КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ УПРАВЛЕНИЯ, ЭКОНОМИКИ И ФИНАНСОВ
Кафедра экономико-математического моделирования

А.М. ШИХАЛЁВ

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ. НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

Учебно-методическое пособие

Казань – 2015

УДК (075.8)311
ББК 60.6я73

Принято на заседании кафедры экономико-математического моделирования
Протокол № 1 от 18 сентября 2014 года

Рецензенты:
кандидат экономических наук,
доцент кафедры экономико-математического моделирования КФУ **Е.Л. Фесина;**
кандидат экономических наук,
доцент кафедры экономико-математического моделирования КФУ **Е.И. Кадочникова**

Шихалёв А.М.

Корреляционный анализ. Непараметрические методы / А.М. Шихалёв. – Казань: Казан. ун-т, 2015. – 58 с.

Методическое пособие предназначено для подготовки и выполнения студентами самостоятельной работы 2 из раздела «Общая теория статистики».

Корреляционный анализ занимает заметное место среди других формализованных методов исследования степени тесноты и направления взаимосвязей социально-экономических явлений. Поскольку аппарат корреляционного анализа служит основой не только для построения последующих суждений о характере взаимосвязи изучаемых процессов, но и для формирования объективных по своей природе умозаключений, его результаты могут быть использованы лицом, принимающим решения, непосредственно в процессе принятия управленческих решений и аргументированном руководстве персоналом исполнителей при достижении поставленных целей. Что, в свою очередь, наиболее наглядно можно осуществить в процессе воображаемого руководства группой независимых экспертов в процессе защиты результатов выполнения предложенной студентам самостоятельной работы 2.

По своей природе привлекаемый математический аппарат в рамках полного статистического анализа экспертных предпочтений принадлежит к непараметрическим статистикам, что значительно расширяет сферу его применения ко многим областям исследований.

Ключевые слова: ранги, коэффициент парной ранговой корреляции, ранжирование, группы связанных рангов, приоритеты, веса, ресурсы, верификация, коэффициенты вариации, конкордации, согласованности, деьфийский метод,

СОДЕРЖАНИЕ

1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Изучение возможностей оценки взаимосвязей при исследовании социально-экономических явлений является одной из главных задач статистики и как учебной дисциплины, и как области научного знания, имеющей свою методологическую базу.

Поскольку статистика ориентирована на выявление закономерностей в массовых явлениях, ее методы так или иначе ориентированы на работу со статистическими совокупностями, которые в основном и выступают в качестве характеристик объектов исследования. Когда в качестве предмета анализа выступает проблема установления наличия или отсутствия содержательных связей между парой статистических совокупностей, перед исследователем (студентом) так или иначе возникает проблема отбора исходной информации и подбора адекватного формально-математического аппарата. Одним из наиболее продуктивных методов является корреляционно-регрессионный анализ.

Вместе с тем средства корреляционного анализа имеют достаточно разветвленную структуру, их применение сопряжено с рядом принципиальных проблем, в том числе и проблем неформального, содержательного характера, что чаще всего проявляется при выборе инструментария исследования и на заключительной стадии анализа при интерпретации полученных результатов, которые могут носить далеко не однозначный характер. В подобных случаях для верификации полученных результатов прибегают к альтернативным методам моделирования другими средствами статистического анализа.

В данной разработке на практических примерах раскрывается сущность отдельных коэффициентов корреляции, поясняется последовательность их вычисления и сведения в корреляционную матрицу с последующим ее анализом.

В результате студенты должны *знать* содержание корреляционного анализа, требования к исходной информации, порядок вычисления коэффициентов парной ранговой (порядковой) корреляции (в отличие, например, от коэффициентов линейной корреляции), *уметь* применять возможности данного формально-математического аппарата при изучении связей анализируемых социально-экономических явлений на конкретных исходных данных, а также приобрести необходимые *навыки* в проведении конкретных вычислений, содержательной интерпретации полученных результатов и использование их в качестве средства управления персоналом исполнителей.

Вычисления при решении заданных вариантов следует производить с той степенью точности, которая указана по ходу изложения материала: такие статистические параметры, как вариабельность, конкордация, средние значения оценок в интервальной (в т.н. привычной десятичной) шкале рассчитываются с точностью до сотых долей, тогда как веса в относительных единицах, коэффициенты корреляции и сопутствующие им – до тысячных долей.

