КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

МАЛАХОВ ВЛАДИМИР ГЕОРГИЕВИЧ

УДК 539.3

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ РАСЧЕТА И ОПТИМИЗАЦИИ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ

01.02.04 - Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

КАЗАНЬ - 2003

Работа выполнена в Институте механики и машиностроения Казанского научного центра РАН

Научный руководитель:	заслуженный деятель науки Республики Татарстан, доктор физико-математических наук М.С.ГАНЕЕВА
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук, профессор Ю.П.АРТЮХИН; доктор физико-математических наук, профессор Р.А.КАЮМОВ
Ведущая организация:	Самарский государственный технический университет

Защита состоится 19 июня 2003 г. в 14ч.30м. в ауд. физ.2 на заседании диссертационного совета Д212.081.11 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора физико - математических наук по механике при Казанском Государственном университете (420008, г.Казань, ул. Кремлевская, 18)

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке КГУ им. Н.И.Лобачевского.

Автореферат разослан "______" 2003 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук А.А.Саченков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы В процессе создания новой конструкции возникает задача оптимизации ее размеров, формы и свойств материала. Анализ литературы показывает, что ежегодное число публикаций по оптимальному проектированию конструкций на протяжении последних десятилетий остается весьма большим, что указывает на устойчивый интерес исследователей к задачам оптимального проектирования.

Широкое применение конструкций, элементами которых являются пластины и оболочки, и условия их эксплуатации обуславливают необходимость использования при расчетах нелинейных уравнений теории оболочек, соотношений уточненных теорий оболочек и др. Среди публикаций, посвященных оптимизации пластин и оболочек, сравнительно мало работ, где рассматриваются нетонкие оболочки, оболочки с несимметричным относительно поверхности приведения распределением материала, в которых учитываются большие перемещения и неупругое поведение материала. Имеется лишь небольшое число публикаций по параметрической оптимизации составных оболочек, в которых определяются не только толщины оболочечных элементов, но и жесткостные параметры подкрепляющих элементов. Недостаточно разработаны методики оптимизации составных оболочек из неупругого материала с использованием анализа чувствительности проектов.

Все вышеизложенное и определяет актуальность исследований, выполненных в диссертации.

Целью **настоящей работы** является развитие математических методов и создание эффективных алгоритмов и программ расчета и оптимизации конструкций, состоящих из тонких и нетонких оболочек вращения постоянной или переменной толщины различной геометрии, при учете геометрической и физической нелинейностей и несимметричном относительно поверхности приведения распределении материала; исследование напряженно- деформированного состояния (НДС) получаемых оптимальных проектов.

Научную новизну работы составляют следующие результаты.

Предложен алгоритм метода продолжения решения по параметру для решения задачи о больших осесимметричных прогибах оболочек вращения. В качестве параметра продолжения используется длина дуги кривой равновесных состояний. Получены решения ряда задач о больших прогибах оболочек вращения.

Разработан алгоритм поиска проекта оболочки вращения, близкой к равнопрочной.

На основе метода комплексного поиска разработан алгоритм поиска оптимальной по весу составной оболочки вращения при ограничениях по прочности для случая, когда искомыми проектными переменными являются толщины оболочечных элементов и параметры подкрепляющих колец. Поиск проекта может осуществляться в области искомых параметров, для которых заданная нагрузка близка к критической.

На случай геометрически нелинейных соотношений обобщена известная методика решения задачи об оболочке наибольшей жесткости при заданном объеме материала, в которой критерием качества (мерой жесткости) является стационарное значение дополнительной работы деформации. Получены условия оптимальности и разработан алгоритм оптимизации составной оболочки вращения, в которой определяются толщины оболочечных элементов и жесткостные параметры колец.

Аналогичная методика предложена для решения задачи рационального распределения материала в нетонкой оболочке при неосесимметричном нагружении.

Получено выражение первой вариации интегрального функционала качества общего вида для составной оболочки вращения с нелинейно-упругими оболочечными элементами через вариации толщин оболочечных элементов и жесткостных параметров колец. На основе полученного выражения выведены необходимые условия оптимальности для задачи минимизации функционала обобщенного перемещения в оболочке при заданном объеме материала. Разработан численный алгоритм решения задачи.

Получено выражение первой вариации интегрального функционала, характеризующего качество тонкой упругой анизотропной оболочки, через вариации жесткостных параметров оболочки при учете геометрической нелинейности и деформации поперечного сдвига.

Достоверность результатов диссертационной работы обеспечивается:

- строгими математическими постановками рассматриваемых задач и обоснованным применением математических методов;

- практической сходимостью численных решений при увеличении числа узлов разбиения меридиана, а также контролем получаемого решения по первому интегралу канонической системы уравнений;

- сравнениями решений прямых и оптимальных задач с известными аналитическими и численными решениями.

Практическая ценность.

Разработанные алгоритмы и программы могут быть использованы для решения важных прикладных задач расчета и оптимизации элементов летательных аппаратов, изделий конструкционной оптики. По практическому применению алгоритмов и программ опубликованы методические рекомендации МР 200-86 [1]

На защиту выносятся следующие основные положения.

