

МАМАЕВ ШАРИ

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ В УПРУГИХ,
УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИХ И УПРУГО-ВЯЗКО-ПЛАСТИЧЕСКИХ
ТЕЛАХ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ

01.02.04 –механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Казань – 2014

Работа выполнена в Алматинской академии экономики и статистики и на кафедре информатики Московского физико-технического института (государственного университета)

Научный консультант: **Каримбаев Тельман Джамалдинович**
доктор технических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Ильгамов Марат Аксанович**
доктор физико-математических наук, профессор,
член-корреспондент РАН

Ерофеев Владимир Иванович
доктор физико-математических наук, профессор

Брагов Анатолий Михайлович
доктор технических наук, профессор

Ведущая организация - **Институт теоретической и прикладной механики
СО РАН**

Защита состоится «25» декабря 2014 г. в 13 час 00 мин на заседании диссертационного совета Д 212.081.11 при Казанском (Приволжском) федеральном университете по адресу: 42008, Казань, ул. Кремлевская 18.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского ФГАОУ ВПО «Казанский (Приволжский) федеральный университет» и на сайте ФГАОУ ВПО «Казанский (Приволжский) федеральный университет» www.kpfu.ru

Сведения о защите, автореферат и диссертация размещены на официальных сайтах ВАК Министерства образования и науки РФ <http://www.vak.ed.gov.ru> и ФГАОУ ВПО «Казанский (Приволжский) федеральный университет» www.kpfu.ru.

Автореферат разослан «___» _____ 2014 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
кандидат физико-математических
наук, доцент

Саченков А.А.

Общая характеристика работы

Актуальность работы. Влияние скорости деформации на механические характеристики материалов привлекло серьезное внимание еще в конце XIX и в начале XX веков в связи с установленными при ударных испытаниях эффектами изменения прочности. Изучению свойств материалов при динамических нагрузках посвящено большое число экспериментальных работ, которые свидетельствуют о заметном влиянии скорости деформации на пределы текучести, прочности, законы упрочнения и другие параметры процессов деформирования в различных материалах. Обстоятельный обзор экспериментальных исследований с анализом и способов их проведения даны в работах Дж.Ф. Бэлла, Р.А. Васина, В.С. Ленского, Э.В. Ленского, Б.М. Малышева, Г.С. Шапиро, П. Пэжины, Д. Кэмпбела, А. Хольцера, Г.В. Степанова, В.В. Харченко, А.М. Брагова и многих других. В связи с этими экспериментальными результатами значительный научный интерес представляет разработка математических моделей, описывающих поведение материалов, чувствительных к скорости деформации $\dot{\xi}$, и позволяющих повысить точность аналитических расчетов их деформирования в области заметных изменений скоростей нагружения. Аналитические подходы, учитывающие указанные эффекты скорости деформаций, представлены в большом числе работ и продолжают интенсивно разрабатываться. Вклад в развитие теорий упруго-вязко-пластического деформирования внесли Л. Малверн, В.В. Соколовский, П. Пэжина, В.Н. Кукуджанов, Л.А. Толоконников, В.Л. Баранов, С. Калисский, Р.М. Нагди, С.А. Мерч и многие другие. Однако, инженерные подходы, позволяющие в рамках экспериментальных и аналитических достижений описать сложные явления при переменных скоростях деформации, недостаточно развиты. Стимулирующим фактором в развитии этих исследований является возрастающее применение высоких давлений и импульсных нагрузок при промышленной обработке металлов и изделий военной техники. Многие объекты новой техники, современные несущие и защитные конструкции, как в процессе эксплуатации, так и в результате техногенных катастроф могут испытывать воздействия интенсивных динамических нагрузок, взрывных, ударных или иного характера. В современных технологиях широко применяется высокоскоростная обработка конструкционных материалов, например, штамповка взрывом. В связи с этим, адекватное описание деформационного поведения материалов в широком диапазоне скоростей деформирования при моделировании процессов штамповки, высокоскоростного соударения, внезапного внедрения, взаимодействия металла и взрывчатых веществ и других подобных динамических задач продолжает оставаться актуальным.

Эффективное решение многих задач волновой динамики в трехмерной постановке и изучение особенности развития динамических явлений оказались возможными благодаря достигнутому успехам в области вычислительной техники и численных методов, позволяющих проводить математическое моделирование сложных нестационарных процессов. Основным инструментом исследования в рассматриваемых задачах являются обратно-характеристические численные методы и их реализация на ЭВМ. При выборе численных методов и построении алгоритмов для решения пространственных нестационарных задач особое место

должны занимать вопросы, связанные с их точностью и экономичностью в смысле требуемых машинной памяти и времени. Одной из наиболее эффективных схем такого рода является разновидность обратно-характеристических методов: метод пространственных характеристик и метод бихарактеристик. Метод бихарактеристик основан на сочетании идеи метода расщепления по пространственным переменным и метода характеристик. Этот метод позволяет максимально сблизить область зависимости конечно-разностного уравнения к области зависимости дифференциального уравнения. Другое преимущество этой схемы состоит в том, что она дает естественный путь получения конечно-разностных уравнений для определения решения в граничных точках, без привлечения дополнительных интерполяций и не требует операции симметрирования системы, поэтому дифференциальные соотношения на бихарактеристиках получаются непосредственно в компонентах тензора напряжения и скоростей частиц.

Разновидности схемы, использующие соотношения на характеристических поверхностях, были использованы и развивались различными авторами для решения конкретных задач динамики сплошных сред. Среди них можно отметить работы Р.Дж. Клифтона, В.В. Рекера, В.К. Кондаурова, В.Н. Кукуджанова, П.Ф. Сабодаша, В.Г. Чебана, С.С. Григоряна, Р.А. Чередниченко, К.М. Магомедова, А.С. Холодова, И.Б. Петрова, Т.Д. Каримбаева, Н.Ж. Жубаева, Г.Т. Тарабрина, Г.Г. Булычева, А.Т. Ковшова, Ю. Бейда и многих других. Однако продолжают оставаться актуальными проблемы адаптирования расчетных схем к решению пространственных динамических задач механики сплошной среды.

В трехмерных телах конечных размеров напряженное и деформированное состояние в произвольной точке в текущий момент времени представляет собой конгломерат интерференции волн различного типа. Несмотря на это многие явления изучались, как правило, в рамках двумерной постановки, что является частным случаем пространственных нестационарных задач и не охватывает изучаемые процессы в целом. Численное моделирование нестационарных процессов в трехмерной постановке начало проводиться лишь с 80-х годов прошлого столетия и ему до настоящего времени посвящено относительно небольшое число работ. Без изучения полной, пространственно-временной картины протекания волновых процессов в телах конечных размеров, возникающей при действии нестационарных динамических нагрузок, невозможно оценить их работоспособность. Поэтому исследование особенностей распространения трехмерных волн в телах конечных размеров и выявление некоторых закономерностей неустановившихся процессов в них является в настоящее время важной и актуальной проблемой, представляющей как научное значение, так и прикладной интерес.

Анализ работ, посвященных нестационарным задачам в пространственных конструкциях, показывает, что в случае поперечного удара усиливаются эффекты взаимодействия различных типов волн и выявление наиболее опасных их сочетаний с точки зрения работоспособности конструкции становится актуальной задачей. Влияние взаимодействия различных типов волн осложняется и усиливается при действии локальной нагрузки и, особенно, в том случае, когда область действия нагрузки перемещается по поверхности исследуемого тела с определенной скоростью. Примерами являются удар птицы по рабочей лопатке вентилятора при

эксплуатации авиационных двигателей; действие волн на силовые конструкции причалов, действия ветряных порывов на строительные сооружения, на лопасти ветроколес, цунами – на береговые сооружения, смерчи и т.д. Этот перечень проблем подтверждает научную и техническую актуальность задачи о динамическом изгибе бруса конечных размеров нагрузкой, перемещающейся по его поверхности с определенной скоростью.

Одним из важных функциональных назначений корпусов технических сооружений является удержание в их пределах внутренних элементов конструкции, которые могут оказать при критических ситуациях сильное локальное механическое воздействие на корпус. Такие события, как правило, происходят при нарушении по какой-либо причине штатных условий эксплуатации узлов и элементов сооружения. Указанные нерасчетные режимы приводят к внезапному локальному динамическому воздействию на корпус. Например, решение проблемы удержания кожухом рабочей лопасти авиационного двигателя при её обрыве в пределах двигателя. Моделирование указанных процессов приводит к исследованию напряженного состояния цилиндрической оболочки и балки цилиндрического профиля в трехмерной постановке, при локальном поперечном ударе и выявлению причин и возможных областей разрушения.

Таким образом, потребности практики определяют круг актуальных научных и практических задач динамики сплошной среды, которые стали предметом исследований настоящей работы.

Цель работы. Целью диссертационной работы является:

- разработка варианта экспериментально обоснованной математической модели пространственных нестационарных процессов в деформируемых твердых телах, чувствительных к скоростям деформации;
- развитие метода бихарактеристик и улучшения устойчивости разностной схемы для решения трехмерных (пространственных) динамических задач в упругих и упруго-пластических средах;
- применение метода бихарактеристик для решения трехмерных динамических задач в цилиндрических координатах с разработкой численного алгоритма их решения;
- на основе разработанной математической модели деформирования твердых тел, чувствительных к скоростям деформации, а также развития численных методов решения нестационарных задач динамики деформируемого твердого тела выявление особенностей неустановившихся распределений линейных и нелинейных трехмерных динамических напряжений и деформаций в телах, в том числе, телах конечного размера.

Для достижения поставленных целей решены следующие задачи.

1. Проведен анализ выполненных в России и за рубежом экспериментальных исследований, посвященных изучению влияния скорости нагружения на характер деформирования различных материалов, а также выполнен аналитический обзор математических моделей, описывающих указанные явления.

2. На основе изучения экспериментальных работ в области динамической пластичности и анализа существующих математических моделей создание варианта определяющих соотношений, связывающих дифференциалы (приращения)

компонентов напряжений, деформаций и скоростей деформации, и описывающих экспериментально обнаруженные факты влияния скорости деформации на поведение (характеристики) материала.

3. Изучение особенностей распространения плоских продольных волн в стержнях с учетом влияния скорости нагружения на проявление вязких свойств материала с целью демонстрации того обстоятельства, что применение предложенного варианта определяющих соотношений позволяет описать экспериментальные факты, которые не охватываются в рамках ранее предложенных математических моделей.

4. Анализ формирования пластической зоны и волны разгрузки в стержне конечной длины в зависимости от характера (скорости, величины и продолжительности) динамического нагружения.

5. Особенности динамических явлений в составных стержнях конечной длины.

6. Развитие метода бихарактеристик и улучшение устойчивости разностной схемы для решения трехмерных (пространственных) динамических задач в упругих и упруго-пластических средах.

7. Исследования распространения упругих и упруго-пластических волн напряжений в вытянутом параллелепипеде с анализом влияния скорости нагружения и размеров сечения параллелепипеда на динамические процессы.

8. Изучение влияния характера закрепления на распространение упругих и упруго-пластических волн напряжений в параллелепипеде конечных размеров.

9. Исследования особенностей распространения изгибных волн напряжений при поперечном ударе, как по постоянной, так и изменяющейся (движущейся) во времени области консольно-закрепленного параллелепипеда.

10. Применение метода бихарактеристик для решения трехмерных динамических задач в цилиндрических координатах с разработкой численного алгоритма их решения.

11. Исследования распространения изгибных волн напряжений при поперечном ударе локальной нагрузкой по цилиндрической оболочке с анализом влияния места приложения нагрузки и жестко-закрепленной границы на распределения и уровни динамических напряжений.

12. Изучение распространения изгибных волн напряжений в консольно-закрепленной балке цилиндрического профиля при поперечном локальном ударе.

Научная новизна выполненной работы состоит в следующем.

Предложен вариант модифицированной теории упруго-вязко-пластического течения. Он при активном нагружении связывает дифференциал девиатора пластической деформации с дифференциалами интенсивностей напряжений и скоростей деформации и описывает экспериментально подтвержденные факты для упруго-пластических сред, чувствительных к скоростям деформации. Разгрузка реализуется по линейному закону. Установлена модифицированная (учитывающая влияние скорости деформации) граница активного нагружения и разгрузки.

В предложенной математической модели упруго-вязко-пластического течения непосредственно используются экспериментально построенные при различ-

ных скоростях деформаций кривые деформирования, что при исследовании нестационарных процессов в упруго-пластических средах, чувствительных к скоростям деформаций, обеспечивает соответствие результатов исследований экспериментальным данным. Впервые разработана технология движения переменного напряженно-деформированного состояния точки по экспериментально построенной поверхности текучести для тел, чувствительных к скоростям деформаций.

Области и эффекты продолжающего нагружения, разгрузки при упруго-вязко-пластическом деформировании, установленные на характеристической плоскости, являются новыми.

Повышение предела текучести, предела прочности, коэффициента деформационного упрочнения, распространение догрузочного импульса со скоростью упругих волн, плато деформации, влияние истории изменения скорости деформации на кривые деформирования, переход с кривой для одной скорости нагружения на кривую с другой скоростью нагружения – вот перечень экспериментальных фактов, которые впервые одновременно охвачены предложенной моделью упруго-вязко-пластического течения.

Оригинальные предложения о способах

– регулирования размеров пластически деформированной упрочненной приграничной области изделия на основе изучения особенностей формирования пластически деформированной области и волны разгрузки у жестко закрепленного конца в стержне конечной длины, связанные с характером динамического нагружения;

– управления уровнем динамической нагруженности отдельного элемента составного стержня на основе изучения взаимодействия отраженных, преломленных волн напряжений на границе раздела составных стержней при различном их расположении.

Развитие методов решения трехмерных динамических задач механики сплошной среды, позволившие повысить устойчивость разностной схемы численных расчетов при решении пространственных нестационарных задач волновой динамики и обобщить метод бихарактеристик на решение нелинейных пространственных задач динамики твердого тела.

В результате анализа решенных трехмерных линейных и нелинейных динамических задач получены новые результаты или подтверждены известные результаты для новых условий.

Подтверждение исследованиями распространения волн напряжений в вытянутом параллелепипеде при различных скоростях динамического нагружения и размерах поперечного сечения известного положения Похгаммера–Кри: стержневая теория распространения волн применима в случае, когда длина волны велика по сравнению с поперечными размерами стержня.

Особенности распределения динамических напряжений, скоростей частиц и их изменений во времени в окрестности концевой сечения параллелепипеда конечной длины при различных краевых условиях (свободный край, жестко закрепленный край, край со смешанными условиями).

Зарождение трехмерных пластически деформированных зон в ребрах, гранях и их развитие в направлении продольной оси вытянутого параллелепипеда, а так-

же характер появления и распространения волны разгрузки. Показанная исследованиями распространения упруго-пластических волн напряжений необходимость учета эффекта скорости нагружения.

Результаты исследований зарождения трехмерных пластически деформированных зон, а также характера появления и распространения волны разгрузки в параллелепипеде конечной длины при различных условиях на торце, противоположном от торца, подверженного заданной ударной нагрузке.

Трехмерный динамический изгиб жестко закрепленной балки с прямоугольным поперечным сечением с оценкой распределения напряжений и их максимальных значений.

Результаты исследования влияния скорости перемещения площадки действия динамической нагрузки на распределения и уровни напряжений в жестко закрепленной консольной балке в форме прямоугольного параллелепипеда.

Разработанный алгоритм численного решения трехмерных динамических задач в цилиндрической системе координат на базе применения метода бихарактеристик и полученные конечно-разностные уравнения во внутренних точках, точках граничной поверхности, ребрах и в точках их пересечения.

Особенности распределения трехмерных динамических напряжений в закрепленной по одному торцу (другой торец свободен) цилиндрической оболочке при локальном ударе с изучением и оценкой критических сценариев возможных видов и областей разрушения.

