе варьирования геометрических и механических параметров.

#### **Научная новизна:**

1. Разработана модель деформирования композитного материала, учитывающая вязкоупругие свойства материала и процессы накопления в нем микрповреждений и фотодеструкции.

2. Разработана методика расчета и программное обеспечение, позволяющие решать новый класс задач по исследованию НДС и оценке долговечности ПТМ с учетом старения, ползучести, накопления микрповреждений и фотодеструкции материала.

3. Закономерности поведения ПТМ в виде зависимостей его долговечности от геометрических и механических характеристик фаз ПТМ.

**Практическая ценность.** Методики и программы, предлагаемые в данной работе, могут быть использованы для расчета реальных ПТМ. Созданная компьютерная структурно-имитационная модель позволит инженерам и технологам проектировать ПТМ с оптимальными структурами, свойствами и долговечностью.

**Обоснованность и достоверность** обеспечивается корректностью постановки задач, применением строгих математических методов, сходимостью численных решений, согласованностью их в некоторых частных случаях с известными аналитическими решениями.

#### **На защиту выносятся:**

1. Построение математических моделей деформирования полимерных КМ с применением соотношений теории наследственной упругости с учетом

накопления микроповреждений, старения и деструкции материала под действием ультрафиолетового облучения.

2. Методика расчета НДС и оценки долговечности элементарной ячейки ПТМ с учетом старения, ползучести, накопления микроповреждений и фотодеструкции.

3. Результаты численных экспериментов, полученных при помощи разработанной методики.

**Апробация работы.** Основные результаты и положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на всероссийских и международных конференциях и семинарах. В том числе: на итоговых научных конференциях Казанской государственной архитектурно-строительной академии (2001-2005 г.); Межвузовской конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» (Самара. 2003 г.); XX международной конференции «Математическое моделирование в механике сплошных сред. Методы граничных и конечных элементов» (Санкт-Петербург, 2003г); Научно-практической конференции-выставки по результатам реализации в 2003 г. Межотраслевой программы сотрудничества Минобразования РФ и Спецстроя РФ «Наука, инновации, подготовка кадров в строительстве» (Москва 2003 г.).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 7 печатных работ.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Объем диссертации составляет 148 страниц, включая 16 таблиц, 63 рисунка и список литературы из 131 наименования.

Автор считает своим приятным долгом выразить искреннюю и глубокую благодарность своему научному руководителю доктору физико-математических наук, профессору *Каюмову Рашиту Абдулхаковичу* за постоянное внимание, содействие и помощь, оказанные на всех этапах работы, научному консультанту, кандидату технических наук, доценту *Сулейманову Альфреду Митхатовичу*, а также коллективу кафедры «*Сопротивления материалов и основ теории упругости*» Казанского государственного архитектурно-строительного университета за предоставленные, и столь ценные в период выполнения диссертации материалы и консультации.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обосновывается актуальность темы диссертации, формулируется цель работы, излагается ее краткое содержание, и приводятся основные результаты, которые выносятся на защиту.

**В первой главе** проведен краткий анализ литературных данных.

Современные теоретические и экспериментальные исследования, а также проектно-конструкторские разработки строительных сооружений из ПТМ базируются на положениях, выдвинутых в работах таких ученых как Алексеев С.А., Бирюкова Т.П., Блинов Ю.И., Борсов Р.Г., Вознесенский С.Б., Гордеев В.Н.,

Гулин Б.В., Губенко А.Б., Ермолов В.В., Гогешвили, Копсова Т.П., Куприянов В.Н., Петровнин М.И., Ридель В.В., Сулейманов А.М., Удлер Е.М., Усюкин В.И., Шелихов Н.С., Шпаков В.П. и др..

Развитие механики наследственных сред, как ветви механики деформируемого твердого тела, связано с именами Больцмана, Вольтерра, Гуртина, Штернберга, Слонимского Г.Л., Лидермана, Работнова Ю.Н., Ильюшина А.А., Победри Б.Е., Арутюняна Н.Х., Бугакова И.И., Гольдмана А.Я., Даринского БМ., Мешкова С.И., Думанского А.М., Каминского А.А., Колтунова М.А., Ржаницына А.Р., Розовского М.И., Суворовой Ю.В., Уржумцева Ю.С., Ферри Дж., Кристенсена Р. и др.

Теория накопления повреждений, разработанная Работновым Ю.Н. и Качановым Л.М. явилась основой для получения ряда критериальных соотношений длительного разрушения различных материалов.

На основе обзора литературы необходимо отметить следующее:

-ПТМ в тентовых, пневматических сооружениях работают при воздействии таких эксплуатационных факторов, определяющих их старение, как ультрафиолетовая (УФ) радиация солнца, температура, влага, а также механические нагрузки. УФ радиация солнца является наиболее агрессивным фактором старения ПТМ;

-проблема долговечности и срока службы ПТМ в конструкциях недостаточно изучена;

-отсутствуют научно-методические принципы оценки долговечности и срока службы ПТМ в заданных условиях эксплуатации, а существующие методы оценки долговечности и старения полимерных материалов оказываются иногда непригодными для этих целей;

-ядро Абея достаточно хорошо описывает поведение полимерных композиционных материалов;

-в интервале эксплуатационных нагрузок полимерные композиционные материалы ведут себя как нелинейные наследственно-упругие материалы;

**Во второй главе** на основе анализа некоторых экспериментальных данных проведено исследование и выбор наследственных моделей деформирования армированных полимерных композитных материалов.

**В разделе 2.1** обработаны экспериментальные данные испытаний органопластика при одноступенчатом и двухступенчатом нагружении с разгрузкой.

При построении модели деформирования во времени полимерных материалов при постоянной нагрузке обычно исходят из линейной теории наследственности:

$$\varepsilon = e + \varepsilon^c, \quad \text{где } e = \frac{\sigma}{E}, \quad \varepsilon^c = \int_0^t H(t - \tau) \sigma(\tau) d\tau, \quad (1)$$

здесь  $E$ - модуль упругости исследуемого материала,  $H$  - ядро ползучести,  $\varepsilon$  - полная деформация,  $\varepsilon^c$  - деформация ползучести,  $e$  - упругая часть деформации.

