КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Долганов Сергей Александрович

ПОСТРОЕНИЕ КРЫЛОВЫХ ПРОФИЛЕЙ ПО ЗАДАННЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯМ ТОЛЩИНЫ И НАГРУЗКИ

01.02.05 — механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Казань — 2000

Работа выполнена в отделе краевых задач Научно-исследовательского института математики и механики им. Н.Г.Чеботарева Казанского государственного университета.

Научный руководитель:	доктор физико-математических наук, профессор, Заслуженный деятель науки России и Татарстана Н.Б.Ильинский.
Официальные оппоненты:	доктор технических наук, профессор, Заслуженный деятель науки и техники Татарстана В.Г.Павлов,
	кандидат физико-математических наук, доцент М.С.Галявиева.
Ведущая организация:	Самарский государственный аэрокосмический университет, г.Самара.

Защита состоится 5 октября 2000 г. в 14 часов 30 минут на заседании диссертационного совета Д053.29.01 при Казанском государственном университете по адресу: 420008, Казань, ул. Кремлевская, 18.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Казанского государственного университета.

Автореферат разослан 4 сентября 2000 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физ.-мат. наук, доцент А.А.Саченков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. В последнее время интерес к проблеме построения крыловых профилей, обладающих заранее заданными свойствами, возрос. Сложность в доведении теоретических результатов до числа и графика связана с выполнением условий разрешимости задач и физической реализуемости решений. Поэтому практический и теоретический интерес представляют обратные краевые задачи аэрогидродинамики (ОКЗА), где предпринимается попытка задать такие характеристики, чтобы построенный по ним профиль удовлетворял условиям разрешимости. В настоящей работе изначально задан хордовый закон распределения толщины и нагрузки по искомому профилю. При таком подходе, когда задано распределение толщины, автоматически выполняется условие замкнутости и снимается проблема однолистности получаемого решения. Второе условие разрешимости — условие совпадения скоростей на бесконечности легко реализуется. Преимущество также еще и в том, что помимо аэрогидродинамических характеристик (распределение нагрузки) задаются и геометрические характеристики искомого профиля (распределение толщины).

Целью настоящей диссертации является решение задач аэродинамического проектирования крыловых профилей и прямых решеток профилей численно-аналитическим способом на основе теории ОКЗА по хордовым распределениям толщины и нагрузки; обобщение этих способов на случай дозвукового потока газа и на случай вязкости; разработка вычислительных алгоритмов и их численная реализация; проведение числовых расчетов и их анализ; исследование зависимости статической устойчивости от заданных распределений толщины и нагрузки; модификация распределений толщины и нагрузки с целью улучшения статической устойчивости; построение статически устойчивых крыловых профилей и профилей дельтапланов.

Научная новизна. В диссертации разработан численно-аналитический способ решения ОКЗА по хордовой диаграмме толщины и нагрузки для изолированного крылового профиля и прямой однорядной решетки профилей. Построена замкнутая система интегро-дифференциальных уравнений, для решения которой предложен итерационный процесс. Результаты обобщены на случаи учета сжимаемости и вязкости потока газа. Разработан способ модификации распределений толщины и нагрузки с целью улучшения статической устойчивости и статического равновесия. Построены статически устойчивые изолированный крыловой профиль и профиль дельтаплана. Приведена зависимость перемещений и поворота пилота дельтаплана от угла атаки для сохранения статической устойчивости и равновесия. Разработаны алгоритмы численной реализации решений задач.

Достоверность полученных результатов обеспечивается: в аналитических решениях — обоснованным применением математических моделей и методов решения задач, строгостью применяемого математического аппарата; в численных решениях — решением тестовых задач и совпадением с известными результатами.

Практическая ценность. Разработанные в диссертации вычислительные алгоритмы и рассчитанные профиля могут использоваться для проектирования крыльев и гидродинамических решеток не только в случае идеальной несжимаемой жидкости (ИНЖ). но и с учетом сжимаемости и вязкости потока. Проектировщик может моделировать статически устойчивые и равновесные крыловые профили, а также профили дельтапланов.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались: на научных семинарах отдела краевых задач НИИММ им. Н.Г. Чеботарева (руководитель — профессор Н.Б. Ильинский), на итоговых научных конференциях Казанского государственного университета (1996–2000гг.) и студенческих конференциях Казанского государственного университета (1995–1997гг.), на II Республиканской научной конференции молодых ученых и специалистов (г.Казань, 1996), на Международной научно-технической конференции "Механика Машиностроения" (г.Набережные Челны, 1997), на Всероссийской молодежной научной школе-конференции по математическому моделированию процессов, геометрии и алгебре (г.Казань, 1997), на Всероссийской междисциплинарной научной конференции "Третьи Вавиловские чтения" (г.Йошкар-Ола, республика Марий Эл, 1999), на Девятом Всероссийском семинаре по управлению движением и навигацией летательных аппаратов (г.Самара, 1999), на Всероссийской научной конференции "Краевые задачи и их приложения" (г.Казань, 1999), на Международной научно-технической конференции молодых ученых и специалистов "Современные проблемы аэрокосмической науки и техники" (г.Жуковский, ЦАГИ, 2000).

Кроме того, тезисы докладов опубликованы в материалах Международной конференции "Математические модели и методы их исследования (задачи механики сплошной среды, экологии, технологических процессов, экономики)" (г.Красноярск, 1999) и Международной научной конференции "Моделирование, вычисление, проектирование в условиях неопределенности — 2000 (г.Уфа, 2000), участия в которых я, к сожалению, принять не смог.