Результаты исследования влияния удаленности от закрепленного конца места локального удара на распределения и уровни трехмерных динамических напряжений в консольно-закрепленной цилиндрической оболочке, а также в балке цилиндрического профиля.

Разработанный алгоритм и программа расчета на языке Фортран-90 для численного решения пространственных динамических задач теории упругости и пластичности в прямоугольном параллелепипеде и цилиндрической оболочке при продольном и локальном поперечном ударе.

Основные положения, выносимые на защиту.

Вариант теории течения, которая

- охватывает экспериментально наблюдаемые явления в упруго-пластических средах, чувствительных к скоростям деформации,
- при активном нагружении связывает дифференциал девиатора пластической деформации с дифференциалами интенсивностей напряжений и скоростей деформации,
- при разгрузке использует линейные соотношения между напряжениями и деформациями.

Модифицированная (учитывающая влияние скорости деформации) граница активного нагружения и разгрузки.

Демонстрация того, что предложенный вариант основных соотношений описывает такие экспериментально наблюдаемые явления, как:

- повышение пределов текучести и прочности,
- повышение коэффициента деформационного упрочнения,

- распространение догрузочного импульса со скоростью упругих волн,
- плато деформации,
- влияние истории изменения скорости деформации на кривые деформирования,
- переход с кривой для одной скорости нагружения на кривую с другой скоростью нагружения.

Формирование пластически деформируемой области и волны разгрузки у жестко закрепленного конца в стержне конечной длины.

Управление уровнем динамической нагруженности в отдельном элементе составного стержня.

Улучшение устойчивости схемы численного расчета применительно к пространственным нестационарным задачам волновой динамики.

Обобщение метода бихарактеристик на решение пространственных нестационарных задач в упруго-пластических средах.

Выявленный эффект концентрации динамических напряжений в вершинах, ребрах и их окрестностях параллелепипеда конечных размеров при продольном и поперечном ударах. Сложный характер распределения напряжений в жестко закрепленном торце, свободном торце, торце со смешанным креплением. Особенности распространения упругих и упруго-пластических волн в телах конечного размера.

Особенности протекания нестационарных процессов, имеющие место в относительно толстой балке при действии нормальной к её поверхности локальной нагрузки, движущейся с постоянной скоростью.

Применение метода бихарактеристик для решения трехмерных динамических задач в цилиндрических координатах с разработкой численного алгоритма их решения.

Особенности распространения трехмерных волн при поперечном ударе по цилиндрической оболочке и балке цилиндрического профиля. Результаты анализа возможных областей разрушения и их причины в зависимости от места приложения и характера внешней нагрузки.

Разработанный алгоритм и программы расчета на языке Фортран-90 для численного решения пространственной динамической задачи теории упругости и пластичности и численные исследования на их основе трехмерного напряженно-деформированного состояния тел в форме прямоугольного параллелепипеда, цилиндрической оболочки и балки цилиндрического профиля при продольном и локальном поперечном ударе.

Научная и практическая значимость результатов. Разработанная математическая модель физических соотношений, связывающая дифференциал девиатора пластической деформации с дифференциалами интенсивностей напряжений и скоростей деформации, расширяет возможности аналитических исследований сложных динамических задач механики сплошной среды. Она позволяет описать экспериментальные факты для тел, чувствительных к скоростям деформации, и может применяться для расчета нестационарных процессов в таких телах. Учет влияния скорости деформации крайне важен для определения напряженно-

деформированного состояния и расчетов на прочность при динамических нагрузках элементов конструкций, деталей машин для обеспечения повышения их надежности и функционирования в эксплуатационных условиях, повышение качества и снижения материалоемкости при изготовлении.

Установленные расчетами возможности формирования пластической зоны и волны разгрузки у жестко закрепленного конца в стержне конечной длины с помощью управления величиной и скоростью нагружения внешней нагрузки, позволяют регулировать размеры пластически деформированной упрочненной приграничной области изделия. Управляемая приповерхностная зона пластических деформаций имеет широкую область технических приложений. Например, поверхности рабочих и направляющих лопаток турбомашин деформируют пластически трудно контролируемой пескоструйной обработкой.

Демонстрированное управление уровнем динамической нагруженности каждого отдельного элемента составного стержня, являющегося элементом составной конструкции, при различном их расположении может быть использовано при проектировании составных конструкций.

Разработанные алгоритмы и программы расчетов на языке Фортран-90 для численных расчетов трехмерного напряженно-деформированного состояния тел в форме прямоугольного параллелепипеда, цилиндрической оболочки и балки цилиндрического профиля при действии динамической нагрузки могут найти применение как при решении научных и технических задач, так и при обучении специалистов высокого класса.

Результаты решения пространственных нестационарных задач в упругих и упруго-пластических телах конечных размеров, позволяющие получить более глубокое физическое представление о происходящих динамических явлениях, обеспечивающие адекватное соответствие экспериментально наблюдаемым фактам, могут найти непосредственное использование. Поэтому предложенные и опробованные методы могут быть использованы при решении широкого класса практических задач в динамике машин, приборов, грунтов, сооружений сейсмологии и т.д., а результаты решенных задач могут использоваться при оценке достоверности практических задач.

Достоверность полученных результатов обеспечивается:

- корректностью и строгостью математической постановки исследуемых задач;
- выполнением необходимых условий устойчивости и численной проверкой устойчивости метода расчета;
- точным удовлетворением конечно-разностному аналогу уравнений движения, начальным, граничным условиям во всех точках в течение всего исследованного промежутка времени;
- совпадением результатов численных расчетов в предельных случаях с известными и ранее полученными решениями задач, ставшими теперь классическими;
- сравнениями полученных результатов с известными экспериментальными данными и результатами аналитических решений;

– соответствием полученных результатов физическим явлениям в исследуемых телах.

Апробация работы. Основные положения и результаты диссертации докладывались и обсуждались на семинарах:

- Научно – технические конференции ДТИЛПП (г. Джамбул, 1992-1998г.г.);
- Международная конференция «Актуальные проблемы механики деформируемого тела». Алма-Ата, 1992 г.;
- Республиканская конференция, посвященная 85-летию академика Х.А. Рахматулина. Ташкент, апрель, 1994 г.;
- I Республиканский съезд по теоретической и прикладной механике. Алматы, 1996 г.;
- Международная научная конференция «Математическое моделирование в естественных науках». Алматы, 17-18 апреля, 1997г.;
- Международной научно-практической конференции «Машиностроение в условиях рыночной экономики. Проблемы и перспективы». Тараз, 1999г.;
- The Third Russian-Korean International Symposium on Science and Technology. Novosibirsk, 1999;
- II Региональная научно-методическая конференция. Тараз, 2000г.;
- Международная конференция «Современные проблемы механики сплошных сред и горных пород». Бишкек, октябрь, 2002 г.;
- II Международная научно-методическая конференция «Математическое моделирование и информационные технологии в образовании и науке». Алматы, октябрь, 2003 г.;
- Научно-практическая конференция «Проблемы вхождения Казахстана в мировое образовательное пространство». Казахстанско-Российский университет, февраль, 2005г.;
- Научно-практическая конференция «Инновационные технологии в совершенствовании подготовки инженерных и научных кадров». ТарГУ, ноябрь, 2005 г.;
- VI Международная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы развития экономики и подготовки специалистов с экономическим образованием в странах СНГ». Тараз, июнь, 2005г.;
- Международная конференция «Авиадвигатели XXI века». ЦИАМ, 2006 г.;
- Международная научно-техническая конференция «ВТОРЫЕ ЕРЖАНОВСКИЕ ЧТЕНИЯ». Казахстан, Актобе 2007г.;
- Международная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы механики сплошных сред». Бишкек, 2012 г.;
- Республиканская научно-практическая конференция. Тараз, ТарГУ, 2012 г.;
- V1 Международная конференция «Вычислительная и прикладная математика». Киев: Киевский национальный университет им. Т.Г. Шевченко. 5-6 сентября, 2013 г.;
- V Международная конференции «Деформация и разрушение материалов и наноматериалов». Москва: Институт металлургии и материаловедения им. А.А. Байкова РАН. 26-29 ноября, 2013г.;

– Всероссийская научная конференция «Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в современном информационном обществе». Москва-Долгопрудный-Жуковский: Московский физико-технический институт. 25-30 ноября, 2013 г.;

– семинар кафедры механики под руководством д.ф.-м.н., проф. С. Абдрахманова, Кыргызский государственный технический университет. Бишкек, май, 2012 г.;

– научный семинар лаборатории механики горных пород, под руководством д.ф.-м.н., проф. А.А. Баймухаметова, Институт механики и машиноведения МОН РК. Алматы, октябрь, 2012 г.;

– объединенный семинар кафедр механико-математического факультета и НИИ математики и механики «Современные проблемы математики, механики и информатики» под руководством д.ф.-м.н., проф. Н.Т. Данаева, Казахский национальный университет. Алматы, март, 2013 г.;

– на научно-техническом совете отдела 200 «Динамика прочность», Центральный институт авиационного моторостроения. Москва, июнь, 2013 г.

– Семинар кафедры теоретической механики под руководством д.ф.-м.н., проф. Ю.Г. Коноплева, Казанский федеральный университет. Казань, 19 декабря, 2013 г.;

– Семинар «Суперкомпьютерное моделирование» под руководством член-корреспондента РАН И.Б. Петрова, Московский физико-технический институт, 24 декабря, 2013 г.

Личный вклад автора. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причем вклад диссертанта был определяющим.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, двух разделов, заключения и списка литературы из 245 наименований. Первый раздел работы состоит из двух глав, второй раздел состоит из пяти глав. Основной текст работы изложен на 410 страницах, включая 7 таблиц, 141 рисунок и 57 страниц приложений.

Благодарности. Автор выражает особую признательность и благодарность за постановку проблемы, за постоянное внимание к работе, за его неизменную поддержку научному консультанту д.т.н., профессору Каримбаеву Т.Д. Автор благодарен заведующему кафедры информатики МФТИ, чл.-корр. РАН Петрову И.Б. и всему коллективу кафедры за поддержку во время прохождения научной стажировки и консультации при завершении диссертационной работы. Автор признателен АО "Центр международных программ" МОН РК за предоставленную научную стажировку по программе "Болашак".

Содержание работы

Во введении описано состояние проблемы, обоснована актуальность проводимых исследований, приведен обзор научной литературы по соответствующей проблематике, сформулированы цель работы, раскрыты ее научная новизна, применение и практическая ценность. Приведены сведения о достоверности резуль-

татов работы, ее апробация; изложены основные положения, выносимые на защиту; описаны структура и объем работы. Кратко изложены основное содержание диссертации (положения по главам) и полученные в ней результаты.

В главе 1.1 приведен краткий обзор существующих экспериментальных работ Российских и зарубежных авторов, посвященных изучению влияния скорости деформаций на механические характеристики материалов, предел текучести, предел прочности, модуль упругости, коэффициент деформационного упрочнения, а также история изменения скорости деформации на кривые деформирования и распространение догрузочного импульса. Проанализированы экспериментально установленные наиболее существенные особенности поведения конструкционных материалов при их динамическом деформировании, которые, непременно, должны быть охвачены в рамках существующих и разрабатываемых математических моделей.

Проведен анализ существующих математических моделей, которые связывают поля напряжений σ_{ij} и деформаций ε_{ij} и применяются для исследования динамических явлений в упругих, упруго-пластических и упруго-вязко-пластических средах. Рассматриваются различия этих соотношений, достоинства и недостатки их с точки зрения соответствия их экспериментальным данным

В главе 1.2 на основе изучения экспериментальных результатов и анализа существующих моделей деформирования разработан вариант модифицированной теории течения, связывающей дифференциал девиатора пластической деформации с дифференциалами интенсивностей напряжений и скоростей деформации для упруго-пластических сред, чувствительных к скоростям деформации, который может использоваться как на стадии активного нагружения, так и при разгрузке

$$d\varepsilon_{ij}^p = \begin{cases} 0 & \text{при } ds_i - (\partial\sigma_s/\partial\xi_i)d\xi_i \leq 0, \\ (s_{ij}/s_i)[F^s(s_i, \xi_i, \chi_i)ds_i - F^\xi(s_i, \xi_i, \chi_i)d\xi_i] & \text{при } ds_i - (\partial\sigma_s/\partial\xi_i)d\xi_i > 0, \end{cases} \quad (1)$$

где $d\varepsilon_{ij}^p$, s_{ij} – компоненты дифференциала девиатора тензора пластической деформации и девиатора напряжений; ds_i , $d\xi_i$ – дифференциал интенсивности касательных напряжений и скоростей деформации, χ_i – интенсивность накопленной пластической деформации. В выражении (1) функция $F^s(s_i, \xi_i, \chi_i)$ характеризует изменение девиатора пластических деформации за счет изменения интенсивности касательных напряжений s_i при постоянной интенсивности скорости деформации $d\xi_i = 0$, а функция $F^\xi(s_i, \xi_i, \chi_i)$ характеризует изменение этих деформаций за счет изменения интенсивности скоростей деформаций ξ_i при постоянной интенсивности касательных напряжений $ds_i = 0$. Все эти изменения рассматриваются при постоянной величине накопленной пластической деформации $\chi_i = \varepsilon_i^p = const$.

Далее предполагается, что поверхность пределов текучести $s_i = \sigma_s(\xi_i, \chi_i)$ не зависит от вида напряженного состояния и её можно построить на основе результатов испытаний на одноосное растяжение при различных, но постоянных скоростях деформации $\xi = const$.

Определение функций F^s, F^ξ , введенные в выражение (1), выполнено впервые. Функции $F^s(s_i, \xi_i, \chi_i)$, $F^\xi(s_i, \xi_i, \chi_i)$ определены из экспериментальных кривых деформирования, построенных при различных скоростях деформации

$$F^s = 1/(ds_i / d\varepsilon_i) - 1/2\mu = 1/2\mu' - 1/2\mu; \quad 2\mu' = ds_i / d\varepsilon_i. \quad (2)$$

Здесь $2\mu'$ – касательный модуль сдвига к экспериментальной кривой зависимости интенсивности сдвиговых напряжений s_i от сдвиговых деформаций ε_i . Функция F^s всегда является положительной т.к. $\mu' < \mu$, что обуславливает возрастание пластической деформации $d\varepsilon_{ij}^p > 0$ при $ds_i > 0$ и отсутствие её приращения ($d\varepsilon_{ij}^p = 0$) при $ds_i < 0$.

Вторая неизвестная функция F^ξ

$$F^\xi = d\varepsilon_i / d\xi_i \quad (3)$$

определена как касательная к кривой $\varepsilon_i \sim \xi_i$ при текущем значении ξ_i . По экспериментальным кривым деформирования $s_i \sim \varepsilon_i$, построенным при различных значениях скорости деформации ξ_i , строятся сечения $\varepsilon_i \sim \xi_i$ поверхности текучести при постоянном уровне интенсивности напряжений ($s_i = const$). В соответствии с экспериментальными данными $\partial\sigma_s / \partial\xi_i > 0$ и соотношением (1) функция F^ξ принимает только отрицательные значения. Поэтому согласно равенству (1) рост пластических деформаций ($d\varepsilon_{ij}^p > 0$) можно наблюдать только при уменьшении скорости деформации $d\xi_i < 0$, а при возрастании скорости деформирования ξ_i приращение пластических деформаций не наблюдается. Эти результаты качественно согласуются с экспериментальными наблюдениями. При отсутствии вязкости $F^\xi(s_i, \chi_i, \xi_i) = 0$ предложенное соотношение (1) приводится к известным соотношениям теории пластического течения. Поэтому соотношение (1) можно рассматривать как обобщение теории пластического течения на случай вязких сред.