Одним из самых простых является ядро Абеля, которое хорошо описывает ползучесть различных материалов, по крайней мере, начальные участки:

$$H(t - \tau) = \frac{C}{(t - \tau)^\alpha} \quad C \geq 0, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (2)$$

Подставляя (2) в соотношение (1), когда  $\sigma = const$  можно получить:

$$\varepsilon^c = \varepsilon^c(t) = \sigma \frac{C}{1 - \alpha} t^{1-\alpha}, \quad (3)$$

Для отыскания констант  $C, \alpha$  использованы экспериментальные значения  $\varepsilon_j^c$  и  $\sigma_j$  в различные моменты времени  $t_j$  ( $j=1 \dots m$ ). Подстановка их в выражение (3), дает систему нелинейных алгебраических уравнений относительно  $C, \alpha$  которую можно записать в следующей форме:

$$\{\varepsilon^{эксн}\} = \{f(C, \alpha)\}, \quad \{\varepsilon^{эксн}\} = \{\varepsilon_1^c, \varepsilon_2^c, \dots, \varepsilon_m^c\}^T, \quad (4)$$

где индекс "T" означает операцию транспонирования,  $\{\dots\}$  - знак вектора.

Для обеспечения условий (2) проделана замена искомых величин:

$$C = s^2, \quad 1 - \alpha = \frac{1}{1 + \theta^2}.$$

Для определения неизвестных  $s, \theta$  составлена квадратичная невязка системы уравнений (4):

$$\rho^2 = (\{f(s, \theta)\} - \{\varepsilon^{эксн}\})^T (\{f(s, \theta)\} - \{\varepsilon^{эксн}\}), \quad (5)$$

и произведена ее минимизация стандартными градиентными методами в прикладном пакете Mathematica 4.0.

На рис.1 представлен график зависимости деформации  $\varepsilon$  от времени  $t$ , полученный по формуле (1), параметры которого найдены по вышеприведенной методике в случае одноступенчатого нагружения. Получены значения:  $C = 0.049$ ;  $\alpha = 0.69$ . На графике точками изображены экспериментальные данные.

Результаты расчетов показали, что для разных уровней нагрузки при однократном нагружении константы  $C, \alpha$  отличались достаточно сильно. Это говорит о том, что необходимо использовать нелинейную теорию наследственности. Ее можно представить в виде:

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \left[ \sigma + \int_0^t H[t - \tau, \sigma(\tau)] \sigma(\tau) d\tau \right], \quad (6)$$

В качестве нелинейного ядра использована модификация ядра Абеля, в котором

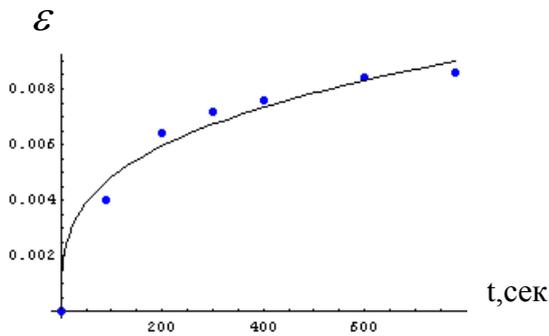


Рис.1

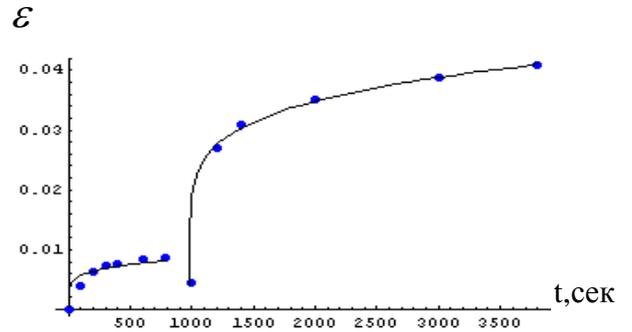


Рис.2

принималось, что  $C = C(\sigma), \alpha = \alpha(\sigma)$ .

Для обеспечения соотношений (2) использовалась замена искомым величин в виде:

$$\begin{cases} C = (s_0 + s_1 \sigma)^2, \\ 1 - \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + (\alpha_0 + \alpha_1 \sigma + \alpha_2 \sigma^2)^2}}. \end{cases} \quad (7)$$

С помощью процедуры, изложенной выше, строится система уравнений, аналогичная (4). Путем минимизации квадратичной невязки (5), отыскивались неизвестные  $s_0, s_1, \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ .

На рис.2 представлена зависимость деформации  $\varepsilon$  от времени  $t$  для случая двухступенчатого нагружения. Точками изображены экспериментальные данные, а кривые построены на основе математической модели (6), (2), (7) с помощью величин, полученных в результате минимизации  $\rho^2$ :  $s_0 = -0.526; s_1 = 0.39;$   
 $\alpha_0 = 0.013; \alpha_1 = 0.393; \alpha_2 = -0.005$ .

**В разделе 2.2** построена математическая модель поведения углепластика с учетом процесса накопления микрповреждений, так как попытка описать его деформацию с помощью (1) приводили в некоторых экспериментах к большим невязкам между расчетными и экспериментальными значениями  $\varepsilon$ . Такое наблюдалось при доведении оболочки до разрушения.

В эксперименте рассматривалось пятиступенчатое нагружение с одинаковым напряжением для всех пяти участков с разгрузками между ними. Было рассмотрено два подхода.

### 1. Иерархический подход

В этом случае при написании уравнений ползучести учтена возможность того, что степень поврежденности материала (накопление микротрещин) влияет на процесс ползучести. Использовалось модернизированное ядро Абеля в виде:

$$H(t - \tau) = \frac{C(\omega)}{(t - \tau)^{\alpha(\omega)}} \quad C(\omega) \geq 0, \quad 0 < \alpha(\omega) < 1. \quad (8)$$

где  $\omega$ -параметр поврежденности материала. Кинетическое уравнение для параметра поврежденности принято в виде:

$$\dot{\omega} = f(\sigma, \omega), \quad f(\sigma, \omega) = \frac{B\sigma^{m^2}}{(1 - \omega)^{n^2}}, \quad \text{при } \omega(0) = 0 \quad (9)$$

где  $B, m, n$  -некоторые константы.