Публикации. Основное содержание диссертации опубликовано в 10 работах, список которых приведен в конце автореферата.

Содержание, структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Содержит 125 страниц, 3 таблицы и 29 рисунков. Библиографический список состоит из 102 наименований источников отечественных и зарубежных авторов.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении кратко анализируется развитие и состояние задач, посвященных построению крыловых профилей методами ОКЗА. На основе этого обосновываются цели исследования и ее актуальность. Изложено краткое содержание диссертации по главам и сформулированы положения, выносимые на защиту.

В первой главе развит численно-аналитический способ Н.Б.Ильинского и Д.В.Полякова [1] построения профилей в несжимаемой жидкости.

В **§ 1** дан обзор литературы построения крыловых профилей по хордовой диаграмме скорости $v(x)$, по распределениям толщины $h(x)$ и скорости $v(x)$ по одной из сторон, а также по распределениям толщины $h(x)$ и нагрузки $p(x)$.

Среди большого количества исследований ОКЗА по $v(x)$ в рамках модели ИНЖ выделяют две основные группы. В первой для решения задачи используются представления искомых функций (потенциала скорости φ и функции тока ψ) в виде соответствующих потенциалов. Выражая краевые условия задачи через интегральные представления искомых функций, получают интегро-дифференциальные уравнения, эквивалентные

[1] Ильинский Н.Б., Поляков Д.В. Построение крылового профиля с заданными аэродинамическими и геометрическими характеристиками // Изв. вузов. Авиац. техника. — 1994. — № 3. —С. 47-52.

ОКЗА. Решением этих уравнений итерационным способом занимались Т.А.Васильева, З.Х.Нугманов, В.А.Овчинников, В.Г.Павлов, Г.А.Павловец, В.М.Романов, Н.Д.Самознаев, М.Г.Шарафеев. Другой подход к выводу интегральных уравнений методами потенциальной теории заключается в том, что по хорде или средней линии профиля непрерывно распределяются гидродинамические особенности, интенсивности которых подбираются так, чтобы одна из линий тока суммарного течения совпадала с контуром профиля. Такие задачи решали А.Я.Бокарева, Г.И.Майкапар, А.И.Слуцкий.

Вторую группу исследований ОКЗА представляют работы М.С.Галявиевой, Н.И.Глебова, О.М.Киселева, Г.Г.Тумашева, М.Т.Нужина, В.Д.Чугунова, базирующиеся на отыскании конформного отображения внешности единичного круга в канонической плоскости на внешность искомого профиля в физической плоскости. Различные итерационные способы решения ОКЗА по хордовой диаграмме, основанные на конформных отображениях, развиты в работах Г.И.Костычева, Л.Я.Панова, Р.Б.Салимова, П.Н.Шкляева, В.М.Шурыгина, J.Sato. Для удовлетворения условиям разрешимости используются различные приемы.

В отдельную группу следует выделить работы Н.Б.Ильинского, Д.В.Полякова, С.Д.Косторного, А.А.Литвиенко, в которых требуется найти форму крылового профиля по заданным распределениям толщины $h(x)$ и скорости $v(x)$ на одной из его сторон. Для вывода интегро-дифференциальных уравнений был использован либо метод конформных отображений, либо потенциалов. Одинаковой по постановке с нашей работой является работа А.Д.Хамзаева [2], где методами потенциальной теории решается ОКЗА по распределениям толщины $h(x)$ и нагрузки $p(x)$. В нашей работе решение этой задачи основано на теории конформных отображений.

В § **2** приведена постановка ОКЗА по хордовой диаграмме толщины и нагрузки и построено аналитическое решение. Искомый непроницаемый крыловой профиль ABC (рис. 1, а, сплошная линия) с гладким контуром и острой кромкой B в физической плоскости $z = x + iy$ обтекается плоскопараллельным установившимся потенциальным потоком ИНЖ с заданной величиной v_∞ скорости на беско-

[2]Хамзаев А.Д. Итерационный метод решения смешанной обратной задачи для крыла конечного размаха при заданных распределениях толщины и нагрузки. — Москва. — 1990. —14с. — Деп. в ВИНИТИ АН СССР. 08.08.85. — № 5942–85.

нечности. Система координат выбрана так, что ось абсцисс направлена вдоль хорды профиля (отрезка, соединяющего максимально удаленные точки профиля), а начало координат совпадает с передней кромкой C. Длина хорды b принята за единицу. Предполагается, что любая прямая, параллельная оси ординат, пересекает искомый контур не более чем в двух точках. Вдоль искомого профиля L_z задано распределение толщины $h(x)$ (рис. 1, б, сплошная линия) и нагрузки $p(x)$ (рис. 1, в). По указанным исходным данным требуется найти форму соответствующего профиля, угол атаки α и коэффицент подъемной силы c_y.

Под толщиной профиля $h(x)$ понимается разность ординат y_u и y_l точек контура по верхней и нижней поверхностям, лежащих на одной вертикальной прямой: $h(x) = y_u(x) - y_l(x)$. Тогда $h(x)$ — непрерывная и однозначная функция, причем $h(x) > 0$ при $x \in (0, b)$ и $h(0) = h(b) = h'(b) = 0$. Распределение нагрузки $p(x)$ также является непрерывной и однозначной функцией с условием $p(0) = p(b) = 0$ и представляет собой разность коэффицентов давления c_{pu} и c_{pl} по верхней и нижней поверхностям профиля: $p(x) = c_{pu}(x) - c_{pl}(x)$.