Данное требование продиктовано тем, что при переводе результатов, полученных в относительных единицах, в более привычные проценты (%) округление до тысячных позволит оперировать процентами с десятыми долями, что лучше отвечает требованиям практической точности.

Основная цель данной методической разработки может быть сведена к выработке умений студентами формулировать и ставить задачи подчиненному персоналу на основе предварительного статистического анализа в виде математической модели, основанной на непараметрических статистиках.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

2.1. Способы моделирования взаимосвязей явлений

В основе моделировании с позиции общей теории познания (ОТП) разделяют гносеологический аспект в форме знания как отношение изучаемого фрагмента объективной реальности к познающему субъекту и противоположный по направленности идеологический, состоящий в отношении познающего субъекта к предмету познания (исследуемому социально-экономическому явлению или процессу) в форме проявления своих знаний, возможностей, стремлений. Единство разнонаправленных гносеологического и идеологического аспектов в гегелевской философии принято именовать *взглядом*, формирование которого и осуществляется в ходе учебного процесса.

При этом суждения познающего субъекта, исследователя (здесь и далее – студента) должны быть направлены от эмпирического познания, целью которого является получение в результате отбора объективных показателей, фактов (методы: наблюдение, измерение, эксперимент) к теоретическому познанию, целью которого является *взаимоувязывание* полученных показателей, фактов между собой с целью выявления искомых статистических закономерностей (методы: гипотеза, теория, частная картина мира, общая картина мира). Такие же методы познания, как анализ-синтез, индукция-дедукция, историко-логический метод и метод аналогий относятся к общенаучным методам.

Такое взаимоувязывание объективных социально-экономических показателей, фактов предполагает овладение и применение исследователем в рамках статистического анализа конкретных формально-математических методов (инструментариев). При этом важно отметить, что неформализованные подходы на вербальном уровне (на основе понятий, суждений и умозаключений) не являются альтернативными по отношению к формализованным средствам, но взаимно дополняют друг друга. Простое обязательное правило: любые вычисления завершаются их интерпретацией (объяснением) на вербальном уровне (словами) с использованием соответствующих терминов.

И если под моделью понимается упрощенное описание исследуемого объекта, охватывающего его основные стороны сообразно целям исследования, то построение модели (моделирование) состоит в практическом подборе необходимой исходной статистической информации и инструментария как способа ее преобразования, ведущим к достижению целей исследования.

В общей теории статистики основные формализованные средства в качестве инструментария при поиске взаимосвязей, закономерностей изучаемых массовых социально-экономических процессов и явлений могут быть представлены в виде:

1. Четырехпольных и многопольных таблицы взаимной сопряженности.

2. Корреляционного анализа (данная разработка).

3. Аппарата парной и множественной регрессии.

Таблицы сопряженности в меньшей степени представляют наличие технических и методических трудностей, и могут быть освоены слушателями относительно легко. Однако аппарат корреляционного анализа представляет собой более сложный объект изучения вследствие таких своих специфических средств, как неоднозначная интерпретация полученных результатов в контексте исследования, что далее будет показано подробнее в ходе изложения учебного материала.

В отличие от функциональных связей (их установлением, если это представится возможным, занимается регрессионный анализ) общего вида $y = f(x)$, где «x» и «y» - независимая (экзогенная) и зависимая (эндогенная) переменные – соответственно, существуют и «как бы» связи, то есть связи *корреляционные*, приблизительные. Так, коэффициент корреляции (их несколько: парная ранговая корреляция, линейная корреляция, множественная корреляция и другие) ρ (или r) имеет область определения от «-1» до «+1» ($-1 \le \rho \le +1$) и указывает:

1) на наличие или отсутствие связей между двумя исследуемыми статистическими совокупностями $X = \{x_i\}$ и $Y = \{y_i\}$, где $i = 1, n$; то есть вычисление коэффициента корреляции предполагает использование двух совокупности равной мощности (или с одинаковым числом элементов), что методологически существенно ($n = |X| = |Y|$);