1. Алгоритм метода продолжения решения по параметру длины дуги кривой равновесных состояний для решения задач о больших осесимметричных прогибах оболочек вращения и результаты решения новых задач.

2. Алгоритм решения задачи поиска переменной толщины в оболочках вращения, близких к равнопрочным, и результаты решения задач о равнопрочных и близких к равнопрочным оболочках вращения при учете геометрической и физической нелинейностей, а также несимметричности распределения материала относительно заданной поверхности приведения.

3. Алгоритм весовой оптимизации составных оболочек вращения на основе метода комплексного поиска и полученные результаты решения ряда задач.

4. Методика решения задач оптимального распределения материала в составных упругих оболочках вращения при учете геометрической нелинейности в случае, когда критерием качества является стационарное значение функционала дополнительной работы деформации, и результаты расчетов.

5. Методика решения задачи поиска оптимального распределения материала в нетонкой упругой ортотропной оболочке вращения с заданным объемом материала, обеспечивающего минимальное значение функционала энергии деформации, и результаты поиска оптимальных проектов оболочек.

6. Анализ чувствительности функционала, характеризующего качество составной оболочки вращения с нелинейно-упругими оболочечными элементами несимметричного строения, алгоритм и результаты решения задачи о минимальном значении обобщенного перемещения.

7. Анализ чувствительности интегрального функционала качества для случая анизотропной оболочки при учете геометрической нелинейности и деформации поперечного сдвига.

Апробация работы. Основные положения диссертации доклады-

---

[1] Расчеты и испытания на прочность. Метод и программа расчета на ЭВМ ЕС оссимметричных оболочечных конструкций при учете физической и геометрической нелинейностей. Методические рекомендации МР 200-86 / Корнишин М.С., Танеева М.С.. Малахов В.Г. - М.:.ВНИИНМАШ, 1986. 32с.

вались и обсуждались: на IX Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин (г.Ленинград, 1973г.); на X Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин (г.Кутаиси, 1975г.); на **XII** Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин (г.Ереван, 1980г.); на Республиканской научно - технической конференции " Механика сплошных сред" (г.Набережные Челны, 1982г.); на II Республиканской научно-технической конференции "Механика машиностроения" (г.Брежнев, 1987г.); на Итоговых конференциях Казанского государственного университета (1993, 1994г.г.); на **XVII** Международной конференции по теории оболочек и пластин (г.Казань, 1995г.); на Международном научно-техническом семинаре "Новые технологии - 96" (г.Казань, 1996г.); на **XIX** Международной конференции по теории оболочек и пластин (г.Нижний Новгород, 1999г.); на Итоговых конференциях Казанского научного центра **РАН;** на научных семинарах Института механики и машиностроения КНЦ РАН.

Публикации. Основные результаты исследований по теме диссертации опубликованы в 10 работах.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и библиографического списка, включающего 218 наименований. Изложена на 153 страницах машинописного текста, содержит 9 таблиц и 31 рисунок.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обсуждается актуальность темы диссертации, формулируется цель работы, приводится обзор публикаций по теме диссертационной работы и кратко излагается ее содержание.

В **главе** I приведены основные соотношения и методики расчета нелинейного осесимметричного НДС составной оболочки вращения. Предполагается, что торцы оболочки и узлы сопряжения оболочечных элементов подкреплены плоскими упругими кольцами. Для оболочечных элементов приняты следующие допущения:

а) прогибы оболочки сравнимы с ее толщиной, используются соотношения геометрически нелинейной теории среднего изгиба ;

б) допускается работа материала оболочки за пределом текучести, принята теория малых упругопластических деформаций, разгрузка не учитывается;

в) оболочка тонкая и к ней применимы гипотезы Кирхгофа-Лява;

г) допускается несимметричное распределение материала относительно заданной поверхности приведения.

Описан алгоритм расчета НДС составной оболочки вращения. Задача определения НДС оболочки сводится к краевой задаче для канонической системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка вида

$$\frac{d\mathbf{Y}}{ds} = \mathbf{A}(s)\mathbf{Y} + \mathbf{\Gamma}(s,\mathbf{Y}) + \mathbf{\Phi}(s,\mathbf{Y}) + \mathbf{q}(s), \tag{1}$$

где $Y = (T_1, Q_1, M_1, u, w, \omega_1)^T$ - вектор искомых функций, F(s,Y), Φ(s,Y) - векторы, содержащие геометрически и физически нелинейные члены, q(s) - вектор термосилового нагружения, A(s) - матрица размерности 6x6. Заданы краевые условия на торцах $s = s_0$, $s = s_H$ и условия сопряжения оболочечных элементов.

Для решения нелинейной задачи используется итерационный процесс, в котором при переходе от приближения $\mathbf{Y}^{(k)}$ к $\mathbf{Y}^{(k+1)}$ решается линейная краевая задача для системы уравнений

$$\frac{d\mathbf{Y}^{(k+1)}}{ds} = (\mathbf{A}(s) + \mathbf{\Gamma}_y(s,\mathbf{Y}^{(k)}))\mathbf{Y}^{(k+1)} - \mathbf{\Gamma}_y(s,\mathbf{Y}^{(k)})\mathbf{Y}^{(k)} +$$

$$+\mathbf{\Gamma}(s,\mathbf{Y}^{(k)}) + \mathbf{\Phi}(s,\mathbf{Y}^{(k)}) + \mathbf{q}(s), \tag{2}$$

где $\Gamma_y(s,Y)$ - матрица Якоби вектор-функции Г(s,Y). При решении этой задачи используется метод ортогональной прогонки, задача Коши решается методом Рунге-Кутта четвертого порядка точности.

