

0718236-1

На правах рукописи

КОНДРАШОВ АЛЕКСАНДР НИКОЛАЕВИЧ

**О ПРОБЛЕМЕ КОНФОРМНОГО ТИПА ПОДМНОГООБРАЗИЙ
ПСЕВДОЕВКЛИДОВА ПРОСТРАНСТВА**

01.01.01. – математический анализ

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Казань 2000



Работа выполнена на кафедре математического анализа и теории функций Волгоградского государственного университета.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, профессор В.М. Миклюков

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор С.Р. Насыров

кандидат физико-математических наук, доцент Е.Н. Сосов

Ведущая организация:

Институт математики СО РАН им. С.Л. Соболева

Защита состоится "26." октября 2000 г. в 14. час. на заседании диссертационного совета К 053.29.05 по математике при Казанском государственном университете по адресу: 420008, Кремлевская, 18, КГУ.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского Казанского государственного университета.

Автореферат разослан "13." сентября 2000 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА
КФУ



0000947887

В.В. Шурыгин

Общая характеристика работы

Актуальность проблемы. Объектом исследования настоящей диссертации являются двумерные пространственноподобные поверхности нулевой средней кривизны (в дальнейшем НСК-поверхности) в псевдоевклидовом пространстве, а также системы дифференциальных уравнений, описывающие такие поверхности.

Проводимые в диссертации исследования уходят своими корнями в теорию минимальных поверхностей в евклидовом пространстве, которая, с одной стороны, продолжает бурно развиваться в настоящее время по разным направлениям, а с другой — имеет результаты, ставшие классическими и широко известными благодаря работам Ф. Альмгрена, С.Н. Бернштейна, Л. Берса, Дж. Дугласа, И.С.С. Ниче, Р. Оссермана, А.В. Погорелова, Дж. Саймонза, Г. Федерера, Р. Финна, У. Флеминга, А.Т. Фоменко, а также в самые последние годы — Ю.А. Аминова, Э. Бомбьери, А.А. Борисенко, Э. Де Джорджи, Э. Джусти, О.В. Иванова, В.М. Миклюкова, У. Микса, И.Х. Сабитова, Л. Саймона, В.Г. Ткачева, А.А. Тужилина, Д. Хофмана и др.

В настоящее время возрос интерес к поверхностям нулевой средней кривизны в псевдоримановых многообразиях, что обусловлено применением разрабатываемого математического аппарата в теории релятивистской струны — одного из активно развивающихся направлений современной физики. Важные результаты по этой тематике, установленные Р. Бартником, Л. Саймоном, С. Ченгом и С. Яу, К. Экером, недавно получили свое развитие в работах В.М. Миклюкова, А. Трайберга, Х. Чоя, А.А. Клячина и В.А. Клячина.

Минимальные непараметрические поверхности $x_{n+1} = f(x_1, \dots, x_n)$ (т.е. поверхности заданные в явном виде, или графики) в пространстве $\mathbf{R}^{n+1}$ переменной $x = (x_1, \dots, x_n, x_{n+1})$ описываются квазилинейным дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{f_{x_1}}{\sqrt{1 + |\nabla f|^2}} \right) + \dots + \frac{\partial}{\partial x_n} \left(\frac{f_{x_n}}{\sqrt{1 + |\nabla f|^2}} \right) = 0, \quad (1)$$

где $f = f(x_1, \dots, x_n)$, $f_{x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i}$, а $|\nabla f|^2 = f_{x_1}^2 + \dots + f_{x_n}^2$.

В 1915 г. С.Н. Бернштейн (см. [1]) доказал свою знаменитую теорему, утверждающую, что при $n = 2$ любое целое решение $f = f(x_1, x_2)$ уравнения (1) является линейной функцией переменных x_1, x_2 . Эта теорема дала толчок развитию теории минимальных поверхностей в различных направлениях. В 60-е годы в цикле работ Ф.И. Альмгрена, Э. Бомбьеры, Э. Де Жиорджи, Э. Джусты, У. Флеминга, Дж. Саймона была решена известная проблема о справедливости аналога теоремы Бернштейна в пространствах размерности выше трех.