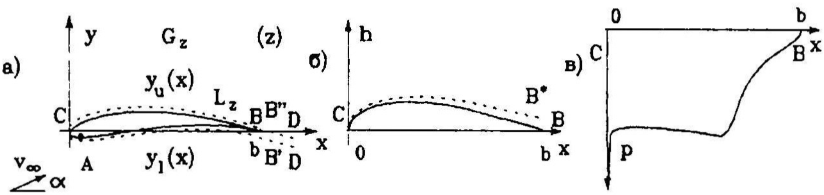

Рис. 1

Построено аналитическое решение этой задачи, основанное на отыскании конформного отображения внешности единичного круга в канонической плоскости ζ на внешность искомого профиля в физической плоскости z с учетом нормировки $z(\infty) = \infty$, $z(1) = 1$. Используя связь производных отображающих функций, для верхней стороны $\gamma_u \equiv \gamma \in [0, \gamma_0]$ контура профиля получено соотношение

$$x(\gamma_u) = R_1(x, y, p, v, U_0, \beta; \gamma_u), \tag{1}$$

где γ_0 — прообраз передней кромки, U_0 — скорость на бесконечности в плоскости ζ, β — угол атаки в канонической области, γ — дуговая координата в канонической области ($\zeta = e^{i\gamma}$). Параметры γ_0, U_0, β — неизвестны.

В силу предположений, сделанных относительно формы контура профиля, функция $x(\gamma)$ должна быть непрерывной, иметь два участка монотонности и удовлетворять условиям

$$x(\gamma_0) = 0, \quad x'(\gamma_0) = 0, \tag{2}$$

а также условию $x(0) = 1$. Для нижней стороны $\gamma_l \equiv \gamma \in [\gamma_0, 2\pi]$ контура профиля, исходя из заданной толщины, можно записать соотношение для функции $y(\gamma_l)$:

$$y(\gamma_l) = R_2(x, y, h; \gamma_l), \quad \gamma_l = \gamma_l(\gamma_u). \tag{3}$$

Для замыкания системы уравнений относительно функций $x(\gamma)$ и $y(\gamma)$ вводится вспомогательная аналитическая и непрерывная в канонической области G_ζ функция $\chi(\zeta) = z'(\zeta)$. Для ее определения получена смешанная краевая задача с граничными условиями

$$f_1(\gamma_u) = \mathrm{Re}\chi(e^{i\gamma_u}) = R_3(x', y'; \gamma_u), \quad f_2(\gamma_l) = \mathrm{Im}\chi(e^{i\gamma_l}) = R_4(x', y'; \gamma_l).$$

В результате ее решения численным методом определены

$$x(\gamma) = R_5(f_1, f_2; \gamma), \quad y(\gamma) = R_6(f_1, f_2; \gamma). \tag{4}$$

Соотношения (1), (3), (4) совместно с условиями (2) при фиксированном γ_0 составляют замкнутую систему интегро–дифференциальных уравнений относительно функций $x(\gamma)$ и $y(\gamma)$, связывающую их друг с другом и с заданными величиной v_∞, распределениями $p(x)$, $h(x)$ и неизвестными параметрами U_0 и β.

В § **3** построен метод последовательных приближений решения системы интегро–дифференциальных уравнений и проведены числовые расчеты. В качестве начальных приближений задаются функции $x^{(0)}(\gamma) = x(\gamma^{(0)}; \gamma)$, $y^{(0)}(\gamma_u) = y(\gamma_u^{(0)}; \gamma_u)$, $v^{(0)}(\gamma_l) = v(\gamma_l^{(0)}; \gamma_l)$, снятые с руля Жуковского, и величина $\gamma_0^{(0)}$. Пусть $x^{(n-1)}(\gamma)$ и $y^{(n-1)}(\gamma)$ есть $(n-1)$-е приближение решения системы уравнений. Функции $x^{(n)}(\gamma)$ и $y^{(n)}(\gamma)$ определяются следующим образом:

$$x^{(n)}(\gamma_u) = R_1(x^{(n-1)}, y^{(n-1)}, p, v^{(n-1)}, U_0^{(n)}, \beta^{(n)}; \gamma_u),$$

$$y^{(n)}(\gamma_l) = R_2(x^{(n-1)}, y^{(n-1)}, h; \gamma_l),$$

здесь величины $U_0^{(n)}, \beta^{(n)}$ являются решениями системы (2), представляющей два нелинейных уравнения. После решения смешанной краевой задачи для вспомогательной функции $\chi(\zeta)$ получим:

$$f_1^{(n)}(\gamma_u) = R_3(x'^{(n)}, y'^{(n-1)}; \gamma_u), \quad f_2^{(n)}(\gamma_l) = R_4(x'^{(n-1)}, y'^{(n)}; \gamma_l),$$

$$x^{(n)}(\gamma_u) = R_5(f_1^{(n)}, f_2^{(n)}; \gamma_u), \quad x^{(n)}(\gamma_l) = \frac{U_0^{(n)}}{U_*^{(n)}} R_5(f_1^{(n)}, f_2^{(n)}; \gamma_l),$$

$$y^{(n)}(\gamma) = R_6(f_1^{(n)}, f_2^{(n)}; \gamma),$$

где величина $U_*^{(n)}$ вычисляется из условия $x(2\pi) = 1$. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не будет выполнено условие $D(n) = |z^{(n)}(\gamma) - z^{(n-1)}(\gamma)| \leq \mu_1$, где μ_1 заданное малое число. Для нахождения прообраза передней кромки $\gamma_0^{(n)}$ в канонической области (т.к. равенство $U_0 = U_*$ при произвольно заданном начальном $\gamma_0^{(0)}$ не выполняется) организуем внешний итерационный процесс, аналогичный предложенному М.С.Галявиевой [3], который продолжается до тех пор, пока $G(\gamma_0^{(n)}) = U_0^{(n)}/U_*^{(n)} - 1 \leq \mu_2$, где μ_2 заданное малое число.