Приводятся результаты решений тестовых задач для сравнения с известными из литературы аналитическими и численными решениями. Влияние геометрической и физической нелинейностей, а также температурного воздействия, иллюстрируется решением задачи расчета НДС составной оболочки.

Получены решения задач о больших прогибах нелинейно-упругой эллипсоидальной оболочки переменной толщины. На оболочку действует вертикальная погонная нагрузка, приложенная к кольцу, подкрепляющему центральное отверстие. Применен метод продолжения решения по параметру интегрального прогиба. Исследовано влияние на критическую нагрузку параметров тонкостенности и предела текучести материала.

Предложен алгоритм метода продолжения решения по параметру, в котором в качестве параметра продолжения используется длина дуги кривой равновесных состояний (КРС). Кривая определяется следующим образом. Рассматривается каноническая система дифференциальных уравнений 7-ого порядка, получающаяся добавлением к системе (1) уравнения $dp/ds = 0$, p - параметр нагрузки. Такую систему можно записать в виде (1) для вектора разрешающих функций $\tilde{\mathbf{Y}} = (T_1, Q_1, M_1, u, w, \omega_1, p)^T$. Считаем, что общее решение системы записано в виде $\tilde{\mathbf{Y}} = \tilde{\mathbf{Y}}(s, \mathbf{Y}_H)$, где $\mathbf{Y}_H = \tilde{\mathbf{Y}}(s_H)$. При удовлетворении граничных условий при $s = s_H$ независимыми остаются только четыре компоненты *YH* (ИЛИ четыре комбинации компонент), задание которых однозначно определяет решение системы (1). Пусть этими компонентами будут $y_{iH}, i = \overline{1,4}$, где $y_{4H} = p$. Подставляя общее решение системы в граничные условия на левом торце, получаем систему трех нелинейных уравнений с 4-мя неизвестными y_{iH}. Множество решений этой системы, изображаемое в четырехмерном пространстве, представляет собой КРС.

Построение КРС и решение задачи о больших прогибах оболочек осуществляется следующим образом. Пусть найдена последовательность точек $M_j(y^j_{1H}, y^j_{2H}, y^j_{3H}, p_j)$, $j = \overline{1,m}$ на КРС. Требуется определить координаты точки $M_{m+1}(y_{1H}, y_{2H}, y_{3H}, p)$, отстоящей от M_m на расстояние d_m, где d_m- задаваемая величина. Определяя расстояние по касательной к КРС в точке M_m, можно записать

$$\sum_1^4 (y_{iH} - y^m_{iH}) l^m_i = d_m, \tag{3}$$

где l^m_i - компоненты единичного вектора направления прямой, проходящей через точки M_{m-1} и M_m. Соотношение (3) рассматривается как граничное условие, замыкающее постановку краевой задачи для канонической системы седьмого порядка. Задача решается с использованием итерационного процесса (2). В качестве нулевого приближения используется решение, полученное для точки M_m. При реализации алгоритма для каждой из величин y_{iH} в условие (3) вводились масштабные множители, поскольку интервалы изменения величин y_{iH} могут сильно различаться.

С помощью описанного алгоритма решена задача о больших прогибах замкнутой в полюсе сплюснутой эллипсоидальной оболочки вращения под внешним давлением. Для выяснения характера критической точки в нагрузку вносилось возмущение, при котором закон изменения нагрузки имел вид:

$$X_3 = p\left(1 + \varepsilon\, \frac{s_H + s_0 - 2s}{s_H - s_0}\right),$$

где ε - малый параметр возмущения. На рис.1а приведены кривые "нагрузка-прогиб " для линейно-упругого материала, на рис.1б - для нелинейно-упругого материала. В качестве параметра прогиба взято значение $w(s_0)$. Точки, отмеченные буквой "а" на кривых рис.16, соответствуют началу появления пластических зон $\sigma = \sigma_s$, буквой "b" - уровню напряжений σ/σ_s = 1,1, г σ, σ_s - максимальное значение интенсивности напряжений в оболочке и предел текучести материала. Анализ кривых позволяет сделать вывод о наличии точки ветвления решения как для линейно-упругой, так и нелинейно-упругой оболочки.

Глава II посвящена задачам весовой оптимизации составной оболочки вращения с оболочечными элементами постоянной или переменной толщины при учете физической и геометрической нелинейностей.

Рассмотрена задача поиска закона изменения толщины *h(s)* в равнопрочных оболочках. Значения $h_j = h(s_j)$ в узлах заданного разбиения меридиана оболочки s_j определяются из условия равнопрочности

$$\sigma_j = \sigma^*, \tag{4}$$

где σ^* - допускаемый уровень напряжений, σ_j максимальная в сечении оболочки S = *Sj* интенсивность напряжений, с использованием итерационного процесса

$$h_j^{(k+1)} = \max\{h_j^{(k)} + \tau(\sigma_j^{(k)} - \sigma^*), h_H\}, \tag{5}$$

где τ - параметр, обеспечивающий сходимость процесса, h_H - минимальное допускаемое значение *h.* Процесс (5) применялся также для поиска дискретно - равнопрочных проектов составных оболочек, в которых j-ый оболочечный элемент проектировался с постоянной толщиной, а величина σ_j определена как максимальная по объему *j-ого* элемента интенсивность напряжений.

