

УДК 535.37

БЛИЖНЕЕ ПОЛЕ КАК ИНСТРУМЕНТ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ НАНОЧАСТИЦ

И.С. Осадько

Аннотация

Показано, что поле переменного диполя на конце зонда микроскопа ближнего поля возбуждает интенсивную флуоресценцию только у молекул, расположенных вблизи зонда на расстоянии, меньшем длины волны света.

Ключевые слова: микроскоп ближнего поля, локальное кулоновское поле.

Введение

Изобретение различных типов зондовых микроскопов позволило получить исследователям в своё распоряжение новые инструменты для изучения поверхности с нанометровым разрешением [1]. Основным элементом таких микроскопов служит зонд – тонкая игла, сделанная либо из металла, как это имеет место в туннельных микроскопах, где измеряется туннельный ток между иглой и подложкой, либо из проводящего свет диэлектрического материала, как это имеет место в микроскопе ближнего поля (МБП) [2], в котором измеряется световой сигнал.

Хорошо известно, что обычные микроскопы, использующие в качестве «щупа»光子, или электронные микроскопы, использующие с этой целью электроны, не в состоянии «увидеть» объект, который меньше длины волны λ фотона или, соответственно, электрона. Поэтому возможность МБП, использующего свет, различить объекты в десятки раз меньше, чем длина волны λ света, представляется удивительным с точки зрения традиционной волновой микроскопии. Причина, по которой разрешающая способность МБП в десятки раз превосходит разрешение обычного светового микроскопа, и является темой настоящей работы.

Качественный ответ на вопрос о высокой разрешающей способности МБП довольно прост: МБП в качестве «щупа» использует так называемое ближнее поле, которое принципиально отличается от так называемого дальнего поля, состоящего из фотонов, и которое даёт изображение объекта в волновом микроскопе. Это ближнее поле возбуждает молекулы на площадке, много меньшей, чем λ^2 . Выведенные ниже формулы для напряжённостей электрического и магнитного полей вблизи конца зонда показывают, почему это возможно.

1. Ближняя и дальняя зоны

На рис. 1 показаны область L с переменными зарядами и токами, моделирующая кончик зонда МБП, волна света и зоны ближнего и дальнего полей.

Рассмотрим общие выражения для скалярного и векторного запаздывающих потенциалов в лоренцевской калибровке [3]:

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}', t - R/c)}{R} dV', \quad \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} \int_V \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}', t - R/c)}{R} dV'. \quad (1)$$



Рис. 1. Соотношение между областью L с зарядами и токами, ближней зоной и длиной волны света, проходящего по зонду

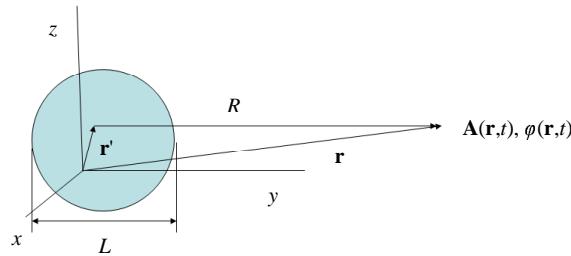


Рис. 2. Соотношение между областью L и вектором \mathbf{r} , проведённым в точку, где изменяются потенциалы, и координатами \mathbf{r}' зарядов и токов

Здесь $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2(\mathbf{r}\mathbf{r}')}$, а смысл всех координат проясняет рис. 2.

Векторы электрического и магнитного полей найдём с помощью известных формул

$$\mathbf{E} = -\vec{\nabla}\varphi - \dot{\mathbf{A}}/c, \quad \mathbf{B} = [\vec{\nabla}\mathbf{A}], \quad (2)$$

связывающих поля с потенциалами.

Выводимые ниже выражения для полей будут получены путём разложения запаздывающих потенциалов по двум малым параметрам:

$$r'/r \ll 1, \quad r'2\pi/\lambda \ll 1. \quad (3)$$

Эти неравенства согласно рис. 1 выполнены для ближней зоны и тем более для дальней. Введём время запаздывания $t_r = r/c$ и время собственного запаздывания $t'_r = r'/c$, описывающие соответственно запаздывание сигнала, распространяющегося от области L к точке наблюдения и разницу в запаздывании сигналов, распространяющихся от разных точек области L . Очевидно, что малые параметры (3) можно представить в следующем виде:

$$r'/r \ll 1, \quad t'_r\omega \ll 1, \quad (3a)$$

где ω – частота света в зонде.