Представлены результаты тестовых и проектировочного расчетов, иллюстрирующие эффективность и быстродействие предложенного способа. Для достижения точности $\mu_1 = \mu_2 = 10^{-3}$ требуется в среднем 13-16 внешних итераций, включающих 5-7 внутренних. Расчетное время на Pentium-100 (32 Mb) около двух минут. При нулевой толщине профиль получается в виде линии, причем скорость в передней кромке принимает большое значение, если точка разветвления потока не совпадает с ней. При нулевой нагрузке получается симметричный профиль. Необходимо заметить, что не при любых заданных распределениях толщины и нагрузки получается замкнутый и не самопересекающийся контур профиля, хотя итерационный процесс сходится с заданными невязками. Это объясняется тем, что произвольному распределению толщины не всегда соответствует заданное распределение нагрузки и наоборот. Числовые расчеты показали, что, модифицируя распределения толщины или нагрузки, можно добиться желаемого результата, т.е. построить замкнутые простые (без самопересечений) контуры крылового профиля.

---

[3]Галявиева М.С. Построение крыловых профилей по хордовой диаграмме скорости с использованием квазирешений обратных краевых задач // Изв. вузов. Авиационная техника. — 1990. — № 4. —С. 56-59.

Во **второй главе** дано обобщение предложенного в первой главе способа на случаи учета сжимаемости и вязкости потока.

В § **4** представлен обзор литературы по решению ОКЗА с учетом сжимаемости и вязкости потока. Описаны подходы, состоящие в сведении ОКЗА для газа к задаче для несжимаемой жидкости. Указаны работы М.С.Галявиевой, Д.А.Фокина, L.C.Woods, где применялась формула Кармана-Цзяна, связывающая коэффициент давления на профиле для несжимаемой жидкости и для газа. Дан обзор работ М.С.Галявиевой, Н.И.Глебова, Н.Б.Ильинского, В.В.Клокова, М.Т.Нужина, А.В.Поташева, Г.Г.Тумашева, Д.А.Фокина, А.А.Шагаева, R.K.Daripa, L.Sirovich, T.Strand'a, L.C.Woods, в которых использовался подход, основанный на замене адиабатического потока газом Чаплыгина. Приведен обзор работ А.Н.Ильинского, А.В.Поташева, Л.Л.Лебедева, Г.Ю.Степанова, T.D.Beatty, J.G.Callaghan, H.Dutt, J.L.Van Ingen, A.K.Srekanth, по учету вязкости, в которых использована модель пограничного слоя (ПС). Описан способ решения ОКЗА с использованием на основе метода Кочина-Лойцянского расчета безотрывного турбулентного ПС с применением уточняющих формул А.И. Каменецкого.

В § **5** решена задача построения крылового профиля для дозвукового потока газа. Постановка этой задачи отличается от постановки, предложенной в § **2** тем, что искомый непроницаемый крыловой профиль ABC (рис. 1, а) обтекается в физической плоскости потенциальным потоком сжимаемой жидкости с заданным числом Маха M_∞.

Простейший способ ее решения основан на использовании формулы Кармана-Цзяна, устанавливающей приближенную связь между коэффициентами давления c_p и $c_{pг}$ при обтекании тел несжимаемой жидкостью и газом. Применяя эту формулу, осуществляется переход от распределения нагрузки в сжимаемой среде $p_г(x)$ к распределению нагрузки $p(x)$ в ИНЖ:

$$p(x) = k_1 p_г(x)/([1 - k_2(p_г(x) - c_{p_{гl}}(x))][1 - k_2 c_{p_{гl}}(x)]),$$

где $k_1 = (1 - M_\infty^2)^{1/2}$, $k_2 = 0,5(1 - k_1)$. Решив ОКЗА по модели ИНЖ, найдем форму профиля по $h(x)$ и $p(x)$ по формулам § **2**. Отличие в том, что изначально неизвестно распределение $p(x)$, т.к. неизвестно распределение коэффициента давления $c_{p_{гl}}(x)$ по нижней поверхности. Внутренний итерационный процесс организован так, что в ходе решения задачи определяется распределение нагрузки $p(x)$. Этот процесс сходится, если после n-ой итерации выполняется условие невязки $|p^{(n)}(x) - p^{(n-1)}(x)| \le \mu_1$. Приведены результаты и анализ числовых расчетов. Сделан вывод, что при увеличении M_∞, например, от 0,0 до 0,6 кривизна профиля уменьшается (рис. 2, а, сплошная и штриховая линии), значения приведенных скоростей по профилям увеличивается по верхней поверхности (рис. 2, б), причем углы атаки уменьшаются.

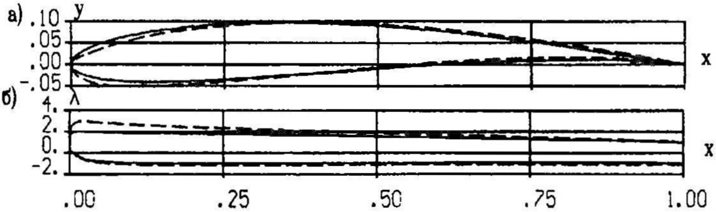

Рис. 2

В § **6** решена задача построения крылового профиля с учетом вязкости потока по модели ПС. Дана постановка ОКЗА, которая отличается от постановки, предложенной в § **2** тем, что искомый крыловой профиль обтекается безотрывно вязкой несжимаемой жидкостью с заданным числом Рейнольдца Re_∞.