Упрощенное условие прочности, следуя работам Работнова Ю.Н. принято в виде:

$$\omega = 1, \quad t = t^* = t_{\max}, \quad (10)$$

При  $\sigma = const$  после интегрирования (9) от 0 до  $t$ , выражение для параметра поврежденности  $\omega$  примет окончательный вид:

$$\omega = (1 - [1 - \frac{t}{t^*}]^{\frac{1}{n^2+1}}), \quad \text{где } t^* = t_{\max} \quad (11)$$

Так же как и ранее, для обеспечения соотношений (2) использовалась замена искомых величин, но уже с учетом  $\omega$ :

$$\begin{cases} C = (s_0 + s_1\omega)^2, \\ 1 - \alpha = \frac{1}{1 + (\alpha_0 + \alpha_1\omega)^2} \end{cases} \quad (12)$$

Для отыскания  $C, \alpha$ , которые уже являются функциями  $C = C(\omega)$ ,  $\alpha = \alpha(\omega)$ , использовалась минимизация квадратичной невязки  $\rho^2$  по вышеприведенной методике. В результате получены искомые константы:  $s_0 = -0.00206$ ,  $s_1 = 0.00267$ ,  $\alpha_0 = 2.253$ ,  $\alpha_1 = -2.6825$ ,  $n = -0.0000339$ . На рис.3 приведен график, где точками изображены экспериментальные данные, а линиями – расчетные кривые..

## 2. Подход по гипотезе Качанова

В данном подходе используется предположение о том, что параметр поврежденности не входит в уравнение ползучести, то есть механизмы процессов ползучести и разрушения в общем различны. Данную гипотезу для нашего случая можно записать в следующем виде:

$$\varepsilon = e + \varepsilon^*, \quad \text{где } \varepsilon^* = \varepsilon^c + \varepsilon^\omega, \quad (13)$$

здесь  $\varepsilon^c$  - деформация, отвечающая за ползучесть,  $\varepsilon^\omega$  - деформация, отвечающая за накопление микрповреждений. Предполагается, что простейшее выражение зависимости  $\varepsilon^\omega$  от  $\omega$  имеет вид:

$$\varepsilon^\omega = s\omega^{k^2}. \quad (14)$$

Для  $\varepsilon^c$ , как и ранее, принимается выражение (1). Следуя вышеприведенной методике, путем минимизации  $\rho^2$  получены искомые константы  $s_1, \alpha_1, n, s, k$ . На рис.4 также точками изображены экспериментальные данные, а линиями - расчетные кривые. Искомые константы равны следующим значениям:  $s_1 = 0.0014$ ,  $\alpha_1 = 2.236$ ,  $n = 3.455$ ,  $s = 0.00045$ ,  $k = 0.919$ .

В разделе 2.3 приводятся результаты обработки экспериментальных данных на ползучесть пленочного покрытия из ПВХ (поливинилхлорида). Для описания процесса ползучести было использовано ядро Абеля в виде (2), где  $C, \alpha$  являются функциями от напряжений:  $C = C(\sigma)$ ,  $\alpha = \alpha(\sigma)$ .

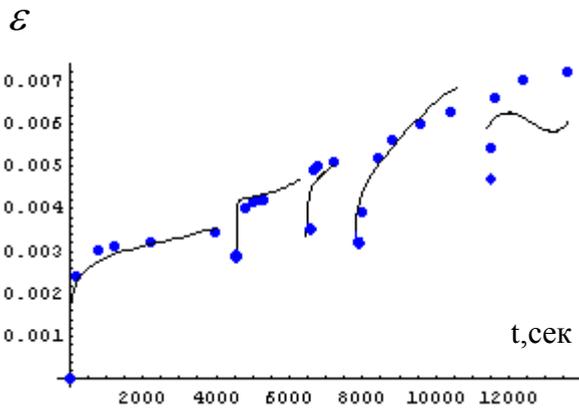


Рис.3

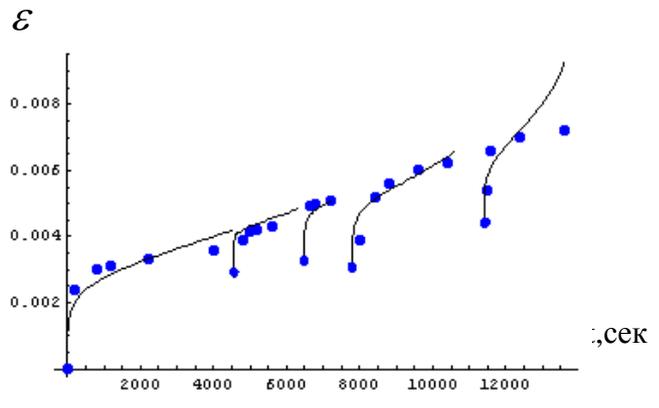


Рис.4

Для обеспечения условий (2) сделана следующая замена искомых величин:

$$\begin{cases} C = (s_0 + s_1\sigma)^2, \\ \alpha = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (\alpha_0 + \alpha_1\sigma)^2}}, \end{cases} \quad (15)$$

Путем минимизации квадратичной невязки  $\rho^2$  по вышеприведенной методике,

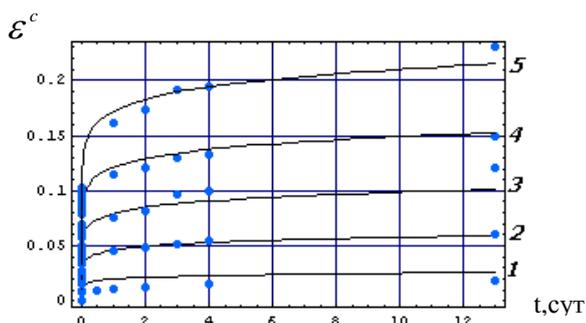


Рис.5

получены искомые константы:

$s_0 = 0.09$ ,  $s_1 = 0.03$ ,  $\alpha_0 = 9.14$ ,  $\alpha_1 = 2.4$ . На рис.5 построена зависимость деформации ползучести  $\varepsilon^c$  от времени для матрицы ПТМ при разных уровнях нагрузки, где точками изображены экспериментальные данные, а сплошной линией - расчетные кривые.

