На правах рукописи

ПЫЖЬЯНОВА Альбина Николаевна

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ ДВУПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СЕМЕЙСТВ ДВУМЕРНЫХ ПЛОСКОСТЕЙ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА ПРОСТРАНСТВА P_5

01.01.04 – геометрия и топология

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Казань – 2004

Работа выполнена на кафедре алгебры и геометрии
математического факультета
Нижегородского государственного педагогического университета

Научный руководитель - кандидат физико-математических наук,
доцент **Макеев Геннадий Никитич**

Официальные оппоненты : доктор физико-математических наук,
профессор **Столяров Алексей Васильевич**

кандидат физико-математических наук,
доцент **Подковырин Алексей Семёнович**

Ведущая организация – **Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского**

Защита состоится 2 декабря 2004 года в 11 часов 30 минут на заседании диссертационного совета Д 212.081.10 при Казанском государственном университете им. В.И. Ульянова-Ленина по адресу: 420008, Казань, ул. Кремлёвская, 18, ауд. 217, корпус 2, КГУ.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского КГУ по адресу: 420008, Казань, ул. Кремлёвская, 18.

Автореферат разослан « » октября 2004 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета Малахальцев М.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Одним из возможных направлений в обобщении классической теории конгруэнций прямых проективного пространства P_3 является изучение геометрии двупараметрических семейств двумерных плоскостей $(L_2)_2$ в пространстве P_5. Семейство $(L_2)_2$ называется гиперболическим, слабопараболическим или параболическим, если каждая плоскость L_2 имеет три линейно независимых действительных фокуса, два фокуса или один трёхкратный фокус. Пары Т и расслояемые пары гиперболических, а также слабопараболических семейств исследованы С.Е. Тычининой [1], [2] и В.А. Глуздовым [3]. Дифференциально-геометрические свойства гиперболических семейств изучила Т.Б. Жогова [4], а слабопараболических семейств - В.А. Глуздов [5].

Таким образом, дифференциальная геометрия параболического семейства плоскостей, которое будем обозначать $(L_2^1)_2$, оставалась неизученной.

Цель работы. Целью настоящего исследования является изучение дифференциальной геометрии двупараметрического семейства плоскостей параболического типа в пространстве P_5; выявление взаимосвязи между параболическим семейством плоскостей и псевдофокальным семейством прямых [6] в P_5; изучение проективного изгибания семейств $(L_2^1)_2$ и выделение некоторых их частных классов.

Общие методы исследования. Исследование в работе ведётся методом подвижного репера и внешних дифференциальных форм Э. Картана [7]. Все построения носят локальный характер, а все встречающиеся функции принадлежат необходимому для исследования классу дифференцируемости.

Научная новизна. Основные результаты, полученные в диссертации, являются новыми. Выделим некоторые из них.

1. На стационарной прямой плоскости L_2^1 параболического семейства найдены три инвариантные точки, названные фокальными, которые позволили выявить взаимосвязь между гиперболическими, слабопараболическими, параболическими типами плоскостей в P_5.
2. Построена конфигурация F, состоящая из трёх параболических и трёх гиперболических семейств плоскостей специального типа с общим семейством стационарных прямых. На базе конфигурации F построена полная конфигурация F, содержащая семейства плоскостей всех трёх типов.
3. Доказано, что геометрии параболического семейства $(L_2^1)_2$ и псевдофокального семейства прямых в P_5 совпадают.
4. Введено понятие фокальной три-ткани конфигурации F, найдены её форма связности и кривизна, а также произвол существования шестиугольной фокальной три-ткани этой конфигурации.
5. Решена задача проективного изгибания конфигурации F и семейств, составляющих её.
6. Выделен подкласс семейств R_0^3, представляющий особое решение задачи изгибания второго порядка семейства $(L_2^3)_2$ конфигурации F. Доказано, что этот подкласс совпадает с подклассом семейств $(L_2^3)_2$, допускающих проективное изгибание второго порядка фокальных поверхностей. Отметим, что семейства R_0^3 являются аналогом конгруэнций R в P_3.