Предложен алгоритм поиска проекта оболочки, близкой к равнопрочной. В этом случае искомый закон изменения толщины аппроксимируется заданной функцией $h = \varphi(s, \bar\beta)$, зависящей от небольшого числа искомых параметров $\bar\beta = (\beta_1, \beta_2, ...\beta_m)$. Алгоритм представляет собой итерационный процесс:

$$\bar\beta^{(k+1)} = \bar\beta^{(k)} + \bar\delta, \tag{6}$$

в котором $\bar\delta(\delta_1, \delta_2, ..., \delta_m)$ - решение задачи линейного программирования:

$$\min V(\nabla\varphi^{(k)} \cdot \bar\delta), \tag{7}$$

$$\nabla\varphi_j^{(k)} \cdot \bar\delta \geq \max\{\tau_j^{(k)}(\sigma_j^{(k)} - \sigma^*),\ h_H - \varphi_j^{(k)}\},$$

где *V* - объем материала оболочки. Для оболочек, имеющих значительную безмоментную область, наилучшая скорость сходимости процесса

(6),(7) наблюдалась при $\tau_j^{(k)} = \varphi_j^{(k)}/\sigma_j^{(k)}$. При расчетах в качестве функции φ использовались многочлены и кусочно-линейные функции.

Решена задача о равнопрочном пологом сферическом куполе с жестко заделанным основанием под действием равномерного давления. Исследуется влияние несимметричности распределения материала на закон изменения толщины и объем материала купола. Геометрическая и физическая нелинейности не учитывались. Законы изменения толщины, полученные для случаев, когда заданной поверхностью приведения является внешняя ограничивающая поверхность и срединная поверхность, приведены на рис.2а,б. Пунктирными линиями изображены зависимости $h(s)$ для проектов равнопрочной круглой пластины радиуса a. Наблюдается существенная разница в проектах равнопрочных оболочек, соответствующих различным способам распределения материала. В случае несимметричного распределения образуется ряд утолщений, увеличивающих вес оболочки. Для пластины эти различия практически отсутствуют.

С целью исследования влияния на проекты равнопрочных оболочек геометрической и физической нелинейностей решены задачи поиска равнопрочных проектов тороидальной оболочки с разрезом по малому экватору и цилиндрической оболочки с эллипсоидальными днищами, имеющими центральные отверстия, подкрепленные кольцами. Решены также задача о дискретно - равнопрочной составной оболочечной конструкции, состоящей из шести оболочечных элементов, и ряд задач поиска проектов оболочек, близких к равнопрочным. Во всех случаях на оболочки действовало равномерное внутреннее давление.

Вес оболочек в равнопрочных и близких к равнопрочным упругих проектах оказался на 30-60% меньше веса начальных проектов оболочек постоянной толщины. Для неупругих проектов экономия материала составила 18-50%. В дискретно - равнопрочных проектах вес уменьшился на 9-14%. Учет геометрической и физической нелинейностей приводил к проектам, соответственно, на 5-25% и на 14-30% более легким, чем полученным без учета нелинейностей.

Предложен алгоритм решения задачи весовой оптимизации оболочек при ограничениях по прочности. Основу алгоритма составляет метод комплексного поиска, используемый для решения задачи нелинейного программирования. Одномерный поиск, применяемый при определения вершин комплекса, в случае учета геометрической нелинейности организуется как метод продолжения решения по параметру, определяющему положение точек прямой в направлении этого поиска. Такой подход позволил осуществлять поиск рациональных по весу проектов в области изменения параметров проектирования, для которой выполняются как ограничения по прочности, так и условие "заданная нагрузка меньше критической". Алгоритм применяется для решения задач, в которых искомыми параметрами проектирования могут быть как толщина, так и размеры поперечных сечений колец. Получены рациональные проекты линейно-упругих и нелинейно-упругих оболочек вращения, находящихся под действием осесимметричных нагрузок. На рис.3 приведены результаты оптимизации цилиндрической оболочки с эллипсоидальными днищами при действии внутреннего давления. Отверстия днищ закрыты крышками, принято $\sigma^* / \sigma_s = 1.1$. Сечения колец проектируются квадратными, а толщины цилиндра и днищ постоянными. На рис.4 представлены результаты проектирования замкнутой в полюсе сплюснутой эллипсоидальной упругой оболочки, находящейся под внешним давлением. Цифрой 1 отмечены линии, полученные при учете геометрической нелинейности, цифрой 2 - без ее учета. При учете геометрической нелинейности ограничения по прочности оказались неактивными как для начального проекта постоянной толщины (штриховые линии), так и для оптимального проекта. Заданная нагрузка в обоих случаях оказалась близкой к критической. Характер критической нагрузки определялся последующим решением задачи о больших прогибах. Результаты расчетов показали, что если в начальном проекте заданной нагрузке соответствует точка ветвления, то в оптимальном проекте заданная нагрузка - предельная точка. На рис.4 приведены зависимости "нагрузка-прогиб" для оптимального проекта.