**В главе 3** построены структуры определяющих (физических) соотношений для компонент ПТМ, связывающих статические, кинематические и структурные параметры материала при наличии ультрафиолетового облучения.

При выборе структуры определяющих соотношений учтены известные экспериментальные факты относительно полимерных материалов. Во-первых, в данной работе матрица ПТМ считалась изотропной. Определяющие соотношения для стареющего вязкоупругого материала принимаются в виде:

$$\varepsilon = S\sigma + \int_0^t H(t, \sigma, \omega, W_u, T, \nu, \dots) d\tau, \quad (16)$$

здесь  $\sigma$ ,  $\varepsilon$  - векторы, составленные из компонент тензоров напряжений и деформаций,  $S$ ,  $H$  – матрицы, составленные из компонент тензоров податливости и ядра ползучести,  $t$  – время,  $T$  – температура,  $W_u$  – некоторый параметр процесса деформирования,  $\nu, \dots$  - структурные параметры, например, типа удельного объема различных добавок-модификаторов, регулирующих механические и эксплуатационные характеристики матрицы ПТМ (пластификаторы, наполнители, стабилизаторы и т.п.).

Для определенности модели из всевозможных параметров процесса рассмотрим следующие. Во-первых, будем использовать параметр поврежденности  $\omega$ , который описывает накопление в материале дефектов типа микротрещин, микропор. Для  $\omega$  принято кинетическое уравнение:

$$d\omega / dt = \Omega(\sigma, \omega, T, W_u, \nu, \dots), \dots \quad (17)$$

Далее, под воздействием внешних несиловых агрессивных воздействий, в частности, ультрафиолетового облучения, происходят фазовые превращения и изменения механических свойств полимерной матрицы ПТМ, которые назовем деструкцией материала (от воздействия ультрафиолета - его фотодеструкцией). В результате вторичных реакций происходит распространение этого процесса – диффузия деструкции в толщу материала в некотором слое высоты  $h_w$ , который идет со стороны поверхности, подверженной облучению. На поверхности появляются микротрещины, которые также со временем растут, что, в свою очередь, вновь ведет к увеличению высоты слоя  $h_w$ . В связи с этим введем в рассмотрение скалярный параметр  $W_u$ , который назовем параметром фотодеструкции, считая его пропорциональным интенсивности облучения  $\gamma$ . Для него в качестве определяющего соотношения примем эволюционное уравнение вида:

$$dW_u / dt = U(\sigma, \omega, W_u, h_w, T, \dots), \quad (18)$$

Принимая для простоты, что поверхность облучения представляет собой плоскость, процесс проникновения фотодеструкции вглубь материала будем описывать уравнением, аналогичным соотношению (18):

$$dh_w / dt = R(\sigma, \omega, W_u, h_w, T, \dots), \quad (19)$$

Жесткостные характеристики материала, входящие в матрицу  $D = S^{-1}$ , можно в первом приближении считать зависящими от времени  $t$  ввиду старения материала, структурных параметров, накопления микрповреждений, температуры, параметра фотодеструкции:

$$D = D(\omega, W_u, T, \nu, t), \quad (20)$$

Условие прочности материала будем описывать уравнением вида:

$$f(\sigma, \varepsilon, \omega, W_u, g, T) = 1, \quad (21)$$

здесь  $g$  - структурные параметры, включающие в себя, в частности, предел прочности или характерную длину микротрещины.

Структуры матриц и функций  $R$ ,  $\Omega$ ,  $U$ ,  $D$ ,  $f$  необходимо детализировать на основе учета известных экспериментальных фактов, законов механики, в частности, условий устойчивости материала, применения математических методов анализа функций, а численные значения механических характеристик (типа модулей упругости, пределов прочности и т.п., входящих в эти соотношения) должны определяться из данных испытаний образцов, изготовленных из исследуемых материалов.

В данной работе для проведения качественного анализа поведения исследуемого КМ задача формулировалась в упрощенной постановке. Во-первых, исследовалась прочность матрицы, разрушение которой является основной причиной последующего разрушения тканевой основы ввиду появления доступа к ней воздействия ультрафиолета. Во-вторых, считалось, что представительный элемент ПТМ находится в плоском деформированном состоянии. В-третьих, процесс деформирования ПТМ рассматривался при осредненном параметре температуры. В-четвертых, деформации и перемещения считались малыми.

Далее приведены упрощенные соотношения для стареющего ПТМ. В самом простейшем случае для изотропной фазы можно принять, что она остается изотропной в процессе деформации во времени. Тогда в случае принятия гипотезы старения (20) матрицу  $D$  можно представить зависящей от двух функций – модуля упругости  $E$  и коэффициента Пуассона  $\mu$ .

В первом простейшем приближении физический закон изменения модуля упругости  $E$  был принят в виде:

$$E = \begin{cases} E_{00}(t)(1-\omega)^\beta / (1+\nu)^\lambda, & x > h_w \\ E_{00}(t)(1-\omega)^\beta [1 - (\frac{h_w - x}{h_w})^g f_0 \arctg(\frac{W_u}{u_0})] / (1+\nu)^\lambda, & x < h_w \end{cases} \quad (22)$$

Константы, входящие в эти соотношения, (для каждой области в композите они различны) предполагаются определенными из эксперимента. Коэффициент Пуассона принимался постоянным, близким к 0,5.

Кинетическое уравнение относительно  $\omega$  было принято в следующей форме:

$$\frac{d\omega}{dt} = B \left( \frac{\sigma_i}{\sigma_0} \right)^k \frac{1}{(1-\omega)^g} \frac{1}{(1+\nu)^a} \left[ 1 + \left( \frac{W_u}{u_\omega} \right)^\chi \right]. \quad (23)$$

Постоянные  $B, k, g, a, \chi, u_\omega$  нужно получать из экспериментов.