В рамках одноосного нагружения проанализированы условия активного нагружения и разгрузки при изменении основных параметров состояния – напряжения, скорости деформации. Для многих материалов с увеличением скорости деформации ξ кривые деформирования повышаются (рис.1). Вследствие этого и соотношений (1) при $ds_i > 0$ и $d\xi_i < 0$ обязательно происходит нагружение (рис. 1а) так как $ds_i > (\partial\sigma_s / \partial\xi_i)d\xi_i$. При $ds_i < 0$ и $d\xi_i > 0$ наблюдается процесс разгрузки (рис. 1б) $ds_i \leq (\partial\sigma_s / \partial\xi_i)d\xi_i$. На этих рисунках точка А обозначает начало рассматриваемого процесса нагружения, а точка В соответствует состоянию материала в его конце. Стрелка указывает направление протекания процесса для следующего этапа нагружения, соответствующего возрастанию напряжений. Более сложные варианты нагружения показаны на рис. 2.

1. $ds_i > 0, d\xi_i > 0, ds_i > (\partial\sigma_s / \partial\xi_i)d\xi_i$ (нагрузка) (рис. 2а)
2. $ds_i > 0, d\xi_i > 0, ds_i < (\partial\sigma_s / \partial\xi_i)d\xi_i$ (разгрузка) (рис. 2б)
3. $ds_i < 0, d\xi_i < 0, ds_i > (\partial\sigma_s / \partial\xi_i)d\xi_i$ (нагрузка) (рис. 2в)

4. $ds_i < 0, d\xi_i < 0, ds_i < (\partial\sigma_s / \partial\xi_i)d\xi_i$ (разгрузка) (рис. 2г)

Здесь $ds_i, d\xi_i$ соответственно изменения напряжений и скоростей деформации, $(\partial\sigma_s / \partial\xi_i)d\xi_i$ – изменение пределов текучести.

Такие экспериментальные факты как повышение предела текучести, упрочнения, влияние истории изменения скорости деформации, переход с кривой на кривой, распространение догрузочного импульса, плато деформаций охватываются предложенной моделью упруго-вязко-пластического деформирования.

В 1.2.2 – 1.2.5 приводится система нелинейных уравнений первого порядка в частных производных, описывающая процесс распространения плоских продольных волн в стержнях

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} &= \frac{\partial \sigma(x,t)}{\partial x}, \quad \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon(x,t)}{\partial t}, \\ \frac{\partial \varepsilon(x,t)}{\partial t} - \frac{1}{E} \cdot \frac{\partial \sigma(x,t)}{\partial t} &= F(\sigma, \xi, \chi), \end{aligned} \quad (4)$$

где $\sigma(x,t), \varepsilon(x,t), v(x,t)$ – осевое напряжение, деформация и скорость частицы стержня в поперечном сечении с координатами x в момент времени t соответственно, $F(\sigma, \xi, \chi)$ – скорость пластической части деформации, ρ – плотность среды.

Система уравнений (4) гиперболического типа и для его решения применяется обратнo-характеристический метод. Получено уравнение характеристик, вдоль которых выполняются следующие дифференциальные соотношения

$$dx = \pm dt, \quad d\sigma \mp dv = -F(\sigma, \xi, \chi) dt, \quad (5)$$

$$dx = 0, \quad d\varepsilon - d\sigma = F(\sigma, \xi, \chi) dt. \quad (6)$$

Таким образом, система уравнений (4) с частными производными заменена эквивалентной ей системой обыкновенных дифференциальных уравнений вдоль характеристик. Характеристические соотношения представлены конечно-разностными отношениями. Получены системы линейных алгебраических уравнений для нахождения неизвестных напряжений σ , скорости частиц v , деформаций ε во внутренних и граничных точках области. Поскольку система дифференциальных уравнений (5), (6) нелинейна, то для решения её используется обобщенный на упруго-вязко-пластические среды метод последовательных приближений.

В 1.2.6 на основе предложенных физических соотношений изучается влияние скорости нагружения на распространение плоской продольной упруго-вязко-пластической волны в полу бесконечном стержне. На рис. 3 приведена волновая картина в плоскости $x \sim t$, для полубесконечного стержня, к концу $x=0$ которого приложена нестационарная нагрузка

$$\sigma(0,t) = \begin{cases} At & \text{при } t \leq t_0, \\ At_0 [1 - (t-t_0)/(t_1-t_0)] & \text{при } t_0 < t \leq t_1, \\ 0 & \text{при } t > t_1. \end{cases} \quad (7)$$

Параметры A и t_0 приняты постоянными $A=12, t_0=0.25$, а t_1 меняется $t_1= 6.25, 24.25, 48.25$ (t_0 –время достижения максимума, t_1 –время действия нагрузки). Рас-

смотрены различные скорости убывания приложенной нагрузки. Из рисунка видно, что область распространения волн делится на шесть подобластей. Область I – это невозмущенная область, II – область упругих волн, в ней значения напряжений σ и деформаций ε возрастают. Область III – соответствует предельному упругому состоянию стержня. Здесь напряжение σ и деформация ε принимают постоянное значение ($\sigma_s^c \leq \sigma \leq \sigma_s, \varepsilon_s^c \leq \varepsilon \leq \varepsilon_s, \sigma_s^c = \varepsilon_s^c = 1, \sigma_s^c = \varepsilon_s^c = 1.2$). Область IV – эта область упруго-вязко-пластических волн. В ней напряжения σ и вязкие и пластические составляющие деформации возрастают. В области V напряжения σ убывают, а деформация ε продолжает возрастать за счет проявления вязких свойств материала. Область VI – эта область упругих волн разгрузки, в ней и напряжения σ и деформации ε убывают. Указанные выше области ограничены линиями, физический смысл которых приводится ниже. Линия 1 – это передний фронт упругой волны, которая является границей возмущенной и покоящейся области. Линия 2 – задний фронт упругой волны. Линия 2¹ – соответствует переднему фронту упруго-вязко-пластических волн. Линии, соответствующие максимуму деформаций и напряжений, называют соответственно волнами разгрузки деформации и напряжения. Кривые 3, 4, 5 – волны разгрузки деформаций ε , а 3', 4', 5' – волны разгрузки напряжений σ соответственно при $t_l = 6.25, 12.25, 24.25$. Область V, лежащая между волнами разгрузки деформации и напряжения расширяется с уменьшением степени убывания скорости прикладываемой нагрузки. При этом протяженность распространения этой области тем меньше, чем выше степень убывания прикладываемой нагрузки. Такая зависимость от скорости прикладываемой нагрузки проявляется в сочетании с вязкими свойствами материала. Расчетами показано существование плато деформации при действии нагрузки, которая вначале возрастает до некоторой величины, а затем сохраняет постоянное значение. Такие экспериментальные факты как повышение предела текучести, упрочнения, влияние истории изменения скорости деформации, переход с кривой на кривой, распространение догрузочного импульса, плато деформаций охватываются предложенным вариантом определяющих соотношений. Таким образом, предлагаемый вариант определяющих соотношений позволяет описать экспериментально наблюдаемые эффекты.

В 1.2.7 численно исследованы особенности формирования пластической зоны деформирования и волны разгрузки у жестко-закрепленного конца стержня конечной длины с применением разработанной модели упруго-пластического течения. Исследованиями показано, выбирая скорость возрастания и скорость убывания внешней нагрузки, можно управлять протяженностью зоны пластических деформаций в окрестности закрепленного конца стержня и временем пребывания её в пластическом состоянии, регулируя темпы разгрузки. Можно также управлять уровнем остаточных деформаций и размерами области пластических деформаций. Этот результат может найти широкое техническое приложение.

В 1.2.8 приводится система уравнений в частных производных, описывающая процесс распространения плоских продольных волн в составных стержнях

$$\begin{aligned} \rho_n \partial v_n / \partial t = \partial \sigma_n / \partial x, \quad \partial v_n / \partial x = \partial \varepsilon_n / \partial t, \\ \partial \varepsilon_n / \partial t - E^{-1} \partial \sigma_n / \partial t = F_n(\sigma_n, \chi_n), \end{aligned} \quad (8)$$

где n - номер соответствующего стержня; σ_n , ε_n – осевое напряжение и деформация; v_n – скорость смещение частиц; E_n – модуль упругости; ρ_n – плотность материала стержня. Правая часть третьего уравнения зависит от скорости пластической деформаций (1) и при отсутствии вязкости преобразуется в известное соотношение пластического течения

$$F_n(\sigma_n, \chi_n) = 0 \text{ при } \sigma_n \leq \sigma_n^s, \quad F_n(\sigma_n, \chi_n) = [(E_{kn})^{-1} - E_n^{-1}] \partial \sigma_n / \partial t \text{ при } \sigma_n > \sigma_n^s \quad (9)$$

где $E_{kn} = d\sigma/d\varepsilon$ – касательный модуль к кривой деформирования ($\sigma - \varepsilon$).

Система уравнений (8) гиперболического типа, решается обратнo-характеристическим методом. Получены характеристические соотношения и конечно-разностные представления для внутренних, граничных и контактных точках составного стержня. На контактной границе стержней принято условие неразрывности вектора скорости частиц и напряжения

$$\sigma_{ni} = \sigma_{(n+1)i}, \quad v_{ni} = v_{(n+1)i} \quad (10)$$

В 1.2.9 было исследовано распространение плоских продольных упругопластических волн в составном (алюминий и сталь) биметаллическом стержне конечной длины l . Изучалось взаимодействие отраженных, преломленных волн напряжений на границе раздела составных стержней. Явления на границе раздела составных стержней осложнялись их взаимодействием с динамикой изменения, как приложенной внешней нагрузки, так и отраженными от граничных поверхностей волнами напряжений. Расчетами показана возможность появления разрушений на границе контакта разнородных материалов в случае составной конструкции с материалом меньшей жёсткости на материал большей жёсткости. Располагая стержни с определенными механическими характеристиками в определенном расчетном порядке, оказалось возможным управлять уровнем динамической нагруженности каждого отдельного элемента составной конструкции, а, следовательно, и работоспособностью всей составной конструкции, которые начали широко использоваться в технике.

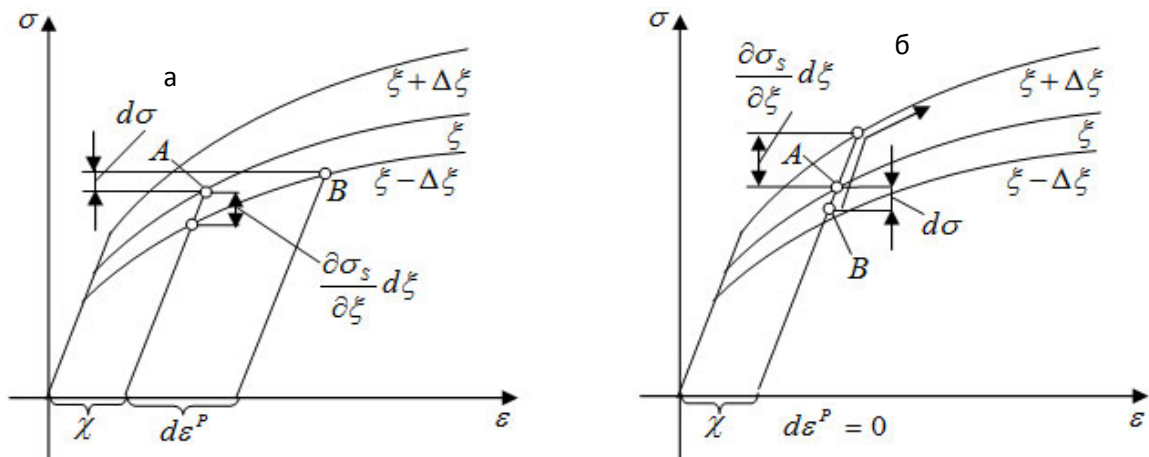


Рис. 1. Зависимость кривых деформирования от скорости деформации: а – процесс нагружения (при $d\sigma > 0$, $d\xi < 0$); б – процесс разгрузки (при $d\sigma < 0$, $d\xi > 0$)

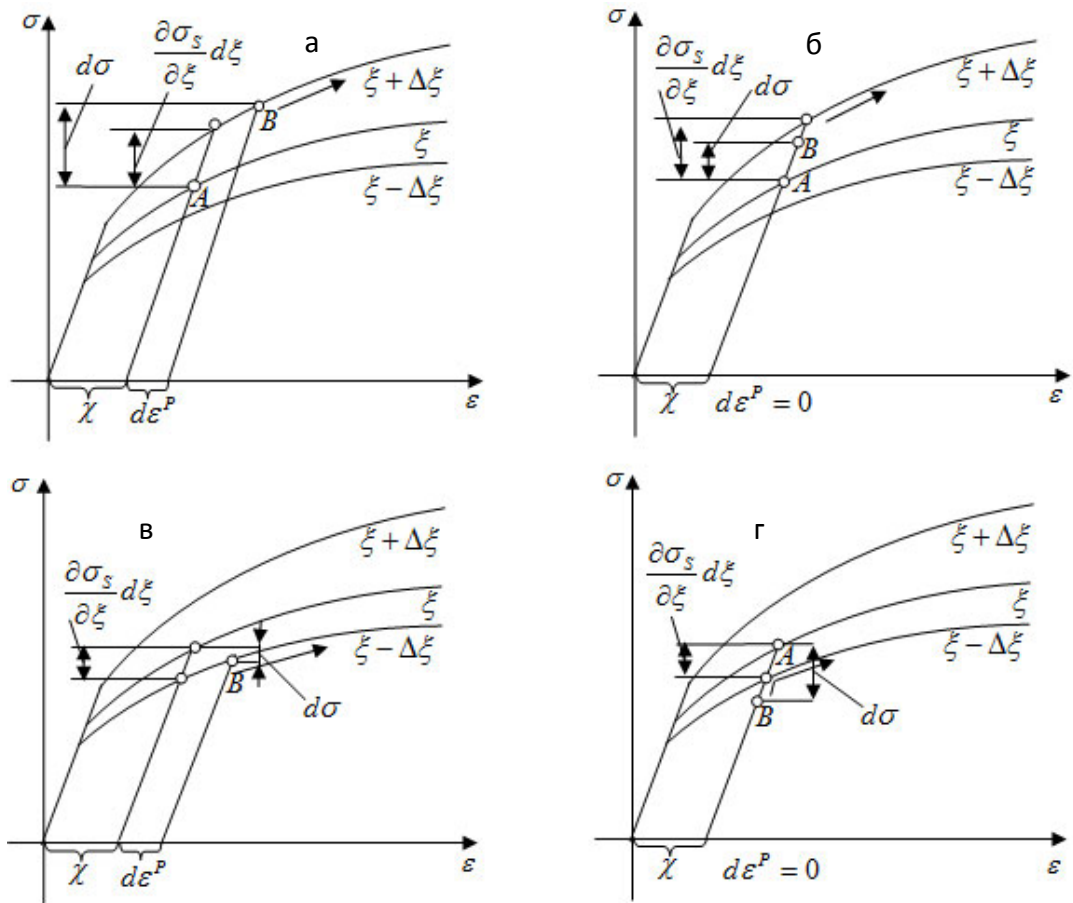


Рис. 2. Сложные варианты нагружения: а - $d\sigma > 0, d\xi > 0, d\sigma > \frac{\partial\sigma_s}{\partial\xi}d\xi$; б - $d\sigma > 0, d\xi > 0, d\sigma < \frac{\partial\sigma_s}{\partial\xi}d\xi$; в - $d\sigma < 0, d\xi < 0, d\sigma > \frac{\partial\sigma_s}{\partial\xi}d\xi$; г - $d\sigma < 0, d\xi < 0, d\sigma < \frac{\partial\sigma_s}{\partial\xi}d\xi$.