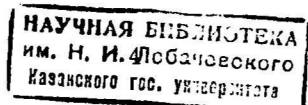
Ведя исследования в этом направлении, разные авторы получали результаты, обобщающие теорему Бернштейна и другие структурные теоремы для минимальных поверхностей. Так, например, в работах Л. Берса, В.М. Миклюкова, И.С.С. Ниче, Р. Оссермана, Р. Финна теорема Бернштейна была распространена на различные классы уравнений типа минимальных поверхностей. В статьях Л. Саймона, В.М. Кессельмана были получены геометрические обобщения теоремы Бернштейна для поверхностей с квазиконформным гауссовым образом, а в работе В.Г. Ткачева данная теорема была установлена для двумерных p -минимальных поверхностей.

В 1970 г. Калаби предложил рассматривать дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{f_{x_1}}{\sqrt{1 - |\nabla f|^2}} \right) + \dots + \frac{\partial}{\partial x_n} \left(\frac{f_{x_n}}{\sqrt{1 - |\nabla f|^2}} \right) = 0, \quad (2)$$

где $|\nabla f|^2 = f_{x_1}^2 + \dots + f_{x_n}^2 < 1$, описывающее максимальные пространственноподобные гиперповерхности в пространстве Минковского. Калаби установил справедливость теоремы Бернштейна для уравнения (2) при $n \leq 4$. Несколько позже (1976) Ченгом и Яу было показано, что для уравнения (2), в отличие от уравнения (1), теорема Бернштейна справедлива при всех $n \geq 2$.

Другой традиционной задачей теории минимальных поверхностей является описание асимптотического поведения поверхности «на бесконечности». Исследования, ведущиеся в этом направлении, бази-



руются на том факте, что сужение координатной функции на минимальную поверхность будет гармонической функцией в метрике этой поверхности. Тем самым имеется риманово многообразие, на котором а priori задан класс гармонических функций. В связи с этим важное значение приобретает знание конформного типа данного многообразия. Из авторов, рассматривавших асимптотическое поведение НСК-поверхностей «на бесконечности», можно назвать Л. Берса, Л. Саймона, В.М. Миклюкова.

Отметим, что кроме непараметрических поверхностей в работах [5, 6] исследовались минимальные поверхности трубчатого типа и поверхности с краем — минимальные ленты, а в работах [4], [8]—[10] аналогичные поверхности в пространстве Минковского.

Цель работы:

- Получение аналогов теоремы Бернштейна для двумерных пространственноподобных НСК-поверхностей в псевдоевклидовом пространстве, заданных в непараметрической форме.
- Получение признаков, гарантирующих параболичность конформного типа индуцированной метрики двумерных пространственноподобных непараметрических поверхностей, и их применение для исследования поведения таких поверхностей «на бесконечности».
- Изучение систем дифференциальных уравнений, описывающих двумерные непараметрические НСК-поверхности в псевдоевклидовом пространстве.

Методика исследования. Основные результаты диссертации основаны на использовании параболичности конформного типа метрик рассматриваемых поверхностей, возможности глобальной конформной параметризации таких поверхностей и применении методов теории функций.

Научная новизна, теоретическая и практическая ценность.

Все представленные в диссертации результаты, кроме обзорно-подготовительного § 1.1, являются новыми. Работа носит теоретический характер. На защиту выносятся следующие результаты:

- 1) аналог теоремы Р. Оссермана о глобальном представлении для целых двумерных непараметрических пространственноподобных НСК-поверхностей в псевдоевклидовом пространстве;
- 2) обобщения теоремы С.Н. Бернштейна для систем квазилинейных дифференциальных уравнений, описывающих двумерные непараметрические НСК-поверхности в псевдоевклидовом пространстве;
- 3) признаки параболичности конформного типа метрики для обобщенных поверхностей и для пространственноподобных непараметрических поверхностей в псевдоевклидовом пространстве;
- 4) теоремы о геометрических свойствах решений класса систем дифференциальных уравнений типа НСК.