2. Разложение потенциалов по малым параметрам

Формулы (1) позволяют, конечно, вычислить потенциалы, если известно распределение зарядов и токов в области L . Однако это довольно сложная, хотя и решаемая для конкретных моделей зонда задача математической физики. Для нашей цели – объяснения причины высокой степени разрешения МБП – достаточно упрощённых выражений для потенциалов, которые можно получить, используя разложение формул (1) в ряд по малым параметрам (3а).

Разложим в ряд по малым параметрам (3а) две функции, стоящие в подинтегральном выражении для скалярного потенциала. Ограничивааясь учётом только линейных по этим параметрам членов, мы приходим к таким выражениям:

$$\begin{aligned} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} &\cong \frac{1}{r} + \frac{(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{n})}{r^2}, \\ \rho(\mathbf{r}', t - R/c) &\cong \rho(\mathbf{r}', \tau + (\mathbf{r}' \cdot \mathbf{n})/c) \cong \rho(\mathbf{r}', \tau) + \frac{\partial \rho(\mathbf{r}', \tau)}{\partial \tau} (\mathbf{r}' \cdot \mathbf{n})/c. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $\tau = t - r/c = t - t_r$, $\mathbf{n} = \mathbf{r}/r$ – единичный вектор. Очевидно, что слагаемое $\frac{\partial \rho(\mathbf{r}', \tau)}{\partial \tau} (\mathbf{r}' \cdot \mathbf{n})/c \cong \rho \omega t'_r \ll \rho$ действительно является линейным по малому параметру. Подставляя разложения (4) в формулу для скалярного потенциала, мы получаем

$$\varphi(\mathbf{r}, t) \cong \int_V \left(\frac{1}{r} + \frac{(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{n})}{r^2} \right) \left(\rho(\mathbf{r}', \tau) + \dot{\rho}(\mathbf{r}', \tau) \frac{(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{n})}{c} \right) dV'. \quad (5)$$

Отбрасывая член, пропорциональный произведению двух малых членов, мы приходим к следующему выражению для скалярного потенциала:

$$\varphi(\mathbf{r}, t) \cong \varphi_m(r, \tau) + \varphi_d(\mathbf{r}, \tau) + \varphi_{rad}(\mathbf{r}, \tau). \quad (6)$$

Здесь

$$\varphi_m(r, \tau) = \frac{1}{r} \int_V \rho(\mathbf{r}', \tau) dV' = \frac{e(\tau)}{r} \quad (6a)$$

есть кулоновский потенциал, зависящий от полного заряда $e(\tau)$ системы. Для электрически нейтральной области L заряд равен нулю. Второе слагаемое, то есть

$$\varphi_d(\mathbf{r}, \tau) = \frac{1}{r^2} \int_V (\mathbf{r}' \cdot \mathbf{n}) \rho(\mathbf{r}', \tau) dV' = \frac{(\mathbf{d}(\tau) \cdot \mathbf{n})}{r^2}, \quad (6b)$$

есть потенциал полного электрического диполя $\mathbf{d}(\tau)$ системы. И, наконец,

$$\varphi_{rad}(\mathbf{r}, \tau) = \frac{1}{r} \int_V \dot{\rho}(\mathbf{r}', \tau) \frac{(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{n})}{c} dV' = \frac{(\dot{\mathbf{d}}(\tau) \cdot \mathbf{n})}{cr} \quad (6c)$$

есть скалярный потенциал излучения.

Разложение по малому параметру r'/r есть разложение потенциала по мультипольям, то есть φ_m есть потенциал монополя, а φ_d – потенциал диполя. Они не исчезают и при постоянном распределении зарядов $\rho(\mathbf{r}')$ в области L . Потенциал излучения φ_{rad} линеен по малому параметру $t'_r \omega$; φ_{rad} порождён переменными токами.

