

Экспериментальная проверка эффективности формирования исторического компонента математико-методической культуры учителя

Мансур Файзрахманович Гильмуллин

Елабужский институт (филиал) Казанского (Приволжского) федерального университета,
улица Казанская, дом 89, г. Елабуга, Республика Татарстан, 423604

Mansur Fajzrahmanovich Gilmullin

Elabuga Institute (branch) of Kazan (Volga Region) Federal University,
89, Kazanskaya street, Elabuga, Tatarstan Republic, 423604

Аннотация

Недостаточное знание учителями истории науки, непонимание и недооценка ее педагогического значения является серьезным препятствием в повышении их методического мастерства. Целью данной работы является описание авторской методики обучения студентов истории математики, направленной на формирование профессионально ориентированных качеств учителя математики. Эти качества составляют исторический компонент математико-методической культуры учителя. Описаны также методы и результаты экспериментальной проверки эффективности данной методики. Эти материалы могут быть полезными учителям, создающим культурно-историческую среду обучения математике в школе, и преподавателям вузов, применяющим историко-математические идеи в своей работе.

Ключевые слова: история математики, будущие учителя математики, математико-методическая культура учителя, формирование исторического компонента, профессионально ориентированные качества учителя математики.

1. Введение

Основное назначение современного учителя математики – средствами обучения предмету оказывать учащемуся своевременную помощь в комплексном развитии его личности. Готовность выполнять такую функцию обеспечивается системой сформированных у учителя профессионально ориентированных качеств, составляющих ядро его профессиональной культуры. Именно на их формирование у студентов-математиков, на каком-то заранее заданном уровне, должно быть направлено обучение всему комплексу учебных дисциплин, предусмотренных образовательным стандартом для педагогического вуза, включая историю математики.

Ядро профессиональной культуры будущего учителя математики определяется ценностями, выработанными в профессии и математической культуре, общепедагогическими и методическими основами обучения математике, знанием основных математических объектов “элементарной” математики и умениями оперировать ими. В этом случае имеет смысл пользоваться уточнённым термином “математико-методическая культура” учителя, обозначающего специфический вид культуры такого профессионала. Для выделения тех профессионально ориентированных качеств, которые могут быть сформированы у него в процессе обучения истории математики, мы используем термин “исторический компонент математико-методической культуры” (ИКМК) будущего учителя математики.

Вопрос об опоре на историко-математические знания при подготовке учителя математики не нов (Бобынин, 1886, 1913). Многие модели учебной математической деятельности основываются на выводах психологов о том, что обучение в школе необходимо строить на историко-генетической основе. Главные этапы становления этого метода связаны с именами Ж. Адамара, Д. Валлиса, Ф. Клейна, А. К. Клеро, Г. Лейбница, А. Пуанкаре, В. Г. Спенсера, В. В. Бобынина, Н. И. Лобачевского, Д. Д. Мордухья-Болтовского и других математиков-педагогов (Белобородова, 1999). В исследованиях Т. С. Поляковой обосновывается необходимость расширения содержания историко-методической подготовки учителей математики в педагогическом вузе в форме системы знаний по истории школьного математического образования (Полякова, 1997, 1998). В ряде исследований построены различные модели профессионально-направленной историко-математической и историко-методической подготовки учителей математики в педвузах (Белобородова, 1999; Бурова, 2000; Grattan-Guinness, 2004; Дробышев, 2004, 2011; Karp and Schubring, 2014; Мордкович, 1986; Сафуанов, 2000; Томилова, 1998 и др.). Несмотря на достигнутые успехи, приходится констатировать, что в практике подготовки будущих учителей истории математики отводится все еще несущественное место, и она не отвечает специфике педагогического вуза. Не решены основные методические вопросы: ради чего, что конкретно и на каком уровне должен усвоить будущий учитель математики из почти необъятного объёма сведений по истории развития математической культуры, включая и математическое образование.

Проведенное анкетирование студентов по вопросам их отношения к преподаванию курса истории математики и тестирование для оценки реального уровня историко-математических знаний показывают, что только 52% студентов считают, что изучение истории математики полезно для развития интереса к математике. Большинство анкетированных (90%) не видят связи обучения истории математики с решением задач будущей профессии, а их изучение сводят в основном к запоминанию отдельных имен и разрозненных фактов.

Анкетирование учителей математики показало, что большинство из них (95%) чаще всего использует историко-математический материал во внеклассной и учебно-исследовательской работе учащихся для развития их интереса. В основное учебное время отдельные исторические факты сообщаются ученикам от случая к случаю, в систематическом их использовании многие учителя не видят необходимости. Вместе с тем, 68% учителей оценивают свою историко-математическую подготовку как неудовлетворительную, хотя и не связывают это со своими профессиональными задачами и культурой.

Таким образом, перед нами стоит вопрос об определении основной направленности обучения истории математики в педагогическом вузе и, как следствие, о разработке научно-методической основы (элементов теории, содержания и методики) её реализации. Всё вышесказанное и определяет актуальность исследований по формированию исторического компонента математико-методической культуры студентов-математиков.

Гипотеза исследования состоит в том, что формирование исторического компонента математико-методической культуры студентов при обучении истории математики в педагогическом вузе будет эффективным, если:

- изучение истории математики будет мотивировано для студентов необходимостью формирования личностных профессионально ориентированных качеств, связанных с применением ими фактов из истории математики в будущей деятельности учителя математики;
- будут созданы условия и средства, обеспечивающие применение будущими учителями потенциала истории математики для решения задач исследовательской и учебно-профессиональной деятельности;
- в качестве средств и механизмов формирования ИКМК будут использованы учебные ситуации профессионального развития (УСПР), серии учебных историко-методических задач (УИМЗ), процедуры деятельности по их решению, а также диалог культур в его различных формах, фрагментов регионально-национальной и мировой истории математики и математического образования.