Параметр  $W_u$ , характеризующий уровень фотодеструкции, для простоты аппроксимировался по области рассматриваемой ячейки некоторой функцией с коэффициентами, для которых принимались соотношения типа (18). Для этого был введен параметр  $W_{u0}$  - уровень фотодеструкции на поверхности  $x=0$ , подвергаемой облучению, а закон распределения степени фотодеструкции по глубине в расчетах считался линейным:

$$\begin{cases} W_u = W_{u0} \left( 1 - \frac{x}{h_w} \right), & x \leq h_w \\ W_u = 0, & x > h_w \end{cases}, \quad (24)$$

Относительно  $h_w$  - глубины проникновения фотодеструкции и параметра  $W_{u0}$  использовались эволюционные уравнения в виде:

$$\dot{W}_{u0} = \gamma \gamma_u \frac{(1 + \frac{\sigma_{i0}}{\sigma_{i00}})^{m_u}}{(1 + \frac{W_{u0}}{W_{u1}})^{n_u}}, \quad m_u, n_u > 0 \quad (25)$$

$$\dot{h}_w = \frac{\gamma_h \gamma [(\frac{\sigma_i}{\sigma_h})^{m_h} + 1] W_{u0}^{q_h}}{[1 + \frac{h_w}{h_0}]^{p_h} (1+\nu)^{s_h} [1 + \frac{W_{u0}}{W_{uh}}]^{n_h}}, \quad (26)$$

здесь  $\gamma$  - интенсивность ультрафиолетового облучения,  $W_{u1}, n_u, m_u, \gamma_u, \sigma_{i00}, \sigma_h, \gamma_h, h_0, q_h, p_h, n_h, s_h, q_h, W_{uh}$  - константы, определяемые из экспериментов,  $\sigma_{i0}$  - интенсивность напряжений на поверхности  $x=0$ .

Критерий разрушения принимался в виде обобщения обычно используемых в статических задачах условий прочности, а именно, считалось, что разрушение элемента начинается тогда, когда интенсивность напряжений достигает предельного значения  $\sigma_*$ , для которого была принята одна из простейших структур в виде:

$$\sigma_i^* = \frac{\sigma_{i0}^* \left(1 - \frac{\omega}{\omega_0}\right)^\eta}{\left[1 + \left(\frac{W_u}{W_{u2}}\right)^\kappa\right]} \quad (27)$$

Следуя работам Работнова Ю.Н. можно вместо этого условия использовать упрощенное условие прочности в виде:

$$\omega = 1. \quad (28)$$

**В главе 4** рассмотрен представительный элемент ПТМ, находящийся в плоском деформированном состоянии. Разработана методика конечно-элементного анализа процесса деформирования представительной ячейки ПТМ. Решены тестовые и модельные задачи.

Регулярность структуры пленочно-тканевого материала позволяет в качестве представительного элемента выделить для моделирования материала только одну

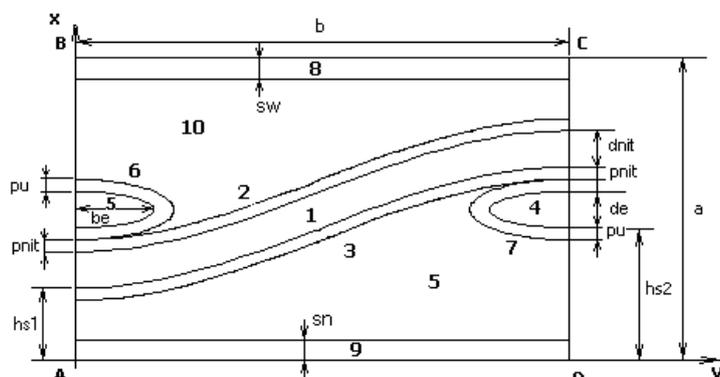


Рис.6

Геометрия элементарной двумерной ячейки пленочно-тканевого композита

его ячейку, образованную двумя соседними парами нитей основы и утка. Геометрия этой ячейки, для двумерной задачи представлена на рис.6. Геометрия основы полностью определяется двумя ее составляющими – верхнего и нижнего контуров, изменяющимся по косинусоидальному закону. Форма сечения утка в данной структурной ячейке представляется в виде эллипса.

Дискретизация задачи по пространственным координатам осуществляется методом конечных элементов, в качестве которых приняты шестиузловые треугольные элементы с квадратичной аппроксимацией перемещений. На конечно-элементной сетке область текстильной основы выделяется с помощью наделения точек интегрирования механическими свойствами, отличными от свойств матрицы. Такой подход (фактически имитирующий неровности, свойственные границе стыковки нити с матрицей) оправдан тем, что, во-первых, в реальности сами нити (основа и уток) представляют собой крученую пряжу. Во-

вторых, ввиду технологических дефектов имеют место непроклеи, а также неравномерная пропитка нитей на границе стыковки с матрицей.

Вектор полной деформации  $\varepsilon$  с учетом вязкоупругих свойств фаз, процесса накопления микрповреждений записывается в виде (13):

$$\{\varepsilon\} = \{e\} + \{\varepsilon^c\} + \{\varepsilon^\omega\}, \quad (29)$$

где  $\{e\}$ -вектор упругой части деформации,  $\{\varepsilon^c\}$ - вектор деформации ползучести,  $\{\varepsilon^\omega\}$ - вектор деформации, возникающий от накопления рассеянной поврежденности. Упругий закон в численных расчетах был принят линейным:

$$\{\sigma\} = [D]\{e\}, \quad (30)$$

здесь [...] - знак вектора. Модуль Юнга принимался в следующем виде:

$$E_{00}(t) = \tilde{E}_{00} \frac{t + g_1}{t + g_2} * \frac{g_2}{g_1}, \quad (31)$$

получаемое из (22) при  $f_0 = \beta = \lambda = 0$ . Здесь  $\tilde{E}_{00}$  - некоторая постоянная величина,  $g_1, g_2$ - функции времени и параметров процесса. Для каждой области (светозащитные слои- **8,9** основа-**1**, уток-**4,5**, прослойки-**2,3,6,7**, матрица -**5,10**) исследуемой структурной ячейки вводится свой переменный модуль упругости со своими константами.