2) на направление связей – положительное или отрицательное: может быть ($+1 > \rho > 0$) или ($- 1 < \rho < 0$), но величина модуля $|\rho|$ принципиально не может превышать значение 1;

3) на степень тесноты связи, которая значение модуля коэффициента корреляции $|\rho|$ оценивается в лингвистической шкале с основание логического деления «сила связи»: отсутствие связи ($|\rho| \approx 0$), «слабая» ($|\rho| \approx 0,2 - 0,3$), «существенная» ($|\rho| \approx 0,5$), «сильная» ($|\rho| \approx 0,7 - 0,9$), «абсолютная» ($|\rho| \approx 1,0$). Существуют и иные лингвистические шкалы с иной градацией, близкие по смыслу приведенной здесь. Причем принадлежность величины коэффициента корреляции к «абсолютной» для разных коэффициентов корреляции имеет разный смысл, вытекающий из природы вычисляемого коэффициента.

Для линейной корреляции это будет означать, что эмпирические исходные данные строго лежат на некоторой прямой; тогда говорят о функциональной связи двух исследуемых совокупностей, а именно $y = f(x)$ с конкретным видом функции f (остается только уточнить причинно-следственную связь: какую совокупность считать аргументом, а какую функцией). Для парной ранговой корреляции это будет означать, что исследуемые элементы сравниваемых статистических совокупностей будут иметь одинаковые места (ранги) в них.

Кроме того, функциональные связи типа $y = f (x)$ предполагают между значениями аргумента и функции взаимно-однозначное соответствие – биективное отображение связей функции и аргумента (единство инъективного и сюръективного отнображений, как это принято именовать в алгебре отношений или реляционной алгебре). Если существует конкретный вид функциональной зависимости f, то конкретному значению аргумента «x» соответствует конкретное значение (значения) функции «y». Например, $y = 2 + 3x$, Тогда, задаваясь значением аргумента, получим вполне определенное значение функции.

Коэффициент корреляции таким свойством не обладает. Однако если измерять связь совокупности X с совокупностью Y или наоборот, получим один и тот же результат. То есть коэффициент корреляции, независимо от его содержания (ранговый, линейный) обладает свойством *симметричности*. Данное обстоятельство интерпретацию полученного результата в виде ρ со своим знаком и упрощает, и усложняет одновременно содержательную трактовку.

Например, нами оценена корреляционная связь между размером прибыли Y и времени t: ρ_{Yt} = ρ_{Yt} = 0,70 (сильная положительная связь). Причинно-следственная связь здесь очевидна: понятно, что прибыль Y зависит от времени t, а не наоборот. Однако при проведении исследований могут встретиться и такой коэффициент корреляции между размером основных фондов предприятия (капитала К) и размером валового продукта (ВП), например, $\rho_{К,\ ВП}$ = 0,65. Связь, близкая к сильной, положительная, то есть при увеличении размера основных фондов на данном предприятии объем валовой продукции возрастает. Если интерпретировать наоборот, то получится, что при увеличении объема валовой продукции как бы автоматически возрастает капитализация предприятия. Хотя на самом деле это не совсем так. Другое дело, что часть ВП может быть употреблена предприятием на увеличение размера основных фондов. На это потребуется время, и в итоге сформируется совсем иные условия для решения как бы той же самой задачи.

Вместе с тем, на момент исследования времени t мы может утверждать, что связь между К и ВП существует, а именно: чем больше К, тем выше ВП, и степень такой тенденции весьма близка к сильной (или находится по степени своей тесноты между существенной и сильной связью). Иначе говоря, такой сложный изучаемый объект, каковым является производство (вне зависимости от его масштабов) с позиции изучаемой стороны (здесь – наличия возможной связи К и ВП) заменен модельным фрагментом: $\rho_{К,\ ВП}$ = 0,65.

Таким образом, между функциональной связью двух явлений и их корреляционной оценкой существуют сходства и различия. Сходство проявляется в том, что и тот, и другой подходы оценивают взаимосвязь изучаемых явлений (здесь – взаимосвязь К и ВП). Различие состоит в том, что если первый инструментарий свидетельствует о взаимно однозначном соответствии значений аргумента и функции, то второй - лишь оценивает формальное наличие связи, степень ее тесноты и направленности (положительной или отрицательной).

