На правах рукописи

МАЗЕПА ЕЛЕНА АЛЕКСЕЕВНА

ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ ДЛЯ НЕКОТОРОГО КЛАССА ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НА РИМАНОВЫХ МНОГООБРАЗИЯХ

01.01.01. – математический анализ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Казань 2000

Работа выполнена на кафедре математического анализа и теории функций
Волгоградского государственного университета.

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, доцент В.Г. Ткачёв.

Научный консультант:
кандидат физико-математических наук, доцент А.Г. Лосев.

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук, профессор Насыров С.Р.
кандидат физико-математических наук, доцент Лобода А.В.

Ведущая организация:
Институт математики СО РАН им. С.Л. Соболева

Защита состоится "27" апреля 2006 г. в 14 час. на заседании диссертационного совета К 053.29.05 по математике при Казанском государственном университете по адресу: 420008, Кремлевская, 18, КГУ.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского Казанского государственного университета.

Автореферат разослан "23" марта 2006 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета В.В. Шурыгин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена вопросам разрешимости некоторых краевых задач для уравнения Шрёдингера

$$Lu \equiv \Delta u - c(x)u = 0, \tag{1}$$

где $c(x)$ — вещественнозначная неотрицательная функция, на римановых многообразиях, в том числе вопросам разрешимости задачи Дирихле на римановых многообразиях специального вида. Основным объектом исследования являются ограниченные решения уравнения Шрёдингера на римановых многообразиях.

Актуальность темы. Исторические сведения. В исследованиях последних десятилетий была отмечена глубокая связь между классическими проблемами теории функций, теорией эллиптических уравнений в частных производных второго порядка, в частности, уравнения Лапласа-Бельтрами и стационарного уравнения Шрёдингера, и геометрической структурой римановых многообразий. Данная тематика нашла свое развитие в работах российских и зарубежных математиков: М. Андерсона, Е.М. Ландиса, Л. Ниренберга, О.А. Олейник, С.Л. Соболева, Д. Сулливана, Н.Н. Уральцевой, С.Т. Яу, А.А. Григорьяна, П. Ли, А.Г. Лосева, В.Г. Мазьи, В.М. Миклюкова, Н.С. Надирашвили и ряда других авторов.

Изучение эллиптических уравнений на римановых многообразиях является достаточно новым направлением в современной математике и лежит на стыке дифференциальной геометрии, математического анализа, теории случайных процессов. Истоки указанной проблематики восходят к классификационной теории двумерных некомпактных римановых многообразий и поверхностей. Важный класс проблем данного направления относится к получению теорем типа Лиувилля, утверждающих тривиальность пространства ограниченных решений некоторых эллиптических уравнений на многообразии. Известно, например, что всякая ограниченная гармоническая в $\mathbb{R}^n$ функция является тождественной постоянной. Однако класс полных многообразий, на которых существуют нетривиальные ограниченные гармонические функции, достаточно широк. Так, например, М.Андерсон [1] и Д.Сулливан [6] показали, что на полном односвязном многообразии с секционной кривизной, заключенной между двумя отрицательными константами, существует бесконечномерное пространство нетривиальных ограниченных гармонических функций и, более того, разрешима задача Дирихле о восстановлении гармонической на таком многообразии функции по непрерывным граничным данным для случая идеальной границы. В работах А.А. Григорьяна, П. Ли, А.Г. Лосева, М. Мураты, Н.С. Надирашвили, У. Хансена, С.Т. Яу решались аналогичные задачи для линейных эллиптических уравнений более общих, чем уравнение Лапласа-Бельтрами, в частности, для стационарного уравнения Шрёдингера.