Результаты диссертации могут быть использованы при исследовании НСК-поверхностей в псевдоевклидовом пространстве, а также при изучении свойств решений некоторых нелинейных систем дифференциальных уравнений с частными производными.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на летней школе-конференции «Алгебра и анализ», посвященной 100-летию со дня рождения Б.М. Гагаева (июнь 1997 г., г. Казань); международной конференции по геометрии «в целом» (сентябрь 1997 г., г. Черкассы, Украина); молодежной научной школе-конференции по теории функций (сентябрь 1998 г., г. Казань); международной конференции по анализу и геометрии, посвященной 70-летию Ю.Г. Решетняка (август—сентябрь 1999 г., г. Новосибирск); на научных конференциях профессорско-преподавательского состава ВолГУ (1996—1999 гг.).

Публикации. Основные результаты диссертации изложены в публикациях [12]---[18].

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, разбитых на девять параграфов, списка литературы и изложена на 95 страницах. В работе используется подчиненная нумерация. При этом нумерация параграфов и формул подчинена нумерации глав, нумерация определений, лемм, теорем, примеров и замечаний — нумерации параграфов. Библиография диссертации содержит 64 наименования.

Обзор содержания работы

Во введении диссертации характеризуется научное направление, круг решаемых задач, их актуальность и методы исследования. Приведен краткий перечень полученных результатов.

Первая глава диссертации посвящена обобщению теоремы С.Н. Бернштейна на непараметрические пространственноподобные НСК-поверхности в псевдоевклидовом пространстве, заданные над плоскостями с различной индуцированной структурой.

В § 1.1 напоминаются некоторые понятия геометрии псевдоевклидова пространства E_r^{n+r} , обобщаются известные факты теории поверхностей в евклидовом пространстве. В частности, на псевдоевклидов случай распространяется хорошо известное условие изотермичности локальных координат, заданных на двумерной НСК-поверхности. В случае E^3 это условие служит основой для получения представления Вейерштрасса, играющего ключевую роль при исследовании минимальных поверхностей в этом пространстве. В целом § 1.1 носит обзорно-подготовительный характер.

Пространство E_r^{n+r} рассматривается в настоящей диссертации как прямая сумма вида

$$E_r^{n+r} = E_{r-\nu}^{n+r-2} \oplus E_\nu^2,$$

где ν принимает в качестве значений 0, 1 или 2, а любой его элемент

χ как сумма

$$\chi = y + x, \quad y \in E_{r-\nu}^{n+r-2}, \quad x \in E_{\nu}^2.$$

При этом в E_r^{n+r} выбираются координаты $y_1, \dots, y_{n+r-2}, x_1, x_2$ так, что в них выполнено:

$$\begin{aligned}\chi &= (y_1, \dots, y_{n+r-2}, x_1, x_2), \\ y &= (y_1, \dots, y_{n+r-2}, 0, 0), \\ x &= (0, \dots, 0, x_1, x_2),\end{aligned}$$

и в зависимости от ν метрика в $E_r^{n+r} = E_{r-\nu}^{n+r-2} \oplus E_{\nu}^2$ имеет вид

$$\begin{aligned}ds^2 &= - \sum_{i=1}^r dy_i^2 + \sum_{i=r+1}^{n+r-2} dy_i^2 + dx_1^2 + dx_2^2, \quad \text{при } \nu = 0, \\ ds^2 &= - \sum_{i=1}^{r-1} dy_i^2 + \sum_{i=r}^{n+r-2} dy_i^2 - dx_1^2 + dx_2^2, \quad \text{при } \nu = 1, \\ ds^2 &= - \sum_{i=1}^{r-2} dy_i^2 + \sum_{i=r-1}^{n+r-2} dy_i^2 - dx_1^2 - dx_2^2, \quad \text{при } \nu = 2.\end{aligned}$$

Ортонормированный базис, ассоциированный с этими координатами, обозначим через $e_1, \dots, e_{n+r}$.

Непараметрическими поверхностями в псевдоевклидовом пространстве называются поверхности, являющиеся графиками отображений вида

$$y = f(x) : \Omega \subset E_{\nu}^2 \rightarrow E_{r-\nu}^{n+r-2}, \quad (3)$$

где $f(x) = (f_1(x), \dots, f_{n+r-2}(x), 0, 0)$ – некоторая вектор-функция класса C^2 . В случае $\nu = 0$ (соответственно $\nu = 1, \nu = 2$) мы говорим, что поверхность задана над *евклидовой плоскостью* (соответственно *плоскостью Минковского, антиевклидовой плоскостью*).