Следовательно, для моделирования отдельных сторон изучаемых социально-экономических процессов и явлений необходимо воспользоваться тем или иным инструментарием, получить результат и суметь в итоге сформулировать содержание интерпретации полученного результата с тем, чтобы использовать его при выработке практических рекомендаций представителю заказчика исследования.

Для того, чтобы изучить и освоить инструментарий корреляционного формально-математического аппарата и научиться вычислить коэффициент (коэффициенты) корреляции (здесь – коэффициента парной ранговой корреляции) между исследуемыми явлениями, необходимы сначала сформировать исходные данные в виде двух статистических совокупностей, что и покажем на следующем примере.

2.2. Содержание вычисления коэффициента ранговой корреляции

Вычисление коэффициента парной ранговой (порядковой) корреляции продемонстрируем на примере 1.

Пример 1. Пусть мы в результате наблюдений сформировали два статистических показателя СП1 (число пропусков занятий в семестре по какой-то учебной дисциплине) и СП2 (сессионный балл по той же дисциплине), которые представлены в виде небольших статистических совокупностей одинаковой мощности |СП1| = |СП2| = m, а значит они имеют одинаковое число пар данных - «m» шт.

Мы хотим знать, существует ли между выбранными статистическими показателями связь или влияют ли пропуски занятий на семестровую успеваемость?

Данные о их посещаемости на протяжении семестра могут быть взяты из журнала преподавателя, результаты дифференцированного зачета взяты из экзаменационной ведомости и сведены в табл. 1.

Поскольку табл. 1 представляет собой матрицу размером m строк на n столбцов (5 x 2). Следовательно, возможно вычисление только одного коэффициента - ρ_{12} . Вот если бы было три статистических показателя, а не два, то можно было бы вычислить уже три коэффициента: первый со вторым, первый с третьим и второй с третьим. Всего число таких коэффициентов z при проведении корреляционного анализа можно вычислить (где n – число исследуемых статистических показателей); здесь n = 2:

$$z = \frac{n \cdot (n - 1)}{2} = \frac{2 \cdot (2 - 1)}{2} = 1 \text{ (шт.)}. \quad (1)$$

Таблица 1

Исследуемые статистические совокупности

Нумерация слушателей (пар данных) i	Число пропусков ранятий СП1= C_{i1}, шт. j=1	Оценки по дифф.зачету, СП2= C_{i2}, баллы j=2 = n
1	1	4
2	3	3
3	0	4
4	0	3
5 = m	2	3

Из табл. 1 видно, что нами сформирован двумерный массив $C = \{C_{ij}\}$, $i = 1,m = 5$; $j = 1,n = 2$. С целью установления наличия или отсутствия связи между СП1 и СП2 вычислим коэффициент парной ранговой корреляции $\rho_{СП1,\ СП2}$ или, что то же самое, $\rho_{jk} = \rho_{12}$ (здесь $j = 1$; $k = 2$), где j, k – текущие номера статистических показателей.

Однако, прежде чем приступать к вычислению коэффициента парной ранговой корреляции, попытаемся сначала оценить картину на *умозрительном* уровне и убедимся, что для содержания табл. 1 это далеко не просто. Так, согласно табл. 1, слушатели, пропустившие 0 занятий и 1 занятие получают оценку «хорошо», тогда как среди не пропустивших занятия (0 пропусков) есть результаты «хорошо» и «удовлетворительно». Поэтому наши суждения нуждаются в некоторой объективизации, и лучше всего этого достичь таким формализованным средством, как средством вычисления коэффициент парной ранговой корреляции, формула которого приведена в выражении (2).

В формуле (2) вычисляется корреляция между статистическими показателями СП1 ($j = 1$) - пропуски занятий и СП2 ($k = j = 2$) – сессионная успеваемость.