Особый интерес представляет взаимосвязь между разрешимостью внешних краевых задач и структурными свойствами многообразия. Одним из важных результатов, относящихся к данному направлению, является теорема А.А. Григорьяна и Н.С. Надирашвили [3] об эквивалентности следующих условий:

а) на римановом многообразии M существует ограниченное, отличное от постоянного решение уравнения (1);

б) на $M \setminus B$ (где B — компакт в M с гладкой границей ∂B, $M \setminus B$ связно) существует отличное от постоянного ограниченное решение внешней краевой задачи Неймана

$$\Delta v - c(x)v = 0, \qquad \left.\frac{\partial v}{\partial \nu}\right|_{\partial B} = 0.$$

В [3] также установлена зависимость свойств решений уравнения (1) на римановых многообразиях от изменения функции $c(x)$. Доказано, что если $0 \leq c(x) \leq Ac_1(x)$, где $A = \mathrm{const} > 0$, $c(x) \not\equiv 0$, то из выполнения теоремы Лиувилля для уравнения $\Delta u - c(x)u = 0$ следует ее выполнение и для уравнения $\Delta v - c_1(x)v = 0$.

Целью работы является дальнейшее исследование связей между геометрическим строением некомпактных римановых многообразий и поведением ограниченных решений уравнения Шрёдингера на таких многообразиях, получение необходимых и достаточных условий разрешимости задачи Дирихле для этого уравнения на некомпактных римановых многообразиях.

Методика исследования. Наряду с применением техники априорных оценок решений эллиптических уравнений второго порядка в работе используются метод Фурье решения задачи Дирихле, теоретико-функциональные и другие методы.

Научная новизна и практическая значимость. В настоящей работе предлагается новый подход к постановке краевых задач на некомпактных римановых многообразиях, основанный на введении понятия классов эквивалентных на многообразии M непрерывных ограниченных функций. Заметим, что в условиях, когда существует каноническая геометрическая компактификация многообразия M (например, на многообразиях отрицательной секционной кривизны), добавляющая границу на бесконечности, данный подход естественным образом приводит к постановке задачи Дирихле, как она понимается в работах [1], [5], [6] и др.

Результаты диссертации могут быть использованы в научных коллективах, занимающихся изучением решений эллиптических дифференциальных уравнений на римановых многообразиях, а также найти применение в специальных курсах по математическому анализу.

Результаты, выносимые на защиту.

1. Установлена взаимосвязь между разрешимостью краевых и внешних краевых задач для уравнения Шрёдингера на произвольных гладких связных некомпактных римановых многообразиях.

2. Получены условия разрешимости краевых задач на произвольных некомпактных римановых многообразиях при изменении функции $c(x)$ в уравнении (1).

3. Обоснованы необходимое и достаточное условия разрешимости задачи Дирихле на римановых многообразиях, имеющих концы специального вида.

4. Доказаны достаточные условия разрешимости задачи Дирихле при изменении функции $c(x)$ в уравнении Шрёдингера на некомпактных римановых многообразиях специального вида.

Структура и объем диссертации. Диссертация содержит 124 страницы и состоит из введения и трех глав. Главы разделяются на параграфы с подчиненной нумерацией. Библиография содержит 46 наименований.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на IV Международной конференции женщин-математиков (г. Волгоград, 1996 г.), на Всероссийских школах-конференциях "Алгебра и анализ" (г. Казань, 1997 г.), "Современные проблемы теории функций и их приложения" (г. Саратов, 1998 г.), "Современные методы в теории краевых задач" (г. Воронеж, 1998 г.), на научных конференциях молодых ученых Волгоградской области (1995, 1996, 1998 гг.), на "Международной конференции по анализу и геометрии" (г. Новосибирск, 1999 г.), на научных конференциях профессорско-преподавательского состава ВолГУ (1997–1999 гг.), на научном семинаре ИМ СО РАН (апрель, 1996 г., рук. проф. Копылов А.П.), в разное время на семинарах ВолГУ "Нелинейный анализ" (рук. проф. Миклюков В.М.) и "Эллиптические дифференциальные уравнения второго порядка на римановых многообразиях" (рук. проф. Ткачев В.Г.).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в статьях [7]–[15]. Все результаты из совместных статей, выносимые автором на защиту, получены автором самостоятельно.

Сделаем замечания относительно обозначений, принятых в работе.