В проводимых исследованиях рассматриваются поверхности, у которых первая фундаментальная форма положительно определена. Такие поверхности для краткости называются *пространственноподобными* [2].

Квадрат линейного элемента длины метрики непараметрической поверхности вычисляется по формуле:

$$ds^2 = (e_{n+r-1}^2 + p^2)dx_1^2 + 2\langle p, q \rangle dx_1 dx_2 + (e_{n+r}^2 + q^2)dx_2^2,$$

где $p^2, q^2, \langle p, q \rangle$ — скалярные квадраты и произведение векторов $p = f_{x_1}$ и $q = f_{x_2}$ в E_r^{n+r} .

В § 1.2 найдены дифференциальные соотношения, описывающие двумерные непараметрические НСК-поверхности. В векторной форме эти соотношения можно записать двумя эквивалентными способами:

$$(e_{n+r}^2 + q^2)p_{x_1} - \langle p, q \rangle(p_{x_2} + q_{x_1}) + (e_{n+r-1}^2 + p^2)q_{x_2} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{e_{n+r}^2 + q^2}{W} p - \frac{\langle p, q \rangle}{W} q \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(-\frac{\langle p, q \rangle}{W} p + \frac{e_{n+r-1}^2 + p^2}{W} q \right) = 0,$$

где $W = \sqrt{(e_{n+r}^2 + q^2)(e_{n+r-1}^2 + p^2) - \langle p, q \rangle^2}$. Для каждого значения ν вид этих соотношений детализируется. При этом возникают три разные пары уравнений НСК-поверхности — над евклидовой плоскостью, плоскостью Минковского и антиевклидовой плоскостью соответственно.

В § 1.3 известная теорема Р. Оссермана [11] распространена на псевдоевклидов случай следующим образом.

Теорема 1.3.1. *Предположим, что целая непараметрически заданная НСК-поверхность $\mathcal{M}$ в $E_r^{n+r} = E_{r-\nu}^{n+r-2} \dot{+} E_\nu^2$, заданная (3), имеет знакоопределенную метрику. Тогда существует линейное преобразование вида*

$$x_1 = u_1,$$

$$x_2 = au_1 + bu_2, \quad b > 0,$$

такое, что если для $k = 1, 2, \dots, n + r - 2$ положить

$$f_k^*(u_1, u_2) = f_k(u_1, au_1 + bu_2),$$

то будут справедливы утверждения:

- (a) u_1, u_2 — изотермические координаты на M ;
 (b) $f_k^*(u_1, u_2)$ — гармонические функции;
 (c) если положить $u = u_1 + iu_2$, $c = a - ib$, $\varphi_k^*(u) = \frac{\partial f_k^*}{\partial u_1} - i \frac{\partial f_k^*}{\partial u_2}$, то
 будет верно равенство

$$\sum_{k=1}^{n+r-2} \varphi_k^{*2} e_k^2 = -e_{n+r-1}^2 - c^2 e_{n+r}^2.$$

Это утверждение является ключевым результатом первой главы, на основе которого получены аналоги теоремы Бернштейна для систем, описывающих непараметрические пространственноподобные НСК-поверхности над двумерными плоскостями различных типов. С геометрической точки зрения данные результаты выражаются следующими двумя утверждениями.

Теорема 1.4.5. *Предположим, что целая непараметрическая пространственноподобная НСК-поверхность M в $E_r^{n+r} = E_{r-\nu}^{n+r-2} \dot{\div} E_\nu^2$ заключена внутри многогранного угла, определяемого неравенствами*

$$\langle a_i, \chi \rangle \geq \gamma_i, \quad i = 1, \dots, n - 2 + \nu,$$

где $\gamma_i \equiv \text{const.}$ а $a_i \in E_r^{n+r}$ — постоянные векторы, ортогональные подпространству переменных $y_1, \dots, y_{r-\nu}$, проекции которых на плоскость переменных $y_{r-\nu+1}, \dots, y_{n+r-2}$ линейно независимы.