После того, как уточнили с индексами j и k, рассмотрим подробнее сущность переменных, входящих в формулу (2).

$$\rho_{jk} = \frac{\frac{m}{6} \cdot (m^2 - 1) - (T_j + T_k) - \sum (S_{ij} - S_{ik})^2}{[(\frac{m}{6} \cdot (m^2 - 1) - 2T_j) \cdot (\frac{m}{6} \cdot (m^2 - 1) - 2T_k)]^{1\backslash 2}}. \qquad (2)$$

В формуле (1) m – число пар исследуемых параметров (или мощность обоих множеств, в нашем случае – число студентов, число оценок и число пропусков $m = 5$); T_j – поправки на группы связанных рангов для вычисления

ρ_{jk} ; S_{ij} – это та же исходная информация табл. 1, но выраженная не в привычной нам интервальной шкале как C_{ij} , а в рангах (их еще надо получить – см. табл. 2). Дело в том, что исходная информация табл. 1 выражена в абсолютных единицах (в интервальной шкале C_{ij}), а ее надо отобразить в ранговую (S_{ij}), то есть как-то построить отображение τ:

$$\tau : C_{ij} \rightarrow S_{ij} . \tag{3}$$

Поскольку операция отображения из количественной шкалы в порядковую (ранговую) является ответственным шагом, повторим содержание табл. 1 и виде табл. 2.

Ранги расставляются в пределах каждой совокупности (столбца) и делается это так. Максимальному элементу присваиваиваем 1 ранг. В СП1 это 3 пропуска (записано через косую черточку). Двум пропускам соответствует ранг 2, одному пропуску – ранг 3.

Таблица 2

Отображение τ. Расстановка рангов и поправок на связанные ранги

Нумерация слушателей (пар данных)	Число пропусков занятий СП1 j=1	Оценки дифф.зачета СП2 j=2 = n
I	C_{ij} / S_{ij}	C_{ij} / S_{ij}
1	1 / 3	4 / 1,5
2	3 / 1	3 / 4
3	0 / 4,5	4 / 1,5
4	0 / 4,5	3 / 4
5 = m	2 / 2	3 / 4
TW_j	TW_1 = 6	TW_2 = 30
T_j	T_1 = 0,5	T_2 = 2,5

Сложнее с отсутствием пропусков, обозначенных как $C_{31} = 0$ и $C_{41} = 0$ (появилась *группу связанных рангов*): они у двух студентов под номерами i=3 и i=4, которые занимают оставшиеся 4-е и 5-е места. А их, этих нулей, целых два, и на них приходится в сумме 4 + 5 = 9 мест. Если на каждый в среднем поровну, то полученную сумму нужно разделить на 2, в результате чего на оба нуля будет приходиться по 4,5 ранга (места).

Теперь проведем ранжирование элементов совокупности СП2. Первые два места 1 + 2 = 3 приходится на две «четверки», значит на каждую из них – по (3 / 2) = 1,5. На остальные три «тройки» приходятся 3, 4 и 5-е места. В сумме – 3 + 4 + 5 = 12. А их три, значит каждой тройке соответствует (12 / 3) = 4 ранг. То есть, в отличие от СП1 (одна группа связанных рангов для «0» пропусков), в СП2 выделяем две группы связанных рангов – для оценок «4» (две штуки) и для оценок «3» (три штуки). Отображение данных τ из количественной шкалы в шкалу ранговую по виду (2) завершено.

Теперь необходимо научиться вычислять поправки к группам связанных рангов для каждого столбика отдельно (две последние строки табл. 2): TW_j – для вычисления коэффициента конкордации W (в данном примере не требуется); T_j – для вычисления коэффициента парной ранговой корреляции (требуется):

$$TW_j = \sum_{\nu=1}^{l\nu} (t^3_{j\nu} - t_{j\nu}) . \qquad (4)$$

$$T_j = TW_j / 12. \qquad (5)$$

В формуле (4) lν (эль-ню) – число групп связанных рангов в ранжируемой совокупности (для СП1 lν = 1, для СП2 lν = 2); ν – текущая переменная; $t_{j\nu}$ –

число одинаковых значений в группе (для группы из двух «0» $t = 2$, для группы из двух «4» $t = 2$, для группы из трех «3» $t = 3$).

Для первого столбика данных (СП1) имеется лишь одна группа связанных рангов (для двух нулей), тогда из выражений (3) и (4) получим:

$$TW_1 = (t^3_{jv} - t_{jv}) = (2^3 – 2)_{\text{для } 0} = 8 – 2 = 6;$$

$T_1 = 6 /12 = 0,5$ – записываем в последнюю строку табл. 2.