2. Методика

Традиционное обучение нацеливалось на приобретение студентами знаний, умений и практических навыков, ранее уже наработанных и составляющих основу профессии. Мы считаем, что главенствующим результатом, определяющим направленность образовательного процесса в современных условиях, является формирование культуры профессионала. В новых условиях большее значение имеет опыт познания, в том числе осуществляемый средствами самой математики, достаточный для самообразования и культуросообразного использования имеющихся знаний. Основной целью высшего образования становится оказание помощи студентам в формировании у них умений и навыков профессиональной деятельности, развитых до необходимого уровня уже на студенческой скамье. Меняется и направление подготовки специалиста – с предметного на профессиональное, с фундаментального на функциональное (Гильмуллин, 2009).

2.1. Математико-методическая культура учителя

Математико-методическая культура учителя нами понимается как специфический вид культуры такого профессионала, основная деятельность которого – обучение математике в общеобразовательной школе. В качестве отправной позиции мы примем модель культуры профессионала, предложенную А. Л. Жоховым (Жохов, 2007). Под профессиональной культурой понимается взаимопроникновение и взаимное дополнение результатов трех процессов:

- 1) ознакомления со сведениями из соответствующей области профессиональных знаний. Результат процесса обозначим как “информированность” в смысле осведомленности в чём-либо, представленной в виде суммы единиц информации, по тем или иным основаниям считающихся необходимыми для данного этапа обучения, а также “владение” знаниями на уровне средств профессиональной деятельности;
- 2) совершенствования операционных основ и средств профессиональной деятельности. Результатом процесса целесообразно считать умения выполнять необходимые в профессии виды деятельности, или профессиональные умения и навыки, хотя для будущих учителей она будет выражаться в учебной деятельности;
- 3) наконец, третий процесс целесообразно назвать “диалогизированием”, а точнее “диалогом культур” в смысле М. М. Бахтина (Жохов, 2007). Результат процесса обозначим как “взаимопонимание”, или “способность к диалогу культур”. Они, по сути, и определяют взаимопроникновение смыслов (увиденного, услышанного, прочитанного) и принадлежность разных людей к одному и тому же типу культуры.

Анализ требований к подготовке учителя математики, основанной на формировании профессиональной культуры, позволяет выделить следующие составляющие математико-методической культуры: содержательно-знаниевая; деятельностно-операционная; диалогово-рефлексивная.

2.2. Исторический компонент математико-методической культуры (ИКМК)

Модель культуры профессионала мы модифицируем в соответствии с предметом исследования – историческим “срезом” этой культуры.

Содержательно-знаниевая составляющая является информационной основой для построения учителем личной методической системы обучения на основе и с использованием знаний отдельных исторических фактов, закономерностей развития математической культуры или её отдельных содержательно-методических линий (числовая, алгоритмическая, алгебраическая, геометрическая и др.), закономерностей познания математики. Критерием ее сформированности является владение знаниями по истории математики на уровне средств учебной деятельности, а в будущем – и обучения математике в школе.

Основная функция деятельностно-операционной составляющей исторического компонента – способствовать формированию у студентов деятельностной основы их профессиональной культуры. Её характерными элементами являются умения усваивать профессионально-значимые историко-математические знания, применять их в решении профессиональных задач. Владение соответствующими способами деятельности составляет критерий ее сформированности.

Диалогово-рефлексивная составляющая реализует координирующую и ценностно-ориентационную функции. Критерием сформированности этой составляющей являются доминантные потребности в понимании диалога различных культур и положительный настрой на использование в своей профессиональной деятельности исторических знаний и опыта. Одним из показателей сформированности ее элементов является желание включаться в диалог культур (преподавателя и студента, содержательно-методических линий в математическом образовании, математики как науки и предмета изучения и т.п.) и поддерживать его. Важным показателем сформированности элементов данной составляющей исторического компонента является наличие у студента представлений об уровне своей математико-методической культуры.

Содержание составляющих ИКМК формируется из взаимосвязанных групп профессионально ориентированных качеств, в которые мы их объединяем по функциональной направленности (Таблица 1).

Таблица 1. Структурно-интегративная модель исторического компонента математико-методической культуры

Структура исторического компонента математико-методической культуры		
диалогово-рефлексивная составляющая (1)	деятельностно-операционная составляющая (2)	содержательно-знаниевая составляющая (3)
профессиональные мотивы, эмоции, оценки	профессиональные умения и навыки	профессиональные знания
1) культурдиалогические 2) рефлексивно-оценочные и развивающие 3) ценностно-ориентационные 4) прогнозирующие, транслирующие	1) целеполагающие 2) источниковедческие и аналитико-синтетические 3) организационно-конструктивные 4) содержательно-генетические 5) содержательно-методические 6) мотивационно-развивающие	1) аналитико-синтетические, объектные 2) методологические 3) отечествоведческие 4) образовательные

В первой составляющей выделяются следующие группы качеств:

- культурдиалогические: стремление к пониманию действий людей, важность коммуникации в профессии; умение включаться в диалог культур, создавать собственные произведения математико-методической культуры, оценивать их;
- рефлексивно-оценочные и развивающие: умение диагностировать и оценивать результаты профессиональной деятельности; создавать условия для саморазвития учащихся;
- ценностно-ориентационные: определять личностную смысловую и (или) методическую ценность изучаемых исторических фактов, выявлять и осознавать их значимость для решения образовательных задач;
- прогнозирующие, транслирующие: стремление и умение осуществлять прогноз от применения выявленных средств и методов в измененных или каких-то новых условиях; умение осуществлять перенос приобретенных знаний и действий на новые ситуации, способность конструировать их.