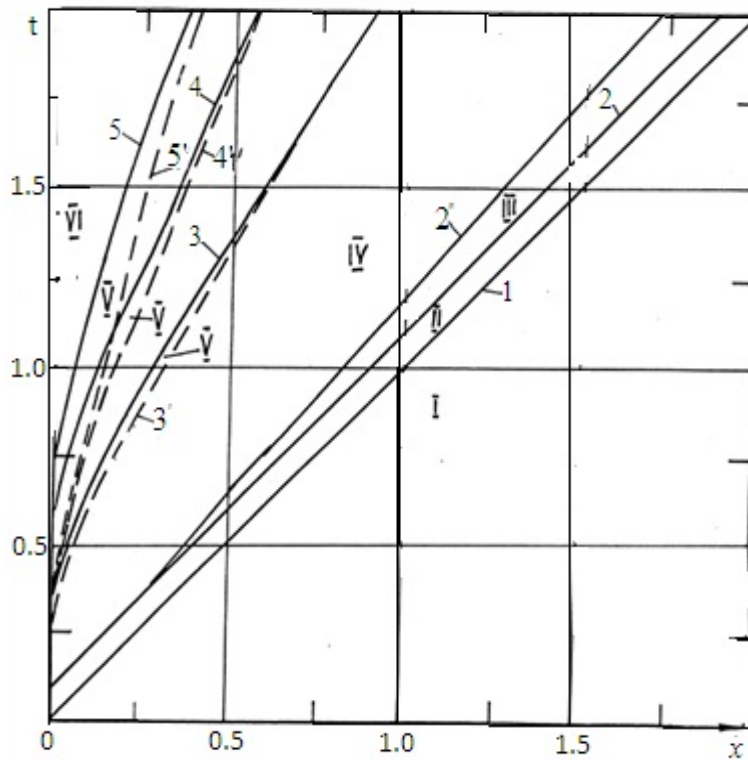


Рис. 3. Волновая картина в характеристической плоскости $x \sim t$

В главе 2.1 рассматриваются математические основы пространственных волновых процессов в динамике упруго-пластических сред. В 2.1.1 приводится система основных уравнений динамики упруго-пластической среды, записанной в безразмерных переменных относительно компонентов тензора напряжений $\sigma_{\alpha\beta}$ и скоростей частиц v_α

$$\begin{cases} \dot{v}_\alpha - \sigma_{\alpha i, i} = 0, \\ \dot{\sigma}_{\alpha\beta} - \lambda v_{i, i} \delta_{\alpha\beta} - \mu(v_{\alpha, \beta} + v_{\beta, \alpha}) = \Phi_{\alpha\beta}. \end{cases} \quad (11)$$

λ, μ - постоянные Ламе, $\delta_{\alpha\beta}$ - символ Кронекера, точка над переменной означает производную по времени t , запятая означает частную производную по пространственной переменной, указанное после неё. По повторяющимся латинским индексам производится суммирование от 1 до 3. Правая часть уравнений связана со скоростью неупругой части деформации.

$$\Phi_{\alpha\beta} = -(\lambda \cdot F_{ii} \cdot \delta_{\alpha\beta} + 2\mu F_{\alpha\beta}) \quad (12)$$

В выражении (12) член $F_{\alpha\beta}$ – представляет скорость неупругой части деформации $F_{\alpha\beta} = \dot{\varepsilon}_{\alpha\beta}^p$, которая выражается формулой (1). Для упруго-пластических сред, не чувствительных к скоростям деформации, слагаемое $F_{\alpha\beta}^\xi(s_i, \xi_i, \chi_i)$ обращается в нуль. При обращении правой части системы уравнений (11) в нуль, данная система уравнений описывает волновые процессы в линейной упругой среде. Система уравнений (11) является нелинейной (параметры $\Phi_{\alpha\beta}$ зависят от решения) гиперболической системой дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с постоянными коэффициентами. Решение системы (11) находится применением разновидности метода упругих решений – метод дополнительных деформаций.

В 2.1.2–2.1.5, поочередно фиксируя два из трех пространственных переменных, получено расщепление трехмерной системы уравнений (11) по направлениям на одномерные, зависящие от двух независимых переменных x_α, t

$$\begin{cases} \dot{v}_\alpha - \sigma_{\alpha\beta, \beta} = d_\alpha^\beta, \\ \dot{\sigma}_{\alpha\beta} - [\mu + \delta_{\alpha\beta}(\lambda + \mu)]v_{\alpha, \beta} = b_{\alpha\beta} + \Phi_{\alpha\beta}, \end{cases} \quad (13)$$

где правые части данных уравнений имеют вид

$$\begin{cases} d_\alpha^\beta = \sigma_{\alpha i, i} - \sigma_{\alpha\beta, \beta}, \\ b_{\alpha\beta} = [\lambda(v_{i, i} - v_{\alpha, \beta}) - \mu v_{\beta, \alpha}] \delta_{\alpha\beta} + \mu v_{\beta, \alpha}. \end{cases} \quad (14)$$

В плоскостях, образованных осью времени и каждой из пространственных осей, получены дифференциальные уравнения бихарактеристик

$$dx_\alpha = \pm n_{\alpha\beta} dt, \quad (15)$$

и дифференциальные соотношения на них:

$$d\sigma_{\alpha\beta} \mp n_{\alpha\beta} dv_\beta = (b_{\alpha\beta} + \Phi_{\alpha\beta} \mp n_{\alpha\beta} d_\alpha^\beta) dt. \quad (16)$$

Интегрирование соотношений (16) вдоль бихарактеристик и исходной системы уравнений (13) вдоль оси времени t позволяют получить разностные урав-

нения для определения искомых величин и их производных по пространственным переменным. Получены разностные уравнения для внутренних точек области, для внутренних точек граничных поверхностей, для точек ребра и вершин трехгранных углов параллелепипеда. Нелинейные конечно-разностные уравнения решаются методом последовательных приближений. Результаты расчетов задачи Лэмба, полученные с применением описанного численного метода, совпадают с аналитическим решением.

В 2.2.1, 2.2.2 приведены краткий обзор решенных пространственных задач и цели нижеследующих исследований. В 2.2.3, 2.2.4 рассматривается задача о продольном ударе по телу в форме вытянутого параллелепипеда ($0 \leq x_1 \leq a$; $0 \leq x_2 < \infty$; $0 \leq x_3 \leq c$) при следующих начальных и граничных условиях (см. рис. 4)

$$v_i = 0, \sigma_{ij} = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3) \text{ при } t = 0. \quad (17)$$

$$\sigma_{22} = f(t), \sigma_{12} = \sigma_{32} = 0 \text{ при } x_2 = 0. \quad (18)$$

Остальные грани свободны от какого либо воздействия т.е. $\sigma_{ij}n_j = 0$ (n_j -компоненты единичного вектора внешней нормали к поверхности).

Численные результаты получены для вытянутого параллелепипеда квадратного сечения (сетка $11 \times 101 \times 11$). Численные расчеты выполнены при: $h_1 = h_2 = h_3 = 0.05$; $a = c = 0.5$; $b = 5$. Характеристики материала параллелепипеда: $E = 200$ ГПа, $\nu = 0.3$, $\rho = 7.95 \cdot 10^{-10}$ кг·сек²/мм⁴. Рассматривались два варианта внешней нагрузки –

$$\text{вариант 1} \quad f(t) = A(st)^2 e^{-st}, \quad A=1 \quad s = 4; \text{ при } t < t_1 \text{ и } 0 \text{ при } t \geq t_1 \quad (19.a)$$

$$\text{вариант 2} \quad f(t) = \begin{cases} A[1 - \cos(2\pi t / T)] & \text{при } 0 \leq t \leq T, \quad A = 0.5, \\ 0 & \text{при } t > T. \end{cases} \quad (19.б)$$

Здесь A – постоянный множитель, s характеризует скорость изменения внешней нагрузки. Функции $f(t)$ являются непрерывно дифференцируемыми вместе со своими производными 1-го порядка. Характер затухания импульсной нагрузки отличает рассматриваемые случаи динамического внешнего воздействия (варианты 1 и 2).

Анализ численных результатов показал, что знакопеременное колебательное движение во внутренних точках в поперечном оси параллелепипеда направлении начинается с некоторым запаздыванием. Появление поперечных компонент скоростей перемещений v_1, v_3 обусловлено дифракцией волн. Они принимают наибольшие значения на ребрах, с приближением к оси симметрии убывают, а на оси симметрии равны нулю

Компоненты напряжения σ_{11}, σ_{33} изменяются так же, как поперечные скорости v_1, v_3 . Однако с приближением к плоскостям симметрии амплитуды их колебаний возрастают и на оси симметрии достигают наибольшего значения, свидетельствуя о формировании стоячих волн.

С возрастанием времени и с удалением рассматриваемой точки от торца амплитуды колебаний поперечных скоростей перемещений v_1, v_3 и напряжений σ_{11}, σ_{33} уменьшаются и по мере убывания амплитуды внешней нагрузки асимптотически выходят на постоянный уровень – на режим собственных колебаний параллелепипеда.

Амплитуды колебаний сдвиговых напряжений σ_{12} , σ_{23} , σ_{31} около нулевого значения сначала возрастают вблизи торца параллелепипеда, затем медленно убывают со временем и удалением от торца.

Изменения во времени продольной скорости v_2 и волны напряжений σ_{22} вслед за передним фронтом носят колебательный характер. Колебания продольных скоростей v_2 и напряжений σ_{22} после прохождения основного импульса от внешнего воздействия обусловлены их взаимодействием с поперечным движением в соответствующем сечении $x_2 = \text{const}$. С удалением рассматриваемой точки от торца амплитуды колебаний уменьшаются, а частота их колебаний стабилизируется, свидетельствуя о влиянии поперечных колебаний.

Уровень максимальных значений $|v_2^{\max}|$, σ_{22}^{\max} в точках, лежащих на оси симметрии выше, чем в других точках соответствующего сечения. Профили графиков на оси симметрии подобны распределению одномерной волны напряжения вдоль стержня, но несколько вытянуты из-за влияния отраженные от свободных боковых поверхностей волн. Напряжения σ_{22} и скорость частиц v_2 в трехмерном случае приблизительно связаны той же зависимостью, что имеет место в одномерной теории распространения волн напряжения $\sigma_{22} \approx -c_1 v_2$.

Изучение влияния скорости нагружения и размеров поперечного сечения вытянутого параллелепипеда показывает, что

- с ростом скорости нагружения влияние пространственных эффектов сказывается в большей мере на характере распространения продольных волн в направлении вытянутой оси параллелепипеда;

- с уменьшением размеров поперечного сечения параллелепипеда колебания нормальных напряжений σ_{11} , σ_{33} происходят с большей частотой, амплитуды напряжений уменьшаются.

Полученные качественные и количественные результаты полностью согласуются с представлениями о характере распространения волн напряжений в пространственных конструкциях. В частности, эти результаты соответствуют положениям теории Похгаммера–Кри: стержневая теория распространения волн применима для стержней любого поперечного сечения, если только длина волны велика по сравнению с его поперечными размерами.

В 2.2.5 рассматривается задача о продольном ударе по торцу $x_2=0$ тела в форме параллелепипеда конечной длины (рис. 4; $0 \leq x_1 \leq a$; $0 \leq x_2 < b$; $0 \leq x_3 \leq c$) при начальных (17) и граничных (18) условиях. Граничные условия на другом конце параллелепипеда (поверхности $x_2=b$) формулируются отдельно для каждой из ниже рассматриваемых задач.

2.2.5.1 Продольный удар по параллелепипеду со свободным правым концом

$$\sigma_{22}(x_1, b, x_3; t) = 0, \sigma_{21}(x_1, b, x_3; t) = 0, \sigma_{23}(x_1, b, x_3; t) = 0 \text{ при } x_2 = b. \quad (20.a)$$

Задача решалась для параллелепипеда размерами $a = c = 0.5$, $b = 1.5$, импульсная нагрузка $f(t)$ принималась в форме полуволны гармонической функции (19.б). Период действия нагрузки T варьировался. Рассмотрены два случая – $T = 80\tau$ и $T = 40\tau$.

Волновой процесс в сечении $x_2 = 25h$, ярко отражающем характер протекания волновых процессов, проходит точно так, как в вытянутом параллелепипеде. При

действии импульсной нагрузки с малым периодом ($T = 40\tau$) форма заданного импульса на оси параллелепипеда заметно искажается. Этот результат связан с влиянием граней и угловых точек параллелепипеда на фронт продольной волны напряжения, дополнительно подтверждая, что длина волны действующей динамической нагрузки должна заметно превышать размеры поперечного сечения тела для того, чтобы форма заданного импульса не претерпевала заметных изменений. Взаимодействие проходящей и отраженной волн привели к изменениям и уровня напряжения и частотной характеристики. При меньшем периоде действия внешней нагрузки (при $T=40\tau$) указанное взаимодействие проявляется в большей мере.

2.2.5.2. Продольный удар по параллелепипеду с жестко-закрепленным концом $x_2=b$

$$v_1(x_1, b, x_3; t) = 0, v_2(x_1, b, x_3; t) = 0, v_3(x_1, b, x_3; t) = 0. \quad (20.6)$$

Параллелепипед с большими поперечными размерами. Правильность расчетной схемы проверяется исследованием прямоугольного параллелепипеда с большими поперечными размерами, позволяющими исключить влияние поперечных размеров на результаты решения. В результате установлено, что напряжения во внутренних плоских сечениях, перпендикулярных оси x_2 , одинаковы и практически совпадают с одномерным случаем.

Исходные параметры параллелепипеда следующие: кубическая сетка $11 \times 31 \times 11$. Параметры расчета принимались следующими: $h_1=h_3=0.5 \cdot 10^6$, $h_2=0.05$, $\tau = 0.0125$. Материал параллелепипеда прежний. Функция $f(t)$ принята в форме (19.a), в котором время действия нагрузки t_1 согласовано с моментом времени прихода переднего фронта волны к закрепленному торцу $x_2 = b$ параллелепипеда. В момент времени $t=t_0$ функция $f(t)$ достигает максимума $\max f(t) = f(t_0) = 0.5413$. В расчетах принято $A=1$, $s=8$, $t_0=20\tau$, $t_1=120\tau$. В данном случае скорость s изменения внешней нагрузки в два раза превышает скорость, при которой были проведены исследования в вытянутом параллелепипеде. Задача решалась до момента времени $t=2t_1$, когда отраженная от закрепленного конца волна обратно возвращается к ударяемому торцу.

Из приведенных осциллограмм для характерных точек $1(0, 30h_2, 0)$, $2(0, 30h_2, 5h_3)$, $3(5h_1, 30h_2, 5h_3)$ закрепленного торца видно, что в его внутренних точках нормальное напряжение $\sigma_{22}(5h_1, 30h_2, 5h_3; 145\tau) = 1.13 \approx 2 \cdot f(t_0)$, т.е. в два раза превосходит максимальную величину приложенной нагрузки. Результат совпадает с одномерным решением данной задачи. В вершине трехгранных углов закрепленного торца ($x_2=b$) достигаются экстремальные значения $\sigma_{22}(0, 30h_2, 0; 144\tau) = 1.94 \approx 3.6 \cdot f(t_0)$, а на ребре $\sigma_{22}(0, 30h_2, 5h_3; 144\tau) = 1.656 \approx 3 \cdot f(t_0)$. Результат по-видимому связан с резким изменением формы сечения. В рассматриваемом случае из-за больших размеров сечения исключено влияние боковых граней и ребер и соответствующих волн. Осциллограммы напряжений в этих точках после прохождения основного импульса несколько осциллируют.