Теперь рассчитаем поправки на связанные ранги для второй статистической совокупности СП2 уже для двух групп связанных рангов – для «четверок» и «троек»:

$$TW_2 = (t^3_{jv} - t_{jv}) = (2^3 – 2)_{\text{для } 4} + (3^3 - 3)_{\text{для } 3} = (27 – 3) + (8 – 2) =$$
$$= 24 +6 = 30;$$

$T_2 = 30 / 12 = 2,5$ – также записываем в последнюю строку табл. 2.

Необходимо определиться с комплексом, входящим в выражение (2):

$$\frac{m}{6} \cdot (m^2 – 1) = \frac{5}{6} (5^2 – 1) = \frac{5}{6} (25 - 1) = 20.$$

И, наконец, для вычисления искомого коэффициента по формуле (2) необходимо определить значение суммы

$$\sum_{i=1}^{m} (S_{i1} - S_{i2})^2. \qquad (6)$$

Для поэтапного определения выражения (6) необходимо для наглядности составить рабочую таблицу (табл. 3).

Таблица 3

Рабочая таблица для вычисления суммы (6)

Номера элементов i	S_{i1}	S_{i2}	$(S_{i1} - S_{i2})$	$(S_{i1} - S_{i2})^2$
1	3	1,5	1,5	2,25
2	1	4	- 3	9
3	4,5	1,5	3	9
4	4,5	4	0.5	0,25
5	2	4	- 2	4
				$\sum(S_{i1}-S_{i2})^2 = 24,5$

Теперь можно непосредственно приступить к вычислению коэффициента парной ранговой корреляции для установления наличия возможной связи посещаемости с успеваемостью по формуле (2); для большей наглядности повторим ее запись:

$$\rho_{12} = \frac{\frac{m}{6} \cdot (m^2 - 1) - (T_1 + T_2) - \sum_{i=1}^{m} (S_{i1} - S_{i2})^2}{[(\frac{m}{6} \cdot (m^2 - 1) - 2T_1) \cdot ((\frac{m}{6} \cdot (m^2 - 1) - 2T_2)]^{1\backslash 2}} =$$

, $\quad 20 - (0,5 + 2,5) - 24,5 \qquad 20 - 3,0 - 24,5 \qquad - 7,5$

$$= \frac{}{[(20 - 2 \cdot 0,5) \cdot (20 - 2 \cdot 2,5)]^{1/2}} = \frac{}{[19 \cdot 15]^{1/2}} = \frac{}{16,8} = -0,44.$$

Итак, коэффициент парной ранговой корреляции на предмет установления возможной статистической связи успеваемости с посещаемостью нами наконец-то найден: $\rho_{СП1,\ СП2} = \rho_{jk} = \rho_{12} = -0,44$. Теперь остается не менее главный этап – этап интерпретации полученных результатов (или результата: ведь нами за несколько страниц получен всего-лишь одно-единственное число $\rho_{12} = -0,44$).

Результат также можно представить в формате корреляционной матрицы (КМ) типа «объект-объект»:

$$КМ = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} k=1 & k=2 \end{array} \\ \begin{array}{c} j=1 \\ j=2 \end{array} & \begin{vmatrix} 1 & -0,44 \\ -0,44 & 1 \end{vmatrix} \end{array}. \qquad (7)$$

В том, что каждый объект коррелирует сам с собою с коэффициентом парной ранговой корреляции = 1, нетрудно убедиться по формуле (2), в которой значение суммы (6), естественно, будет равно нулю (попарное вычитание величин самих из себя). Когда исследуется взаимосвязь группы элементов, число симметричных коэффициентов корреляции в КМ можно установить по выражению (1). Понятно, что размер ее расширится.

2.3. Интерпретация полученных результатов

Чтобы оценить полученный результат, необходимо для проведения «грубого» контроля вспомнить о том, что область определения коэффициентов корреляции всех видов (линейная корреляция, множественная корреляция и др.) располагается от -1 до +1. И если полученное значение коэффициента корреляции ρ_{jk} по абсолютной величине (модулю) выходит за эти пределы единицы, то при расчетах допущена ошибка; необходим пересчет. Исходную таблицу (табл. 1) в допущенной ошибке даже не подозреваем: это исходная информация. Если все подсчитано правильно, при любых данных модуль коэффициента корреляции за область определения не выйдет.