Вторая составляющая определяется как совокупность следующих групп профессиональных умений и навыков:

- целеполагающие: ставить цели использования исторических материалов в обучении, анализировать УСР, УИМЗ, планировать их использование в обучении математике;
- источниковедческие и аналитико-синтетические: работать с источниками; анализировать их; адаптировать историко-математический материал к условиям обучения; изучать опыт использования исторического материала;
- организационно-конструктивные: выстраивать модели и фрагменты уроков с использованием выявленных исторических фактов; организовывать учебно-исследовательскую работу учащихся;
- содержательно-генетические: уметь составлять таблицы значимых этапов развития математики; формулировать вопросы о происхождении понятий;
- содержательно-методические: потребность регулярно просматривать новую литературу историко-математической и методической направленности; исследовать происхождение содержательно-методических линий школьного курса математики;
- мотивационно-развивающие: осознавать необходимость использования исторических фактов в обучении математике как стимул профессиональной деятельности; переосмысление историко-математических знаний.

Содержательная характеристика третьей составляющей дается как владение историко-математическими знаниями:

- объектные (аналитико-синтетические): выявлять и знать характеристики математических объектов: истоки; персоналии, хронотоп; трудности в понимании и применении объекта и т.п.;
- методологические: знать происхождение и применение общих и математических методов в познании и обучении;

- отечествоведческие: знать и использовать в познании историю развития отечественной, регионально-национальной математики и образования;
- образовательные: знать истоки развития математического образования, историю возникновения дисциплин школьного курса математики, историю возникновения и развития содержательно-методических линий.

2.3. Уровни сформированности исторического компонента математико-методической культуры

Под формированием ИКМК понимается процесс наполнения личного опыта учебной или профессиональной деятельности студента отдельными, хотя и взаимосвязанными качествами или их группами из названных его составляющих. Формирование ИКМК управляется методической системой обучения истории математики. Степень выраженности показателей критериев по каждой составляющей является основанием для выделения “уровней сформированности” ИКМК будущего учителя: начальный, средний, высокий, определяемых соответственно репродуктивной, репродуктивно-продуктивной и творческой деятельностью студента. Схематично эти уровни представлены в следующей таблице (Таблица 2).

Таблица 2. Уровни сформированности исторического компонента математико-методической культуры

Уровни	Составляющие исторического компонента математико-методической культуры		
	диалогово-рефлексивная	деятельностно-операционная	содержательно-знаниевая
Начальный (репродуктивный)	Отсутствует интерес к знаниям по истории и возможностям их применения в обучении. Оценка уровня своих знаний и умений не развита.	Историко-математические знания не используются в учебной и педагогической деятельности или используются бессистемно. Навыки работы с учебным материалом отсутствуют.	Историко-математические знания поверхностные, формальные, на уровне отрывочных сведений и не систематизированы.
Средний (репродуктивно-продуктивный)	Наличие у студентов потребностей к изучению истории математики и ее использования в школе. Адекватная самооценка. Готовность к переносу знаний и действий не проявляется.	Стиль познания, основанный на копировании опыта других педагогов, недостаточный для создания собственной системы обучения. Наблюдаются элементы адаптации информации для использования в учебной или будущей профессиональной деятельности.	Историко-математические знания на уровне информации об отдельных фактах или их группах. Систематизация по разным основаниям, стихийная связь с профессиональными задачами.
Высокий (творческий)	Мотивированное отношение к необходимости формирования личных профессионально ориентированных качеств; потребность в ней устойчива; способность к контролю и самоконтролю сильно выражена. Фрагменты опыта по переносу сформированных историко-математических знаний и действий в новые условия.	Усвоены технологические приемы применения исторического материала в педагогической деятельности; осуществляется поиск новых форм и методов работы на историко-математической основе. Привычка к поиску, творческой переработке и включению историко-математических фактов в личный опыт профессиональной деятельности.	Профессиональные историко-математические знания усвоены до уровня личных средств математического познания и средств обучения математике в школе. Знания целостные, системные по отдельным содержательно-методическим линиям или математическим теориям.

2.4. Учебные ситуации профессионального развития (УСПР)

В предлагаемой нами методической системе обучения истории математики в качестве одного из основных средств формирования элементов математико-методической культуры будущего учителя используется система учебных ситуаций. Учебная ситуация – это определенное сочетание условий, которые могут сложиться в учебном процессе стихийно или, что предпочтительнее, могут быть созданы преподавателем для достижения намеченных образовательных результатов с использованием соответствующих средств. Это обычно совокупность противоречий, требующих разрешения. Мы используем учебные ситуации, представляющие интерес с точки зрения формирования ИКМК. Нами они названы “учебными ситуациями профессионального развития” (УСПР). Они требуют действий по разрешению ситуации, и потому способствуют формированию у студентов тех или иных профессионально ориентированных качеств.

Организирующим ядром УСПР является “учебная историко-методическая задача” (УИМЗ). УИМЗ является материализацией УСПР в форме конкретной задачи с историко-математическим содержанием и

содержит систему заданий, раскрывающих совокупность противоречий данной УСПР. Их успешное выполнение реализует в определенной степени достижение намеченных образовательных результатов.

Приведем пример УСПР.