Через M будем обозначать гладкое связное некомпактное риманово многообразие без края, $n = \dim M$; $\overline{A}$ — замыкание множества $A \subset M$; ∂A — граница множества $A \subset M$; Δ — оператор Лапласа-Бельтрами. Заметим, что в локальных координатах $x^1, \ldots, x^n$ оператор Лапласа-Бельтрами имеет вид

$$\Delta = \frac{1}{\sqrt{g}} \sum_{p,l=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x^p} \left(\sqrt{g} g^{pl} \frac{\partial}{\partial x^l} \right),$$

где $g = \det||g_{pl}||$, g_{pl} — ковариантные коэффициенты, g^{pl} — контрвариантные коэффициенты римановой метрики многообразия M

$$ds^2 = \sum_{p,l=1}^{n} g_{pl} dx^p dx^l.$$

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Все утверждения сохраняют принятую в основном тексте нумерацию.

Пусть M — произвольное гладкое связное некомпактное риманово многообразие без края, $\{B_k\}_{k=1}^{\infty}$ — исчерпание многообразия M, то есть последовательность предкомпактных открытых подмножеств риманова многообразия M таких, что $\overline{B}_k \subset B_{k+1}$, $M = \cup_{k=1}^{\infty} B_k$.

Пусть $f_1(x)$ и $f_2(x)$ — непрерывные ограниченные на M функции. Будем говорить, что функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ *эквивалентны на* M и обозначать $f_1(x) \sim f_2(x)$, если для некоторого исчерпания $\{B_k\}_{k=1}^{\infty}$ многообразия M выполнено

$$\lim_{k \to \infty} ||f_1(x) - f_2(x)||_{C(M \setminus B_k)} = 0,$$

где $||f(x)||_{C(G)} = \sup_G |f(x)|$.

Введенное понятие не зависит от выбора исчерпания. Класс эквивалентных f функций будем обозначать через $[f]$.

Будем говорить, что для уравнения (1) на M *разрешима краевая задача с граничными условиями из класса* $[f]$, если на M существует решение $u(x)$ уравнения (1) такое, что $u \in [f]$.

Пусть $B \subset M$ — произвольное компактное подмножество с гладкой границей и $B \subset B_k$ для всех k. Будем говорить, что для уравнения (1) на $M \setminus B$ *разрешима внешняя краевая задача с граничными условиями из класса* $[f]$, если для любой непрерывной на ∂B функции $\Phi(x)$ на $M \setminus B$ существует решение $u(x)$ уравнения (1) такое, что $u \in [f]$ и $u|_{\partial B} = \Phi|_{\partial B}$.

Пусть $\{B_k\}_{k=1}^{\infty}$ — исчерпание многообразия M с гладкими границами ∂B_k. Обозначим через v_k — решение уравнения (1) в $B_k \setminus B$, удовлетворяющее условиям

$$v_k|_{\partial B} = 1, \qquad v_k|_{\partial B_k} = 0.$$

Последовательность функций $\{v_k\}_{k=1}^{\infty}$ сходится на $M \setminus B$ к решению уравнения (1)

$$v = \lim_{k \to \infty} v_k, \qquad 0 < v \leq 1, \qquad v|_{\partial B} = 1.$$

При этом функция v не зависит от выбора исчерпания $\{B_k\}_{k=1}^{\infty}$.

Функцию v будем называть *L-потенциалом компакта B относительно многообразия M*. Для уравнения Лапласа-Бельтрами функция v есть не что иное, как емкостный потенциал компакта B относительно многообразия M (см. [2]).

Многообразие M будем называть *L-строгим* многообразием, если для некоторого компакта $G \subset M$ существует L-потенциал v такой, что $v \in [0]$ (если $L = \Delta$, то многообразие будем называть *Δ-строгим*).

Будем говорить, что многообразие M является *L-точным*, если на нем существует решение u уравнения (1), удовлетворяющее условию $u \in [1]$.

В начале первой главы диссертационной работы устанавливается взаимосвязь между разрешимостью краевых и внешних краевых задач для уравнения (1) на M. Основные результаты главы содержатся в следующих утверждениях.