Теоретическое и прикладное значение. Диссертационная работа носит теоретический характер. В ней построена достаточно полная проективно-дифференциальная теория семейств плоскостей $(L_2^1)_2$ параболического типа пространства P_5. Результаты, полученные в диссертации, открывают возможность провести классификацию семейств $(L_2^1)_2$ по числу фокальных точек стационарной прямой текущей плоскости семейства, выяснить роль фокальных точек при изучении геометрии гиперболических и слабопараболических семейств плоскостей, а также геометрии пар T и расслояемых пар этих семейств. Полученные в диссертации результаты могут использоваться при чтении специальных курсов по дифференциальной геометрии семейств плоскостей многомерных пространств и написании дипломных работ по геометрии.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на научной конференции молодых учёных Горьковской области (1980); на IX, X, XI, XII международных конференциях в Чебоксарах (2001, 2004), Ростове-на-Дону (2002) и Воронеже (2003); на Всероссийской научно-практической конференции в Н. Новгороде (2002); на VIII международной конференции серии «Нелинейный мир» в Астрахани (2003); на научных семинарах по дифференциальной геометрии в Московском государственном университете им. М. Ломоносова (рук. проф. А.М. Васильев), Московском железнодорожном институте (рук. проф. Р.М. Гейдельман), в Московском институте стали и сплавов (рук. проф. М.А. Акивис), в Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского (рук. проф. В.А. Игошин) и неоднократно на научных конференциях Нижегородского государственного педагогического университета.

Публикации. Основное содержание диссертации отражено в 10 публикациях, список которых приведён в конце автореферата. Соавторов нет.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, трёх глав основного текста, включающих 21 параграф, заключения и списка литературы. Она изложена на 136 страницах машинописного текста. Список литературы содержит 41 наименование работ отечественных авторов.

ОБЗОР СОДЕРЖАНИЯ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении излагается предыстория вопроса, обосновывается актуальность темы, отмечается научная новизна полученных результатов, их теоретическая и практическая значимость, излагаются основные результаты.

Первая глава посвящена изучению дифференциальной геометрии параболических семейств плоскостей в P_5.

В §1.1 к рассматриваемому семейству плоскостей присоединяется многообразие реперов первого порядка, определяются инвариантные образы, связанные с семейством $(L_2^1)_2$, изучаются фокальные свойства этого семейства, доказывается теорема существования.

В §1.2 введено понятие внутренней корреляции на семействе $(L_2^1)_2$, которая даёт возможность, используя принцип двойственности проективного пространства, рассматривать инвариантные образы, связанные с исследуемым семейством, а также выяснить геометрический смысл репера первого порядка. Семейство $(L_2^1)_2$ как точечное многообразие представляет собой гиперповерхность S_4^2 с плоскостной образующей L_2^1. Доказано, что в плоскости L_2^1 существует единственная прямая, вдоль которой касательная гиперплоскость к гиперповерхности S_4^2 постоянна. Эта прямая проходит через фокус плоскости L_2^1 и называется стационарной.

В §1.3 установлено, что третий фундаментальный объект семейства $(L_2^1)_2$ является основным, а четвёртый – полным.

В §1.4 на стационарной прямой найдены три инвариантные точки, которые имеют первостепенное значение при исследовании свойств семейства $(L_2^1)_2$. Для их введения дадим следующие определения.

Точка М стационарной прямой называется псевдофокусом той линейчатой поверхности, описываемой стационарной прямой, у которой касательное пространство вдоль образующей совпадает с касательной 3-

плоскостью к 3-поверхности (M). Заметим, что каждая точка стационарной прямой является псевдофокусом некоторой линейчатой поверхности.

Направление на 3-поверхности (M), описываемой точкой M стационарной прямой, вдоль которого второй дифференциал точки M лежит в касательном пространстве стационарной прямой, называется асимптотическим направлением. Доказано, что в каждой точке M 3-поверхности (M) существует два асимптотических направления.

Точка M стационарной прямой называется фокальной, если она является псевдофокусом в одном из своих асимптотических направлений.

Как показало исследование, на стационарной прямой существуют только три фокальные точки. Каждая из фокальных точек служит фокусом плоскости некоторого параболического семейства, а каждые две фокальные точки являются фокусами плоскости некоторого гиперболического семейства.