Выражение для векторного потенциала тоже найдём в линейном приближении по малым параметрам (3а):

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{c} \int_V \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}' t - R/c)}{R} dV' \cong \frac{1}{cr} \int_V \mathbf{j}(\mathbf{r}', \tau) dV' = \\ &= \frac{1}{cr} \int_V \sum_i e_i \mathbf{v}_i(\tau) \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_i) dV' = \frac{1}{cr} \sum_i e_i \mathbf{v}_i(\tau) = \frac{\dot{\mathbf{d}}(\tau)}{cr} = \mathbf{A}_{rad}(\mathbf{r}, t). \end{aligned} \quad (7)$$

Скалярный и векторный потенциалы излучения связаны простым соотношением:

$$\mathbf{A}_{\text{rad}}(\mathbf{r}, \tau) = \frac{\dot{\mathbf{d}}(\tau)}{cr}, \quad \varphi_{\text{rad}}(\mathbf{r}, \tau) = (\mathbf{n} \mathbf{A}_{\text{rad}}(\mathbf{r}, \tau)). \quad (8)$$

Мы видим, что при использовании разложения потенциалов (1) по малым параметрам (3а) нам удаётся уйти от сложной процедуры вычисления интегралов в формулах (1), выразив потенциалы через полный заряд и дипольный момент системы.

3. Ближнее и дальнее поля

Теперь, когда получены сравнительно простые формулы (6) и (7) для скалярного и векторного потенциалов, мы можем подставить их в формулы (2) и найти электрическое и магнитное поля. Проведём эту подстановку.

Подставляя (7) в выражение для магнитного поля и учитывая, что действие оператора $\vec{\nabla}$ на $\mathbf{d}(\tau)$ эквивалентно дифференцированию по времени с умножением на множитель $-\mathbf{n}/c$, то есть

$$\vec{\nabla} \mathbf{d}(\tau) = -\frac{\mathbf{n}}{c} \frac{\partial}{\partial \tau} d(\tau), \quad (9)$$

получим следующее выражение для магнитного поля:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{cr} \left[\vec{\nabla} \dot{\mathbf{d}}(\tau) \right] - \left[\dot{\mathbf{d}}(\tau) \vec{\nabla} \frac{1}{cr} \right] = \frac{[\ddot{\mathbf{d}} \mathbf{n}]}{c^2 r} + \frac{[\dot{\mathbf{d}} \mathbf{n}]}{cr^2}. \quad (10)$$

Правая часть в (10) – сумма слагаемых, убывающего как $1/r$ и $1/r^2$.

Подставим теперь формулу (6) в выражение для градиента скалярного потенциала в формуле (2). Учитывая, что для электрически нейтральной системы $\varphi_m = 0$, мы имеем:

$$-\vec{\nabla} \varphi = -\vec{\nabla} \varphi_{\text{rad}} - \vec{\nabla} \varphi_d = -\frac{\vec{\nabla}(\mathbf{n} \dot{\mathbf{d}})}{cr} + \frac{\mathbf{n}(\mathbf{n} \dot{\mathbf{d}})}{cr^2} - \frac{\vec{\nabla}(\mathbf{n} \mathbf{d})}{r^2} + \frac{2\mathbf{n}(\mathbf{n} \mathbf{d})}{r^3}, \quad (11)$$

Используя формулу $\vec{\nabla}(\mathbf{ab}) = (\mathbf{a}\vec{\nabla})\mathbf{b} + [\mathbf{a} [\vec{\nabla} \mathbf{b}]] + (\mathbf{b}\vec{\nabla})\mathbf{a} + [\mathbf{b} [\vec{\nabla} \mathbf{a}]]$ векторного анализа [4], мы находим для числителя первого слагаемого формулы (11) такое выражение:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}(\mathbf{n} \dot{\mathbf{d}}) &= (\mathbf{n} \vec{\nabla}) \dot{\mathbf{d}} + \left[\mathbf{n} [\vec{\nabla} \dot{\mathbf{d}}] \right] + (\dot{\mathbf{d}} \vec{\nabla}) \mathbf{n} + \left[\dot{\mathbf{d}} [\vec{\nabla} \mathbf{n}] \right] = \\ &= -\frac{\ddot{\mathbf{d}}}{c} - \frac{1}{c} \left[[\ddot{\mathbf{d}} \mathbf{n}] \mathbf{n} \right] + \frac{\dot{\mathbf{d}} - \mathbf{n}(\dot{\mathbf{d}} \mathbf{n})}{r}, \end{aligned} \quad (12)$$