Теорема 1.1. *Пусть для любой постоянной на ∂B функции $\Phi(x)$ на $M \setminus B$ существует решение $u(x)$ уравнения* (1) *такое, что $u \in [f]$ и $u|_{\partial B} = \Phi|_{\partial B}$. Тогда на M для уравнения* (1) *разрешима краевая задача с граничными условиями из того же класса.*

Теорема 1.2. *Пусть на L-строгом многообразии M для уравнения* (1) *разрешима краевая задача с граничными условиями из класса $[f]$. Тогда на $M \setminus B$ разрешима внешняя краевая задача с граничными условиями из класса $[f]$.*

Далее в первой главе наряду с уравнением (1) рассматривается уравнение

$$L_1 u \equiv \Delta u - c_1(x) u = 0, \tag{2}$$

где $0 \leq c_1(x) \leq c(x)$, $c(x)$ — гладкая на M функция.

В [3] доказано, что из выполнения теоремы Лиувилля для уравнения $L_1 u = 0$ при $c_1(x) \not\equiv 0$ следует ее выполнение и для уравнения $Lu = 0$.

Следующие утверждения дополняют и уточняют сформулированный выше результат работы [3] для случая краевых задач.

Теорема 1.3. *Пусть на L-точном многообразии M для уравнений $Lu = 0$ и $\Delta u = 0$ на $M \setminus B$ разрешимы внешние краевые задачи с граничными условиями из класса $[f]$. Тогда на $M \setminus B$ разрешима внешняя краевая задача для уравнения $L_1 u = 0$ с граничными условиями из класса $[f]$.*

Следствие 1.5. *Пусть выполнены условия теоремы* 1.3. *Тогда на M разрешима краевая задача для уравнения $L_1 u = 0$ с граничными условиями из класса $[f]$.*

Во второй главе диссертации изучается поведение ограниченных решений уравнения (1) на римановых многообразиях, устороенных следующим образом. Пусть полное риманово многообразие M представимо в виде $M = B \cup D_1 \cup D_2 \cup \ldots \cup D_p$, где B — некоторый компакт, области D_i попарно не пересекаются, а каждая область D_i изометрична прямому произведению $\mathrm{R}_+ \times S_i$ (где $\mathrm{R}_+ = (0, +\infty)$, S_i — компактные римановы многообразия без края) с метрикой

$$ds^2 = h_i^2(r) dr^2 + g_i^2(r) d\theta_i^2.$$

Здесь $h_i(r)$ и $g_i(r)$ — положительные, гладкие на R_+ функции, а $d\theta_i^2$ — метрика на S_i.

Будем говорить, что на многообразии M *разрешима задача Дирихле для уравнения* (1), если для любого набора $(\Phi_1(\theta_1), \Phi_2(\theta_2), \ldots, \Phi_p(\theta_p))$ непрерывных на S_i функций $\Phi_i(\theta_i)$ существует решение $u(x)$ уравнения (1), удовлетворяющее в каждой области D_i условию

$$\lim_{r\to\infty} u(r, \theta_i) = \Phi_i(\theta_i).$$

Всюду во второй главе предполагается, что в каждой области D_i выполнено

$$c(r, \theta_i) \equiv c_i(r).$$

Введем обозначения:

$$J_i = \int_{r_0}^{\infty} h_i(t) g_i^{1-n}(t) \left(\int_{r_0}^{t} c_i(\beta) h_i(\beta) g_i^{n-1}(\beta))\, d\beta \right) dt,$$

$$I_i = \int_{r_0}^{\infty} h_i(t) g_i^{1-n}(t) \left(\int_{r_0}^{t} h_i(\beta) g_i^{n-3}(\beta)\, d\beta \right) dt + J_i,$$

$$K_i = \int_{r_0}^{\infty} h_i(t) g_i^{1-n}(t)\, dt,$$

где $r_0 > 0$, $n = \dim M$, $i = 1, \ldots, p$.