Стационарная прямая, по терминологии Р.М. Гейдельмана, описывает псевдоконгруэнцию, которая не является общей. Таким образом, с псевдоконгруэнцией стационарных прямых инвариантно связаны три параболические семейства плоскостей (в их число входит исследуемое семейство $(L_2^1)_2$) и три гиперболических семейства. Конфигурация, состоящая из псевдоконгруэнции стационарных прямых и указанных выше шести семейств плоскостей, названа конфигурацией F.

Поскольку все плоскости семейств конфигурации F связаны с фокальными точками стационарной прямой, описывающей псевдофокальное семейство прямых, то естественно поставить задачу о построении конфигурации F на базе произвольного псевдофокального семейства прямых. Эта задача решена в §2.1.

Во второй главе изучаются свойства конфигурации F. Забегая вперёд, отметим, что ближайшей задачей является построение репера, названного оптимальным (§2.3, п.1), который естественным образом связан с конфигурацией F. Для оптимального репера $\{A_p\}$, $p=\overline{1,6}$, плоскость $(A_1A_2A_3)$ описывает одно из гиперболических семейств конфигурации F с фокусами в точках A_1, A_2, A_3; прямая (A_1A_3) - текущая прямая псевдоконгруэнции, а плоскости $(A_1A_3A_4)$ и $(A_1A_3A_6)$ описывают параболические семейства с фокусами A_1 и A_3 соответственно. Заметим, что исходя из семейства $(L_2^1)_2$ или псевдофокального семейства прямых, при помощи полных продолжений и канонизации репера построить оптимальный репер нельзя. В §2.1 исходя из системы уравнений Пфаффа, определяющей псевдофокальное семейство прямых, при помощи ряда частичных продолжений мы приходим к оптимальному реперу. Таким образом, псевдофокальное семейство прямых и конфигурация F определяются одной и той же системой дифференциальных уравнений. Характеризуя эту ситуацию, будем говорить, что псевдофокальное семейство прямых находится в отношении вместимости с конфигурацией F, а точнее, вмещено в неё.

В связи с этим в начале второй главы мы вводим понятие отношения вместимости двух многообразий. Многообразие G_1 находится в отношении вместимости с многообразием G_2, если существует такой репер, в котором оба многообразия определяются одной и той же системой уравнений Пфаффа. Если при этом $G_1 \subset G_2$, то будем говорить, что G_1 вмещено в G_2.

Рассматривая общее гиперболическое семейство плоскостей, отнесённое к реперу первого порядка, и накладывая определённые условия на его относительные инварианты, мы выделили специальный класс гиперболических семейств, обозначаемых через $(L_2^3)_2$ (§2.2, п.1). Оказалось, что оптимальный репер можно построить при помощи полного продолжения системы уравнений Пфаффа для семейства $(L_2^3)_2$ (§2.2, п.2), а также частичных продолжений системы уравнений Пфаффа семейства $(L_2^1)_2$ (§2.3, п.2, п.3).

Таким образом, система дифференциальных уравнений оптимального репера является общей для конфигурации F, параболического семейства $(L_2^1)_2$, специального гиперболического семейства $(L_2^3)_2$ и псевдоконгруэнции стационарных прямых. Другими словами, в конфигурацию F вмещено и семейство $(L_2^3)_2$, и семейство $(L_2^1)_2$, и псевдоконгруэнция стационарных прямых (§2.3, п.3, теорема 2.8). Отсюда следует, что все названные многообразия имеют одну и ту же геометрию. В частности, совпадают геометрии параболического семейства $(L_2^1)_2$ и псевдофокального семейства прямых, несмотря на то, что у этих семейств образующие элементы имеют разные размерности.

Исследование показывает, что гиперболические семейства плоскостей конфигурации F связаны между собой преобразованиями Лапласа [8] (§2.4).

На базе оптимального репера построен канонический репер конфигурации F и выяснен его геометрический смысл (§2.5).