Параллелепипед с конечными поперечными размерами. Поперечные размеры параллелепипеда в 3 раза меньше его длины ($a=0.5$, $b=1.5$, $c=0.5$). Шаги по пространственным переменным и времени приняты $h_1 = h_2 = h_3 = 0.05$, $\tau = 0.0125$. Расчетами установлено, что продольное напряжение σ_{22} достигает наибольших

значений в вершине сечения параллелепипеда, на ребре его значение немного ниже, а в центре симметрии равен максимальному значению внешней нагрузки $f(t_0)$. В центре симметрии по одномерной теории наблюдается. Полученное решение существенно отличается от предсказаний одномерной модели, в соответствии с которой напряжения у закрепленного конца удваиваются. Кроме того, время достижения максимумов по сравнению с одномерной моделью увеличивается. Скорость распространения волн снижается из-за влияния отраженных волн от боковых поверхностей (сравни с результатами раздела 2.2.1).

2.2.5.3. Продольный удар по параллелепипеду со смешанными граничными условиями на конце $x_2=b$. При условии, что действующие продольные напряжения являются сжимающими, т.е. когда $\sigma_{22}(x_1, b, x_3; t) < 0$.

$$\begin{aligned} v_2(x_1, b, x_3; t) = 0, \quad \sigma_{12}(x_1, b, x_3; t) = \mu\sigma_{22}(x_1, b, x_3; t), \\ \sigma_{23}(x_1, b, x_3; t) = \mu\sigma_{22}(x_1, b, x_3; t), \end{aligned} \quad (20.в)$$

В случае, когда в сечении $x_2=b$ действует продольная растягивающаяся нагрузка $\sigma_{22}(x_1, b, x_3; t) \geq 0$, приняты условия, совпадающие с условиями для свободной поверхности (20.а), т.е. нормальные и касательные напряжения равны нулю. В условиях (20.в) параметр μ имеет смысл коэффициента трения ($0 \leq \mu \leq 0.5$). При реализации численного решения обнаружена некорректность постановки подобных смешанных задач для случаев, когда параметр трения μ отличен от нуля. Несоответствие устраняется тем, что коэффициент трения μ на поверхности $x_2=b$ задается переменным так, чтобы он на гранях принимал нулевые значения. При $\mu=0$ условие (20.в) соответствует жесткой гладкой опоре. Задачи в такой постановке могут быть сформулированы только в рамках пространственных моделей деформирования.

Задача решена для параллелепипеда с длиной $b = 30h$, с импульсной нагрузкой $f(t)$ в форме (19.б) и периодом воздействия $T = 80\tau$. Результаты представлены для случая $\mu=0$.

Из осциллограммы нормального напряжения σ_{22} для характерных точек торца $x_2=b$ видно, влияние $f(t)$ возрастает с приближением к угловой точке. При этом наибольшие сжимающие напряжения достигаются в центре сечения, с приближением к краю сечения и к угловым точкам они уменьшаются.

Волновые картины σ_{22} , v_2 при постоянной продолжительности действия внешней нагрузки и изменении её уровня качественно не изменялись, а их (σ_{22}, v_2) амплитуды повышались пропорционально внешней нагрузке. Время отделения точек торца от опоры не зависело от уровня внешней нагрузки – скорости нагружения при постоянной продолжительности действия внешней нагрузки.

Исследования эффекта длины параллелепипеда на время его прижатия к опоре показали, что в случае $3.5a \leq b \leq 6.5a$ отделение точек торца от опоры начинается с угловых точек и идет внутренним точкам (последней отделяется центральная точка торца). Если выполнены условия $b \leq 3.5a$ и $b \geq 6.5a$, то отделение точек торца от опоры проходит в обратном порядке – последней отделяется угловая точка. Обнаруженный результат не зависел от времени действия внешней нагрузки T . В рассмотренных вариантах наибольший уровень сжимающих напряжений

σ_{22} достигался в центральной точке торца и превышал уровень внешней нагрузки в 1.5-1.28 раза. Характер распределения напряжений в сечении $x_2=b$ при условиях (20.в) отличается от характера распределения напряжений в жестко закрепленном торце (см. (20.б)).

Эффект размеров поперечного сечения параллелепипеда на время его прижатия к опоре изучался рассмотрением квадратного и прямоугольного сечения одинаковой площади. С повышением площади боковой поверхности параллелепипеда при одной и той же площади его поперечного сечения и при прочих одинаковых условиях снижается интенсивность волн напряжений и скорости их распространения, что, в конечном счете, приводит к увеличению времени прижатия его торца к опоре. Если поперечное сечение параллелепипеда квадратное, то площадь его боковых поверхностей минимально и, следовательно, время прижатия его торца к опоре $x_2=b$ будет минимальным.

В моменты времени, когда характер крепления точек торца меняется, наблюдаются некоторые местные нарушения в достаточно гладком характере изменения поперечных напряжения σ_{33} и скорости v_3 в характерных точках торца $x_2=b$. Амплитуды колебаний напряжений σ_{33} могут быть оценены величиной, приблизительно пропорциональной коэффициенту Пуассона от максимальных значений σ_{22} . Частоты колебаний нормальных поперечных напряжений σ_{33} соответствуют частоте собственных колебаний и определяются размером $x_3 = c$ поперечного сечения параллелепипеда.

В 2.3.1 рассмотрена задача о распространении трехмерных упруго-пластических волн напряжений в вытянутом параллелепипеде при продольном ударе по торцу $x_2=0$ и при начальных и граничных (17), (18) условиях, какие были использованы в 2.2.3 для того же материала. На торце $x_2=0$ действует нагрузка вида (19а) при $A = 0.0015, s = 4$.

Задача решена с учетом активного нагружения и разгрузки. Исследуется процесс развития пластически деформируемой зоны и разгрузки. Построены поверхности распространения упругих и пластических волн, а также волн разгрузки. Установлено, что пластические деформации зарождаются в ребрах и гранях и развиваются в направлении внутренних точек. С приближением к оси симметрии пластические деформации проникают глубже в направлении продольной оси параллелепипеда. Уровни деформации в них являются наибольшими, чем в других точках поперечного сечения ($x_2 = const$). С возрастанием времени фронт распространения «пластической волны» все больше отстает от переднего фронта распространения упругой волны из-за того, что скорость распространения пластической волны заметно меньше скорости распространения упругих волн. Процесс разгрузки также начинается от ребер, распространяется по точкам граней параллелепипеда и продолжает развиваться в направлении оси симметрии. В зависимости от расположения рассматриваемых точек зона пластических деформаций доходит до определенного сечения, за которым следует зона только упругих деформаций, т.е. импульс, заданный на границе, распространяясь в направлении продольной оси, превращается в упругий сигнал.

Из осциллограмм скоростей частиц v_1, v_2, v_3 и напряжений σ_{33} наблюдается резкое изменение поведения этих величин, обусловленное сильным изменением модуля упругости при входе материала в зону пластических деформаций. Действительно, при монотонном нагружении в зоне пластических деформаций свойства материала характеризуются касательным модулем упругости, соответствующим углу наклона касательной к кривой деформирования $\sigma_i \sim \varepsilon_i$. Таким образом, скорости деформаций могут быстро измениться на один–два порядка. Это обстоятельство может быть причиной необходимости привлечения моделей деформирования, учитывающих влияние скорости деформирования, особенно, для материалов с малыми характеристиками упрочнения.

2.3.2.1. Свободный торец $x_2 = b$. Рассматривается продольный удар по параллелепипеду конечной длины $0 \leq x_2 \leq b$ ($b = 30h$) со свободным торцом, при начальном условии (17), граничных условиях (18), (20a). Остальные грани свободны от действия нагрузок. На торец $x_2=0$ действует импульсная нагрузка вида (19.б) при $A=0.0006$, $T=80\tau$.

Если при заданной нагрузке в окрестности торца $x_2=0$ возможно появление пластических деформаций, то в зависимости от длины параллелепипеда зона пластических деформаций может распространиться до его свободного конца $x_2 = b$ или подавленная волной разгрузки не доберется до него. В последнем случае перед свободным концом $x_2 = b$ параллелепипеда в эти моменты времени реализуется чисто упругая зона деформирования. В 2.2.5.1 показано, что амплитуда отраженной от свободной поверхности волны продольного напряжения σ_{22} может в окрестности свободного торца $x_2 = b$ заметно возрасти, что может привести к появлению пластических деформаций.

Проведены исследования возможности появления пластических зон в окрестности свободной поверхности $x_2 = b$ и особенности их изменения в случае, когда уровни напряжений достаточно высоки, но вместе с тем во всем промежутке времени передний фронт падающей на свободную поверхность $x_2 = b$ и её ближайшую окрестность волны напряжений является чисто упругим.

Если при принятых условиях и первом прохождении импульса напряжений через точку параллелепипеда пластические деформации в ней не появляются, то на последующих этапах (после последующих отражений как от свободной, так и начальной торцевых поверхностей) уровни интенсивностей напряжений σ_i таковы, что ожидать появления пластических деформаций не приходится. Однако, если параметры нагружения и размеры поперечного сечения таковы, что при первом прохождении импульса напряжений через точку параллелепипеда в ней появляются пластические деформации, то можно наблюдать их периодическое появление и исчезновение в отдельных точках, как это описано ниже.

Уровень накопленной пластической деформации в угловой точке сечения $x_2=0$ заметно превышает его значение в центральной точке. По мере удаления от торца $x_2=0$ четко прослеживается инверсия места расположения максимальных уровней пластических деформаций.

До появления переднего фронта волны у свободной поверхности $x_2=30h$ уровни напряжений в исследованных точках из-за разгрузки снижаются и на всю

свободную поверхность доходит чисто упругая волна, показанная на осциллограммах напряжений в сечении $x_2=25h$. Механизм зарождения области пластических деформаций, его развития и процесса разгрузки на начальном этапе деформирования параллелепипеда со свободным концом согласуется с тем, что описано выше для вытянутого параллелепипеда.

После отражения волны напряжения от свободной поверхности $x_2=30h$ можно видеть приводящий к появлению пластических деформаций рост интенсивностей напряжений σ_i , в сечении $x_2=25h$. В сечении $x_2=20h$ точка ($x_1=5h$, $x_3=5h$) оси параллелепипеда получает вторичные пластические деформации. В отдельных точках сечения $x_2=20h$, а также в сечениях $x_2=10h$, $x_2=0$ на этапе распространения отраженной волны вторичные пластические деформации не достигаются.

Приведенные на характеристической плоскости $x_2 \sim t$ (см. рис.5) зоны пластически и упруго деформированных областей на различных линиях параллелепипеда позволяют получить более четкое качественное представление о тех пространственно-временных подобластях, в которых наблюдаются пластически деформированные зоны, области разгрузки, области вторичных пластических деформаций и, наконец, области, которые в течение всего наблюдаемого промежутка времени деформируются упруго. На некоторых линиях передний фронт пластической волны является разрывным. Пластические деформации в одном из сечений x_2 появляются с некоторым дополнительным отставанием, чем в предыдущем сечении. Такое отставание обусловлено взаимным влиянием различных компонент тензора напряжений. Обращает внимание, что зона вторичных пластических деформаций на этапе распространения отраженной волны (в промежутке времени $150\tau \leq t \leq 300\tau$) не является сплошной. Она прерывистая, что является следствием колебаний, которые были описаны в предыдущих разделах работы. На отдельных линиях (линия $x_1=2h$, $x_3=2h$) отсутствует область вторичной пластически деформированной зоны при прохождении отраженной волны, а первая – весьма сжата.

2.3.2.2 Жестко закрепленный торец $x_2 = b$. Особенности динамических процессов в параллелепипеде конечной длины $0 \leq x_2 \leq b$ ($b=30h$) с жестко закрепленным торцом $x_2=b$ подробно описаны в 2.2.5.2. Здесь та же задача рассматривается в нелинейной постановке, для параллелепипеда прямоугольного поперечного сечения. На торец $x_2=0$ действует импульсная нагрузка (20.б) с $A=0.00015$, $T=80\tau$.

В угловой точке параллелепипеда уровни напряжения большие по сравнению с уровнями напряжения в других точках жестко закрепленного торца, поэтому, только близлежащие к угловой точке точки ребра деформируются пластически; всё остальное вокруг, в том числе, внутренние точки этого торца деформируются упруго. Пластические области развиваются вдоль ребер в направлении: короткой стороны проходит до середины $5h$ сечения, длинной стороны проходит расстояние равное h , продольной оси проходит расстояние равное h . Это связано с формой и размерами поперечного сечения. Разгрузка начинается с угловой точки и распространяется вдоль ребер.

2.3.2.3. Смешанные краевые условия на торце $x_2 = b$. Особенности динамических процессов в параллелепипеде конечной длины $0 \leq x_2 \leq b$ ($b = 30h$) со смешанными краевыми условиями на торце $x_2 = b$ подробно описаны в 2.2.5.3. Здесь та же задача рассматривается в нелинейной постановке. На торец $x_2 = 0$ действует импульсная нагрузка (19.б) с $A = 0.00035$, $T = 80\tau$.

Распределения интенсивности напряжений в различных продольных сечениях $x_1 = \text{const}$ показывают, что в торце $x_2 = 30h$ и его окрестности, появляются пластические деформации. Уровни пластических деформаций с приближением точки к оси симметрии параллелепипеда повышаются, пластические деформации проникают глубже по оси x_2 , охватывают большую область. Сравнивая распределение интенсивности напряжений σ_i на торце и для различных сечений $x_1 = \text{const}$ и моментов времени можно видеть особенности протекания процесса разгрузки, обусловленные изменением граничных условий. Разгрузка начинается с угловых и граничных точек и распространяется к центру сечения, она более интенсивно проходит в угловой точке ($x_1 = 0$, $x_3 = 0$), чем на оси параллелепипеда ($x_1 = 5h$, $x_3 = 5h$).

В 2.4.1 рассматривается задача о распространении изгибных волн при поперечном ударе по параллелепипеду с одним жестко закрепленным концом. Задача рассматривалась при нулевых начальных условиях и

$$\sigma_{33} = \begin{cases} A(st)^2 e^{-st} & \text{при } t < t_1, \\ 0 & \text{при } t \geq t_1, \end{cases} \quad \sigma_{31} = \sigma_{32} = 0 \quad \text{при } x_3 = 0 \quad (21)$$

$$v_1 = v_2 = v_3 = 0 \quad \text{при } x_2 = b \quad (22)$$

Здесь $A = I$, $S = 6.67$, t_1 – время действия нагрузки, в течение которого волна проходит расстояние от грани $x_2 = 0$ до грани $x_2 = b$. Остальные грани параллелепипеда свободны от какого-либо воздействия. Размеры параллелепипеда $a = 0.6$, $b = 1.8$, $c = 0.3$.

Осциллограммы осевых напряжений σ_{22} в различных сечениях согласуются с эффектом динамически изгибаемой балки, в которой соблюдается зеркальная симметричность значений напряжения относительно нейтральной оси, где напряжения осциллируют около нулевого значения. Расчетами показан, что нормальные напряжения σ_{22} в несколько раз превышают максимальный уровень внешней нагрузки в угловых точках, на границах и их окрестности жестко закрепленного конца. Эпюры касательного σ_{23} и нормального σ_{22} напряжений лишь в отдельные моменты времени и в отдельных сечениях $x_2 = \text{const}$ подтверждают положения гипотезы плоских сечений. Наибольшие значения касательного напряжения σ_{23} достигаются во внутренних точках закрепленного торца и составляет $\sigma_{23}^{\max} = 0.85\sigma_{33}^{\max}$.

Из осциллограмм видно, что нормальное напряжение σ_{11} принимает наибольшее значение на линии, принадлежащей плоскости симметрии. Напряжение принимает максимальное значение, равное $\sigma_{11}^{\max} = 1.3\sigma_{33}^{\max}$, на закрепленном конце. По мере удаления от закрепленного конца, распределение напряжения σ_{11} приобретает колебательный характер.