Способ решения основан на методе Кочина-Лойцянского расчета ПС. Задача сведена к нахождению полутела вытеснения $B'CB''$ (рис. 1, а, пунктирная линия) и толщины вытеснения $\delta^*(x)$ по заданным на участке BC распределениям $h(x)$ и $p(x)$ и условию, что линии тока $B'D$ и $B''D$ являются конгруэнтными. Задано начальное приближение распределения толщины BC^* полутела $B'CB''$ как $h^{(0)}(x) = h(x) + h_{\delta^*}^{(0)}(x)$ (рис. 1, б, пунктирная линия), которое удовлетворяет условиям $h(1) \neq 0$ и $h'(1) = 0$, где $h_{\delta^*}^{(0)}(x)$ — нулевое приближение разности толщин вытеснения $\delta_u^{*(0)}$ и $\delta_l^{*(0)}$ по верхней и нижней поверхностям. По распределениям $h^{(0)}(x)$ и $p(x)$ построен контур полутела вытеснения и рассчитано новое распределение толщины вытеснения $h_{\delta^*}^{(1)}(x) = \delta_u^{*(1)}(x) - \delta_l^{*(1)}(x)$ по скорости $v^{(1)}(x)$. Учитывая безотрывный характер обтекания, т.е. малость толщины ПС, дуговые абсциссы контуров профиля и полутела вытеснения на участке $B'CB''$ считаем совпадающими. По новому распределению толщины $h^{(1)}(x) = h(x) + h_{\delta^*}^{(1)}(x)$ и распределению нагрузки $p(x)$ построено новое полутело вытеснения $B'CB''$ и т.д. Процесс продолжается до тех пор, пока $|h^{(n)}(x) - h^{(n-1)}(x)| \le \mu_1$. Чтобы найти форму самого профиля, делается отступление на участке $B'CB''$ внутрь полутела на толщину вытеснения $\delta^*(x)$. Приведены результаты и анализ числовых расчетов. Сделан вывод, что при уменьшении Re_x от ∞ до 10^5 кривизна профилей уменьшается (рис. 3, а, сплошная и штриховая линии), распределение скоростей по профилям растет (рис. 3, б), а углы атаки увеличиваются.

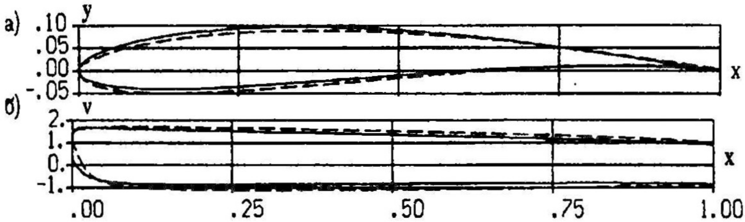

Рис. 3

Третья глава посвящена построению профилей гидродинамической решетки.

В § **7** приведен обзор литературы по построению прямых однорядных решеток. Содержится описание работ Л.А.Дофмана, М.И.Жуковского, Г.И.Костычева, Г.Г.Тумашева, в которых выбираются различные канонические области при решении ОКЗА построения решеток методами теории функций комплексного переменного.

В § **8** дана постановка ОКЗА и предложен способ ее решения для прямой решетки профилей, основанный на комплексном использовании метода, предложенного в работе Н.Б.Ильинского, Г.Р.Исмагиловой, А.В.Поташева, [4] и способа из § **2**. Искомая прямая однорядная гидродинамическая решетка заданного шага t и глубины $b = 1$ (рис. 4, а) состоит из профилей с непроницаемым контуром L_z, гладким за исключением задней кромки B, являющейся точкой возврата. Декартова система координат в физической плоскости $z = x + iy$ задана так, что ось Oy параллельна фронту решетки и касается передних кромок профилей в точке C, а ось Ox проходит через заднюю кромку B одного из профилей. Требуется найти форму L_z,

[4]Ильинский Н.Б., Исмагилова Г.Р., Поташев А.В. Обратные краевые задачи для гидродинамических решеток профилей // Препринт № 94—3. — Казань: Казан. гос. универ. — 1994. —84с.

если известно распределение толщины профиля $h(x)$, $x \in [0, b]$ (рис. 4, б) и нагрузки $p(x)$, $x \in [0, b]$ (рис. 4, в) в предположении, что решетка обтекается плоским потенциальным потоком ИНЖ с заданной плотностью ρ и скоростью на бесконечности перед решеткой $\vec{v}_1 = v_1 e^{i\theta_1}$.