Уточнение расчетов необходимо начать от заполнения табл. 2 рангами при работе с преобразованием вида (3). Затем уточнить расчеты по выражениям (4) и (5), сверить их со значениями, ранее занесенными в нижние строки табл. 2, а уж затем осуществлять проверку расчета суммы квадратов разностей рангов по формуле (6) с помощью рабочей табл. 3. И только в завершении поиска ошибки в предыдущих расчетах обратиться к формуле (2).

Наиболее часто встречаются ошибки при заполнении табл. 2. Необходимо обратить на это внимание.

Как уже отмечалось, вычисленная корреляция будет положительной, если с ростом одного показателя растет связанный с ним другой показатель, и отрицательна, если рост одного показателя влечет снижение другого. Иногда можно проследить причинно-следственные связи, иногда нет, что определяется уже не на формализованном, а на содержательном уровне.

Итак, нами установлено, что связь между СП1 и СП2 существует ($\rho_{12} \neq 0$). Величина ρ_{12} = - 0,44 означает, что между пропусками занятий и успеваемостью нами выявлена противоположная связь: *чем больше пропусков, тем ниже успеваемость*. По тесноте связь – где-то между слабой и существенной. То есть, наличие связи между СП1 и СП2 установлена, ее направление и степень тесноты теперь нам известны. Поставленная задача в примере 1 нами решена.

Однако возможно следующее замечание: коэффициент парной ранговой (порядковой) корреляции является *объективной* характеристикой изучаемого социально-экономического явления как объективной реальности, то есть не зависящей от наблюдателя. И если при ранжировании второго показателя вопросы не возникают (когда большему баллу присваивается первое место, такой подход заметных возражений не вызывает). Однако тот же исследователь (студент) при отображении (2) первого показателя C_{i1} из интервальной шкалы в ранговую S_{i1} *субъективно* решил максимальному числу пропусков присвоить первое место (первый ранг).

А если бы он решил иначе? Если бы он произвел отображение (2) для СП1 (число пропусков), базируясь на ином подходе: присвоил бы первое место (первый ранг) отсутствию пропусков? Справедливо ли в данном случае рассуждать об *объективности* результата вычисления искомого коэффициента ранговой корреляции ρ_{12} ?

Для ответа на справедливое замечание построим ответ в форме вычислительного эксперимента, для чего альтернативное содержание табл. 2 представим в виде табл. 2а.

В табл. 2а элементы совокупности статистического показатель СП2 оставим без изменений, а элементы совокупности статистического показателя СП1 проранжируем по-другому: отсутствию пропусков («0» пропусков) присвоим первый ранг (первое место) и далее – по известному уже правилу отображения вида (2). Точнее, два элемента совокупности СП1, выраженные «0» разделят первое и второе место: 1 + 2 = 3. Тогда на каждый «0» (а их два) будет приходиться по 3 / 2 = 1,5 ранга и т.д.

Таблица 2а

Отображение τ (3). Расстановка рангов и поправок на связанные ранги

Нумерация слушателей (пар данных)	Число пропусков занятий СП1 j=1	Оценки дифф.зачета СП2 j=2 = n
I	C_{ij} / S_{ij}	C_{ij} / S_{ij}
1	1 / 3	4 / 1,5

2	3 / 5	3 / 4
3	0 / 1,5	4 / 1,5
4	0 / 1,5	3 / 4
5 = m	2 / 4	3 / 4
TW_j	$TW_1 = 6$	$TW_2 = 30$
T_j	$T_1 = 0{,}5$	$T_2 = 2{,}5$

В результате содержание данного столбца табл. 2а существенно изменится. А так как число связанных рангов для данного столбца (для нулей) останется прежним, вычисления по выражению (3) останутся без изменений. Но при этом изменится величина суммы $\sum(S_{i1} - S_{i2})^2$, вычисление которой произведем по аналогии с табл. 3 в табл. 3а:

Таблица 3а

Рабочая таблица для вычисления суммы (6)

Номера элементов i	S_{i1}	S_{i2}	$(S_{i1} - S_{i2})$	$(S_{i1} - S_{i2})^2$
1	3	1,5	1,5	2,25
2	5	4	1	1
3	1,5	1,5	0	0
4	1,5	4	- 2.5	6,25
5	4	4	0	0
				$\sum(S_{i1} - S_{i2})^2 = 9{,}5$