Осциллограммы скорости смещений частиц v_3 в различных сечениях показывают, что по мере удаления от закрепленного конца амплитуды скорости возраст-

тают. Вблизи закрепленного конца такое отклонение происходит на начальной стадии колебаний, затем почти сразу же переходит в установившееся состояние. Чем дальше от закрепленного конца, тем такое отклонение происходит медленнее и при этом амплитуда колебаний возрастает. На свободной поверхности амплитуды колебаний достигают наибольших значений. По графикам следует заключить, что могут существовать такие критические отношения между длиной (частотой) волн и размерами сечения параллелепипеда, в которых такое отклонение становится неубывающим и не возвращается к установившемуся режиму колебания. Из осциллограмм напряжений σ_{33} и скорости v_3 частиц видно, что с истечением времени воздействия внешней нагрузки параллелепипед постепенно переходит в режим собственных колебаний.

В 2.4.2 рассматривается задача о поперечном локальном ударе движущейся нагрузкой по балке в форме прямоугольного параллелепипеда ($0 \leq x_\alpha \leq L_\alpha; \alpha = 1, 2, 3$). Балка жестко закреплена на конце $x_2 = L_2 (v_\alpha = 0)$, в начальный момент времени $t=0$ находится в состоянии покоя ($v_\alpha = 0, \sigma_{\alpha\beta} = 0$). Все другие грани балки свободны от напряжений и только в пределах полосы $x_2 \in [x_2^0 - b_1, x_2^0 + b_1]$ по грани $x_3 = 0$ в моменты времени $t > 0$ перемещается вдоль оси x_1 с постоянной скоростью c^0 локально распределенное нормальное напряжение

$$\sigma_{33}(x_1, x_2; t) = A \times [(x_1 - c^0 t) \times (x_1 + 2a_1 - c^0 t)]^2 \times (x_2^2 - b_1^2)^2 / (a_1 b_1)^4 \text{ при } c^0 t - 2a_1 \leq x_1 \leq c^0 t \quad (23)$$

Здесь $2a_1, 2b_1$ – протяженность области действия локальной нагрузки по оси x_1 и x_2 . Точка с координатами $x_1 = c^0 t - a_1, x_2 = x_2^0$ на грани $x_3 = 0$ является центром куполообразной перемещающейся нагрузки с максимальным значением A .

Предварительный анализ показал, что механизм сопротивления бруса существенно зависит от скорости c^0 перемещения площадки F действия локальной нагрузки. При высоких скоростях c^0 вязко-пластические характеристики материала не успевают проявиться. Материал бруса в этом случае может рассматриваться как линейно-деформируемый материал. Разработанный и описанный в разделе алгоритм численного интегрирования уравнений динамики упругого тела выполнен в этих рамках. При низких скоростях c^0 перемещения площадки F удара, по видимому, можно пренебречь динамическими эффектами и задачу следует рассмотреть в квазистатической постановке. Наконец, некоторые скорости c^0 перемещения площадки удара могут оказаться близкими к критическим, связанным с автоколебаниями бруса. Здесь исследовалось влияние скорости перемещения нагрузки c^0 на распределение динамических напряжений в балке с определением максимальных значений компонентов напряжения, которые могли бы быть критическими с точки зрения разрушений. В расчетах рассматривались следующие восемь значений скорости c^0 перемещения нагрузки: $c^0 = c_1/4 = 1250 \text{ м/с}$, $c^0 = c_1/5 = 1000 \text{ м/с}$, $c^0 = c_1/8 = 625 \text{ м/с}$, $c^0 = c_1/10 = 500 \text{ м/с}$, $c^0 = c_1/16 = 312.5 \text{ м/с}$, $c^0 = c_1/20 = 250 \text{ м/с}$, $c^0 = c_1/40 = 125 \text{ м/с}$, $c^0 = c_1/80 = 62.5 \text{ м/с}$. c_1 – скорость распространения упругой волны.

Типичные события, имеющие место в балке при действии на неё движущейся нагрузки, рассматриваются в случае средней скорости ($c^0 = c_1/16$) перемещения нормальной нагрузки (23). Наибольшие значения главных напряжений на тыльной поверхности дости-

гаются на линии, по которой проходит минимальное значение внешней нагрузки и с возрастанием времени перемещается по этой линии вглубь по x_1 . Несмотря на сложное взаимодействие отраженных волн напряжений и динамических возмущений в каждой точке пробивается свой закон периодичности возрастания и убывания напряжений, обусловленный конечными размерами балки. Максимальное значение главного напряжения σ_1 , сравнимое с максимальным значением внешней нагрузки $0.85\sigma_{33}^{\max}$, достигается практически на начальном этапе (четверть времени действий внешней нагрузки) передвигая нагрузку по поверхности $x_3 = 0$. Локально распределенная нагрузка (23) по мере своего передвижения вызывает не только изгиб балки, но и её кручение. Главные нормальные напряжения на закрепленной поверхности достигают своих максимальных значений, в несколько раз превышающие максимальное значение внешней нагрузки, значительно позже, когда внешняя нагрузка уже перестала действовать и обсуждаемое явление можно назвать последствием движущейся нагрузки. Внешняя нагрузка (23) сглажена (производные по осям x_1 и x_2 равны нулю в граничных точках действующей нагрузки). Тем не менее, сдвиговые напряжения σ_{23} достигают опасных уровней на граничной линии движущейся нагрузки в моменты времени, далёкие от начала действия нагрузки.

Проведенными исследованиями при различных скоростях перемещения участка действия нагрузки установлено, что наибольшие напряжения реализуются в закрепленном сечении балки в различные моменты времени в зависимости от скорости перемещения внешней нагрузки. С увеличением скорости перемещения нагрузки наибольшие напряжения в области крепления балки снижаются, в то время как уровни локальных напряжений (нормальных и сдвиговых) в районе границ её действия возрастают в большей мере, приближаясь к предельным значениям, в соответствии с известным экспериментальным фактом: при высоких скоростях разрушение балки обусловлено напряжениями среза. Представляется важным установленный для конкретных условий расчета и требующий дальнейших исследований «аномальный» результат при скорости $c \approx c_1/20$ перемещения нагрузки по поверхности балки, заключающийся в достижении максимальных значений напряжений в моменты времени далекие от момента времени, когда движущаяся нагрузка перестала действовать.

В 2.5.1 разработан алгоритм численного решения трехмерных динамических задач в цилиндрической системе координат $x_1 = r, x_2 = \varphi, x_3 = z$ на основе применения метода бихарактеристик. Получены конечно-разностные уравнения во внутренних точках, точках граничной поверхности, ребрах и в точках их пересечения.

В 2.5.2 в трехмерной постановке рассматривалась задача о локальном поперечном ударе по цилиндрической оболочке (H -толщина, R -внутренний радиус, L -длина) один конец $x_3=L$ которой закреплен ($v_i=0, i=1,2,3$), а другой $x_3=0$ свободен от нагрузок ($\sigma_{3i}=0$). В любой другой момент времени t на участок $\Omega = \{x_2^0 \leq x_2 \leq x_2^1, x_3^0 \leq x_3 \leq x_3^1\}$ внутренней поверхности оболочки (граница $x_1=R$) действует нестационарная нормальная к поверхности оболочки нагрузка $f(x_2, x_3; t)$, изменяющаяся во времени и по координатам

$$\sigma_{11} = \begin{cases} f(x_2, x_3; t) & \text{при } t \leq T, \\ 0 & \text{при } t > T, \end{cases} \quad \sigma_{12} = 0, \quad \sigma_{13} = 0 \quad \text{при } x_1 = R, \quad (24)$$

где

$$f(x_2, x_3; t) = A[1 - \cos(2\pi t/T)](x_3^0 - x_3)(x_3^1 - x_3)\cos(\eta x_2)/((x_3^1 - x_3^0)/2)^2. \quad (25)$$

Здесь A – постоянный множитель, T – время действия нагрузки.

а). Осциллограммы нормальных окружных σ_{22} и осевых σ_{33} напряжений в характерных точках внутренней, срединной и наружной поверхности в сечении, на которое приходится наибольшее значение внешней нагрузки, показывают следующее.

- На внутренней поверхности приложения нагрузки реализуются напряжения сжатия, исключением является точка, принадлежащая границе x_2^1 приложенной нагрузки, в которой в начальные моменты времени окружные напряжения являются растягивающимися. Этот результат согласуется с общими представлениями о распределении локальных напряжений под штампом. Максимальная величина окружных напряжений в 2.2 раза превосходит максимум внешней нагрузки, что может способствовать развитию разрушения с внутренней стороны оболочки. Кроме растягивающих напряжений в этой области наибольших значений достигают напряжения сдвига σ_{23} , которые могут способствовать развитию разрушения путём среза.

- На наружной поверхности оболочки реализуются напряжения растяжения, в 6.2-6.6 раз превышающие максимум внешней нагрузки. Этот результат согласуется с известным фактом, что в области действия локальных нагрузок с характерным размером r напряжения растяжения имеют особенность типа $\ln(R/r)$ (R – радиус оболочки) и, кроме того, они обратно пропорциональны квадрату толщины оболочки H . С течением времени t после окончания времени действия внешней нагрузки уровень напряжений сильно уменьшается. С точки зрения прочности представляет интерес уровень напряжений в моменты времени t , близкие к времени действия внешней нагрузки.

б). Во времена t , более отдаленные от времени воздействия внешней нагрузки, могут представить интерес напряжения на диагонально противоположном сечении оболочки или на её закрепленном торце. Осциллограммы окружного напряжения σ_{22} и интенсивностей напряжений σ_i в точках на диагонально противоположном меридиональном сечении оболочки показывают, что максимальные их значения заметно уступают величинам, которые имеют место в начальные моменты времени (составляют около 1/5 части максимума внешней нагрузки). Из анализа можно заключить, что экстремальные значения напряжений сильно (по крайней мере, на порядок) снижаются не только по временной координате, но и по мере удаления от области приложения локальной нагрузки.

в). Общий анализ численных результатов показывает, что в рамках решенной задачи (выбранных размеров оболочки, места расположения локальной нагрузки, размера площадки динамического воздействия, его интенсивности и скорости приложения) наибольшие напряжения реализуются в области, непосредственно прилегающей к области действия нагрузки в течение времени, которое практиче-

ски совпадает с продолжительностью её действия. Следовательно, разрушения оболочки в первую очередь могут иметь место на внутренней поверхности оболочки в точках границы по x_2 действия внешней нагрузки. Если энергия удара недостаточна для протекания процесса по описанному сценарию, то разрушение может произойти на внешней поверхности оболочки в точке экстремума действующей нагрузки и в последующем эти разрушения локализуются по границе области приложения внешней нагрузки. Так как внешняя нагрузка была сглажена по координатам и времени, то указанные разрушения в основном обусловлены нормальными напряжениями. Касательные напряжения σ_{23} могут способствовать развитию разрушения.

В 2.5.2.1 исследовалась влияние место приложения нагрузки и жестко-закрепленной границы на уровни напряжений при локальном ударе по цилиндрической оболочке. Рассматривалась цилиндрическая оболочка толщиной H , внутренним радиусом R , длиной L . Постановка задачи такая же как и в 2.5.2.

С целью изучения влияния места приложения нагрузки и жестко-закрепленной границы на уровни напряжений, место расположения участка воздействия внешней нагрузки дискретно менялось в направлении оси x_3 цилиндра. Рассматривались шесть вариантов расположения участка нагружения. Приведены осциллограммы нормальных осевых напряжений σ_{33} (рис. 6) на внутренней $x_1=R$ (линии 1, 2, 3, 4) и внешней $x_1=R+4h$ (линии 5, 6, 7, 8) поверхностях оболочки в точках $(0,0,200h)$, $(4h,0,200h)$ жестко-закрепленного торца, где достигаются наибольшие и наименьшие значения для четырех вариантов расположения площадки удара: 1) $x_3^0 = 60h_3$, $x_3^1 = 100h_3$ (линии 1, 5); 2) $x_3^0 = 100h_3$, $x_3^1 = 140h_3$ (линии 2, 6); 3) $x_3^0 = 140h_3$, $x_3^1 = 180h_3$ (линии 3, 7); 4) $x_3^0 = 160h_3$, $x_3^1 = 200h_3$ (линии 4, 8). Можно видеть, что по мере приближения площадки удара к закрепленному торцу: время достижения на этом торце наибольших и наименьших значений напряжений снижается, т.е. приближается к времени достижения наибольшего значения внешней нагрузки T ; уровни наибольших и наименьших напряжений на закрепленной границе растут, особенно заметен рост напряжений в области закрепленного конца; если площадка удара близка к закрепленной границе, то ощущимо наложение двух событий: удар приходится на локальную площадку и известное повышение напряжений за счет отраженной волны. Из приведенного анализа следует, что при динамическом локальном ударе более опасным является случай, когда площадка удара прилегает к закрепленному концу. С приближением места площадки удара к закрепленному торцу оболочки уровень наибольших значений всех компонент напряжений в области крепления начинает расти.

При принятых параметрах и расположении центра площадки удара:

- в области $(x_3^0+x_3^1)/2 < 4/5L$ влияние закрепленного конца на уровни наибольшей величины напряжений в центре площадки удара не ощущается и наибольшие окружные и осевые напряжения сохраняют постоянные значения, а в противном случае влияние закрепленного конца на величины напряжений заметно и напряжения растут, особенно осевое напряжение;

- в области $(x_3^0+x_3^1)/2 \geq 3/4L$ уровни осевых напряжений на закрепленном торце становятся преобладающими, наиболее опасной с точки зрения разрушений становится узел крепления оболочки, в противном случае уровни окружного

напряжения в центре площадки удара является преобладающим и эта точка становится наиболее опасной.

В 2.5.3 решена задача о локальном поперечном ударе по консольно-закрепленной балке цилиндрического профиля толщиной H , внутренним радиусом R , длиной L , шириной φ . Задача решалась при тех же условиях использованной в 2.5.2. Отличие составило наличие свободной от нагрузок боковой поверхности $x_2 = \varphi$ и нагрузка (24) приложена на участке Ω внешней поверхности.

Исследовано влияние места расположения локальной площадки удара, ширины балки на уровни напряжений в сечениях наибольшего значения внешней нагрузки и в области закрепленного конца балки. Выявлено, что локальный характер нагружения сказывается на величине нормальных осевых и окружных напряжений, во много раз превышающий уровень действующих нагрузок, в точке внутренней поверхности закрепленного конца расположенной на линии $x_2 = 0$ и $x_2 = \varphi$ (боковая граница).

С увеличением ширины балки в точке пересечения боковой поверхности с внутренней поверхностью и сечением, на которое приходится наибольшее значение внешней нагрузки, уровень осевого напряжения σ_{33} падает.

При принятых параметрах и расположении центра площадки удара в области $(x_3^0 + x_3^1)/2 < 0.77L$ влияние закрепленного конца на уровни наибольшей величины осевого напряжения в точках пересечения внутреннего ребра боковой поверхности с сечением, на которое приходится наибольшее значение внешней нагрузки, не ощущается, она является преобладающим и эта точка становится наиболее опасной с точки зрения разрушения. В противном случае $(x_3^0 + x_3^1)/2 \geq 0.77L$ уровни осевых напряжений в точке закрепленного торца внешней поверхностью и линией $x_2 = 0$ становятся преобладающими и наиболее опасной с точки зрения разрушений становится узел крепления оболочки.

Заключение

Основные результаты работы состоят в следующем.

1. Предложен вариант модифицированной теории течения, связывающий дифференциал девиатора пластической деформации с дифференциалами интенсивностей напряжений и скоростей деформации для упруго-пластических сред, чувствительных к скоростям деформации. Вклад изменений напряжений и скоростей деформации в аккумуляруемую пластическую деформацию определяется из экспериментальных кривых деформирования, построенных при различных скоростях деформации. В условиях одноосного нагружения установлены границы изменений основных параметров состояния (напряжений, скоростей деформации) при активном нагружении и разгрузке.