В главе III рассмотрена задача рационального распределения материала в оболочках. В качестве оптимизируемого функционала выбрана дополнительная работа деформации, принимаемая за характеристику жесткости оболочки. Разыскиваются проекты оболочек с заданным объемом материала, для которых величина дополнительной работы принимает стационарное значение.

Предложена методика решения задачи для составной оболочки вращения с тонкими упругими оболочечными элементами. Учитывается геометрическая нелинейность. Выражение дополнительной работы при последовательном соединении оболочечных элементов имеет вид

$$\Pi = 2\pi \int_{s_0}^{s_N} (\Phi + \frac{1}{2}\omega_1^2 T_1) r\,ds + 2\pi \sum_k \rho_k \Upsilon_k, \qquad (8)$$

где Φ - удельная энергия деформации оболочки, Υ_k - энергия деформации, приходящаяся на единицу длины срединной линии κ -го кольца.

С использованием вариационного принципа Кастильяно получено выражение первой вариации функционала (8) через переменные проектирования. В качестве таких переменных принимаются закон изменения толщины оболочек, функция, задающая распределение материала относительно поверхности приведения, размеры поперечных сечений колец и параметры, характеризующие относительное расположение оболочек и кольца. Выражение вариации используется для получения условий оптимальности сформулированной задачи при "конструктивных" ограничениях на толщины оболочечных элементов

$$h_H \le h \le h_B, \tag{9}$$

где h_H, h_B - минимально и максимально допустимые толщины, и изопериметрическом условии постоянства объема материала

$$V = 2\pi \int_{s_0}^{s_H} hr\,ds + 2\pi \sum_k \rho_k F_k = V_0.$$

Предполагается также, что способ распределения материала в оболочках задан, а геометрические параметры колец связаны условием Д. = $q_k F_k^2$, где q_k -параметр, постоянный для *к-го* кольца. Методом множителей Лагранжа получены необходимые условия оптимальности проекта составной оболочки

$$\frac{\partial \Phi}{\partial h} + \lambda = 0, \qquad \frac{\partial \Upsilon_k}{\partial F_k} + \lambda = 0, \quad \kappa = 1,2\ldots \; . \tag{10}$$

Определение оптимальных величин h и $F^\wedge$, $\kappa = 1,2\ldots$ сводится к совместному решению задачи расчета НДС и уравнений (10).

Предложен итерационный алгоритм поиска оптимального проекта, обобщающий алгоритм, известный в литературе, на случай составной оболочки и учета геометрической нелинейности. Алгоритм применялся для поиска оптимальных проектов оболочек различной геометрии, при различных условиях закрепления торцов и характере нагрузки. На рис.5 приведены результаты оптимизации цилиндрической оболочки с эллипсоидальными днищами, находящейся под действием внутреннего давления. Штриховые линии относятся к начальному проекту. В оптимальном проекте площадь поперечного сечения кольца А увеличивается; кольцо В вырождается, но вместо него возникает утолщение, снижающее уровень напряжений. Расчеты показали, что эффект снижения прогибов существенен в случае преобладания моментного напряженного состояния в начальных проектах оболочек. Для оболочечных элементов с большой безмоментной областью наблюдается только значительное уменьшение напряжений в местах их концентрации вследствие уменьшения в оптимальных проектах энергии деформации изгиба. Влияние геометрической нелинейности на оптимальные проекты в рассмотренных задачах оказалось невелико, поскольку эти проекты обладают меньшей податливостью, чем начальные проекты.

Рассмотрена задача оптимального распределения материала, обеспечивающего минимальное значение энергии деформации в нетонкой упругой оболочке вращения переменной толщины, находящейся под действием неосесимметричной нагрузки. Используются соотношения линейной теории оболочек средней толщины, учитывающей деформации поперечного сдвига. Расчет НДС проводится по методике, сочетающей разложение искомых функций в тригонометрические ряды по окружной координате с методом ортогональной прогонки. На основании вариационного принципа Лагранжа получены необходимые условия оптимальности проекта для ортотропного материала. По аналогии с алгоритмом оптимизации тонких оболочек построен итерационный алгоритм поиска оптимальной толщины нетонкой оболочки. Приведены решения задач оптимизации в случае осесимметричного распределения материала. Для задачи оптимизации кольцевой изотропной пластины, находящейся под действием распределенной нормальной нагрузки $P(\varphi) = P_0 \cos 4\varphi$ ($P_0 = const$), проведено сравнение с известным из литературы решением Н.Ольхоффа, полученным с использованием гипотез Кирхгофа - Лява и метода конечных элементов. Образование кольцевых ребер в оптимальных проектах работы Ольхоффа, зависящее от числа конечных элементов, при использовании предлагаемой методики не наблюдается. Разница в значениях функции $h(s)$ и характеристиках НДС проектов, полученных при разбиении радиуса пластины на 100, 200 и 400 отрезков, не превышает 1%. Доля энергии деформации поперечного сдвига в оптимальном проекте составляет 20% величины энергии деформации изгиба-кручения. Получены оптимальные проекты изотропной цилиндрической оболочки с жестко заделанными торцами, находящейся под действием нормального давления $P(\varphi) = P_0(1 + A \cos m\varphi)$, где P_o, A - постоянные, $m = 1,2,...$. Цель расчетов - исследование влияния возмущений осесимметричной нагрузки $(A = 0)$ на оптимальный проект и его характеристики. Показано, что при $m = 4$ и $A < 0.3$ эти возмущения не оказывают заметного влияния на закон $h = h(s)$, при $m = 1$ и $A = 0.1$ форма $h(s)$ существенно отличается от полученной при осесимметричной нагрузке. Оптимальное распределение материала уменьшает величину энергии деформации на 4-6% .