УСПР-1. (Тип: поисково-мобилизующие, историко-аналитические и синтетические, прогностические). В повседневной жизни человеку иногда приходится сталкиваться с названиями больших чисел. Тем более, вам – будущим учителям – придется отвечать на вопросы учеников, например, что такое “триллион”, почему его так называли? Как это объяснить? Существует ли закономерность в названиях чисел?

УИМЗ-1. Итальянскому путешественнику Марко Поло (1254-1323) приписывается первое применение термина «millione» – «большая тысяча». Никола Шюке (1445-1500), французский математик и врач, в сочинении “Наука о числах в трёх частях” (1484) по аналогии ввёл термины: биллион, триллион и т.д. до нониллиона.

Задания: 1. Дайте характеристику математических объектов, для которых используются данные термины, и охарактеризуйте закономерность их появления. Определите, что обозначает последний термин. Продолжите, если это возможно, данный ряд терминов. 2. Проанализируйте современное состояние использования данных терминов, изменилось ли оно со времён Шюке, есть ли среди них термины “октиллон”, “миллиард”, что они означают? 3. Как назывались большие числа у разных народов и в разные времена? Сравните исторические сведения по этому вопросу о славянах, индусах. 4. В какой области современных знаний и техники человек встречается с необходимостью давать названия большим или маленьким числам, какими терминами в этом случае ему приходится оперировать (вспомните астрономию, информатику, другие области современных знаний)? Объясните с точки зрения общего принципа, что такое “нанотехнология”.

Разрешение данной УСПР участвует в формировании следующей группы качеств ИКМК: овладение знаниями о происхождении и практическом применении математических объектов, встречающихся в учебных текстах; овладение знаниями о содержательно-методических линиях школьного курса математики; умение находить в известных источниках обоснованные ответы на вопросы об объектах знания; умение привлекать историко-математические сведения для установления межпредметных связей; навыки исследования этимологии каждого математического термина; работа с этимологическими словарями и др.

Для количественной комплексной оценки УИМЗ вводится понятие “потенциал УИМЗ”. Результаты выполнения задания студентом характеризуют некоторое сформированное качество, входящее в ту или иную группу качеств ИКМК. Тогда потенциал УИМЗ задается вектором (З, УН, Д), где каждая координата принимает свои значения из соответствующего упорядоченного набора: $Z = \{3-1, 3-2, 3-3, 3-4\}$, $УН = \{У-1, У-2, У-3, Н-1, Н-2, Н-3\}$, $Д = \{Д-1, Д-2, Д-3, Д-4\}$. Здесь набор значений для каждого компонента данного вектора соответствует количеству его характеристик в таблице 1. При этом буквами З и УН обозначены знания и умения, навыки – принятые в стандартах характеристики подготовленности студента по учебному курсу, поэтому они взяты первыми компонентами вектора, хотя они соответствуют второй и третьей колонкам таблицы 1. Буквой Д мы обозначаем третью характеристику потенциала – диалогичность (первая колонка этой же таблицы). Если УИМЗ участвует в формировании одного из четырех качеств содержательно-знаниевой группы ИКМК (третья колонка таблицы 1), то параметру З придается значение В (высокий), если задача не направлена на это, то значение этого же параметра отмечается буквой О (отсутствует). Возможности задачи в формировании этого качества мы оцениваем в порядковой шкале {начальный – Н, средний – С, высокий – В}. Например, потенциал УИМЗ-1 задается наборами $Z = \{В, О, В, В\}$, $УН = \{В, В, В, В, В, В\}$, $Д = \{В, В, О, В\}$. Решаемую конкретным студентом УИМЗ по завершении им процедуры решения можно использовать как комплексную оценку сформированности у студента каких-либо качеств из соответствующих трех образующих ИКМК.

3. Результаты

3.1. Методика проведения экспериментальной работы

Эффективность разработанной методики была подвергнута экспериментальной проверке на базе физико-математического факультета Елабужского института Казанского федерального университета (бывшего Елабужского государственного педагогического университета) в 2004-2009 гг. Эксперимент проводился в три этапа: констатирующего, поискового и формирующего. Все этапы логически взаимосвязаны, но каждый из них определяется своими целями и задачами, средствами и методами их достижения. В целом, целью эксперимента была проверка гипотезы исследования об условиях эффективности формирования ИКМК будущего учителя. Эксперимент заключался в целенаправленном воздействии на группу студентов при помощи новой методической системы.

При организации историко-математической подготовки будущих учителей приходится проводить различные измерения характеристик объектов – отдельных студентов и групп обучающихся. При этом оценивается степень достижения студентами цели обучения. При традиционном обучении истории математики им является знания о происхождении и становлении математики. При экспериментальном обучении истории математики уже ставятся другие цели и используются другие средства. Состояния объектов должны быть измерены показателями, адекватными целям обучения и исследования (Новиков, 2004; Афанасьев, 2007). В общей теории измерений описаны различные методы преобразования данных, полученных в различных шкалах и методы принятия решений по ним. Большинство из них можно применить и в историко-математической подготовке. Требуется в первую очередь определить содержательные аспекты измерений такой подготовки: как измерять, что измерять, каковы критерии эффективности. Обычной формой диагностики состояния объекта является тестирование (Томилова, 1998, 2001). Чаще всего, результатом измерений является число правильных ответов. Они отражаются в шкале отношений. Далее переходят к агрегированной (коллективной) информации о

группе – числу ее членов, обладающих тем или иным уровнем знаний (например, низким, средним, высоким). Процедура измерений может выполняться также в форме контрольной работы, анкетирования.

3.2. Методы диагностики сформированности исторического компонента

Опишем далее методику статистических расчетов, проведенных в нашем исследовании. Обучаемые в экспериментальных и контрольных группах сравнивались по показателям сформированности ИКМК в начале и после проведения эксперимента в целом и по отдельным его составляющим.

