УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ КАЗАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
Том 150, кн. 2 Физико-математические науки *2008*

УДК 621.372+621.373

КАСКАДНАЯ МОДЕЛЬ НЕСИНХРОННЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛН

А.П. Сухоруков

Аннотация

Обсуждается динамика несинхронных взаимодействий оптических волн в квадратично-нелинейных средах. При большой расстройке волновых векторов можно применить каскадную модель, согласно которой комплексная амплитуда возбуждаемой в среде волны состоит из стационарной и осциллирующей компонент. Обратное влияние в первую очередь сказывается на поведении фаз исходных волн. В случае генерации второй гармоники на частоте основной волны возникает кубичная нелинейность. Такую каскадную нелинейность, величина которой обратно пропорциональна волновой расстройке, можно использовать для фазовой самомодуляции, генерации солитонов или дефокусировки пучка. При трехволновом взаимодействии возникает эффект кроссмодуляции, когда индуцированная неоднородность на сигнальной частоте создается волной накачки. С помощью отрицательной наведенной неоднородности можно наблюдать эффект полного внутреннего отражения сигнальной волны от основного дефокусирующего пучка или дискретную дифракцию на каскадно-индуцированной решетке.

Ключевые слова: оптический пучок, квадратичная нелинейность, каскадное взаимодействие, отражение, дифракция, решетка.

Введение

В нелинейной оптике особое значение имеет выполнение условия фазовых скоростей, или волновых векторов [1, 2]. В частности, только при равенстве фазовых скоростей первой и второй гармоник теоретически возможна полная перекачка энергии из первой во вторую гармонику. Фазовый синхронизм выполняется также в параметрических усилителях и генераторах, генераторах суммарных и разностных частот и т. д., так как именно согласование фаз в объеме нелинейной среды обеспечивает высокую эффективность преобразования частоты в перечисленных выше устройствах.

Однако впоследствии оказалось, что и несинхронные взаимодействия могут найти разнообразные применение в фотонике, то есть для управления светом с помощью света. Нелинейное взаимодействие волн широко используется в фотонике для управления, локализации и переключения оптического излучения. Огромное число работ было посвящено генерации пространственных и временных солитонов – устойчивых структур, в которых дифракционное и дисперсионное расплывание импульсных пучков компенсировалось самофокусировкой и самокомпрессией [3, 4]. В основу управления пучками положено взаимодействие солитонов. Пучки в зависимости от разности их фаз или отталкивались, или притягивались, вследствие чего меняли направление своего распространения. Этим способом можно переключать передачу информации с одного канала на другой. Оптические солитоны могут возбуждаться в средах с различной нелинейностью: фоторефрактивной в особых кристаллах, ориентационной в жидких кристаллах, керровской в оптических волокнах и др.

Особый класс в фотонике занимают нецентросимметричные среды, обладающие квадратичной по полю нелинейностью. По типу нелинейности такие среды часто называют квадратичными. В них можно реализовать взаимодействие двух или трех волн разных частот [5]. Квадратичные среды используются для преобразования частоты: генерации второй гармоники, суммарных и разностных волн, а также для параметрического усиления. Эффективность преобразования частоты зависит от согласования фазовых скоростей, или фазового синхронизма. Нарушение синхронизма снижает долю энергии, перекачиваемую из одной волны в другие. Поэтому для согласования скоростей используют двулучепреломление, фотонные кристаллы и кристаллы с периодически инвертированными доменами.

Однако и несинхронные волновые процессы нашли применение в фотонике. Оказалось, что возбуждаемые слабые волны на новых частотах оказывают обратное влияние на волны, задаваемые на входе в квадратичную среду. Более точно, под действием слабых волн незначительно меняется амплитуда основных волн и, самое главное, их фазовые скорости. Иными словами, при несинхронном взаимодействии возникает эффект самовоздействия, присущий средам, чей показатель преломления зависит от интенсивности поля волны [6, 7]. Так как несинхронный механизм самовоздействия возникает как результат обратной реакции возбуждаемых волн, то его можно назвать каскадным. Описанию каскадного процесса и посвящена данная статья. С помощью каскадной нелинейности можно моделировать фазу мощной волны накачки, формировать параметрические солитоны, реализовать параметрическое отражение сигнальной волны от пучка накачки, формировать каскадно индуцированные решетки и т. д. Сразу отметим, что проявление каскадной нелинейности при двухволновом взаимодействии отличается от трехволнового случая. Поэтому мы рассмотрим их по отдельности.