Для деформации ползучести  $\varepsilon^c$ , следуя гипотезе Качанова, принималось следующее определяющее соотношение:

$$\varepsilon^c = \int_0^t H[t - \tau, \sigma_i(\tau)] \sigma_i(\tau) d\tau, \quad (32)$$

здесь  $\sigma_i$  - интенсивность напряжений. Для обеспечения плоского деформированного состояния в дальнейшем принималось, что матрицы  $D^{-1}$  и  $H$  пропорциональны:

$$H = \lambda(t - \tau, \sigma_i) D^{-1}, \quad (33)$$

. В численных экспериментах функция  $\lambda$  принималась в виде обобщения ядра Абеля:

$$\lambda(t - \tau, \sigma_i) = \frac{C(\sigma_i)}{(t - \tau)^{\alpha(\sigma_i)}} \quad c \geq 0; \quad 0 < \alpha < 1; \quad (34)$$

Кинетическое уравнение относительно параметра поврежденности  $\omega$  было принято в виде (23), где  $\sigma_0 = 1, \nu = 0$ .

Для параметра  $W_u$ , характеризующего уровень фотодеструкции принято выражение (24). Определяющее соотношение для уровня фотодеструкции  $W_{u0}$  на поверхности подвергаемой облучению взято в виде (25) при  $\sigma_{i00} = 1$ . Соотношение для скорости проникновения фотодеструкции вглубь материала, принято в виде (26), где  $\nu = 0, \sigma_h = 1$ .

На каждом шаге по времени глубина проникновения фотодеструкции  $h_w$ , интенсивность напряжений  $\sigma_{i0}$  и параметр фотодеструкции  $W_{u0}$  на поверхности, подвергаемой облучению аппроксимировались по продольной координате:

$$\begin{aligned} h_w &= \phi(y) = \phi_0 + \phi_1 y + \phi_2 y^2 + \dots, \\ \sigma_{i0} &= \varphi(y) = \varphi_0 + \varphi_1 y + \varphi_2 y^2 + \dots \\ W_{u0} &= r(y) = r_0 + r_1 y + r_2 y^2 + \dots \end{aligned}$$

В численных расчетах ограничивались квадратичной функцией. Критерий разрушения принят в виде выражения (28).

Опишем процедуру численного расчета. Разрешающие уравнения равновесия приведем в матричной форме. Запишем закон Гука в виде:

$$\{\sigma\} = [D](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon^c\} - \{\varepsilon^\omega\}) \quad (35)$$

Принцип Лагранжа можно записать следующим образом:

$$\int_V \delta\{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV = \delta\{q\}^T \{P\}, \quad (36)$$

где  $\{q\}$  - вектор узловых перемещений. Выражая деформации через узловые перемещения соотношением  $\{\varepsilon\} = [B]\{q\}$  получим разрешающее уравнение равновесия:

$$[K]\{q\} = \{P\} + \{P^c\} + \{P^\omega\}, \quad (37)$$

здесь введены обозначения:

$$[K] = \int_V [B]^T [D] [B] dV, \quad \{P^c\} = \int_V [B]^T [D] \{\varepsilon^c\} dV, \quad \{P^\omega\} = \int_V [B]^T [D] \{\varepsilon^\omega\} dV$$

Для численного интегрирования по времени применялся метод Эйлера. В начальный момент времени неупругие составляющие деформации считались отсутствующими, а напряжения определялись из решения упругой задачи:

$$t = 0: \quad \{\varepsilon^c\}_0 = \{\varepsilon^\omega\}_0 = 0, \quad \omega_0 = 0, \quad (W_u)_0 = 0, \quad \{\sigma\}_0 = [D]\{e\}. \quad (38)$$

Здесь и далее нижние индексы показывают номер шага по времени. В другие моменты времени вектор деформации ползучести  $\{\varepsilon^c\}$  можно приближенно вычислить следующим образом:

$$\{\varepsilon^c\}_{n+1} = [D]^{-1} \left[ \frac{c\{\sigma\}_0 \Delta\tau}{(t_n - \tau_0)^\alpha} + \frac{c\{\sigma\}_1 \Delta\tau}{(t_n - \tau_1)^\alpha} + \dots + \frac{c\{\sigma\}_n \Delta\tau}{(t_n - \tau_n)^\alpha} \right]; \quad \tau_n \in (t_{n-1}, t_n), \quad n = 0, \dots, N-1$$

Точка  $\tau_n$  принадлежит интервалу  $(t_{n-1}, t_n)$ , и для ее вычисления было использовано следующее соотношение, содержащее некоторый экспериментально определяемый параметр  $\beta$ , позволяющий ускорить процесс численного интегрирования:

$$\tau_n = t_{n-1} + \beta \Delta\tau; \quad 0 < \beta < 1 \quad (39)$$

Для параметров поврежденности и фотодеструкции численное интегрирование ведется по следующему алгоритму:

$$\omega_{n+1} = \frac{d\omega}{dt} \Delta t + \omega_n, \quad (W_{u0})_{n+1} = \frac{d(W_{u0})}{dt} \Delta t + (W_{u0})_n, \quad (h_w)_{n+1} = \frac{d(h_w)}{dt} \Delta t + (h_w)_n,$$

Выражение для вектора деформаций  $\{\varepsilon^\omega\}$ , появляющегося ввиду накопления поврежденностей, в текущий момент времени  $t_{n+1}$  ( $n = \overline{0, N-1}$ ), принималось в следующем виде:

$$\{\varepsilon^\omega\}_{n+1} = z[D]_n^{-1} \{\sigma\}_n (\omega_{n+1})^{k_\omega}, \quad (40)$$

здесь  $z, k_\omega$  - некоторые константы.

С помощью найденных таким образом значений  $\{\varepsilon^\omega\}_{n+1}$ ,  $\{\varepsilon^c\}_{n+1}$  из (38), (39) определяется вектор узловых перемещений  $\{q\}_{n+1}$ , а затем векторы деформаций и напряжений  $\{\varepsilon\}_{n+1}$ ,  $\{\sigma\}_{n+1}$ .

Для анализа выходных значений  $\sigma_i, \omega$  и  $W_u$  разработана методика графической визуализации, преимуществом которой является возможность увидеть процессы, влияющие на долговечность ПТМ, в развернутой форме при варьировании различных геометрических и механических параметров. Программные модули построены таким образом, что графические изображения могут меняться от упругого состояния до момента разрушения ПТМ. На рис.7 представлено распределение параметра поврежденности  $\omega$  в области ячейки ПТМ в текущий момент времени, а на рис.8 – перед началом разрушения материала. На рис.9 показано распределение параметра уровня фотодеструкции  $W_u$  в текущий момент времени, а на рис.10 - перед началом разрушения.