Важным требованием при организации эксперимента является относительно равный исходный уровень исследуемого качества у студентов в экспериментальных и контрольных группах. Для оценки статистической значимости совпадения или различия уровня подготовки в группах обучаемых по различным методикам был применен критерий Пирсона (χ^2) [chi-square criterion] и критерий Вилкоксона-Манна-Уитни (ВМУ).

В качестве экспериментальной группы была выбрана группа студентов, обучающихся по специальности “математика-информатика” объемом N=24 студента, а контрольной группой – группа по специальности “информатика-математика” объемом M=20 студентов. Контингент студентов этих двух групп в начале эксперимента не имеет статистически значимого различия. Для проверки этого факта использовалась тестовая оценка начального уровня сформированности ИКМК и отдельных его составляющих. В тесте в основном использовались задания, которые оценивались только по одному качественному показателю из 3-1 – 3-4 (содержательно-знаниевая составляющая). Эти задания (Часть 1) оценивались сначала отдельно только по факту правильности ответа и использовались в формировании данных в шкале отношений, как число правильно решенных задач. Часть 2 теста состоял из УИМЗ. Потом обе части вместе оценивались в порядковой шкале. Таким образом, установление совпадения характеристик двух групп проходила по двум методикам.

I. Тестовая методика однозначных оценок по шкале отношений

Она выполняется по известному статистическому W-критерию Вилкоксона.

II. Диагностическая методика комплексных оценок по шкале порядка

В этой методике используются данные о выполнении обеих частей теста. Оценки проводятся в трехзначной (L=3) порядковой шкале {начальный, средний, высокий}. Требуется сначала распределить студентов экспериментальной и контрольной групп по этим классам. Сложность составляет многокритериальность задачи и комплексность оценок. В данной шкале сложение баллов недопустимо. Также недопустимо сравнение уровней в разных группах качеств.

Сначала проводится оценка по каждой из составляющих ИКМК (З, УН, Д) для каждого студента отдельно. Рассмотрим, например, оценку по составляющей З (Профессиональные знания). Выполнение каждого задания оценено набором {3-1, 3-2, 3-3, 3-4}. Каждая координата, если она оценивается для этого задания, то имеет значение В (высокий), С (средний), Н (начальный). Оценка отсутствует только в том случае, если этот параметр не учитывается. Агрегированная оценка за выполнение каждого задания УИМЗ каждым студентом определяется при помощи вектора (a_1, a_2, a_3), где неотрицательные целые числа a_1, a_2, a_3 означают соответственно число оценок Н, С, В.

1. Если $a_1 = 0$, то проверяют условие $a_2 > a_3$, если оно выполняется, то агрегированная оценка равна С, а иначе В.

2. Если $a_1 > 0$ и $a_1 > a_2 + a_3$, то оценка равна Н, иначе С.

Согласно этим правилам, каждый студент по каждой компоненте получает единственную агрегированную оценку, а также общую оценку по всем компонентам. Далее эти данные используются для составления характеристик групп по числу студентов, распределенных по трем уровням сформированности ИКМК. Далее эти данные будут обрабатываться с использованием критерия Пирсона (χ^2) [chi-square criterion].

Пусть для экспериментальной и контрольной группы вектора (n_1, n_2, n_3) и (m_1, m_2, m_3) задают число их членов, оцененных по уровню сформированности измеряемых показателей в порядке “начальный”, “средний”, “высокий”.

Эмпирическое значение (χ^2) [chi-square] вычисляется по формуле

$$\chi^2_{\text{эмп}} = NM \sum_{i=1}^L \frac{\left(\frac{n_i}{N} - \frac{m_i}{M} \right)^2}{n_i + m_i}.$$

Далее это значение сравнивается с табличным значением для (χ^2) [chi-square] при уровне значимости 0,05 $\chi^2_{0,05} = 5,99$ и делается вывод о достоверности совпадения сравниваемых выборок.

По этим же диагностическим методикам обрабатывается и заключительный тест. Тест состоит из двух частей. В первой части даются задания двух уровней. Первый уровень заданий – на фактологические знания в закрытой форме с возможностью выбора или только одного, или нескольких правильных вариантов ответа. Ко второму уровню мы относим творческие задания, предполагающие умение анализировать и делать выводы. Это задания открытой формы с прямым

вводом ответа, а также задания на установление соответствия или порядка. Все задания оцениваются однозначно и участвуют в обработке по первой методике. Вторая часть состоит из учебных историко-методических задач разного уровня сложности. Потенциалы у них различаются. Результаты этой части теста участвуют в обработке по второй методике.

3.3. Обработка данных

1. Измерение начальных состояний групп

Приведем расчеты по тесту начального измерения. В данном случае использовалась одна УИМЗ с потенциалом: $Z=\{B,V,O,V\}$, $УН=\{B,V,O,V,O,V\}$, $Д=\{B,O,O,V\}$. После проведения теста, выполненные работы обрабатываются, и результаты заносятся в “Протокол выполнения тестовых заданий” для каждой группы (Таблица 3). В нем фиксируются результаты, полученные каждым студентом. По первой части теста можно ввести только число правильно решенных задач. В каждую позицию вносится буквы В, С, Н, характеризующие экспертные оценки уровня сформированности данной группы качеств.