1. Несинхронное двухволновое взаимодействие

Распространение параметрически связанных волн на основной частоте и второй гармонике $\omega_2 = 2\omega_1$ в одномерной квадратично-нелинейной среде описывается следующими уравнениями для комплексных огибающих $A_j(z)$ $(j = 1, 2)$:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} = -i\gamma_1 A_1^* A_2, \tag{1}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} = i\Delta k A_2 - i\gamma_2 A_1^2 = 0, \tag{2}$$

где z – продольная координата; $\Delta k = 2k_1 - k_2$ – расстройка волновых векторов k_j; γ_j – коэффициенты квадратичной нелинейности. При большой расстройке $\Delta k \gg \gg \gamma_2 A_1$ амплитуда второй гармоники испытывает пространственные биения:

$$A_2 = (\gamma_2/\Delta k) A_1^2 \left[1 - \cos(\Delta k z) + i \sin(\Delta k z)\right], \tag{3}$$

оставаясь малой по величине по сравнению с первой гармоникой $|A_2| \ll A_1$:

$$|A_2| = (4\gamma_2/\Delta k) A_{10}^2 \sin^2(\Delta k z/2) \ll A_{10}. \tag{4}$$

Подставляя (3) в (1), находим закон изменения амплитуды первой гармоники, вызванного обратной реакцией второй гармоники:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} = -i(\gamma_1\gamma_2/\Delta k) \left[1 - \cos(\Delta k z) + i \sin(\Delta k z)\right] |A_1|^2 A_1, \tag{5}$$

Из (5) следует, что изменениям подвергаются модуль амплитуды и фазы основного излучения $A_1 = |A_1| \exp(-i\varphi_1)$. Амплитуда опорной волны подчиняется уравнению

$$\frac{\partial |A_1|}{\partial z} = (\gamma_1\gamma_2/\Delta k) \sin(\Delta kz)\ |A_1|^3\,. \tag{6}$$

Так как правая часть в (6) быстро осциллирует, то амплитуда почти не меняется, $|A_1| = E_1$. Наиболее существенные изменения испытывает фаза

$$\frac{\partial\varphi_1}{\partial z} = -(\gamma_1\gamma_2/\Delta k)\,[1-\cos(\Delta kz)]\,|A_1|^2 \approx -(\gamma_1\gamma_2/\Delta k)\,|A_1|^2\,. \tag{7}$$

Таким образом, если пренебречь быстрыми осцилляциями в (6), (7), то получим простое уравнение для комплексной амплитуды первой гармоники, описывающее каскадное самовоздействие:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} = i(\gamma_1\gamma_2/\Delta k)\,|A_1|^2\,A_1. \tag{8}$$

Видно, что благодаря несинхронной генерации второй гармоники на основной частоте возникает кубичная нелинейность. При упрощенной процедуре в (2) можно отбросить производную и получить соотношение $A_2 = (\gamma_2/\Delta k)A_1^2$, подставив которое в (1), прийти к (8).

Уравнение (8) используется для описания фазовой самомодуляции в квадратично-нелинейных средах. Оно может быть обобщено на импульсные пучки:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} = iD_\tau\frac{\partial^2 A_1}{\partial\tau^2} - iD_\perp\Delta_\perp A_1 + i(\gamma_1\gamma_2/\Delta k)\,|A_1|^2\,A_1. \tag{9}$$

Здесь $\Delta_\perp = (\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2)$ – лапласиан в поперечных координатах x, y; $\tau = t - z/u_1$ – сопровождающая координата; учтена поперечная дифракция: $D_j = = L/2k_ja_1^2$ и дисперсия групповой скорости: $D_\tau = -\dfrac{1}{2u_1^2}\dfrac{\partial u_1}{\partial\omega}$, где $u_1 = = (\partial k_1/\partial\omega)^{-1}$ – групповая скорость. Уравнение (9) широко применяется в теории параметрических солитонов при наличии большой расстройки фазовых скоростей первой и второй гармоник. Например, напомним, что огибающая планарного пространственного солитона (или солитонного импульса) описывается выражением

$$A_1 = E_1\mathrm{ch}^{-1}(x/w)\ \exp(-iqz). \tag{10}$$

Компонента на удвоенной частоте обладает более узким профилем: $A_2 = = E_2\mathrm{ch}^{-2}(x/w)\ \exp(-i2qz)$. Вблизи нелинейного фазового синхронизма параметрические солитоны имеют примерно одинаковые профили: $A_j = E_j\mathrm{ch}^{-2}(x/w)\times \times\exp(-iq_{ps}z)$ [4, 5].