**В Главе 5** исследованы закономерности изменения долговечности ПТМ в зависимости от варьирования некоторых геометрических и механических

параметров структурных составляющих композита. Результаты расчетов представлены графически.

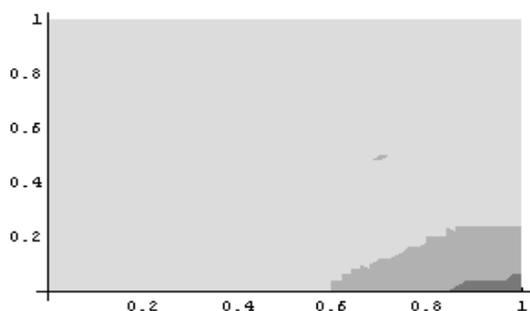


Рис.7

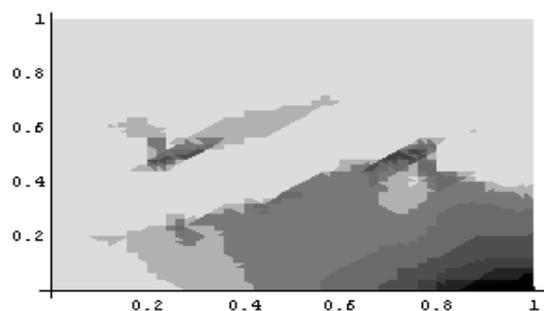


Рис.8

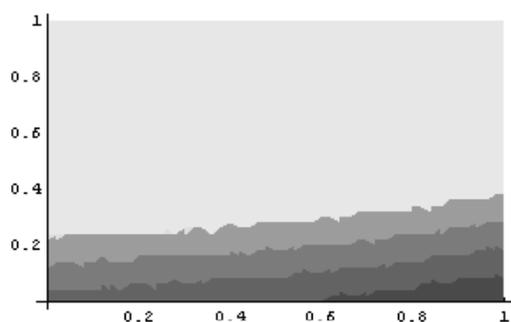


Рис.9

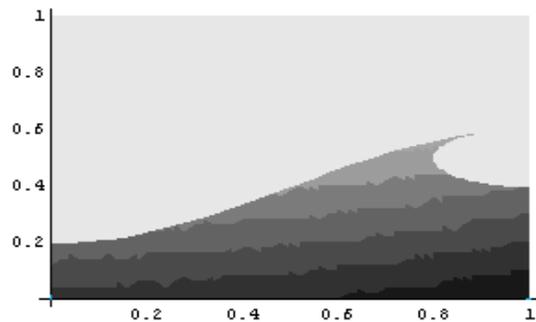


Рис.10

Сечение рассматриваемой элементарной ячейки ПТМ показано на рис.6. Результаты расчетов рассматриваемого элемента композита приведены при следующих граничных условиях. Поверхность элемента  $x=0$  подвергается облучению ультрафиолетом, торцам заданы перемещения, составляющие 25% толщины продольной нити (основы). Хотя с течением времени происходит релаксация напряжений, однако в результате облучения и накопления микрповреждений в некоторый момент времени нарушается условие прочности (см. формулу (28)). Это значение времени  $t=t^*$  далее будем называть долговечностью.

Расчеты производились в безразмерной форме. Все геометрические параметры отнесены к толщине нити основы  $dnit$ , а механические, в частности модуль Юнга  $E$ , к некоторому параметру  $E_0$ . Долговечность  $t^*$  отнесена к величине  $t_0$ .

Изучено влияние геометрических параметров на долговечность ячейки тканевого композита. В частности, получены следующие закономерности.

Расчеты показали, что с увеличением общей толщины  $a$  ПТМ при постоянной толщине армирующей основы, долговечность  $t^*$  увеличивается.

При уплощении утка долговечность  $t^*$  увеличивается. Это объясняется тем, что увеличивается толщина матрицы под утком.

При увеличении шага плетения долговечность увеличивается.

Исследование влияния кривизны нити основы на долговечность, выявило интересный и неожиданный эффект. Существует такая геометрия основы

$hs1 \approx 0.33$ , при которой  $t^*$  принимает наименьшее значение. Более крутое или более пологое плетение повышает долговечность (см. рис.11). Исследование упругой задачи показало, что возможной причиной минимума для долговечности  $t^*$  при значении параметра кривизны  $hs1 \cong 0.33$  является тот факт, что в точке **D** (см. рис.6) интенсивность напряжений наибольшая по сравнению с другими вариантами

Далее исследована долговечность при варьировании механических характеристик структурных составляющих ПТМ. За счет модифицирующих добавок, можно варьировать механические свойства матрицы и светозащитного слоя например, изменять чувствительность к фотодеструкции матрицы  $\gamma_u^{matr}$  и светозащитного слоя  $\gamma_u^{cc}$ , светопроницаемость светозащитного слоя  $k_1$ , коэффициенты, характеризующие вязкость и жесткость матрицы и светозащитного слоя  $C_{matr}, E_{matr}, C_{cc}, E_{cc}$ , а также механические характеристики основы и утка -  $E_{nit}, E_{utka}, \mu_{nit}, \mu_{utka}$ .

Рассмотрены случаи, когда чувствительность к фотодеструкции матрицы и светозащитного слоя одна и та же:  $\gamma_u^{matr} = \gamma_u^{cc} = \gamma_u$  и, когда она разная.