2. Обоснованность результатов численных решений нестационарных задач в нелинейных средах обеспечивается применением в разработанной математической модели упруго-вязко-пластического течения экспериментальных кривых деформирования при различных скоростях деформирования. Такие экспериментальные результаты как повышение предела текучести, прочности, деформационного упрочнения, влияние истории изменения скорости деформации, плато деформаций охватываются предложенной моделью упруго-вязко-пластического де-

формирования. Количественно и качественно оценено влияние изменения внешней нагрузки на проявление вязких свойств материала.

3. Особенности динамических процессов в стержне конечной длины:

– при постоянной скорости возрастания нагрузки и уменьшения скорости её убывания область пластических деформаций у закрепленного конца стержня расширяется, уровень остаточных деформации возрастает;

– уровень остаточных деформаций возрастает, пластическая зона вырождается в узкую приграничную область с повышением скорости возрастания внешней нагрузки,

– характер распространения волны разгрузки определяется скоростью снижения нагрузки.

Изменяя скорости возрастания и убывания внешней нагрузки, можно управлять протяженностью зоны пластических деформаций и уровнями остаточных деформаций в окрестности закрепленного конца стержня, временем пребывания в пластическом состоянии, темпами разгрузки.

4. Показана возможность управления уровнем напряженности отдельного элемента составной конструкции и её несущей способностью путём расположения стержней с определенными механическими характеристиками и, в частности,

– возможность разрушений на границе контакта разнородных материалов в составной конструкции с элементом меньшей жёсткости, переходящей в элемент с большей жёсткостью;

– комбинация «жёсткий» материал, переходящий в «мягкий», способствует относительно быстрому затуханию нелинейных эффектов.

5. Обобщение и использование для решения нестационарных задач в упруго-пластических средах метода бихарактеристик с расщеплением по пространственным переменным и улучшенной устойчивостью разностной схемы.

6. Особенности распространения упругих волн в параллелепипеде, в том числе, при изменении скорости нагружения и размеров его поперечного сечения.

– Поперечные движения начинаются с боковых поверхностей, поперечные движения во внутренних точках следуют с некоторым запаздыванием. Поперечные скорости наибольшие на ребрах с приближением к оси симметрии убывают до нуля на оси симметрии. С приближением к оси симметрии амплитуды колебаний компонентов напряжений σ_{11} , σ_{33} возрастают, достигая наибольшего значения на них.

– Поперечные движения в параллелепипеде со временем выходят на режим собственных колебаний.

– Сдвиговые напряжения σ_{12} , σ_{23} , σ_{31} осциллируют около нулевого значения, принимая наибольшие значения в точках вблизи торца, воспринимающего удар.

– Амплитуды колебаний поперечных скоростей v_1 , v_3 , компонент σ_{11} , σ_{33} , σ_{23} , σ_{31} напряжений снижаются при снижении скорости возрастания внешней нагрузки. Распространение волны возмущений в направлении удара становится преобладающим, одномерная модель – более обоснованной. Частоты колебаний как поперечных скоростей перемещений, так и напряжений не зависят от характера приложенной нагрузки. Они определяются только размерами поперечного сече-

ния и скоростями распространения соответствующих упругих волн (c_1 , c_2) в них. Частота основного тона продольных колебаний пропорциональна c_1 (c_2) и обратно пропорциональна длине стороны поперечного сечения. В большей мере пространственные эффекты сказываются на характере распространения продольных волн в направлении оси параллелепипеда с ростом скорости нагрузки. С уменьшением толщины параллелепипеда колебания нормальных напряжений в поперечных направлениях происходят с большей частотой, амплитуды напряжений уменьшаются, уровень нормального напряжения в продольном направлении повышается.

– В жестко закрепленном торце параллелепипеда напряжения концентрируются в угловых точках и на его контурах. Во внутренних точках жестко закрепленного торца не всегда выполняются стержневые закономерности отражения продольных волн. Отличие от стержня обусловлено размерами поперечного сечения параллелепипеда, а также скоростью изменения действия внешней нагрузки.

– В торце параллелепипеда со смешанным креплением наибольшие сжимающие нормальные напряжения достигаются в центре сечения, с приближением к краю сечения и к угловым точкам их величины уменьшаются. Время отделения точек торца от опоры не зависит от уровня внешней нагрузки. Когда длина параллелепипеда $b \leq 3.5a$ и $b \geq 6.5a$ отделение точек торца от опоры начинается от центра торцевого сечения и распространяется к граничным точкам (последней отделяется угловая точка). В случае $3.5a \leq b \leq 6.5a$ отделение точек торца от опоры начинается с углов и развивается в направлении внутренних точек. Характер отделения точек торца от опоры зависит от размеров параллелепипеда. Когда торец имеет прямоугольную форму, то для точек, расположенных по длинной стороне прямоугольника, время прижатия точек увеличивается, а для точек, расположенных по короткой стороне прямоугольника, оно уменьшается. Время прижатия точек торца к опоре будет минимальным для торца тела в форме квадрата.

– При поперечном ударе по параллелепипеду движения в направлении, перпендикулярном направлению удара, начинаются со свободного и закрепленного торцов параллелепипеда, положения гипотезы плоских сечений выполняются в отдельные моменты времени и в отдельных сечениях.

7. Особенности нестационарных процессов в балке с одним жестко закрепленным концом при действии нормальной к её поверхности локальной нагрузки, движущейся с постоянной скоростью.

– В зависимости от скорости перемещения внешней нагрузки наибольшие напряжения реализуются в закрепленном сечении балки.

– С увеличением скорости перемещения нагрузки уровни локальных напряжений в районе пространственных и временных границ её действия становятся критическими, приближаясь к известному экспериментальному факту: при высоких скоростях нагрузки разрушение обусловлено напряжениями среза.

– Некоторые скорости движения нагрузки c° могут оказаться близкими к критическим, связанным, быть может, с автоколебаниями балки.

8. Нестационарные процессы при локальном поперечном ударе по цилиндру с одним закрепленным концом.

– Наибольшие напряжения реализуются в области, непосредственно прилегающей к области действия нагрузки, в течение времени её воздействия. Локаль-

ный характер нагружения сказывается на величине растягивающих нормальных окружных и осевых напряжений, заметно превышающих уровень нагрузки. Разрушения цилиндра могут начаться с внутренней поверхности оболочки в точках границы действия внешней нагрузки. Наряду с этим разрушения могут иметь место на наружной поверхности цилиндра в точке экстремума нагрузки. Далее разрушения локализуются по границе области приложения нагрузки. Для приложенной нагрузки возможные разрушения обусловлены нормальными напряжениями; касательные напряжения способствуют развитию разрушения.

– С приближением места площадки удара к закрепленному торцу цилиндра уровень всех компонентов напряжений в области крепления повышается. При принятых параметрах и расположении центра площадки удара:

- в области $(x_3^0 + x_3^1)/2 < 4/5L$ влияние закрепленного конца на уровни экстремальных напряжений в центре площадки удара не сказывается, в противном случае влияние закрепленного конца на величины напряжений заметно;

- в области $(x_3^0 + x_3^1)/2 \geq 3/4L$ уровни осевых напряжений на закрепленном торце становятся преобладающими, критическим с точки зрения разрушений становится узел крепления оболочки, в противном случае критическим является центр площадки удара с высокими уровнями окружного напряжения.

9. Нестационарные процессы в трехмерной постановке при локальном поперечном ударе по консольно-закрепленной балке цилиндрического профиля.

– Локальный характер нагружения приводит к тому, что величина нормальных осевых и окружных напряжений в точках внутренней поверхности закрепленного конца может во много раз превзойти уровень нагрузок.

– При принятых параметрах и расположении центра площадки удара в области $(x_3^0 + x_3^1)/2 < 0.77L$ влияние закрепленного конца на уровни наибольшей величины осевого напряжения незначительно, место возможного разрушения локализуется в области действия внешней нагрузки. В противном случае $(x_3^0 + x_3^1)/2 \geq 0.77L$ уровни осевых напряжений в точке закрепленного торца внешней поверхности и линии $x_2 = 0$ становятся преобладающими и критической с точки зрения разрушений становится узел крепления оболочки.

10. Особенности распространения упруго-пластических волн при продольном ударе по параллелепипеду конечного размера.

– Компоненты напряжений и скоростей частиц резко изменяются при входе материала в зону пластических деформаций, которая начинается на границе параллелепипеда и распространяется вглубь сечения к его оси симметрии.

– На оси симметрии уровень пластических деформаций превышает их значения в граничных точках с большей продолжительностью.

– Процесс разгрузки начинается с ребер и граничных поверхностей параллелепипеда и охватывает его внутренние точки, двигаясь к его оси симметрии.

– Для расчета материалов с малыми характеристиками упрочнения необходим учёт влияния скорости деформирования.

11. Особенности распространения упруго-пластических волн в параллелепипеду со свободным торцом:

– только в случае, когда при первом прохождении импульса напряжений через точку параллелепипеда в ней появляются пластические деформации, можно наблюдать их периодическое появление и исчезновение в последующем.

– на этапе распространения отраженной волны отдельные точки в некоторых сечениях деформируются пластически вторично.

12. Особенности распространения упруго-пластических волн в параллелепипеде с торцом со смешанным креплением:

- в торце и его окрестности появляются пластические деформации,
- пластические деформации, проникая глубже, охватывают большую область на продольной оси, где их уровни являются наибольшими,
- разгрузка начинается с угловых и граничных точек и распространяется к центру сечения с уменьшающейся интенсивностью.

13. Разработан пакет прикладных программ на базе аналитических методов исследований, математических моделей и конечно-разностных алгоритмов явных методов решения одномерных динамических задач с учетом вязких свойств материала и пространственных динамических задач для упругих и упруго-пластических сред в форме параллелепипеда и цилиндра.

Разработанные подходы, математические модели, алгоритмы решений, полученные результаты могут найти широкое применение при исследовании нестационарных процессов в пространственных конструкциях общего и специального машиностроения, авиационной, космической промышленности, ракетной техники.

Основные соотношения и численная реализация решения линейных и нелинейных пространственных задач динамики сплошной среды методом бихарактеристик могут быть предметом специальных курсов для повышения квалификации специалистов различных отраслей техники, а также для подготовки аспирантов и научных сотрудников.

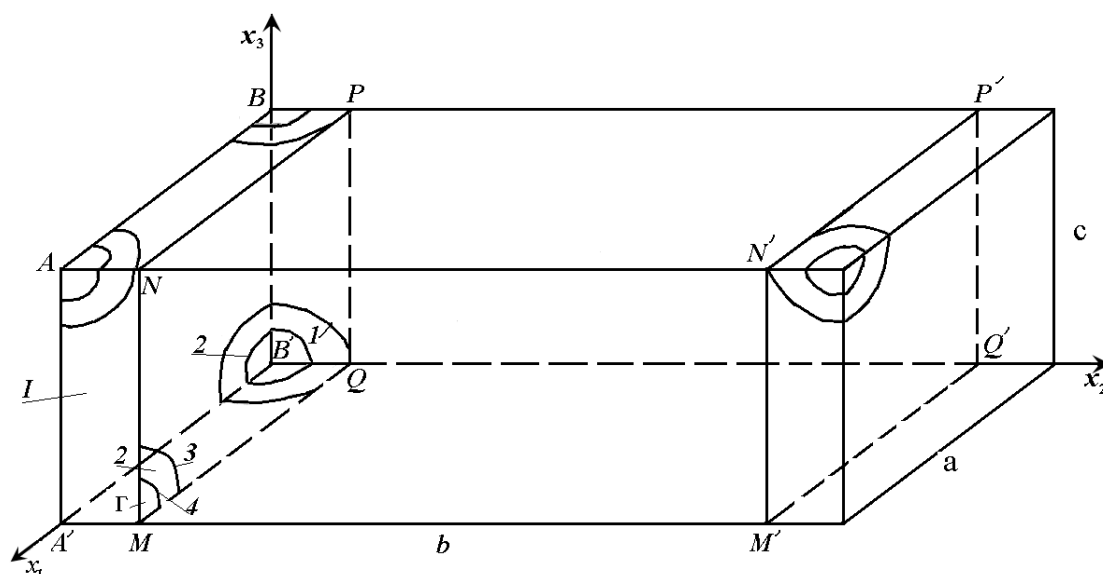


Рис. 4. Исследуемое тело и типы возможных волн.

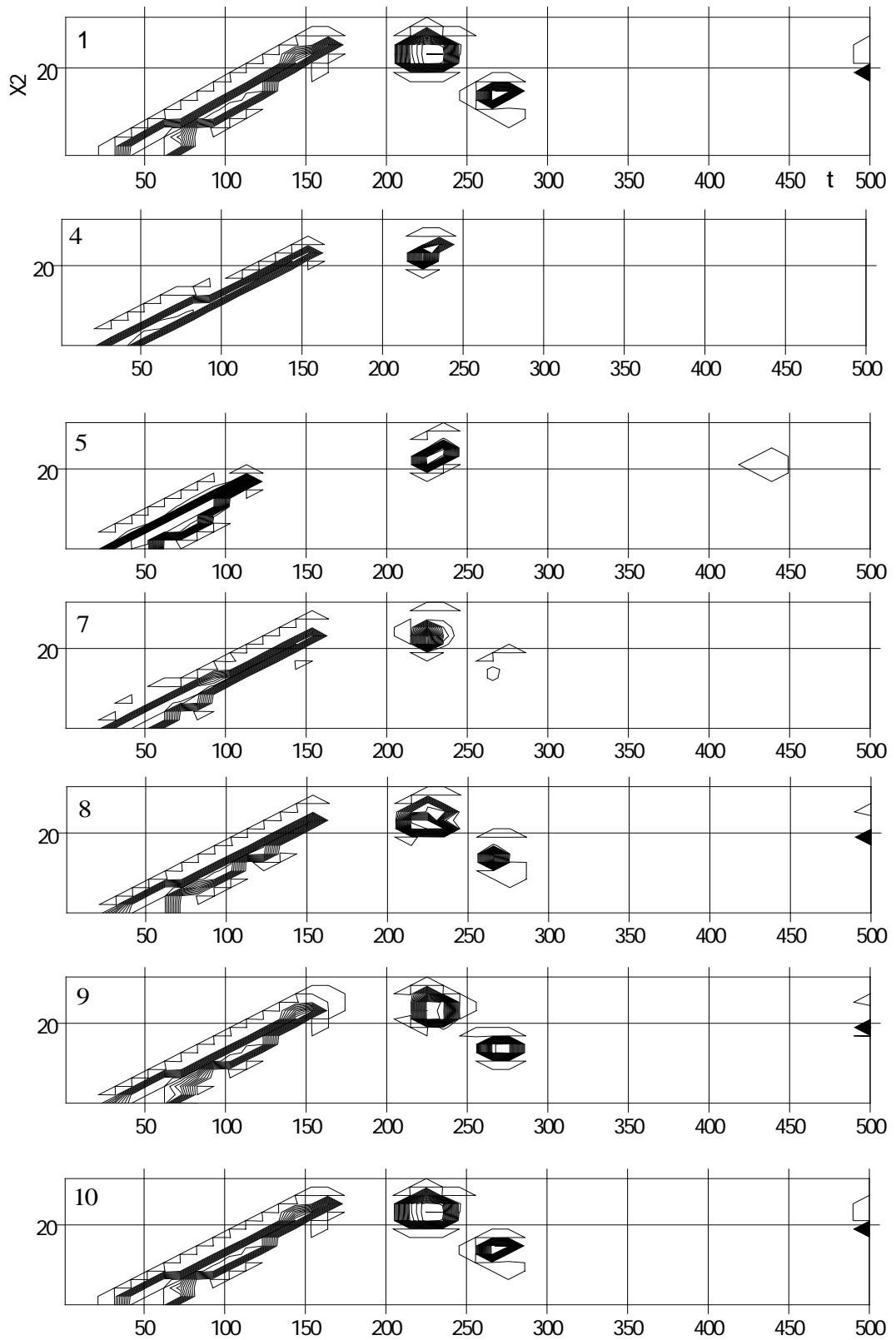


Рис. 5. Зоны пластически и упруго деформированных областей в зависимости от времени вдоль различных линии параллелепипеда: 1($0, X_2, 0$), 4($0, X_2, 5h$), 5($2h, X_2, 2h$), 7($2h, X_2, 5h$), 8($4h, X_2, 4h$), 9($4h, X_2, 5h$), 10($5h, X_2, 5h$).