В каждой области D_i выполнено в точности одно из условий:

$$\begin{array}{ll} \alpha)\ I_i < \infty; & \\ \beta)\ I_i = \infty, & J_i < \infty; \\ \gamma)\ K_i = \infty; & \\ \delta)\ J_i = \infty, & K_i < \infty. \end{array}$$

Будем называть область D_i *областью типа* α (соответственно β, δ) *относительно оператора* L или *областью типа* γ, если в этой области выполнены условия пункта α (соответственно β, δ, γ).

Основным результатом второй главы является

Теорема 2.1. *Пусть риманово многообразие M среди всех областей D_i имеет l областей D_i типа α и m областей D_i типа β, где $l+m \geq 1$. Тогда для любого заданного набора $(\Phi_1, \ldots, \Phi_l, C_{l+1}, \ldots, C_{l+m})$, где $\Phi_i = \Phi_i(\theta_i)$*

— непрерывные на S_i функции, а C_i — произвольные константы, существует единственное ограниченное решение уравнения (1) $u(x)$ *такое, что*

$$\lim_{r\to\infty} u(r,\theta_i) = \Phi_i(\theta_i) \quad \text{по области } D_i \text{ типа } \alpha,$$
$$\lim_{r\to\infty} u(r,\theta_i) = C_i \quad \text{по области } D_i \text{ типа } \beta.$$

При этом предел $\lim_{r\to\infty} u(r,\theta_i)$ *по области* D_i *типа* γ *существует, конечен и не зависит от* θ_i, *предел* $\lim_{r\to\infty} u(r,\theta_i)$ *по области* D_i *типа* δ *равен нулю.*

Заметим, что в работе [9] доказано, что если в области D_i выполнено $I_i = \infty$ (то есть D_i не является областью типа α относительно оператора L), то для любого ограниченного решения $u(x)$ уравнения (1) предел $\lim_{r\to\infty} u(r,\theta_i)$ в области D_i существует и не зависит от θ_i. Поэтому в областях D_i типа β в качестве предельных функций рассматриваются только постоянные.

Важным следствием доказанной теоремы является утверждение о разрешимости задачи Дирихле на рассматриваемых римановых многообразиях.

Следствие 2.1. *На многообразии M разрешима задача Дирихле для уравнения* (1) *тогда и только тогда, когда все области D_i имеют тип α относительно оператора L.*

В заключении второй главы доказывается разрешимость краевых и внешних краевых задач на описанном многообразии M с граничными условиями из некоторого класса непрерывных, ограниченных на M функций $[\Phi]$ и находятся условия разрешимости на M задачи Дирихле для уравнения (2).

Следствие 2.3. *Пусть на римановом многообразии M разрешима задача Дирихле для уравнения* (1), *тогда на M разрешима задача Дирихле для уравнения* (2).

В третьей главе работы рассматриваются односвязные римановы многообразия M следующего вида. Внешность некоторого компакта $B \subset M$ топологически устроена как декартово произведение $\mathrm{R}_+ \times S_1 \times S_2 \ldots \times S_k$ (где $\mathrm{R}_+ = (0, +\infty)$, S_i — компактные римановы многообразия без края) и имеет метрику

$$ds^2 = h^2(r)dr^2 + g_1^2(r)d\theta_1^2 + g_2^2(r)d\theta_2^2 + \ldots + g_k^2(r)d\theta_k^2.$$

Здесь $h(r)$ и $g_i(r)$ — положительные, гладкие на R_+ функции, а $d\theta_i^2$ — метрика на S_i. Пусть $\dim S_i = n_i$. Ясно, что $\dim M = n_1 + n_2 + \ldots + n_k + 1$.