Таблица 3. Протокол выполнения тестовых заданий

	Экспериментальная группа								Контрольная группа							
	1		2		3		...	24		1		2		...	20	
	Ч-1	Ч-2	Ч-1	Ч-2	Ч-1	Ч-2		Ч-1	Ч-2	Ч-1	Ч-2	Ч-1	Ч-2		Ч-1	Ч-2
Ч-1	8		6		4			5		9		7			6	
З-1		В		С		Н			В	В	С		С			Н
2		С		Н		Н			С		С		Н			Н
3																
4		С		С		Н			С		Н		Н			Н
У-1		С		С		Н			С		С		С			Н
2		С		С		Н			С		В		С			Н
3																
Н-1		Н		Н		Н			С		С		С			Н
2																
3		С		Н		Н			С		С		С			Н
Д-1		С		Н		Н			С		С		С			Н
2																
3																
4		С		Н		Н			С		С					Н

I. Обрабатываем данные проведенного тестирования по методике “Тестовая оценка однозначных оценок по шкале отношений”. Рабочие гипотезы: H_0 (нулевая) – уровни сформированности ИКМК в контрольной и экспериментальной группах статистически не отличаются; H_1 (альтернативная) – уровни статистически различны. Искомые выборки определяются как числа правильно решенных задач в группах. Расчетные данные приведены в Таблице 4. Вывод: характеристики сравниваемых выборок совпадают с уровнем значимости 0,05, то есть, нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу.

Таблица 4. Вычисление эмпирического значения критерия ВМУ для начального состояния экспериментальной и контрольной группы

№ члена ЭГ	Экспериментальная группа: число правильно решенных задач члена ЭГ (N=24)		Число членов КГ, правильно решивших большее число задач	№ члена КГ	Контрольная группа: число правильно решенных задач члена КГ (M=20)	
	x_i	Ранг			y_i	Ранг
1	8	38,5	2	1	9	41,5
2	6	21,5	6	2	7	33,5
3	4	9,5	15	3	9	41,5
4	7	33,5	3	4	8	38,5
5	6	21,5	6	5	6	21,5
6	9	41,5	0	6	6	21,5
7	6	21,5	9	7	6	21,5
8	4	9,5	15	8	7	33,5
9	4	9,5	15	9	3	3
10	3	3	18	10	4	9,5
11	7	33,5	3	11	4	9,5
12	4	9,5	15	12	6	21,5
13	3	3	18	13	7	33,5

14	6	21,5	9	14	6	21,5
15	3	3	18	15	3	3
16	6	21,5	9	16	4	9,5
17	10	44	0	17	6	21,5
18	7	33,5	3	18	4	9,5
19	9	41,5	0	19	6	21,5
20	7	33,5	3	20	6	21,5
21	7	33,5	3			
22	6	21,5	6			
23	6	21,5	9			
24	6	21,5	9			
Сумма		552	167			438
Среднее	6				5,85	
$T_x=552, U_{\text{эмп}}=228, U_{\text{кр}}(0,05)=169, U_{\text{эмп}} > U_{\text{кр}}$				$W_{\text{экс}}=1,72, W_{0,05}=1,96, W_{\text{экс}} < W_{0,05}$		

II. Выполним начальное сравнение групп по диагностической методике комплексных оценок с учетом всех заданий. Так как в таблице 3 приведены данные не на всех студентов, объясним, как проводились вычисления, например, для первого студента экспериментальной группы: по количеству правильно выполненных заданий первой части теста $8=C$, по второй части $3=(B, C, C)=C$, $УН=(C, C, H, C)=C$, $Д=(C, C)=C$, и итоговая агрегированная оценка $(C, C, C, C)=C$.

Таблица 5. Распределение уровней сформированности ИКМК
(Частота по второй методике в начале эксперимента)

	Группа	Контрольная		Экспериментальная	
Оценки		Число студентов	Процент	Число студентов	Процент
Студентов		20	100%	24	100%
Начальный		8	40,00%	10	41,67%
Средний		12	60,00%	13	54,16%
Высокий		0	0,00%	1	4,17%

Для экспериментальной и контрольной группы вектора $(n_1, n_2, n_3) = (10, 13, 1)$ и $(m_1, m_2, m_3) = (8, 12, 0)$.

$$\chi^2_{\text{эмп}} = 24 \cdot 20 \cdot \left(\frac{\left(\frac{10}{24} - \frac{8}{20} \right)^2}{\frac{10+8}{13+12}} + \frac{\left(\frac{13}{24} - \frac{12}{20} \right)^2}{\frac{13+12}{1+0}} + \frac{\left(\frac{1}{24} - \frac{0}{20} \right)^2}{\frac{1+0}{1+0}} \right) = 0,96.$$

Табличное значение для χ^2 при уровне значимости 0,05 $\chi^2_{0,05} = 5,99$, $0,96 < 5,99$, поэтому делается вывод о достоверности совпадения сравниваемых выборок, то есть, справедлива нулевая гипотеза.

2. Измерение конечных состояний групп.

Расчеты ведутся по тем же методикам по проверке гипотез H_0 и H_1 .