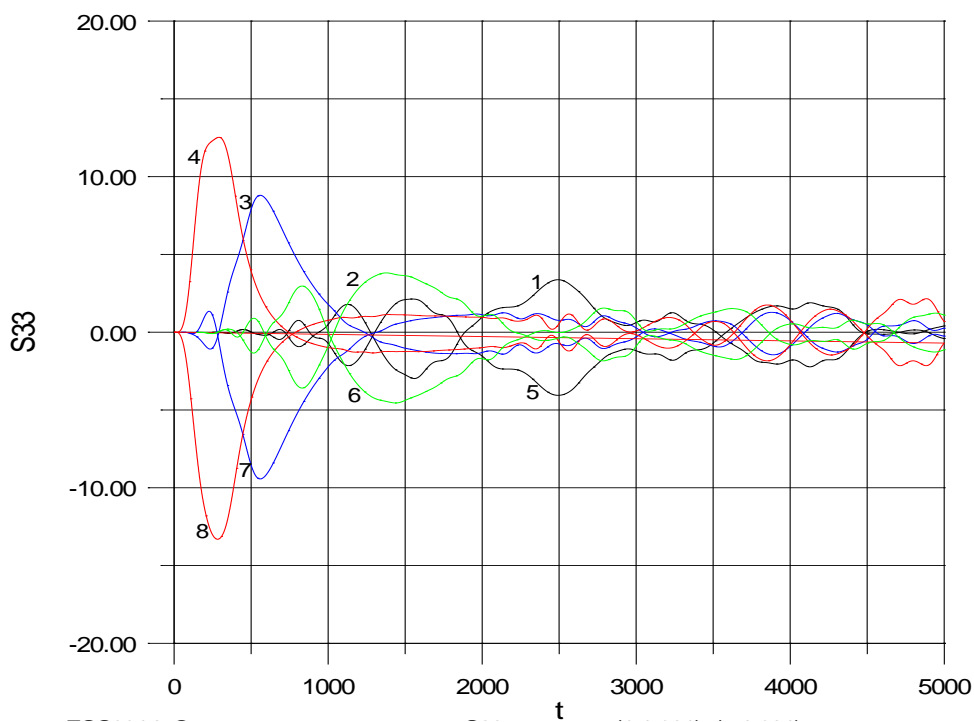


Рис.6. Осциллограммы нормального осевого σ_{33} компонента напряжения в точках $(0, 0, 200h)$, $(4h, 0, 200h)$ закрепленного торца оболочки для вариантов расположения площадки удара: 1(кривые 1, 5), 2(кривые 2, 6), 3(кривые 3, 7), 4(кривые 4, 8)

Основные публикации по теме диссертации

Монография:

1. Мамаев, Ш. Об оценке влиянии скорости деформации на поведение конструкций: монография / Ш. Мамаев, Т.Д. Каримбаев. - Издатель: LAP LAMBERT Academic Publishing ist ein Imprint der. Saarbrücken, Германия, 2014. - 110 с.

Статьи в рецензируемых научных изданиях, входящих в перечень ВАК РФ:

2. Мамаев, Ш. Влияние характера динамического нагружения на формирование пластической зоны и волны разгрузки в стержне конечной длины / Ш. Мамаев, Т.Д. Каримбаев // Вестник КГТУ. – 2012. - №4. - С. 7-14.

3. Мамаев, Ш. Модель упругопластического течения при переменной скорости деформирования / Ш. Мамаев, Т.Д. Каримбаев, Л.А. Игумнов // Вестник ННГУ. – 2013. - №1(3). - С. 120-129.

4. Мамаев, Ш. Влияние скорости нагружения на распространение плоской продольной упруго-вязко-пластической волны в полубесконечном стержне / Ш. Мамаев, Л.А. Игумнов, Т.Д. Каримбаев // Вестник ННГУ. – 2013. - №1(3). - С.130-136.

5. Мамаев, Ш. Напряженное состояние цилиндрической оболочки при импульсном локальном нагружении / Ш. Мамаев // Вестник КРСУ. - 2013. - Том 13. - №7. - С. 41-45.

6. Мамаев, Ш. Волны напряжений в цилиндрической оболочке при локальном поперечном ударе / Ш. Мамаев, Т.Д. Каримбаев // Журнал деформация и разрушение материалов. - 2014. - №3. - С. 12-16.

7. Мамаев, Ш. Эффект расположения элементов составного стержня на динамическое возмущение / Ш. Мамаев, Т.Д. Каримбаев // Вестник КГТУ. - 2013. - №4. - С. 58-64.

8. Мамаев, Ш. Нестационарные напряжения в балке при движущейся по её поверхности нагрузке / Ш. Мамаев, Т.Д. Каримбаев // Известия ВУЗов. Авиационная техника. - 2014. - №1. - С. 17-24.

9. Мамаев, Ш. Эффект жестко закрепленной границы на уровни напряжений при локальном ударе по цилиндрической оболочке / Ш. Мамаев, Т.Д. Каримбаев // Вестник КГТУ. - 2014. - №2. С. 70-75.

10. Мамаев, Ш. Волны напряжений в консольно-закрепленной балке цилиндрического профиля при локальном поперечном ударе / Ш. Мамаев // Научно-технический вестник Поволжья. - 2014. - №3. - С. 22-26.

11. Мамаев, Ш. Отражение упруго-пластических волн от жестко-закрепленного конца параллелепипеда / Ш. Мамаев, Т.Д. Каримбаев // Письма о материалах. - 2014. - Том 4. - Вып. 3. С. 137-140.

12. Мамаев, Ш. Волны напряжений в жестко-закрепленном торце упруго-пластического тела / Ш. Мамаев // Вестник КРСУ. - 2014. - Том 14. - Вып. 7. - С. 65-68.

Научные статьи и тезисы докладов:

13. Мамаев, Ш. Волны напряжений в слоистой среде / Ш. Мамаев, Т.Д. Каримбаев, М.К. Такабаев // Теоретические и прикладные вопросы математического моделирования. Алма-Ата: Наука. - 1986. - С. 89-97.

14. Мамаев, Ш. Теория течения при переменных скоростях деформаций / Ш. Мамаев, Т.Д. Каримбаев // Прикладные задачи механики деформируемого тела. - Алма-Ата: Наука. - 1989. - С. 52-58.

15. Мамаев, Ш. Численный анализ волновых процессов при продольном ударе по параллелепипеду / Ш. Мамаев // Республиканская научно-практическая конференция: Тезисы докладов.- Жезказган, 1992. - С. 52.

16. Мамаев, Ш. К исследованию поведения упруго-вязко-пластических тел при динамических нагрузках переменной скорости / Ш. Мамаев, Т.Д. Каримбаев // В кн. «Актуальные проблемы механики деформируемого тела». Алма-Ата: Гылым. - 1992. - Часть 2. - С. 53-68.

17. Мамаев, Ш. Влияние скорости деформирования на распространение упруго-вязко-пластических волн в стержнях / Ш. Мамаев, Т.Д. Каримбаев // Механика и моделирование процессов технологий. - 1994. - №1. - С. 84-90.

18. Мамаев, Ш. Применение метода бихарактеристик к исследованию распространения упруго-пластических волн в параллелепипеде / Ш. Мамаев, Т.Д. Каримбаев // Механика и моделирование процессов технологий. - 1995. - №1. - С. 32-36.

19. Мамаев, Ш. Численное моделирование особенности распространения трехмерных волн в телах конечных размеров / Ш. Мамаев, Т.Д. Каримбаев //

Материалы I-го Республиканского съезда по теоретической и прикладной механике. Алматы. – 1996. - часть II. - С.227

20. Мамаев, Ш. Численное моделирование волновых процессов в телах в форме прямоугольного параллелепипеда / Ш. Мамаев // Материалы Международной научной конференции «Математическое моделирование в естественных науках». Алматы, 1997 - 17-18 апреля. – С.160.

21. Мамаев, Ш. Численное решение задач о динамическом изгибе параллелепипеда / Ш. Мамаев, Д.Т. Куренкеева // Механика и моделирование процессов технологии. - 1997. - №2. - С. 169-174.

22. Мамаев, Ш. Исследование распространении динамических возмущений при продольном ударе по прямоугольному параллелепипеду / Ш. Мамаев, Ж.А. Тусупов // Сборник научных трудов профессорско-преподавательского состава ТарГУ им. М.Х.Дулати. - 1998. - Выпуск 1. - С.349-353.

23. Мамаев, Ш. Динамический изгиб балки при действии подвижной нестационарной нагрузки / Ш. Мамаев, Т.Д. Каримбаев // Международной научно-практической конференции «Машиностроение в условиях рыночной экономики. Проблемы и перспективы». - Тараз, 1999. - Труды конференции. - С. 152-156.

24. Мамаев, Ш. Продольный растягивающий удар по призматическому стержню с одним жестко закрепленным концом / Ш. Мамаев, Е.К. Токбаев // Журнал «Наука и образование Южного Казахстана». - 1999. - №10(17). - С. 73-79.

25. Мамаев, Ш. Некоторые особенности распространения и отражения волны от закрепленного конца при продольном ударе по прямоугольному параллелепипеду / Ш. Мамаев // Известия МОН РК. Серия физ.-мат. - 2000. - №5. - С. 65-73.

26. Мамаев, Ш. Изгиб балки при поперечном ударе по движущейся площадке / Ш. Мамаев, Т.Д. Каримбаев. - М.: ЦИАМ, 2000. - Препринт № 33. - 37 с.

27. Мамаев, Ш. К расчету волновых полей для тел со сложными границами / Ш. Мамаев, Б. Бакирбаев // Журнал «Наука и образование Южного Казахстана». - 2000. - №12(19). - С. 164-170.

28. Мамаев, Ш. К расчету волновых полей в полом цилиндре / Ш. Мамаев // Труды 2-ой региональной научно-методической конференции. - Журнал «Наука и образование Южного Казахстана», 2000. - №20. - С. 188-193.

29. Мамаев, Ш. Численный анализ волновых процессов в балке при поперечном ударе, вызванном воздействием движущейся нагрузки / Ш. Мамаев, Т.Д. Каримбаев // Механика и моделирование процессов технологии. Тараз. - 2001. - № 1. - С.93-34.

30. Mamayev, Sh . Bending of composite blade model at at transverse impact by variable area. / Sh. Mamayev, T.D. Karimbayev // Международная конференция «Современные проблемы механики сплошных сред и горных пород». - Бишкек, 2002. - Материалы конференции. - С.112-119.

31. Мамаев, Ш. Численное моделирование локального нагружения цилиндрической оболочки / Ш. Мамаев // II Международная научно-методическая конференция «Математическое моделирование и информационные технологии в образовании и науке». Алматы. - 2003. - Материалы конференции. - Т. 2. - С. 237-242.

32. Мамаев, Ш. К решению нестационарных задач упругости в составной среде / Ш. Мамаев // Механика и моделирование процессов в технологии. - 2004. - №2. - С.197-205.
33. Мамаев, Ш. Применение метода бихарактеристик к исследованию локального импульсного нагружения цилиндрической оболочки / Ш. Мамаев, Т.Д. Каримбаев // Механика и моделирование процессов технологии. Тараз. - 2005. - №1. - С. 150-161.
34. Мамаев, Ш. Численное моделирование локального нагружения цилиндрической оболочки / Ш. Мамаев // 6-ая Международная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы развития экономики и подготовки специалистов с экономическим образованием в странах СНГ». Тараз. – 2005. - С.233-234.
35. Мамаев, Ш. Анализ механических характеристик материалов чувствительных к скоростям деформирования / Ш. Мамаев // Механика и моделирование процессов технологии. - 2005. - №2. - С. 291-308
36. Mamayev, Sh. The influence of strain rate on the propagation of the elastic-viscous – plastic wave in bar / Sh. Mamayev, T.D. Karimbayev //Международная научно-практическая конференция «II Ержановские чтения». - 19-21 июнь. - 2007 г. - Материалы конференции. Актобе: АГУ - 2007. - С. 199-206.
37. Мамаев, Ш. Численное исследование распространения двумерных волн в слоистом теле / Ш. Мамаев // Вестник Национальной инженерной академии РК. - 2007. - №2. - С.66-72.
38. Мамаев, Ш. Параметры материалов, чувствительные к скоростям деформации / Ш. Мамаев, Т.Д. Каримбаев // Новые технологические процессы и надежность ГТД. Выпуск 8. Научно-технический сборник статей.-Москва: ЦИАМ. - 2008. - С. 7-37.
39. Мамаев, Ш. Екі өлшемді толқындардың қабатты денелерде таралуын сандық зерттеу / Ш. Мамаев, Н. Әшірбаев, С.А. Сүлейменова // Механика и моделирование процессов технологии. - 2009. - №1. - С.126-134.
40. Мамаев, Ш. Влияние закрепленного конца стержня и характера нагружения на распространение упругопластических волн нагружения и разгрузки / Ш. Мамаев // Вестник КазНУ. Серия математика, механика, информатика. – 2011. - №4(71). - С. 92-100.
41. Мамаев, Ш. Динамические процессы в упругом прямоугольнике с разрывными граничными условиями / Ш. Мамаев, Н.К. Аширбаев, И.О. Оразов // Республиканская научно-практическая конференция «Ел дамуының кепілі». - 16-17 июнь. - 2012 г. - Материалы конференции. Тараз: ТарГУ. - 2012. - С.78-82.
42. Мамаев, Ш. Об одном варианте определяющего соотношения для материалов, чувствительных к изменению скорости деформаций / Ш. Мамаев // Известия НАН КР. - 2012. - №3. - С. 17-24.
43. Мамаев, Ш. Расчет волновых процессов в призматических телах, ограниченных криволинейными поверхностями методом бихарактеристик / Ш. Мамаев // Сборник трудов Международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы механики сплошных сред». Бишкек. - 2012. - С.178-184.

44. Мамаев, Ш. Численное моделирование сопротивление цилиндрической оболочки локальным динамическим нагрузкам / Ш. Мамаев // VI Международная конференция по вычислительной и прикладной математике. Киев. - 2013. - Материалы конференции. - С. 165-166.

45. Мамаев, Ш. Численное исследование поведение балки при действии нагрузки, движущейся по ее поверхности / Ш. Мамаев // V-Международная конференция «Деформация и разрушение материалов и наноматериалов». Сборник материалов. М.: ИМЕТ РАН. - 2013. - С. 858-860.

46. Мамаев, Ш. Численное исследование поведения балки при поперечном ударе движущейся нагрузкой / Ш. Мамаев // Известия НАН РК. Серия физико-математическая. - 2013. - №5. - С. 171-180.

47. Мамаев, Ш. Численное исследование протекания нестационарных процессов в цилиндрической оболочке методом бихарактеристик / Ш. Мамаев, Т.Д. Каримбаев // Всероссийская научная конференция «Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в современном информационном обществе». Москва. - 2013. - Материалы конференции. - Управление и прикладная математика. - Том 2. - С. 148-150.

48. Мамаев, Ш. Влияние место приложения нагрузки на уровни напряжений при локальном ударе по цилиндрической оболочке / Ш. Мамаев // Известия НАН РК. Серия физ.-мат. - 2014. - №1. - С. 55-62.