В §2.6 введено понятие полной конфигурации F. Для построения полной конфигурации отнесём конфигурацию F к каноническому реперу. Тогда она содержит псевдоконгруэнцию (A_1A_3) с фокальными точками $A_1, A_3, N = A_1 - A_3$; три гиперболические семейства плоскостей $(A_1A_2A_3)$, (A_1NM_4), (A_3NM_6), где $M_4 = A_2 - A_4$, $M_6 = A_2 - A_6$, заданных фокусами; три параболических семейства $(A_1NA_4), (A_3NA_6), (NA_3M)$, где $M = M_4 + M_6$, с фокальными прямыми $(A_1A_4), (A_3A_6), (NM)$ соответственно.

Рассмотрим все первые преобразования Лапласа плоскости $L_2^3 = (A_1A_2A_3)$. Кроме плоскостей гиперболических семейств конфигурации F получим четыре новые плоскости: $(A_1A_2M_4), (A_3A_2M_6), (A_2A_3A_5), (A_2A_1A_5)$, описывающие гиперболические семейства, которыми пополним конфигурацию F.

Плоскость (A_3NA_6) параболического семейства пересекает по фокальной прямой (A_3A_6) плоскость того преобразования Лапласа плоскости L_2^3, с которой у неё общий фокус A_3, но она не содержит фокальной точки N.

Аналогично, плоскость (A_1NA_4) параболического типа пересекается с преобразованием Лапласа плоскости L_2^3 от фокуса A_1 в направлении фокуса A_3 по фокальной прямой (A_1A_4). Рассмотрим второе преобразование Лапласа плоскости L_2^3, которое пересекается с плоскостью (NA_3M) параболического семейства по фокальной прямой (NM). Это будет плоскость (NM_4M_6), описывающая гиперболическое семейство, которым также пополним конфигурацию F.

Существуют только три точки N_1, N_2, N_3, четвёртые гармонические к тройке фокальных точек стационарной прямой, где

$$(NA_3, A_1N_1) = -1, \quad (A_1A_3, NN_2) = -1, \quad (NA_1, A_3N_3) = -1,$$

$$N_1 = A_1 - 2A_3, \; N_2 = A_1 + A_3, \; N_3 = A_3 - 2A_1.$$

С этими точками связаны плоскости $(A_1N_1, A_4 - 2A_2)$, $(NN_2, A_4 - A_6)$, $(A_3N_3, A_6 - 2A_2)$ слабопараболических семейств с кратным фокусом в фокальной точке, а простым – в четвёртой гармонической к тройке фокальных точек. Этими семействами пополняется конфигурация F. Отметим, что в фокальной точке асимптотические направления на поверхности, описываемой стационарной прямой, служат фокальными направлениями фокусов плоскости того слабопараболического семейства, у которого эта фокальная точка является кратным фокусом (§2.6, теорема 2.13).

Таким образом, полная конфигурация F содержит псевдоконгруэнцию, три параболических семейства, три слабопараболических семейства и восемь гиперболических семейств плоскостей.

В §2.7 рассматривается фокальная три-ткань конфигурации F. Найдены её форма связности и кривизна, а также произвол существования шестиугольной фокальной три-ткани. Фокальная три-ткань конфигурации F индуцирует фокальную три-ткань на каждом многообразии, находящемся в отношении вместимости с конфигурацией F, и все эти ткани между собой эквивалентны.

В третьей главе рассматривается проективное изгибание в смысле Фубини-Картана [9] конфигурации F и семейств, из которых она состоит.

Исследование показывает, что изгибание первого порядка допускают все семейства, составляющие конфигурацию F. В частности, любые два параболических семейства плоскостей наложимы изгибанием первого порядка так, что совмещаются их фокусы, стационарные прямые, фокальные 3-плоскости и фокальные гиперплоскости (§3.1, теорема 3.1). Изгибанием первого порядка заданная псевдоконгруэнция наложима на псевдоконгруэнцию любой конфигурации F (§3.3, теорема 3.3). В §3.5 доказано, что пара параболических семейств плоскостей заданной конфигурации F допускает изгибание первого порядка (теорема 3.5). Кроме того, если пара параболических семейств конфигурации допускает изгибание первого порядка, то псевдоконгруэнция этой конфигурации F также допускает проективное изгибание первого порядка (теорема 3.6). Доказано существование гиперболического семейства $(\overline{L_2})_2$, которое изгибанием первого порядка наложимо на заданное семейство $(L_2^3)_2$ конфигурации F (§3.6, теорема 3.8).