2. Индуцированная неоднородность при трехчастотном несинхронном взаимодействии

Рассмотрим теперь каскадный механизм при трехчастотном взаимодействии $(\omega_1+\omega_2=\omega_3)$ на основе анализа трех связанных уравнений вида

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} = -i\gamma_1 A_3A_2^*, \tag{11}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} = -i\gamma_2 A_3A_1^*, \tag{12}$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial z} = i\Delta k A_3 - i\gamma_3 A_2 A_1. \tag{13}$$

Здесь интересно рассмотреть взаимодействие слабого сигнала на частоте ω_2 с мощной накачкой на частоте ω_1, $|A_1| \gg |A_2| \gg |A_3|$. При сложении частот происходит генерация суммарной волны согласно уравнению (13). Полагая величину расстройки волновых векторов большой: $|\Delta k| = |k_1 + k_2 - k_3| \gg \gamma_3 |A_1|$, находим аналогично предыдущему случаю амплитуду суммарной волны (посредника):

$$A_3 \approx (\gamma_3/\Delta k) A_2 A_1. \tag{14}$$

Суммарная волна оказывает влияние как на накачку, так и на сигнал. Подставляя (14) в (11), (12), получаем:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} = -i(\gamma_1\gamma_3/\Delta k) |A_2|^2 A_1, \tag{15}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} = -i(\gamma_2\gamma_3/\Delta k) |A_1|^2 A_2. \tag{16}$$

Из уравнений (15), (16) видно, что обратная реакция суммарной волны приводит к эффекту кросс-модуляции между накачкой и сигналом. Так как амплитуда сигнала в сотни и тысячи раз меньше, чем амплитуда накачки: ($|A_2| \leq 10^{-3} |A_1|$), то каскадную нелинейность чувствует в первую очередь сигнальная волна (16). В соответствии с этим выводом уравнение (16) можно переписать с учетом дифракции в виде

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} = -iD_\perp \Delta_\perp A_2 - ik_2 \Delta n_{c2}, \quad \Delta n_{c2} = (\gamma_2\gamma_3/\Delta k k_2) |A_1|^2. \tag{17}$$

где профиль индуцированной неоднородности Δn_{c2} повторяет профиль интенсивности волны накачки $|A_1(x,y,z)|^2$. В зависимости от знака расстройки и профиля накачки можно наблюдать разные эффекты. Отметим, что кросс-воздействие испытывает и волна накачки; для нее $\Delta n_{c1} = (\gamma_1\gamma_3/\Delta k k_1) |A_2|^2$, но так как $|A_1|^2 \gg |A_2|^2$, то индуцированной неоднородностью на частоте накачки можно пренебречь.

Если в квадратично-нелинейную среду входит только один гауссов пучок накачки, то образуется неоднородный канал: $\Delta n_{c2} = (\gamma_2\gamma_3/\Delta k k_2) E_1^2 \exp(-x^2/w^2)$. Если $\Delta k < 0$, то от этой неоднородной области (протяженного дефекта) можно отразить сигнальный пучок благодаря эффекту параметрического полного внутреннего отражения. Иными словами, можно переключить направление распространения сигнала [9].

В качестве другого примера можно привести дискретную дифракцию в каскадно-индуцированной решетке [10]. Исходная решетка формируется в результате интерференции двух наклонных пучков накачки:

$$A_1 = E_1[\exp(ik_1\theta_1 x) + \exp(-ik_1\theta_1 x)] = E_1 \cos(\pi x/\Lambda). \tag{18}$$

Затем решетка с помощью посредника – суммарной волны – считывается сигналом

$$\Delta n_{c2} = (\gamma_2\gamma_3/\Delta k k_2) E_1^2 \cos^2(\pi x/\Lambda). \tag{19}$$

Пусть на гармоническую решетку падает сигнал под углом θ_2 к оси z:

$$A_2 = E_2 \exp(-x^2/w^2 - ik_2\theta_2 x). \tag{20}$$

Из-за периодической неоднородности сигнал испытывает анизотропную дискретную дифракцию. Дискретную дифракцию можно применять для мультиплексирования и переключения каналов. Этими процессами можно управлять, меняя глубину модуляции $\Delta n_{c2} \approx E_1^2$ и пространственный период $\Lambda \approx \pi/(k_1\theta_1)$ индуцированной решетки путем изменения амплитуды и угла наклона волн накачки. Таким образом, речь идет об управляемой дифракции оптических волн в квадратичной среде.