Таблица 6. Вычисление эмпирического значения критерия ВМУ для конечного состояния экспериментальной и контрольной группы

№ члена ЭГ	Экспериментальная группа: число правильно решенных задач члена ЭГ (N=24)		Число членов КГ, правильно решивших большее число задач	№ члена КГ	Контрольная группа: число правильно решенных задач члена КГ (M=20)	
	x_i	Ранг	a_i		y_i	Ранг
1	6	37,5	1	1	6	37,5
2	4	15,5	6	2	5	28,5
3	3	5,5	16	3	7	41,5
4	5	28,5	2	4	5	28,5
5	6	37,5	1	5	4	15,5
6	9	43,5	0	6	4	15,5
7	4	15,5	6	7	4	15,5
8	4	15,5	6	8	5	28,5
9	5	28,5	2	9	2	1,5
10	3	5,5	16	10	3	5,5
11	5	28,5	2	11	5	28,5
12	6	37,5	1	12	4	15,5

13	3	5,5	16	13	5	28,5
14	4	15,5	6	14	4	15,5
15	3	5,5	16	15	2	1,5
16	5	28,5	2	16	4	15,5
17	9	43,5	0	17	4	15,5
18	5	28,5	2	18	3	5,5
19	7	41,5	0	19	4	15,5
20	6	37,5	1	20	4	15,5
21	5	28,5	2			
22	4	15,5	6			
23	6	37,5	1			
24	5	28,5	2			
Сумма		615	113			375
Среднее	5,08				4,2	
$T_x=615, U_{\text{эмп}}=165, U_{\text{кр}}(0,05)=169, U_{\text{эмп}} < U_{\text{кр}}$				$W_{\text{экс}}=2,99, W_{0,05}=1,96, W_{\text{экс}} > W_{0,05}$		

Вывод: достоверность различий характеристик сравниваемых выборок составляет 95% по W-критерию Вилкоксона (уровни статистически различны, подтверждена альтернативная гипотеза H_1) и U-критерию Манна-Уитни.

Выполним конечное сравнение групп по диагностической методике комплексных оценок с учетом всех заданий.

Для экспериментальной и контрольной группы вектора $(n_1, n_2, n_3) = (3, 17, 4)$ и $(m_1, m_2, m_3) = (8, 12, 0)$.

Таблица 7. Распределение уровней сформированности ИКМК
(Частота по второй методике в конце эксперимента)

Группа	Контрольная		Экспериментальная	
Оценки	Число студентов	Процент	Число студентов	Процент
Студентов	20	100%	24	100%
Начальный	8	40,00%	3	12,50%
Средний	12	60,00%	17	70,83%
Высокий	0	0,00%	4	16,67%

$$\chi^2_{\text{эмп}} = 24 \cdot 20 \cdot \left(\frac{\left(\frac{3}{24} - \frac{8}{20} \right)^2}{\frac{3+8}{17+12}} + \frac{\left(\frac{17}{24} - \frac{12}{20} \right)^2}{\frac{17+12}{4+0}} + \frac{\left(\frac{4}{24} - \frac{0}{20} \right)^2}{\frac{4+0}{17+12}} \right) = 6,87.$$

Табличное значение для χ^2 при уровне значимости 0,05 $\chi^2_{0,05} = 5,99$, $6,87 > 5,99$, поэтому делается вывод о достоверности различий сравниваемых выборок, то есть, справедлива альтернативная гипотеза.

По всем методикам оценки получается одинаковый вывод, что начальные состояния экспериментальной и контрольной группы совпадают, а конечные – различаются. Принимается решение, что эффект изменений вызван применением экспериментальной методики обучения.

4. Обсуждение

В процессе исследования выявлены механизмы и средства эффективного воздействия на формирование качеств ИКМК студентов в процессе обучения истории математики в педагогическом вузе. Наиболее значимыми из них с позиций поставленной проблемы являются: методическая система, диалог культур как условие и средство коммуникации; типы УСПР и серии УИМЗ, способствующие достижению целей формирования ИКМК. Подтверждена гипотеза об эффективности условий формирования ИКМК в разработанной методической системе обучения истории математики.

Практическое значение имеет созданный нами учебно-методический комплекс по истории математики для студентов педагогических учебных заведений. Издано и апробировано учебное пособие для студентов «История математики» (Гильмуллин, 2009). В ходе эксперимента определены и апробированы наиболее эффективные специальные средства, формы и методы обучения: учебные историко-методические задачи, историко-математический анализ учебного материала, историко-математическое краеведение, регионально-национальный компонент истории математики, историческая идентификация, синоптические таблицы, историко-методические линии, историко-математические тесты, сочинения, проекты, элективные курсы, историография задач, музей истории математики и др.

5. Заключение

Обучение истории математики в педагогическом вузе необходимо и возможно подчинить формированию ИКМК будущего учителя математики. Возможна подготовка студентов педагогического вуза при обучении истории математики к выполнению ряда профессионально ориентированных действий с

использованием фактов из истории математики (постановка целей уроков математики, выбор средств и методов обучения с учетом исторического опыта, определение мотивационно-развивающих элементов содержания обучения математике и др.).

Перспективы развития данного исследования могут проявляться во внедрении спроектированной методической системы обучения истории математики в практику преподавания в педагогических вузах, повышения квалификации учителей математики и преподавателей вузов. Возможно применение аналогичных методических систем и их компонентов (в частности, УСРП и УИМЗ) в обучении другим учебным дисциплинам. Также требуется дальнейшая разработка теории профессиональной культуры учителя математики и роли истории математики в повышении ее уровня. В перспективе представляется возможным продолжение исследований процесса непрерывного историко-математического образования в системе школа-вуз, направленного на формирование и развитие математической культуры в профессиональных целях.

Профессионально-педагогическую направленность подготовки будущих учителей математики в процессе изучения любого вузовского предмета в настоящее время следует связывать с процессом перехода к новым ФГОС (Федеральный ..., 2011). От учителя математики требуется быть подготовленным к осуществлению культурно-исторического подхода к обучению математике в школе. В содержание математического образования в школе теперь включен дополнительный методологический раздел "Математика в историческом развитии" (Примерные ..., 2011).

Благодарности

Благодарю А. Л. Жохова за содействие в исследовании.