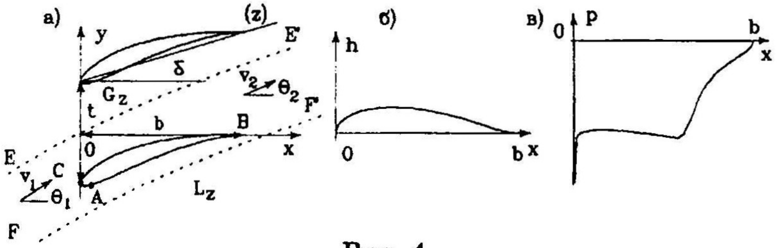

Рис. 4

Предложено аналитическое решение, основанное на отыскании конформного отображения внешности единичного круга в плоскости ζ с симметричными точками ветвления $\zeta = \pm R$, $R > 1$ на внешность искомого профиля в физической плоскости z с нормировкой $z(\pm R) = \pm\infty$, $z(\zeta_2) = 1$, где $\zeta_2 = e^{i\beta_2}$ — образ задней кромки B в плоскости ζ. Аналитическую связь $w = w(\zeta)$ установил Н.Е. Кочин [5] путем сопоставления простейших течений в областях G_z и G_ζ. Далее аналогично § **2** получена система интегро-дифференциальных уравнений относительно искомых функций $x(\gamma)$ и $y(\gamma)$, связывающая их друг с другом и с заданными величинами v_1, θ_1, t и распределениями $p(x)$, $h(x)$ и с неизвестными R и γ_0. В решении этой задачи есть существенные отличия от § **2**. Функция $z(\zeta)$ имеет особенности в точках $\zeta = \pm R$ области G_ζ, поэтому вместо нее удобнее рассмотреть аналитическую в G_ζ функцию $\chi(\zeta) = z'(\zeta)\chi_1(\zeta)$, где $\chi_1(\zeta) = (\zeta^2 - R^2)(\zeta^2 - 1/R^2)$. В связи с этим система уравнений усложняется. Ясно, что для выполнения двух условий (2) и $x(\beta_2 + 2\pi) = 1$, накладываемых на искомый профиль, недостаточно двух параметров R и γ_0. Поэтому для замыкания системы будем считать, что величина v_1 является искомой. Этот факт является отражением некорректности обратных задач (решение получается не при любых исходных данных).

В § **9** описан итерационный способ решения, аналогичный способу из § **3**. Появилась трудность в определении параметров v_1 и R из

[5] Кочин Н.Е. Гидродинамическая теория решеток. — М.–Л.: Изд-во технико-теор. литературы. — 1949. —103с.

условий (2), представляющих два нелинейных уравнения. Использование, например, стандартного метода Ньютона не подходило, потому что требовались начальные приближения близкие к искомым значениям. Поэтому был выбран усовершенствованный алгоритм наискорейшего спуска [6]. Приведены тестовые расчеты, показывающие сходимость итерационного процесса. В одном из тестовых расчетов проиллюстрирована работоспособность и точность алгоритма при сравнении построения изолированного профиля с его аналогом — профилем решетки с бесконечным шагом. Проведены числовые расчеты построения решеток по одинаковым распределениям толщины $h(x)$ и нагрузки $p(x)$ при переменном шаге t (0,70, 0,85, 1,00, 5,00), что соответствует 1,2,3,4 линиям (рис. 5) и при переменном угле атаки перед решеткой θ_1. Из результатов числовых расчетов сделаны выводы о влиянии увеличения угла θ_1 и шага t перед решеткой на скорость v_1, углы α, δ и угол поворота потока $\Delta\theta$. Так, например, уменьшение шага решетки приводит к увеличению скорости v_1 и угла $\Delta\theta$; к уменьшению угла δ; к уменьшению, а затем росту угла α.

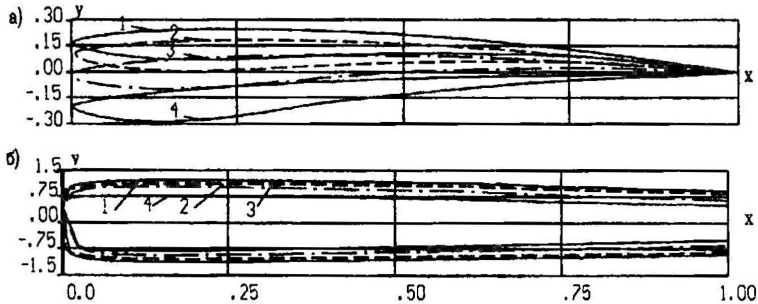

Рис. 5

В § **10** даны постановка ОКЗА и способ решения для прямой решетки профилей в случае дозвукового потока газа. Отличие лишь в том, что изначально задана приведенная скорость λ_1 перед решеткой, а неизвестной величиной в отличие от постановки из § **8** является угол θ_1. Использован способ учета сжимаемости, основанный на применении формулы Кармана-Цзяна (аналогично § **5**). Из числовых расчетов следует, что при решении задачи можно принимать за неизвестную величину угол θ_1 вместо скорости v_1. Проведены

[6]Мину М. Математическое программирование. Теория и алгоритмы: Пер. с франц. и предисловие А.И. Штерна. — М.: Наука. — 1990. —488с.

проектировочные расчеты при изменении числа Маха перед решеткой M_1. Увеличение M_1 приводит к уменьшению по модулю угла δ и угла α; к увеличению угла θ_1 и $\Delta\theta = |\theta_1 - \theta_2|$.

В **четвертой главе** рассмотрена задача построения статически устойчивых изолированных крыловых профилей и профилей дельтапланов.

В § **11** введены понятия продольной статической устойчивости. Показана зависимость аэродинамических характеристик фокуса по углу атаки $\bar{x}_{F_\alpha}$ и центра давления $\bar{x}_д$, отвечающих за продольную статическую устойчивость и статическое равновесие, друг от друга $\bar{x}_{F_\alpha} = \bar{x}_д + m_{z_0}/c_y$, где m_{z_0} — коэффициент момента тангажа относительно передней кромки. Приведены определения статического равновесия и статической устойчивости.