Глава IV посвящена оптимизации оболочек при интегральных критериях качества, когда использование вариационных принципов для исключения вариаций функций, характеризующих НДС оболочки, не представляется возможным. На основе анализа чувствительности проекта к изменениям толщины получены необходимые условия оптимальности проектов.

Рассматриваются задачи оптимального проектирования составных оболочек вращения, в которых искомыми переменными проектирования являются как толщины последовательно соединенных между собой оболочечных элементов, так и параметры подкрепляющих колец. Полагается, что составная оболочка характеризуется функционалом качества

$$J = J_0 + \sum_k J_{1k}, \tag{11}$$

где Jo является характеристикой оболочечных элементов составной оболочки

$$J_0 = \int_{s_0}^{s_H} f(y_0, h) r ds,$$

величина J_{1k} характеризует κ -ое кольцо

$$J_{1k} = \varphi(y_{1k}, \tau_k), \quad k = 1, 2, \ldots,$$

y_0 и y_{1k}- вектор переменных состояния, характеризующих НДС оболочек и κ -ого кольца

$$y_0 = (T_1, T_2, M_1, M_2, \omega_1, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \kappa_1, \kappa_2, u, w), \quad y_{1k} = (\zeta_k^0, \xi_k^0, \omega_k^0),$$

$\tau_k = (\rho_k, F_k, J_k)$ - вектор жесткостных параметров кольца.

Получено выражение первой вариации функционала (11) для случая учета геометрической и физической нелинейностей. На его основе выведено необходимое условие оптимальности для задачи оптимального распределения материала в оболочке заданного веса, когда в качестве функционала цели взято обобщенное перемещение. Разработан итерационный алгоритм решения задачи, обобщающий алгоритм, приведенный в работе В.И.Гололобова, на случай составной оболочки. Найдены оптимальные проекты кольцевой пластины при действии инерционной нагрузки для случаев, когда в качестве плоскости приведения взяты срединная и одна из ограничивающих плоскостей, а обобщенное перемещение представляет собой прогиб у отверстия. На рис.6 приведены результаты оптимизации конструкции, состоящей из сферической и конической оболочек, под действием инерционной нагрузки для случая, когда за поверхность приведения принята внутренняя ограничивающая поверхность, а обобщенным перемещением является интегральный прогиб сферической оболочки, ζ - осевое перемещение.

Получены выражение первой вариации интегрального функционала, характеризующего качество упругой анизотропной оболочки, через вариации жесткостных параметров, и сопряженная система уравнений. НДС оболочки описывается соотношениями геометрически нелинейной теории среднего изгиба, учитываются деформации поперечного сдвига. Для случая линейных соотношений вывод аналогичного выражения приведен в монографии В.А.Троицкого и Л.В.Петухова. Рассмотрен также вариант соотношений, основанных на гипотезах Кирхгофа - Лява. Получено условие оптимальности в задаче определения толщины оболочки с заданным объемом материала.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Предложен алгоритм метода продолжения решения по параметру для решения задачи о больших осесимметричных прогибах оболочек вращения. В качестве параметра продолжения используется длина дуги кривой равновесных состояний. Получены новые результаты решения задач о больших прогибах линейно-упругих и нелинейно-упругих сплюснутых эллипсоидальных оболочек вращения.

2. Разработаны алгоритмы поиска переменной или постоянной толщины равнопрочных и близких к равнопрочным элементов составных оболочек вращения при учете геометрической и физической нелинейностей. Получены проекты таких оболочек. Показано, что для оболочек, находящихся под действием равномерного внутреннего давления, учет физической и геометрической нелинейностей может приводить к проектам равнопрочных оболочек на 20-40% более легким, чем полученным при использовании линейных соотношений. Существенное влияние на проект оболочки может оказывать и способ распределения материала относительно заданной поверхности приведения.

3. Предложен алгоритм последовательной весовой оптимизации составной оболочки вращения при ограничениях по прочности в случае, когда искомыми проектными переменными являются толщины оболочечных элементов и параметры подкрепляющих колец. Основу алгоритма составляет метод комплексного поиска. Алгоритм позволяет находить рациональные проекты оболочек, для которых заданная нагрузка близка к критической. Получено решение ряда новых задач.