а для числителя третьего слагаемого формулы (11) – такое выражение:

$$\vec{\nabla}(\mathbf{n} \mathbf{d}) = -\frac{\dot{\mathbf{d}}}{c} - \frac{1}{c} \left[[\dot{\mathbf{d}} \mathbf{n}] \mathbf{n} \right] + \frac{\dot{\mathbf{d}} - \mathbf{n}(\dot{\mathbf{d}} \mathbf{n})}{r}. \quad (13)$$

Подставляя (12) в первое слагаемое формулы (11), получим следующую формулу для градиента скалярного потенциала излучения:

$$-\vec{\nabla} \varphi_{\text{rad}} = \frac{\ddot{\mathbf{d}}}{c^2 r} + \frac{[\ddot{\mathbf{d}} \mathbf{n}]}{c^2 r} - \frac{\dot{\mathbf{d}}}{cr^2} + 2 \frac{\mathbf{n}(\dot{\mathbf{d}} \mathbf{n})}{cr^2}. \quad (14)$$

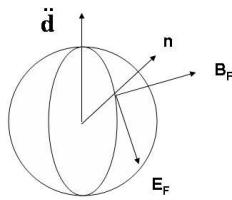


Рис. 3. Взаимное расположение векторов дальних полей и единичного вектора \mathbf{n}

Согласно формуле (8) мы имеем

$$-\frac{\dot{\mathbf{A}}_{\text{rad}}}{c} = -\frac{\ddot{\mathbf{d}}}{c^2 r}, \quad (15)$$

то есть при сложении формул (14) и (15) первое слагаемое формулы (14) исчезает. Принимая во внимание этот факт и подставляя формулы (12) и (13) в формулу (11), находим для вектора электрического поля следующее выражение:

$$\mathbf{E} = -\vec{\nabla}\varphi - \dot{\mathbf{A}}/c = \frac{[\ddot{\mathbf{d}}\mathbf{n}] \mathbf{n}}{c^2 r} + \frac{-\dot{\mathbf{d}} + 3\mathbf{n}(\dot{\mathbf{d}}\mathbf{n})}{cr^2} + \frac{-\mathbf{d} + 3\mathbf{n}(\mathbf{d}\mathbf{n})}{r^3}. \quad (16)$$

Вектор электрического поля содержит члены, убывающие как $1/r$, $1/r^2$ и $1/r^3$.

Формулы (10) и (16) определяют магнитное и электрическое поля, порождаемые зарядами и токами области L , на расстояниях, превышающих размер этой области. Эти поля можно рассортировать по скорости убывания их при удалении от области L , то есть электрическое и магнитное поля можно представить в виде суммы двух полей:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_F(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_N(\mathbf{r}, t), \quad \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_F(\mathbf{r}, t) + \mathbf{B}_N(\mathbf{r}, t) \quad (17)$$

Здесь электрическое и магнитное поля

$$\mathbf{E}_F(\mathbf{r}, t) = \frac{[\ddot{\mathbf{d}}\mathbf{n}] \mathbf{n}}{c^2 r}, \quad \mathbf{B}_F(\mathbf{r}, t) = \frac{\ddot{\mathbf{d}}\mathbf{n}}{c^2 r}, \quad (18)$$

убывающие как $1/r$, называются дальними, а электрическое и магнитное поля

$$\mathbf{E}_N(\mathbf{r}, t) = \frac{-\dot{\mathbf{d}} + 3\mathbf{n}(\dot{\mathbf{d}}\mathbf{n})}{cr^2} + \frac{-\mathbf{d} + 3\mathbf{n}(\mathbf{d}\mathbf{n})}{r^3}, \quad \mathbf{B}_N(\mathbf{r}, t) = \frac{[\dot{\mathbf{d}}\mathbf{n}]}{cr^2}, \quad (19)$$

убывающие в пространстве быстрее, чем $1/r$, называются ближними. Дальнее поле пропорционально второй производной дипольного момента системы, то есть оно создаётся переменными токами и зарядами. Составляющая ближнего поля, пропорциональная $\dot{\mathbf{d}}$ и убывающая в пространстве как $1/r^2$, порождена токами и переменными зарядами. Эта составляющая поля исчезает в статическом случае. Электрическое поле диполя, убывающее как $1/r^3$, не исчезает даже в статическом случае, когда $\dot{\mathbf{d}} = 0$.