Всюду в третьей главе предполагается, что на $M \setminus B$ выполнено

$$c(r, \theta_1, \ldots, \theta_k) \equiv c(r).$$

Введем обозначения

$$I = \int_{r_0}^{\infty} \frac{h(t)}{g_1^{n_1}(t) \cdots g_k^{n_k}(t)} \left(\int_{r_0}^{t} c(z) h(z) g_1^{n_1}(z) \cdots g_k^{n_k}(z) dz \right) dt,$$

$$I_i = \int_{r_0}^{\infty} \frac{h(t)}{g_1^{n_1}(t) \cdots g_k^{n_k}(t)} \left(\int_{r_0}^{t} h(z) \frac{g_1^{n_1}(z) \cdots g_k^{n_k}(z)}{g_i^2(z)} dz \right) dt,$$

$$K = \int_{r_0}^{\infty} \frac{h(t)}{g_1^{n_1}(t) \cdots g_k^{n_k}(t)} dt,$$

где $r_0 > 0$, $i = 1, \ldots, k$.

Отправной точкой для исследований послужили результаты А.Г. Лосева ([4]) относительно выполнения на многообразии M теоремы Лиувилля для ограниченных решений уравнения (1).

В третьей главе получены результаты, которые распространяют и дополняют утверждения работы [4] на случай разрешимости краевых задач, в том числе задачи Дирихле, для уравнения (1).

Теорема 3.1. *Пусть многобразие M таково, что $I < \infty$ (если дополнительно $c(x) \equiv 0$, то $K < \infty$), $I_1 = \ldots = I_s = \infty$, $I_i < \infty$ для всех $i = s+1, \ldots, k$, $0 \leq s \leq k$. Тогда для любой непрерывной на $S_1 \times S_2 \times \ldots \times S_k$ функции $\Psi(\theta_{s+1}, \ldots, \theta_k)$ на M существует ограниченное решение уравнения* (1) *такое, что*

$$\lim_{r \to +\infty} u(r, \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k) = \Psi(\theta_{s+1}, \ldots, \theta_k).$$

Обратно, если $u(x)$ — ограниченное решение уравнения (1) *на M, то предел*

$$\lim_{r \to +\infty} u(r, \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k)$$

существует и не зависит от $(\theta_1, \ldots, \theta_s)$.

Обозначим $\theta = (\theta_1, \ldots, \theta_k)$. Будем говорить, что на M *разрешима задача Дирихле для уравнения* (1), если для любой непрерывной на $S_1 \times S_2 \times \ldots \times S_k$ функции $\Psi(\theta)$ существует решение $u(x)$ уравнения (1), определенное на M, такое, что

$$\lim_{r \to +\infty} u(r, \theta) = \Psi(\theta).$$

Будем говорить, что на $M \setminus B$ *разрешима внешняя краевая задача Дирихле для уравнения* (1), если для любых непрерывных на $S_1 \times S_2 \times \ldots \times S_k$ функций $\Psi(\theta)$ и $\chi(\theta)$ существует решение $u(x)$ уравнения (1), определенное на $M \setminus B$, такое, что

$$u|_{\partial B} = \chi(\theta) \quad \text{и} \quad \lim_{r\to+\infty} u(r,\theta) = \Psi(\theta).$$

Теорема 3.2. *Следующие условия эквивалентны.*

1. *На многообразии M разрешима задача Дирихле для ограниченных решений уравнения* (1).
2. *На $M \setminus B$ разрешима внешняя краевая задача Дирихле для ограниченных решений уравнения* (1).
3. *$I < \infty$, $I_i < \infty$ для всех $i = 1, 2, \ldots, k$ (если $c(x) = 0$, то $I_i < \infty$ для всех $i = 1, 2, \ldots, k$).*

В заключении третьей главы получены достаточные условия разрешимости на римановом многообразии M, удовлетворяющем условиям $I < \infty$ и $I_i < \infty$ для всех $i = 1, \ldots, k$, задачи Дирихле при изменении коэффициента $c(x)$ в уравнении Шрёдингера.

Пользуясь случаем, выражаю глубокую благодарность своему научному руководителю Ткачёву В.Г., научному консультанту Лосеву А.Г., заведующему кафедрой математического анализа и теории функций Миклюкову В.М., а также всем участникам семинаров "Нелинейный анализ" и "Эллиптические дифференциальные уравнения второго порядка на римановых многообразиях" за полезные обсуждения и замечания.