4. Предложена методика решения задачи оптимального распределения материала в оболочке наибольшей жесткости при учете геометрической нелинейности. Мерой жесткости выбрано значение дополнительной работы деформации. Получены необходимые условия оптимальности для составной оболочки вращения, в которой разыскиваются не только толщины оболочечных элементов, но и жесткостные параметры колец. Разработан итерационный алгоритм поиска оптимальных параметров. Исследовано влияние геометрической нелинейности на проект оболочки. Показано, что эффект снижения прогибов и напряжений значителен в случае преобладания моментного напряженного состояния в начальном проекте оболочки. Для оболочек с большой безмоментной областью этот эффект значительно меньше, но и в этом случае перераспределением материала можно существенно снизить напряжения в местах их концентрации. При этом во всех рассмотренных задачах наблюдается значительное уменьшение величины энергии деформации изгиба.

5. Разработана методика решения задачи рационального распределения материала в нетонкой ортотропной оболочке вращения. Критерием качества принято минимальное значение энергии деформации оболочки. Приведен вывод условий оптимальности. Исследовано влияние неосесимметричных возмущений осесимметричной нагрузки на оптимальный проект изотропной цилиндрической оболочки.

6. Получено выражение первой вариации интегрального функционала качества для составной оболочки вращения с нелинейно-упругими оболочечными элементами через вариации толщин оболочечных элементов и жесткостные параметры колец. На основе этого выражения записаны необходимые условия оптимальности для задачи минимизации функционала обобщенного перемещения в оболочке при заданном объеме материала. Разработан численный алгоритм решения задачи. Решены задачи оптимизации кольцевой пластины несимметричного строения и конструкции, состоящей из сферической и конической оболочек, находящихся под действием инерционной нагрузки.

7. Получено выражение первой вариации интегрального функционала, характеризующего качество тонкой упругой анизотропной оболочки, через вариации жесткостных параметров оболочки при учете геометрической нелинейности и деформации поперечного сдвига.

Основное содержание диссертации опубликовано в работах:

1. Малахов В.Г. К оптимизации оболочек вращения переменной толщины // Прочность и устойчивость оболочек. Труды семинара. Казань:

КФТИ КФАН СССР, 1977. Вып.9. С.57-63.

2. Малахов В.Г. Равнопрочные упругопластические оболочки вращения переменной толщины / М.С. Танеева, В.Г. Малахов // Исследования по теории оболочек. Труды семинара. Казань: КФТИ,КФАН СССР, 1978. Вып.Ю. С.143-152.

3. Малахов В.Г. Оптимальные составные оболочки вращения при учете геометрической и физической нелинейностей /М.С. Танеева, В.Г. Малахов // Труды XII Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин. Ереван: Изд-во Ереван.ун-та, 1980. Т.2. С.19-24.

4. Малахов В.Г. Алгоритм комплексного поиска в задачах весовой оптимизации оболочек вращения // Прочность и устойчивость оболочек. Труды семинара. Казань: КФТИ КФАН СССР, 1980. Вып.13. С.67-74.

5. Малахов В.Г. Большие осесимметричные прогибы и устойчивость упругопластической эллипсоидальной оболочки вращения переменной толщины / М.С. Танеева, В.Г. Малахов // Устойчивость пластин и оболочек. Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1981. С.26-28.

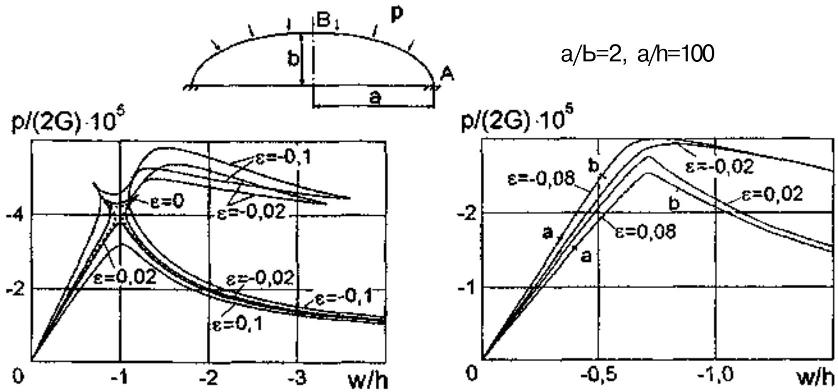
6. Малахов В.Г. К оптимизации оболочек вращения по жесткости при учете геометрической нелинейности// Исслед. по теории оболочек. Труды семинара. Казань: КФТИ КФАН СССР, 1982. Вып.15. С.111-119.

7. Малахов В.Г. Об одном алгоритме метода продолжения по параметру для решения осесимметричных задач о больших прогибах непологих оболочек вращения // Тезисы докл. II Респ. научно- технической конф. Брежнев, 1987. С.31.

8. Малахов В.Г. К оптимизации составных оболочек вращения при интегральных критериях качества // Исслед. по теории оболочек. Труды семинара. Вып.XXI, ч.1. Казань: Казанск. физ.-техн. ин-т КФАН СССР, 1988. С.51-63.