Заключение

Каскадные несинхронные волновые процессы в квадратично-нелинейных средах открывают новые возможности в фотонике для управления света светом. В случае несинхронной генерации второй гармоники на основной частоте возникает каскадная кубичная по полю нелинейность, имитирующая керровскую нелинейность. Ее можно использовать для модуляции оптической фазы, захвата солитона, переключения волн и т. д. При несинхронном взаимодействии трех волн слабая волна, возбуждаемая на суммарной частоте, делает квадратичную среду неоднородной на частотах накачки и сигнала. Индуцированная неоднородность для сигнальной волны повторяет распределение интенсивности пучка накачки. При надлежащем выборе волновой расстройки пучок накачки формирует дефокусирующий канал, от которого может отразиться сигнальный пучок (эффект нелинейного полного внутреннего отражения).

Работа выполнена при частичной поддержке проектами «Ведущие научные школы» (НШ-671.2008.2), РФФИ (№ 08-02-00717, 06-02-16801).

Summary

A.P. Sukhorukov. Cascade Model of Mismatched Optical Wave Interactions.

Dynamics of mismatched optical wave interactions in quadratically nonlinear media is discussed. By large mismatch of wave vectors, the complex amplitude of excited wave consists of stationary and oscillating components according to cascade model. Return influence affects primarily the initial waves. In case of second harmonic generation, the cubic nonlinearity arises at the fundamental frequency. Such cascade nonlinearity, whose value is inversely proportional to wave mismatch, can be used for phase self-modulation, soliton trapping or beam defocusing. An induced inhomogeneity at signal frequency is created by a pump wave with three-wave interaction, and a cross-modulation effect occurs. With the help of the negative induced inhomogeneity, it is possible to observe effect of parametric total internal reflection of signal wave from defocusing pump beam or discrete diffraction by cascade-induced lattice.

Key words: optical beam, quadratic nonlinearity, cascade interaction, reflection, diffraction, lattice.

Литература

1. *Ахманов С.А., Хохлов Р.В.* Проблемы нелинейной оптики: электромагнитные волны в нелинейных диспергирующих средах. – М.: Изд-во ВИНИТИ, 1965. – 295 с.
2. *Бломберген Н.* Нелинейная оптика / Пер. с англ.; под ред. С.А. Ахманова, Р.В. Хохлова. – М.: Мир, 1966. – 424 с.
3. *Ахмедиев Н.Е., Анкевич А.* Солитоны: нелинейные импульсы и пучки. – М.: Физматлит, 2003. – 304 с.
4. *Кившарь Ю.С., Агравал Г.П.* Оптические солитоны. – М.: Физматлит, 2005 – 648 с.

5. *Сухоруков А.П.* Нелинейные волновые взаимодействия в оптике и радиофизике. – М.: Наука, 1988. – 232 с.

6. *Островский Л.А.* Самовоздействие света в кристаллах // Письма в ЖЭТФ. – 1967. – Т. 5. – С. 331–334.

7. *Stegeman G., Sheik-Bahae M., Van Stryland E. et. al.* Large nonlinear phase shift in second-order nonlinear optical processes // Opt. Lett. – 1993. – V. 18. – P. 13–15.

8. *Saltiel S., Buchvarov I., Koynov K.* Control of laser light parameters by $\chi^{(2)}:\chi^{(2)}$ nonlinear optical devices // Advanced Photonics with Second order Optically Nonlinear Processes. – Kluwer Academic Publishers, 1998. - P. 89–112.

9. *Лобанов В.Е., Сухоруков А.П.* Параметрическая рефракция и отражение оптических пучков // Учен. зап. Казан. ун-та Сер. Физ.-матем. науки. – 2006. – Т. 148, кн. 1. – С. 163–169.

10. *Боровкова О.В., Лобанов В.Е., Сухоруков А.П.* Дискретная дифракция и волноводное распространение в оптических каскадно-индуцированных решетках // Учен. зап. Казан. ун-та Сер. Физ.-матем. науки. – 2008. – Т. 50, кн. 2. – С. 59–65.

Поступила в редакцию
25.03.08

Сухоруков Анатолий Петрович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой фотоники и физики микроволн (радиофизики) Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

E-mail: *apsmsu@gmail.com*