Будем говорить, что конфигурация F допускает проективное изгибание первого порядка, если все её семейства допускают одновременно проективное изгибание первого порядка. Базовыми семействами конфигурации F назовём два параболических и одно гиперболическое семейства, на плоскостях которых построен оптимальный репер. Доказано, что конфигурация F допускает изгибание первого порядка (§3.6, теорема 3.12). Причём, если базовые семейства конфигурации F допускают проективные изгибания первого порядка, то и сама конфигурация допускает изгибание того же порядка (§3.6, теорема 3.10).

Исследование показало, что существуют параболические семейства $(L_2^1)_2$ и $(\overline{L_2^1})_2$, а также гиперболические семейства $(L_2^3)_2$ и $(\overline{L_2^3})_2$, находящиеся в соответствии проективного изгибания второго порядка (§3.2, теорема 3.2; §3.7, теорема 3.13). Существует также класс конфигураций F, у которых псевдоконгруэнция допускает изгибание второго порядка (§3.4, теорема 3.4). Установлено, что проективное изгибание второго порядка псевдоконгруэнции конфигурации F влечёт за собой проективное изгибание первого порядка пары параболических семейств плоскостей (§3.5, теорема 3.7), а также семейства $(L_2^3)_2$ конфигурации F (§3.6, теоремы 3.9 и 3.11).

В §3.8 рассматривается особое решение задачи изгибания второго порядка семейства $(L_2^3)_2$. Особое решение даёт частный случай семейств $(L_2^3)_2$, которые названы семействами R_0^3 (теорема 3.14). Любое семейство R_0^3 допускает непрерывное изгибание второго порядка с произволом одного параметра (теорема 3.15).

В §3.9 рассмотрено фокальное изгибание семейства $(L_2^3)_2$, отнесённого к оптимальному реперу. Это семейство допускает проективное изгибание первого порядка фокальных поверхностей (теорема 3.16). Доказано, что подкласс семейств $(L_2^3)_2$, которые допускают непрерывное проективное изгибание второго порядка фокальных поверхностей, совпадает с классом семейств R_0^3 (теорема 3.17).

Основные положения диссертации, выносимые на защиту

1. Фокальные свойства параболического семейства плоскостей.
2. Построение конфигурации F на базе параболического семейства плоскостей.
3. Включение заданной 2-поверхности в параболическое семейство плоскостей.
4. Связь между геометриями параболического семейства плоскостей и псевдофокального семейства прямых в P_5.
5. Геометрические свойства конфигурации F; полная конфигурация F.
6. Проективное изгибание элементов конфигурации F; проективное изгибание конфигурации F.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тычинина, С.Е. Пары Т конгруэнций плоскостей в P_5 / С.Е. Тычинина // Изв. вузов. Математика. – 1968. – №3. – С.104-112.
2. Тычинина, С.Е. Расслояемые пары конгруэнций плоскостей в P_5 / С.Е. Тычинина // Изв. вузов. Математика. – 1968. – №4. – С.77-84.
3. Глуздов, В.А. Слабопараболические пары двупараметрических семейств 2-плоскостей в пятимерном проективном пространстве: Дис… канд. физ.-мат. наук: 01.01.04 / В.А. Глуздов. – Горький, 1973. – 112с.
4. Жогова, Т.Б. Дифференциальная геометрия двупараметрических семейств двумерных плоскостей гиперболического типа пространства P_5: Дис… канд. физ.-мат. наук: 01.01.04 / Т.Б. Жогова. – М., 1980. – 122с.
5. Глуздов, В.А. О свойствах слабопараболических и специальнопараболических 2-семейств плоскостей в P_5 / В.А. Глуздов // Учён. зап. Горьк. пед. ин-та. Сер. физ.-мат. наук. – 1972. – Вып.124. – С.9-12.
6. Кругляков, Л.З. Псевдофокальные 2-семейства прямых в P_5 / Л.З. Кругляков // Геометр. сб. Тр. ТГУ. – 1968. – Т.196, вып.7. – С.70-78.
7. Фиников, С.П. Метод внешних форм Картана / С.П. Фиников. – М. – Л.: ГИТТЛ, 1948. – 432с.
8. Макеев, Г.Н. О некотором обобщении преобразований Лапласа / Г.Н. Макеев // Изв. вузов. Математика. – 1975. – №2. – С.123-125.
9. Фиников, С.П. Теория пар конгруэнций / С.П. Фиников. – М. – Л.: ГИТТЛ, 1956. – 443с.

ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Пыжьянова, А.Н. (Егорычева, А.Н.) Сильнопараболические пары Tи $\overline{T}$ 2-семейств плоскостей в пятимерном проективном пространстве P_5 / А.Н. Егорычева; Редкол. «Изв. вузов. Математика». – Казань, 1976. – 23с. – Деп. в ВИНИТИ 01.07.76; №2465-76.
2. Пыжьянова, А.Н. Сильнопараболические 2-семейства плоскостей в P_5 / А.Н. Пыжьянова // Тез. докл. науч. конф. молодых учёных Горьковской области, посвящённой 110-ой годовщине со дня рождения В.И. Ленина. – Горький, 1981. – С.33-34.
3. Пыжьянова, А.Н. Пары Tи $\overline{T}$ специальных сильнопараболических 2-семейств плоскостей в пятимерном проективном пространстве P_5 / А.Н. Пыжьянова; Горьк. пед. ин-т. – Горький, 1987. – 19с. – Деп. в ВИНИТИ 09.06.87; №4152-В87.
4. Пыжьянова, А.Н. Двупараметрические семейства сильнопараболических 2-плоскостей и псевдофокальных прямых в P_5 / А.Н. Пыжьянова; Горьк. пед. ин-т. – Горький, 1988. – 17с. – Деп. в ВИНИТИ 28.09.88; №7210-В88.
5. Пыжьянова, А.Н. Проективные изгибания семейства $(L_2^1)_2$ в пятимерном проективном пространстве P_5/ А.Н. Пыжьянова // Труды Российской ассоциации «Женщины-математики». Математика. Образование. Экономика. Экология. Междисциплинарный семинар «Нелинейные модели в естественных и гуманитарных науках», Чебоксары, 28 мая-2 июня 2001. – Н. Новгород, 2001. – Т.9, вып.2. – С.47-51.
6. Пыжьянова, А.Н. Включение заданной поверхности в сильнопараболическое семейство плоскостей в P_5 / А.Н. Пыжьянова // Математика. Экономика. Образование: Тез. докл. межд. конф., Ростов н/Д., 27 мая-2 июня 2002. – Ростов н/Д., 2002. – С.138.

7. Пыжьянова, А.Н. Конфигурация F / А.Н. Пыжьянова // Проблемы качества подготовки учителя математики и информатики: Материалы Всероссийской научно-практической конференции, Н. Новгород, 3-4 декабря 2002. – Н. Новгород, 2002. – С.156-158.
8. Пыжьянова, А.Н. О связи между параболическим семейством плоскостей и псевдофокальным семейством прямых в P_5 / А.Н. Пыжьянова // Математика. Образование. Экология. Гендерные проблемы: Матер. межд. конф., Воронеж, 26-30 мая 2003. – М., 2003. – С.57.
9. Пыжьянова, А.Н. Фокальная три-ткань семейства $(L_2^1)_2$ /А.Н. Пыжьянова // Образование. Экология. Экономика. Информатика: Тез. докл. межд. конф., Астрахань, 15-20 сент. 2003. – Астрахань, 2003. – С.256.
10. Пыжьянова, А.Н. Гиперболические семейства конфигурации F / А.Н. Пыжьянова // Математика в высшем образовании: Тез. докл. межд. конф., Чебоксары, 24-30 мая 2004. – Чебоксары, 2004. – С.148.

Подписано в печать: 19.10.04. Печать трафаретная.
Объем 1 п.л. Тираж 100 экз. Заказ 170.

Отдел полиграфии АНО “МУК НГПУ”
603950, г. Нижний Новгород, ГСП-37, ул. Ульянова, 1.