Проясним теперь вопрос о том, какие поля ответственны за уход энергии из области L . Вектора дальних полей $\mathbf{E}_F(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{B}_F(\mathbf{r}, t)$ и единичный вектор \mathbf{n} составляют правовинтовую тройку взаимно ортогональных векторов, как это показывает рис. 3.

Поперечное дальнее поле квантуется, то есть состоит из фотонов [5]. Именно оно уносит энергию из области L . Действительно, вектор Пойнтинга, рассчитанный

с векторами дальних полей, имеет следующий вид:

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}, t) = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}_F \mathbf{B}_F] = \frac{c}{4\pi} \mathbf{n} B^2 = \mathbf{n} \frac{c}{4\pi} \frac{|\ddot{\mathbf{d}}|^2}{c^4 r^2} \sin^2 \vartheta. \quad (20)$$

Вычисляя с помощью этого вектора поток энергии через сферу, окружающую область L , приходим к известной формуле:

$$I \left[\frac{\text{energy}}{\text{time}} \right] = \oint_{\sigma} (\mathbf{S} d\sigma) = \frac{|\ddot{\mathbf{d}}|^2}{4\pi c^3 r^2} \int_0^{2\pi} r d\alpha \int_{-1}^1 r \sin^2 \vartheta d\cos \vartheta = \frac{2 |\ddot{\mathbf{d}}|^2}{3c^3}. \quad (21)$$

Дальнее поле состоит из фотонов, а фотон обладает не только энергией, но и импульсом $p = E/c$. Но согласно соотношению неопределенности Гейзенберга мы имеем неравенство $px = \hbar x/\lambda > \hbar$, из которого вытекает $x > \lambda$, откуда следует, что мы не можем с помощью света, состоящего из фотонов, различить объект с линейным размером, меньшим длины волны света.

Поскольку электрический и магнитный вектора ближнего поля убывают в пространстве не медленнее, чем $1/r^2$, то вектор Пойнтинга, построенный из векторов ближних полей, убывает в пространстве как $1/r^4$, и поэтому интеграл по поверхности, окружающей область L , стремится к нулю как $1/r^2$ при удалении от этой области. Следовательно, ближнее поле не участвует в переносе энергии от области L , и оно не имеет импульса. Поэтому в отношении ближнего поля отсутствуют ограничения, налагаемые принципом неопределенности Гейзенберга. Но именно ближнее поле играет важную роль в возбуждении молекул, находящихся вблизи зонда МБП.

Действительно, сравним величину электрического вектора ближнего и дальнего полей в ближней зоне, то есть вблизи зонда. Поскольку

$$\frac{d}{c} \propto \frac{\omega}{c} d = \frac{2\pi}{\lambda} d, \quad \frac{\ddot{d}}{c^2} \propto \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 d = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 d, \quad (22)$$

то мы легко находим такое выражение для величины электрического вектора дальнего и ближнего полей:

$$E_F \cong \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \frac{d}{r}, \quad E_N \cong \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) \frac{d}{r^2} + \frac{d}{r^3} \cong \frac{d}{r^3}. \quad (23)$$

Так как в ближней зоне справедливо неравенство $\lambda \gg r$, то ближнее поле существенно больше дальнего в ближней зоне:

$$\frac{E_N}{E_F} \propto \frac{\lambda^2}{4\pi^2 r^2} \gg 1. \quad (24)$$

Из (23) следует, что электрическое поле в ближней зоне, то есть ближнее поле, является фактически полем переменного диполя.

4. Как реализуется разрешение нанообъектов в МБП

Рассмотрим теперь ситуацию, когда зонд приближен к поверхности образца на расстояние, которое много меньше длины волны света, идущего через зонд. Эта ситуация изображена на рис. 4. Пяtnо лазерного света, как показывает этот рисунок, своим диаметром превосходит длину волны света и накрывает много молекул. Рассмотрим теперь выражение для коэффициента поглощения молекулы,