Список литературы

[1] Андерсон М.Т. (Anderson M.T.) The Dirichlet problem at infinity for manifolds with negative curvature // *J. Diff. Geom.*, 1983, v. 18, p. 701–722.

[2] Григорьян А.А. (Grigor'yan A.) Analitic and geometric background of recurence and non-explosion of the Brownian motion on Riemannian manifolds // *Bull. Amer. Math. Soc.*, 1999, v. 36, p. 135–249.

[3] Григорьян А.А., Надирашвили Н.С. Лиувиллевы теоремы и внешние краевые задачи // *Изв.вузов. Матем.*, 1987, N 5, с. 25–33.

[4] Лосев А.Г. О некоторых лиувиллевых теоремах на некомпактных римановых многообразиях // *Сиб. Мат. Журнал*, 1998, т. 39, N 1, с. 87–93.

[5] Мурата М. (Murata M.) Structure of positive solutions to $(-\Delta+v)u = 0$ in R^n // *Duke Math. J.*, 1986, v. 53, p. 869–943.

[6] Сулливан Д. (Sullivan D.) The Dirichlet problem at infinity for a negatively curved manifolds // *J. Diff. Geom.*, 1983, v. 18, p. 723–732.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

[7] Лосев А.Г., Мазепа Е.А. О поведении ограниченных решений уравнения Шрёдингера на некомпактных римановых многообразиях // *Вестник ВолГУ*, 1998, сер. Матем. Физика, вып. 3, с. 32–43.

[8] Лосев А.Г., Мазепа Е.А. О некоторых краевых задачах для стационарного уравнения Шрёдингера на некомпактных римановых многообразиях // N 2131-В98 - Деп. в ВИНИТИ - 16 стр.

[9] Лосев А.Г., Мазепа Е.А. Об асимптотическом поведении решений некоторых уравнений эллиптического типа на некомпактных римановых многообразиях // *Изв.вузов. Матем.*, 1999, N 6, с. 41–49.

[10] Лосев А.Г., Мазепа Е.А. Ограниченные решения уравнения Шрёдингера на некомпактных римановых многообразиях специального вида// *Доклады АН*, 1999, т. 367, N 2, с. 166–167.

[11] Лосев А.Г., Мазепа Е.А. Ограниченные решения уравнения Шрёдингера на римановых произведениях // Международная конференция по Анализу и Геометрии, посвященная 70-летию акад. Ю.Г. Решетняка. Новосибирск, 1999. Тезисы докладов, с. 59–61.

[12] Мазепа Е.А. О разрешимости задачи Дирихле для уравнения $\Delta u - c(x)u = 0$ на римановых многообразиях специального вида// II Межвузовская научно-практическая конференция студентов и молодых ученых Волгоградской области. Сборник научных статей, вып. 4, Волгоград, 1996, с. 10–15.

[13] Мазепа Е.А. О разрешимости задачи Дирихле для уравнения $\Delta u - c(x)u = 0$ на некомпактных римановых многообразиях // "Алгебра и анализ". Тезисы докладов школы-конференции, посвященной 100-летию со дня рождения Б.М. Гагаева, Казань, 1997, с. 139–140.

[14] Мазепа Е.А. О разрешимости задачи Дирихле для уравнения Шрёдингера на римановых многообразиях специального вида // "Современные проблемы теории функций и их приложения". Тезисы докладов 9-ой Саратовской зимней школы, Саратов, 1997, с. 110.

[15] Мазепа Е.А. О разрешимости задачи Дирихле для ограниченных решений уравнения Шрёдингера на некомпактных римановых многообразиях // "3-ий Сибирский конгресс по прикладной и индустриальной математике (ИМПРИМ-98)". Новосибирск, 1998. Тезисы докладов, ч. I, с. 80.

2-00

Подписано в печать 07.03.2000. Формат 60x84/16.
Бумага типографская № 1. Гарнитура Таймс. Усл. печ. л. 1,0.
Тираж 100 экз. Заказ 095

Издательство Волгоградского государственного университета.
400062, Волгоград, ул. 2-я Продольная, 30.