Тогда M является двумерной плоскостью, лежащей в $(r - \nu + 2)$ -мерной плоскости вида

$$\begin{aligned} \langle a_i, \chi \rangle &= \gamma'_i, \quad \gamma'_i \equiv \text{const.} \\ i &= 1, \dots, n - 2 + \nu. \end{aligned}$$

Теорема 1.4.6. *Любая целая непараметрическая пространственноподобная НСК-поверхность M в $E_r^{r+2} = E_r^r \dot{\div} E^2$ является двумерной плоскостью.*

Глава 2 посвящена исследованию свойств непараметрических пространственноподобных НСК-поверхностей в $E_r^{n+r} = E_{r-\nu}^{n+r-2} \dot{+} E_\nu^2$, заданных над внешностью компактного множества $K \subset E_\nu^2$.

В § 2.1 рассматриваются обобщенные поверхности $\mathcal{F} = (\Omega, ds^2)$, где Ω — область в пространстве $\mathbf{R}^2$ переменной $x = (x_1, x_2)$, а

$$ds^2 = h_{11}(x)dx_1^2 + 2h_{12}(x)dx_1dx_2 + h_{22}(x)dx_2^2$$

— риманова метрика, заданная в этой области.

Следующая теорема дает частичный ответ в задаче Милнора [7] об определении конформного типа двумерной поверхности по ее внутренним характеристикам.

Теорема 2.1.1. Пусть $\mathcal{F} = (\Omega, ds^2)$ — обобщенная поверхность, заданная над внешностью компакта K в пространстве $\mathbf{R}^2$ переменных x_1, x_2 . Если координатные функции x_1, x_2 гармоничны в метрике поверхности $\mathcal{F}$:

$$\Delta x_1 = 0, \Delta x_2 = 0, \quad (4)$$

то $\mathcal{F}$ параболична «на бесконечности».

Теорема 2.1.1 допускает следующую геометрическую формулировку.

Теорема 2.1.3. Если вектор средней кривизны H_m пространственноподобной поверхности $\mathcal{M} \subset E_r^{n+r} = E_{r-\nu}^{n+r-2} \dot{+} E_\nu^2$, непараметрически заданной над внешностью компакта $K \subset E_\nu^2$, в каждой точке $m \in \mathcal{M}$ ортогонален E_ν^2 , то метрика этой поверхности параболична «на бесконечности».

В § 2.2 результат теоремы 2.1.3 используется для изучения асимптотического поведения «на бесконечности» непараметрических пространственноподобных НСК-поверхностей.

Пусть $e \in E_r^{n+r} = E_{r-\nu}^{n+r-2} \dot{+} E_\nu^2$ — некоторый фиксированный вектор, и пусть $f_e(x) = \langle \chi(x), e \rangle$, где $\chi(x) = (f_1(x), \dots, f_{n+r-2}(x), x_1, x_2)$ — вектор-функция, задающая НСК-поверхность, расположенную над

внешностью компактного множества в E_ν^2 . Обозначим через $C(f_e)$ множество предельных значений функции $f_e(x)$ при $x \rightarrow \infty$.

Доказана следующая теорема, дающая описание структуры этого множества.

Теорема 2.2.1. *При сделанных относительно поверхности M предположениях $C(f_e)$ либо состоит из одной точки расширенной прямой $\overline{R}$, либо совпадает со всей этой прямой, то есть $C(f_e) = \overline{R}$.*

Отметим, что теорема 2.2.1 близка к полученным ранее в [5, 6] результатам об «уплощении» двумерной минимальной трубки «на бесконечности» в евклидовом пространстве и аналогичному результату в [10] для максимальных трубок в пространстве Минковского.

Если средняя кривизна H_m поверхности M удовлетворяет условию

$$\langle H_m, e \rangle e^2 \geq 0 \text{ (соответственно, } \langle H_m, e \rangle e^2 \leq 0),$$

где e — некоторый фиксированный неизотропный вектор, то говорится, что средняя кривизна неотрицательна (соответственно неположительна) в направлении вектора e .

В § 2.2 получена следующая теорема.