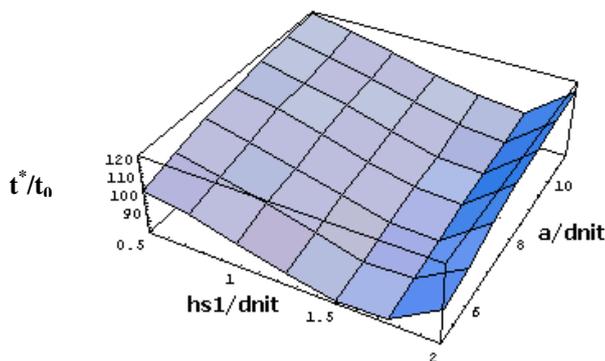


Рис 11

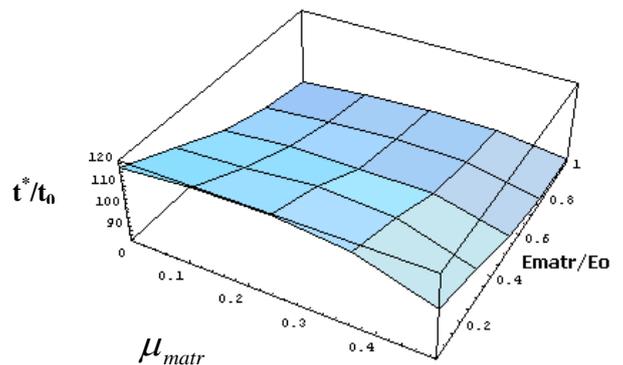


Рис.12

Исследования показали, например, для первого случая, что уменьшение жесткости поверхностного слоя  $E_{pn}$  увеличивает долговечность  $t^*$ . Уменьшение жесткости матрицы также увеличивает долговечность. Увеличение жесткости нити основы  $E_{nit}$  или утка  $E_{utka}$  приводит к небольшому уменьшению долговечности. Исследования влияния коэффициента Пуассона матрицы  $\mu_{matr}$  на долговечность показали, что  $t^*$  имеет экстремум (максимум) при  $\mu_{matr} \cong 0.25$  (см. рис.12).

Для второго случая, имеет место, например, следующее: увеличение светопрозрачности светозащитного слоя приводит к уменьшению долговечности.

Таким образом, проведенные численные эксперименты выявили большие резервы для оптимизации структуры и повышения долговечности данного типа композитов.

### **Основные результаты и выводы.**

1. Разработана модель деформирования композитного материала, учитывающая вязкоупругие свойства материала и процессы накопления в нем микрповреждений и фотодеструкции.
2. На основе обработки серий экспериментов на органо и углепластиковых образцах, а также на материале пленочного покрытия ПТМ выявлено, что при достаточно больших уровнях нагрузки поведение рассматриваемых композитных материалов должно описываться соотношениями нелинейной теории наследственности.
3. Построена нелинейная наследственная модель поведения композитного материала с помощью модифицированного ядра Абеля с учетом накопления микрповреждений по двум подходам: иерархическому, где учтена возможность того, что степень накопления микротрещин влияет на процесс ползучести и по гипотезе Качанова, где используется предположение о том, что величина повреждения не входит в соотношения ползучести. Установлено, что по гипотезе Качанова расчетные кривые наиболее близки к экспериментальным данным.
4. Построена двумерная конечно-элементная компьютерная модель деформирования элементарной ячейки ПТМ для оценки ее долговечности, в которой учитывается нелинейная вязкоупругость, старение материала, процессы накопления микрповреждений и фотодеструкции.
5. Построены алгоритмы решения задачи в плоском напряженном и плоском деформированном состоянии и визуализации результатов, которые реализованы в виде пакета программ на языке Fortran PowerStation 4.0. Разработанный программный комплекс позволяет определять долговечность ПТМ по известным геометрическим и механическим параметрам материала.
6. На основе расчетов и полученных картин распределения интенсивности напряжений, параметра микрповреждений, уровня фотодеструкции матрицы композита выявлены закономерности поведения ПТМ, зависимости его долговечности от различных геометрических и механических характеристик.

### **Публикации по теме диссертации:**

- 1.Алексеев К.П. Экспериментальное исследование ползучести органопластика при одноступенчатом и двухступенчатом нагружении / К.П. Алексеев, Р.А. Каюмов, И.З. Мухамедова // « Электромеханические и внутрикамерные процессы в энергетических условиях, струйная акустика и диагностика, приборы и методы контроля природной среды, веществ, материалов и изделий»: сб. материалов Всероссийской Межвузовской НТК. Ч.1 –Казань, 2003.-С.320-322.
- 2.Алексеев К.П. Экспериментальное исследование ползучести композиционных материалов на трубчатых образцах из органопластика / К.П. Алексеев, Р.А. Каюмов, И.З. Мухамедова, И.Г. Терегулов // Механика композиционных материалов и конструкций. 2004. т.10. №2.- С.199-210.

3. Каюмов Р.А.. Структура определяющих соотношений для компонент пленочно-тканевого композита / К.П. Алексеев, Р.А. Каюмов, А.М. Сулейманов, И.З. Мухамедова // «Математическое моделирование и краевые задачи»: труды Межвузовской конференции.- Самара, 2003.- С.68-72.
4. Каюмов Р.А. Наследственная модель деформирования органопластика / Р.А. Каюмов, К.П. Алексеев, И.З.Мухамедова // «Математическое моделирование и краевые задачи»: труды Межвузовской конференции.- Самара, 2003.- С.64-68.
5. Каюмов Р.А. Структура определяющих соотношений для компонент пленочно-тканевого композита / Р.А. Каюмов, А.М. Сулейманов, И.З. Мухамедова // «Математическое моделирование в механике сплошных сред. Методы граничных и конечных элементов»: труды XX конференции. – СПб, 2003, Том I – С. 97-99.
6. Куприянов В.Н. Компьютерный метод проектирования композиционных материалов на основе содержательного и формального моделирования / В.Н. Куприянов, А.М. Сулейманов, Р.А. Каюмов, А.Л. Померанцев, А.А. Абдюшев, И.З. Мухамедова // «Наука, инновации, подготовка кадров в строительстве»: труды научно-практической конференции-выставки по результатам реализации в 2003 г. Межотраслевой программы сотрудничества Минобразования РФ и Спецстроя РФ.- М.- 2003.-С.26-28.
7. Каюмов Р.А. Идентификация характеристик определяющих соотношений для армированных композитов / Р.А. Каюмов, А.М. Сулейманов, И.З. Мухамедова. // «Современные проблемы математики, механики, информатики, посвященная 80-летию со дня рождения профессора Л.А. Толоконникова»: труды Международной научной конференции.- Тула, 2003г.

Корректурa автора

Подписано в печать 06.07.05 г.

Формат 60x84 1/16

Заказ № \_\_\_\_\_

Печать RISO

Тираж 100 экз.

Бумага тип № 1 усл.-печ. л. 1,0

Печатно-множительный отдел КГАСУ

420043, Казань, Зеленая,1