В § **12** строится статически устойчивый крыловой профиль. Записан критерий статической устойчивости

$$\bar{x}_м - \bar{x}_{F_\alpha} < 0 \tag{5}$$

и условие статического равновесия

$$\bar{x}_м - \bar{x}_д = 0, \tag{6}$$

где $\bar{x}_м$ — центр массы профиля. Показана зависимость геометрической и аэродинамической характеристик центра масс $\bar{x}_м$ и центра давления $\bar{x}_д$ от распределений толщины $h(x)$ и нагрузки $p(x)$:

$$\bar{x}_м = \frac{\int\limits_0^b \rho(x)h(x)x dx}{\int\limits_0^b \rho(x)h(x)dx}, \quad \bar{x}_д = \frac{\int\limits_0^b p(x)x dx}{\int\limits_0^b p(x)dx},$$

где $\rho(x)$ — распределение плотности в крыле, характеризующее неоднородность материала крыла и влияние установленного в нем оборудования. Для обеспечения статической устойчивости и статического равновесия приведен способ модификации распределений $h(x)$ и $p(x)$ так, чтобы они соответствовали заданным величинам $\bar{x}_м$ и $\bar{x}_д$ и минимально отличались от исходных распределений в смысле минимизации функционалов $T_j = \int\limits_0^1 |q_j^*(x) - q_j(x)|^2 dx \to \min \quad (j = 1, 2)$, где $q_1 = h$, $q_2 = p$. Например, новое распределение $h^*(x)$ представлено в виде $h^*(x) = h(x) + f(x)$, где $f(x)$ — гладкая непрерывная функция, которая должна удовлетворять определенным условиям. Для определения функции $f(x)$ решается оптимизационная задача минимизации функционала T_1 с введением штрафной функции методом циклического покоординатного спуска. Приведены результаты проектировочного расчета, демонстрирующие возможность предложенного способа для проектирования статически устойчивого крылового профиля, обтекаемого в равновесном режиме при балансировочном угле атаки и известной функции плотности $\rho(x)$.

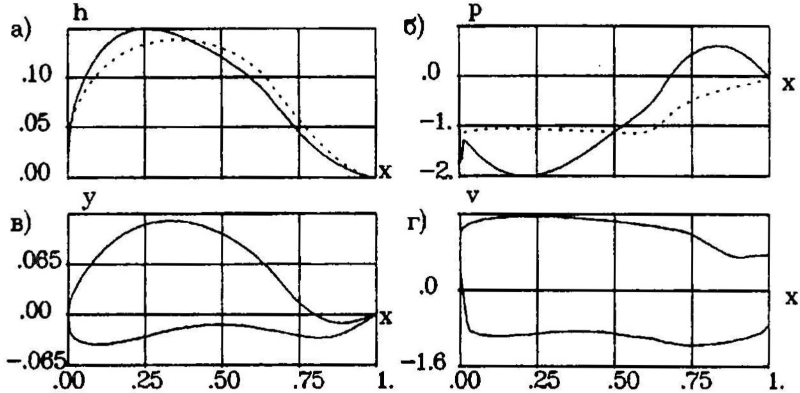

Рис. 6

Были взяты распределения $h(x)$ (рис. 6, а, пунктирная линия) и $p(x)$ (рис. 6, б, пунктирная линия) с профиля RAF–34 с относительной толщиной $\bar{c} = 13,77\%$ хорды при обтекании со скоростью набегающего потока $v_\infty = 1$ и угле атаки $\alpha = 3,58°$. По этим распределениям подсчитаны характеристики $\bar{x}_м = 22,3\%$, $\bar{x}_д = 39,3\%$ и $\bar{x}_{F_a} = 20,7\%$. Видно, что критерий (5) и условие (6) не выполняются, т.е. профиль неустойчив и не находится в статическом равновесии. При подготовке исходных данных к проектированию устойчивого профиля с целью удовлетворения критерию (5) и условию (6) были смещены центры массы и давления в одну точку $\bar{x}_м = \bar{x}_д = 20,0\%$. По новым полученным распределениям толщины (рис. 6, а, сплошная линия) и нагрузки (рис. 6, б, сплошная линия) построен статически устойчивый ($\bar{x}_{F_a} = 26,2\%$) и равновесный профиль (рис. 6, в) при балансировочном угле атаки $\alpha = 5,9°$. Определено распределение скорости по построенному крыловому профилю (рис. 6, г).

В § **13** построен статически устойчивый профиль дельтаплана. Дана постановка задачи, отличающаяся от постановки из § **2** тем, что введено понятие центра массы пилота (ЦМП) $\bar{x}_n$, который лежит на или ниже хорды в точке A, причем заданы расстояния $OA' = r$, $OA = l$, а также угол $\angle O'OA = \alpha_1$ (рис. 7, а), вес пилота составляет $k = 0,8$ от полетного. Необходимо определить аэродинамические характеристики профиля дельтаплана и построить диаграммы перемещений и поворота тела пилота, которые необходимы для сохранения продольной статической устойчивости в физически реализуемом диапазоне углов атаки.

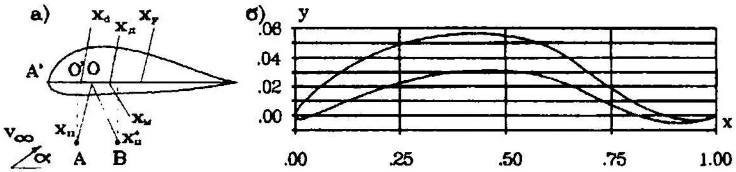

Рис. 7

По заданным распределениям толщины и нагрузки был построен статически устойчивый и равновесный профиль дельтаплана (рис. 7, б) по способу, изложенному в § **2**.