Литература

- Афанасьев, В. В. (2007). *Теория вероятностей*. Москва: ВЛАДОС.
- Белобородова, С. В. (1999). *Профессионально-педагогическая направленность историко-математической подготовки учителей математики в педвузах* (Диссертация кандидатская). Московский городской педагогический университет, Москва, Россия. <http://www.dissercat.com/content/professionalno-pedagogicheskaya-napravlennost-istoriko-matematicheskoi-podgotovki-uchitelei>
- Белобородова, С. В. (1999). Об историко-генетическом методе. *Математика в школе*, 6. (7-10).
- Бобынин, В. В. (1886). *Философское, научное и педагогическое значение истории математики*. Москва: Издание редакции журнала "Физико-математические науки в их настоящем и прошедшем".
- Бобынин, В. В. (1913). Цели, формы и средства введения исторических элементов в курс математики средней школы. *Труды 1-го Всероссийского съезда преподавателей математики*. Санкт-Петербург: Типография "Север" (129-140).
- Бурова, Н. А. (2000). *Курс истории математики как фактор гуманизации и гуманитаризации математического образования в педагогическом вузе* (Диссертация кандидатская). Новосибирский государственный педагогический университет, Новосибирск, Россия. <http://www.dissercat.com/content/kurs-istorii-matematiki-kak-faktor-gumanizatsii-i-gumanitarizatsii-matematicheskogo-obrazova>
- Гильмуллин, М. Ф. (2009). *Формирование исторического компонента математико-методической культуры студентов при обучении истории математики в педагогическом вузе* (Диссертация кандидатская). Ярославский государственный педагогический университет имени К. Д. Ушинского, Ярославль, Россия. <http://www.dissercat.com/content/formirovanie-istoricheskogo-komponenta-matematiko-metodicheskoi-kultury-studentov-pri-obuche>
- Гильмуллин, М. Ф. (2009). *История математики*. Елабуга: Издательство ЕГПУ. [http://www.egpu.ru/lib/elib/Data/Content/129936576714671565/Gilmullin_M.F._Istorija_matematiki._Uchebnoe_po_sobie._\(2009\).pdf](http://www.egpu.ru/lib/elib/Data/Content/129936576714671565/Gilmullin_M.F._Istorija_matematiki._Uchebnoe_po_sobie._(2009).pdf)
- Grattan-Guinness, I. (2004). *The mathematics of the past: distinguishing its history from our heritage*. *Historia Mathematica*, 31, 163-185. doi:10.1016/S0315-0860(03)00032-6
- Дробышев, Ю. А. (2011). *Многоуровневая историко-математическая подготовка будущего учителя математики* (Диссертация докторская). Московский городской педагогический университет, Москва, Россия. <http://www.dissercat.com/content/mnogourovnevaya-istoriko-matematicheskaya-podgotovka-budushchego-uchitelya-matematiki>
- Дробышев, Ю. А. (2004). *Историко-математический аспект в методической подготовке учителя*. Калуга: Издательство КГПУ.
- Жохов, А. Л. (2007). *Мировоззрение: становление, развитие, воспитание через образование и культуру*. Ярославль: Ярославский филиал института управления.
- Karp, A. and Schubring, G. (2014). *Handbook on the History of Mathematics Education*. New York: Springer Science+Business Media. DOI 10.1007/987-1-4614-9155-2_2.
- Мордкович, А. Г. (1986). *Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте*. (Диссертация докторская). Московский городской педагогический университет, Москва, Россия. <http://www.dissercat.com/content/professionalno-pedagogicheskaya-napravlennost-spetsialnoi-podgotovki-uchitelya-matematiki-v>
- Новиков, Д. А. (2004). *Статистические методы в педагогических исследованиях (типовые случаи)*. Москва: МЗ-Пресс.
- Полякова, Т. С. (1998). *Историко-методическая подготовка учителей математики в педагогическом университете* (Диссертация докторская). Ростовский государственный педагогический университет,

Ростов-на-Дону, Россия. <http://www.dissercat.com/content/istoriko-metodicheskaya-podgotovka-uchitelei-matematiki-v-pedagogicheskom-universitete>

Полякова, Т. С. (1997). *Историко-методическая подготовка учителя математики: методический аппарат*. Ростов-на-Дону: Издательство РГПУ.

Примерные программы по учебным предметам. Математика. 5-9 классы. (2011). Москва: Просвещение.

Сафуанов, И. С. (2000). *Генетический подход к обучению математическим дисциплинам в высшей педагогической школе.* (Диссертация докторская). Московский педагогический государственный университет, Москва, Россия. <http://www.dissercat.com/content/geneticheskii-podkhod-k-obucheniyu-matematicheskimi-disciplinam-v-vysshej-pedagogicheskoi-sh>

Томилова, А. Е. (1998). *Методика отбора содержания курса истории математики и его реализации в педагогическом вузе* (Диссертация кандидатская). Поморский государственный университет, Архангельск, Россия. <http://www.dissercat.com/content/metodika-otbora-soderzhaniya-kursa-istorii-matematiki-i-ego-realizatsii-v-pedagogicheskom-vu>

Томилова, А. Е. (2001). *Тесты по истории математики: методическая разработка*. Архангельск: Поморский государственный университет имени М. В. Ломоносова.

Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. (2011). Москва: Просвещение. <http://standart.edu.ru/catalog.aspx?CatalogId=2588>

Опубликовано:

Mansur Fajzrahmanovich Gilmullin. The Experiment Check of the Efficiency of the Historical Component Formation in Teacher's Mathematical Methodological Culture.

International Education Studies. Vol 8, No 4 (2015). P. 218-230. DOI: 10.5539/ies.v8n4p218.

<http://www.ccsenet.org/journal/index.php/ies/article/view/47014>