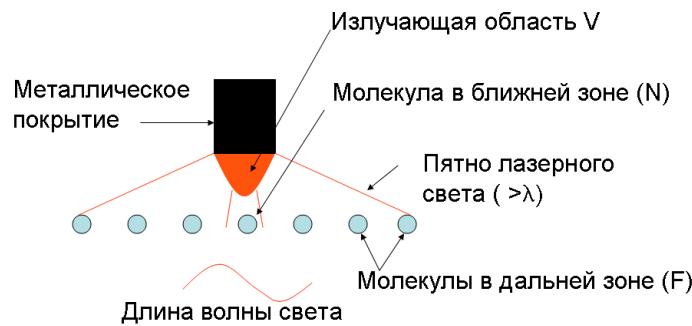


Рис. 4. Исследование молекул с помощью зонда МБП

возбуждаемой электромагнитным полем. Скорость возбуждения молекулы светом определяется следующей формулой:

$$k = 2 \left(\frac{\mathbf{E} \mathbf{d}}{\hbar} \right)^2 \frac{\gamma}{\Delta^2 + \gamma^2} \quad (25)$$

(см., например, формулу (7.42) в книге [5]). Здесь d – дипольный момент перехода в молекуле, Δ – разность между частотой лазерного света, направленного в зонд, и резонансной частотой молекулы, 2γ – полуширина линии поглощения света молекулой. Поскольку полное электрическое поле состоит из ближнего и дальнего полей, то $\mathbf{E} = \mathbf{E}_F + \mathbf{E}_N$. Для молекул в дальней зоне ближнее поле практически равно нулю, и поэтому $\mathbf{E} \cong \mathbf{E}_F$, а коэффициент поглощения таков:

$$k_F = 2 \left(\frac{\mathbf{E}_F \mathbf{d}}{\hbar} \right)^2 \frac{\gamma}{\Delta^2 + \gamma^2}. \quad (26)$$

В ближней зоне не только возрастает величина дальнего поля, но к нему прибавляется ещё ближнее поле, напряжённость которого больше напряжённости дальнего поля в ближней зоне, то есть $\mathbf{E}_N \gg \mathbf{E}_F$. Поэтому коэффициент поглощения света молекулой в ближней зоне описывается следующей формулой:

$$k_N = 2 \left(\frac{\mathbf{E}_N \mathbf{d}}{\hbar} \right)^2 \frac{\gamma}{\Delta^2 + \gamma^2}. \quad (27)$$

Согласно (24) $k_N \gg k_F$, то есть молекулы в ближней зоне, которая по своей протяжённости меньше длины волны света, поглощают электромагнитную энергию намного эффективней, чем молекулы, находящиеся в дальней зоне. Интенсивность же флуоресценции молекулы, возбуждаемой светом, тем больше, чем больше поглощение. Поэтому при возбуждении молекул подложки через зонд наш фотомультиplier зафиксирует флуоресценцию молекул, находящихся в ближней зоне, и не «увидит» слабую флуоресценцию молекул, находящихся в дальней зоне, хотя лазерное пятно согласно рис. 4 накрыло и те, и другие. Поэтому разрешающая способность МБП в десятки раз превосходит разрешающую способность обычных оптических микроскопов.

Автор благодарит Н.А. Попова за полезные замечания.

Данное исследование было выполнено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 08-07-00371, 07-02-00181 и 07-02-00547).

Summary

I.S. Osad'ko. Nanoparticles Probed by Near-Field Microscopy.

It is shown that electric dipole field existing near the apex of near field microscope tip excites mainly molecules situated in vicinity of the apex. This fact provides high space resolution of the near field optical microscope.

Key words: near-field optical microscope, localized Coulomb field.

Литература

1. *Binning G.K., Rohrer H., Gerber Ch., Weibel E.* Surface Studies by Scanning Tunneling Microscopy // Phys. Rev. Lett. – 1982. – V. 49, No 1. – P. 57–61.
2. *Pohl D.W., Denk W., Lanz M.* Optical stethoscopy: Image recording with resolution $\lambda/20$ // Appl. Phys. Lett. – 1984. – V. 44, No 7. – P. 651–653.
3. *Ландау Л.Д., Либштадт Е.М.* Теоретическая физика: в 9 т. Т. 2. Теория поля. – М.: Физматлит, 1960. – 400 с.
4. *Тамм И.Е.* Основы теории электричества. – М.: Наука, 1966. – 624 с.
5. *Осадько И.С.* Селективная спектроскопия одиночных молекул. – М.: Физматлит, 2000. – 319 с.

Поступила в редакцию
03.02.09

Осадько Игорь Сергеевич – доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Физического института им. П.Н. Лебедева РАН, г. Москва.

E-mail: osadko@sci.lebedev.ru