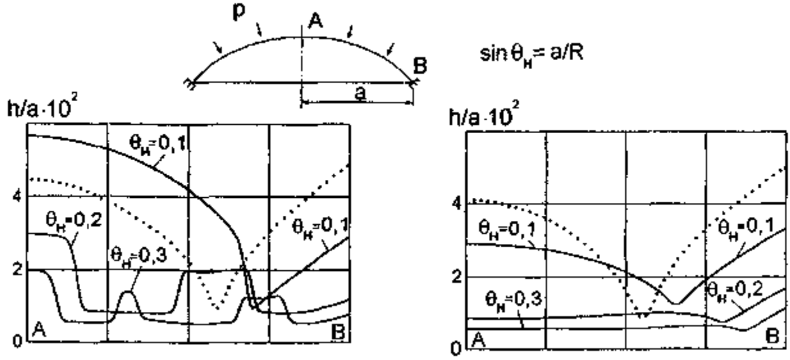
9. Малахов В.Г. О дифференцировании функционалов качества в задачах оптимизации жесткостей тонких упругих оболочек // Исслед. по теории оболочек. Труды семинара. Вып.XXI, ч.1. Казань: Казанск. физ.-техн. ин-т КФАН СССР, 1988. С.43-50.

10. Малахов В.Г. Поиск оптимальной толщины нетонкой оболочки вращения // Механика оболочек и пластин. Сборник докл. XIX Междунар. конф. по теории оболочек и пластин. Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 1999. С.135-140.



а **б**

Рис.1



а **б**

Рис.2

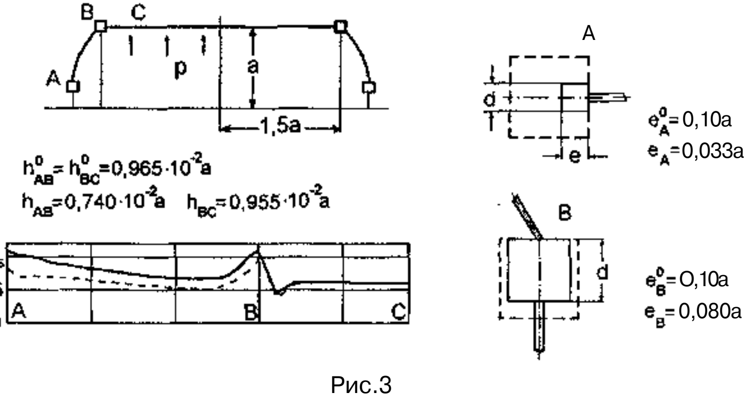


Рис.3

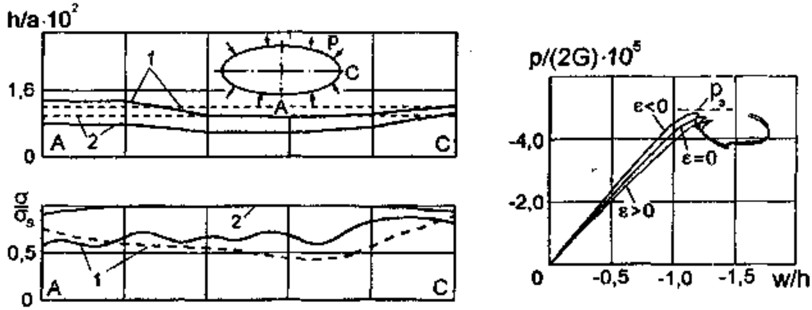


Рис.4

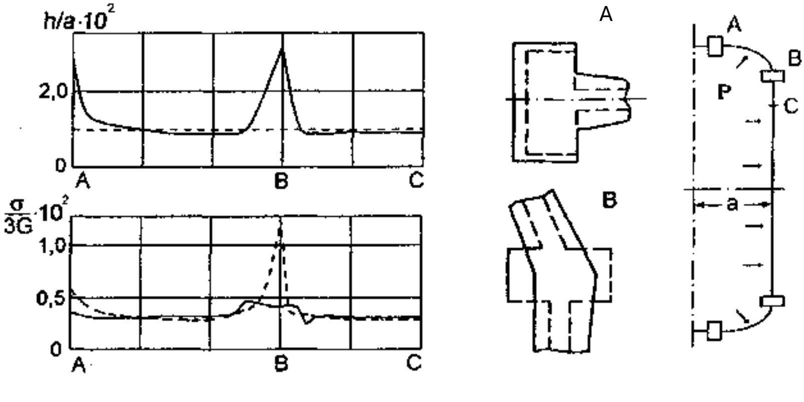


Рис.5

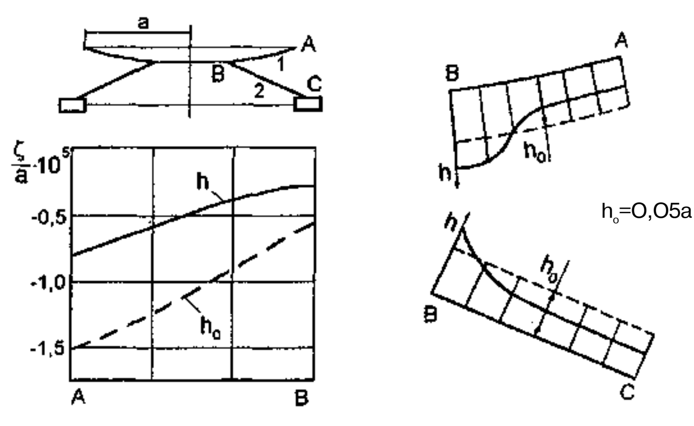


Рис.6