Построены зависимости перемещений ЦМП $\bar{x}_n$ от угла атаки $\alpha \in [5° - 35°]$. В первом случае принято, что ЦМП $\bar{x}_n$ находится на хорде и совпадает с общим центром массы аппарата $\bar{x}_м$ (дельтаплан—пилот). Во втором случае, в отличие от первого, центр массы дельтаплана $\bar{x}_d$ учитывается, т.е. $\bar{x}_n$ рассчитывается по формуле $\bar{x}_n = \bar{x}_\partial + \bar{x}_d(1 - k^{-1})$. В обоих случаях продольная статическая устойчивость дельтаплана сохраняется в заданном диапазоне углов атаки. Из анализа зависимости $\alpha = \alpha(\bar{x}_n)$ следует, что при малых перемещениях ЦМП вплоть до самых малых углов атаки крыло остается устойчивым, т.е. эффективность управления высока.

Построена зависимость угла поворота ω ЦМП вокруг точки O от угла атаки α, когда первоначально ЦМП $\bar{x}_n$ находится ниже плоскости крыла в точке A. Углы поворота ω ЦМП, которым соответствовали новые положения ЦМП $\bar{x}_n = \bar{x}_n^*$ (рис. 7, а, точка B), рассчитывались по зависимости $\omega = \omega(\bar{x}_n, r, l, \alpha_1)$. При расчетах были заданы следующие характеристики: постоянная r и варьируемые l и α_1. Максимальный поворот пилота для диапазона углов атаки

$\alpha \in [5° - 35°]$ составляет $\omega = 6,2°$. Из анализа зависимости $\alpha = \alpha(\omega)$ следует, что небольшому повороту тела соответствует значительное возрастание угла атаки, т.е. сохраняется хорошая управляемость.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Численно-аналитический способ построения крылового профиля по распределениям толщины и нагрузки при обтекании идеальной несжимаемой жидкостью, дозвуковым потоком идеального газа и вязкой жидкостью.

2. Численно-аналитический способ решения обратных краевых задач аэрогидродинамики для гидродинамической решетки профилей в случаях идеальной несжимаемой жидкости и дозвукового потока идеального газа.

3. Применение разработанного способа к проектированию статически устойчивых крыловых профилей и профилей дельтапланов.

4. Алгоритмы численной реализации построенных решений, результаты числовых расчетов и сделанные на их основе выводы.

Следует отметить финансовую поддержку Соросовской программы образования в области точных наук (ISSEP, гранты (S96–127, S97–1901, A98–546), Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ, проекты №94-01-00992, №96-01-00112, №99-01-00365) и программы "Университеты России", позволивших ускорить выполнение диссертации.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Долганов С.А., Ильинский Н.Б., Поляков Д.В. Построение статически устойчивого крылового профиля // Тезисы докладов II Республиканской научной конференции молодых ученых и специалистов. — Казань. — 1996. —С. 20.

2. Долганов С.А., Ильинский Н.Б., Поляков Д.В. Итерационный метод определения формы статически устойчивых крыловых профилей // Тезисы докладов Международной научно-технической конференции "Механика Машиностроения". — Набережные Челны. — 1997. —С. 5–6.

3. Долганов С.А., Поляков Д.В. Способ модификации толщины крылового профиля для обеспечения его статической устойчивости // Материалы Всероссийской молодежной научной школы-конференции по математическому моделированию процессов, геометрии и алгебре. — Казань. — 1998. —С. 40–44.

4. Долганов С. А., Ильинский Н. Б., Поляков Д. В. Построение крылового профиля по заданным распределениям толщины и нагрузки // Изв. вузов. Авиационная техника. — 1999. — № 1. —С. 25–28.

5. Долганов С.А. Построение профиля гидродинамической решетки по геометрическим и аэродинамическим характеристикам // Сборник трудов Девятого Всероссийского семинара по управлению и навигации летательных аппаратов. — Самара. — 1999. —С. 244–247.

6. Долганов С.А., Поташев А.В. Построение профиля гидродинамической решетки по геометрическим и аэродинамическим характеристикам // Тезисы Международной конференции "Математические модели и методы их исследования (задачи механики сплошной среды, экологии, технологических процессов, экономики)". — Красноярск. — 1999. —С. 91.

7. Долганов С.А., Поташев А.В. Построение гидродинамической решетки профилей по заданным распределениям толщины и нагрузки // Материалы Всероссийской научной конференции "Краевые задачи и их приложения". — Казань. — 1999. —С. 286–292.

8. Долганов С.А. Построение крылового профиля с учетом сжимаемости по заданным распределениям толщины и нагрузки // Труды Международной научной конференции "Моделирование, вычисление, проектирование в условиях неопределенности — 2000". — Уфа. — 2000. —С. 186–191.

9. Долганов С.А. Построение изолированного крылового профиля с учетом сжимаемости и вязкости по заданным распределениям толщины и нагрузки // Труды Международной научно-технической конференции "Современные проблемы аэрокосмической науки и техники". — Жуковский, ЦАГИ. — 2000. —С. 11–13.

10. Долганов С.А., Поташев А.В. Построение гидродинамической решетки профилей по заданным распределениям толщины и нагрузки // Изв. вузов. Авиационная техника. (принята в печать).

Отпечатано в ООО «ДАС»
Лиц. № 0118 от 3.04.98 г.
Тираж 100 экз. Заказ 08/15.
420008, Казань, ул.Университетская, 17
Тел. 64-69-26

2-00