Теорема 2.2.2. *Пусть M — целая двумерная пространственноподобная поверхность в $E_{r+r}^{n+r} = E_{r-\nu}^{n+r-2} \div E_\nu^2$, заданная в непараметрическом виде. Предположим, что M не пересекает некоторую неизотропную гиперплоскость Π , а ее средняя кривизна H_m в каждой точке $m \in M$ ортогональна E_ν^2 и неотрицательна в направлении нормали к Π , внешней по отношению к тому из полупространств, разделенных гиперплоскостью Π , которое содержит поверхность M . Тогда M лежит в некоторой гиперплоскости Π_1 , параллельной Π .*

Это утверждение можно интерпретировать как геометрическую версию теоремы Лиувилля для субгармонических функций.

Глава 3 посвящена изучению геометрических свойств поверхностей

в евклидовом пространстве, заданных решениями

$$y = f(x) = (f_1(x), \dots, f_N(x)) : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^N,$$

систем дифференциальных уравнений вида:

$$\sum_{i,j=1}^2 \frac{d}{dx_i} (A_{ij}(x, f, f_{x_1}, f_{x_2}) f_{x_j}) = 0,$$

где $A_{ij}(x, y, \xi, \zeta)$ ($i, j = 1, 2$, $A_{ij} = A_{ji}$) — вещественные функции класса C^1 переменных $x_1, x_2; y_1, y_2, \dots, y_N; \xi_1, \dots, \xi_N; \zeta_1, \dots, \zeta_2$, удовлетворяющие структурному условию:

$$A_{11}A_{22} - A_{12}^2 = 1.$$

Для этого класса поверхностей нами введен термин — « $\mathcal{A}$ -поверхности».

Понятие « $\mathcal{A}$ -поверхности» является обобщением понятия НСК-поверхности в псевдоевклидовом пространстве.

В § 3.1 вводятся необходимые понятия и определения. Показывается, что в классе $\mathcal{A}$ -поверхностей можно естественным образом выделить два подкласса — поверхности классов $\mathcal{A}^+$ и $\mathcal{A}^-$, которые являются аналогами НСК-поверхностей в псевдоевклидовых пространствах с положительно и, соответственно, отрицательно определенными метриками.

В § 3.2 найдены признаки справедливости теоремы Бернштейна для $\mathcal{A}$ -поверхностей в форме теоремы 1.4.5.

В § 3.3 доказан более общий вариант сформулированной выше теоремы 2.2.1 (теорема 3.3.1) и получена геометрическая версия теоремы Ляувилля (теорема 3.3.2).

В § 3.4, следуя В.М. Миклюкову, вводится понятие трубчатой поверхности. Методом, развитым в работах [5, 6], для $\mathcal{A}$ -трубок класса $\mathcal{A}^+$ получены следующие результаты характеризующее их геометрическое строение.

Теорема 3.4.1. Пусть $\mathcal{M} \subset \mathbb{R}^N$ — целая трубчатая поверхность класса $\mathcal{A}^+$. Если существует гиперплоскость Π , не пересекающая

M , то M содержится в некоторой гиперплоскости Π_1 , параллельной Π .

Теорема 3.4.2. Пусть M — трубчатая относительно вектора $e \in \mathbf{R}^N$ поверхность класса A^+ , имеющая своей проекцией $(a, +\infty)$. Пусть $p \in \mathbf{R}^N$ — некоторый фиксированный вектор, и пусть $\rho(t) = \max_{\Sigma_t}(y, p)$. Предположим, что $\rho(t_0) \leq \rho_0 < \infty$ при некотором $t_0 \in (a, +\infty)$. Тогда либо $\rho(t) \leq \rho_0$ при $t > t_0$, либо

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\rho(t)}{t} > 0.$$

Заметим, что теорема 3.4.2 является геометрической версией теоремы типа Фрагмена—Линделефа.

Пользуясь случаем, автор выражает искреннюю благодарность своему научному руководителю В.М. Миклюкову, а также В.Г. Ткачеву, В.И. Пелиху, В.А. Клячину, А.Г. Лосеву за ценные советы, данные автору при подготовке текста диссертации, и всем коллегам, принявшим участие в обсуждении работы на семинаре «Нелинейный анализ».

Список литературы

1. *Бернштейн С.Н.* Об одной геометрической теореме и ее приложениях к уравнениям в частных производных эллиптического типа // *Бернштейн С.Н. Собр. соч. Т. 3. М.: Изд-во АН СССР. 1960.*
2. *Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т.* Современная геометрия. Методы и приложения. М.: Наука, 1986.
3. *Миклюков В.М.* Об одном новом подходе к теореме Бернштейна и близким вопросам уравнений типа минимальной поверхности // *Мат. сб. 1979. Т. 108(150). № 2. С. 268—289.*
4. *Миклюков В.М.* Максимальные трубки и ленты в пространстве Минковского // *Мат. сб. 1992. Т. 183. № 12. С. 45—76.*
5. *Миклюков В.М.* О некоторых свойствах трубчатых минимальных поверхностей в $\mathbf{R}^n$ // *ДАН СССР. 1979. Т. 247. № 3. С. 549—552.*
6. *Миклюков В.М., Ткачев В.Г.* Некоторые свойства трубчатых минимальных поверхностей произвольной коразмерности // *Мат. сб. 1989. Т. 180(222). С. 1278—1295.*
7. *Milnor J.* On deciding whether a surface is parabolic or hyperbolic // *Amer. Math. Monthly. 1977. V. 60. № 3. P. 397—416.*
8. *Клячин В.А., Миклюков В.М.* Условия конечности времени существования максимальных трубок и лент в искривленных лоренцевых произведениях // *Изв. РАН. Сер. мат. 1994. Т. 58. № 3. С. 196—210.*
9. *Клячин В.А., Миклюков В.М.* Максимальные гиперповерхности трубчатого типа в пространстве Минковского // *Изв. АН СССР. Сер. мат. 1991. Т. 55. № 1. С. 206—217.*
10. *Клячин В.А.* Максимальные трубчатые поверхности произвольной коразмерности в пространстве Минковского // *Изв. РАН. Сер. мат. 1993. Т. 57. № 4. С. 118—131.*

11. *Оссерман Р.* Минимальные поверхности // *Успехи мат. наук.* 1967. Т. 22. В.4. С. 55—136.

Список работ, опубликованных по теме диссертации

12. *Кондрашов А.Н.* Двумерные минимальные поверхности в псевдоевклидовом пространстве // *ДАН России.* 1999. Т. 365. № 3. С. 319—321.
13. *Кондрашов А.Н.* Признаки параболичности типа поверхностей заданной средней кривизны в псевдоевклидовом пространстве // Тез. докл. междунар. конф. по геометрии «в целом». Черкассы. 1997. С. 23—24.
14. *Кондрашов А.Н.* Об одном признаке параболичности римановой метрики на плоскости // *Тр. Мат. центра им. Н.И. Лобачевского.* Казань: Изд-во «Казанское мат. общество»: Изд-во УНИПРЕСС. 1998. С. 238—241.
15. *Кондрашов А.Н.* Двумерные поверхности нулевой средней кривизны в псевдоевклидовом пространстве / ВолГУ Волгоград, 1998. Деп. в ВИНТИ. 26.10.98. № 3082-В98.
16. *Кондрашов А.Н.* Геометрические свойства одного класса систем дифференциальных уравнений / ВолГУ Волгоград, 1998. Деп. в ВИНТИ. 7.12.98. № 3585-В98.
17. *Кондрашов А.Н.* Теорема Бернштейна для систем уравнений типа НСК // Тез. докл. международной конференции по анализу и геометрии, посвященной 70-летию академика Ю.Г. Решетняка. Новосибирск: Изд-во института математики СО РАН. 1999.
18. *Кондрашов А.Н.* Об одном признаке параболичности римановой метрики на плоскости // В сб. Научные школы Волгоградского государственного университета. Геометрический анализ и его приложения. Волгоград: Изд-во ВолГУ. 1999.

2-00

Подписано в печать 22.08.2000 г. Формат 50×84/16. Бумага типографская № 1.
Гарнитура Таймс. Усл.-печ. л.1. Тираж 100 экз. Заказ 339

Издательство Волгоградского государственного университета.
400062, Волгоград, ул. 2-я Продольная, 30.