Тогда, при новом (альтернативном) подходе к ранжированию СП1, новый коэффициент парной ранговой корреляции по формуле (2) будет следующим:

$$\rho_{12} = \frac{20 - (0{,}5 + 2{,}5) - 9{,}5}{[(20 - 2 \cdot 0{,}5) \cdot (20 - 2 \cdot 2{,}5)]^{1/2}} = \frac{20 - 3{,}0 - 9{,}5}{[19 \cdot 15]^{1/2}} = \frac{7{,}5}{16{,}8} = +\,0{,}44.$$

В результате получаем почти ту же картину: связь межу СП1 и СП2 есть, степень ее тесноты – та же, но ее направление изменилось на противоположное – была отрицательной, а стала положительной. Следовательно, наш новый результат $\rho_{12} = +\ 0{,}44$ означает, что между пропусками занятий и успеваемостью – связь прямая: *чем меньше пропусков, тем выше успеваемость*.

Однако интерпретация результата в такой редакции нас удовлетворить не должна, и вот почему. Если коэффициент корреляции отрицательный, то конструкция вывода «чем меньше …, тем больше …» (или «чем больше, … тем меньше») вполне соответствует его содержанию. При положительном значении коэффициента корреляции конструкция вывода должна быть несколько иной: «чем выше …, тем больше …». Надо только найти подходящие понятия, а именно: *чем выше посещаемость, тем выше успеваемость*. Такая интерпретация полученного результата в большей степени соответствует его содержанию.

Следовательно, результаты проведенного нами вычислительного эксперимента свидетельствуют о том, что ранжирование элементов совокупности также представляет собой *объективный* процесс, поскольку приводит к тому же *содержанию* (результату), но в несколько иной *форме*. Это важно учитывать при практических вычислениях, а также при выполнении выпускных квалификационных работ (ВКР).

Формула (2) называется по имени автора формулой Спирмена, и применяется в тех случаях, когда закон распределения исследуемых случайных величин не известен, либо не проводился. Поэтому формула (2) для вычисления коэффициента парной ранговой корреляции принадлежит к так называемым *непараметрическим статистикам*. Необходимо также отметить, что в случае оценки связей между статистическими совокупностями, элементы которых в рамках одной совокупности не повторяются (то есть поправки на связанные ранги отсутствуют: $T_1 = T_2 = 0$), то формула Спирмена (2) в данном частном случае после очевидных преобразований примет часто встречающийся в литературе вид (2а):

$$\rho_{12} = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{i=1}^{m} (S_{i1} - S_{i2})^2}{m \cdot (m^2 - 1)} \qquad (2а)$$

Понятно, что формулу (2а) рассчитывать проще, чем более общую формулу (2).

Таким образом, научившись оценивать и интерпретировать тесноту и направление связей между исследуемыми социально-экономическими явлениями методом вычисления коэффициента (коэффициентов) парной ранговой (порядковой) корреляции на примере задачи о пропусках и успеваемости подгруппы студентов, можно приступить к решению более сложной задачи – задачи полного статистического анализа результатов экспертного оценивания, которое проводится в тех случаях, когда другой непосредственной статистической информации об исследуемом объекте не имеется.

3. ЗАДАЧА ПОЛНОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ЭКСПЕРТНОГО ОЦЕНИВАНИЯ

Основную часть полного статистического анализа результатов экспертизы составляет корреляционный анализ, что рассмотрим подробнее.

3.1. Содержание задачи полного статистического анализа экспертного оценивания

Среди множество источников статистической информации (Росстат, Госкомстат РФ и РТ, научная периодика, СМИ, ведомственная статистика и др.) важное место занимают собственные наблюдения и экспертное оценивание (когда информация по исследуемой проблеме отсутствует). Тогда необходимо ее создать путем привлечения группы экспертов.

Задача полного статистического анализа (ПСА) экспертного оценивания (ЭО) с целью нахождения приоритетов из заранее составленного списка предложений (факторов). То есть задача ПСА представляет собой по своему характеру задачу принятия решений (ЗПР) на размытом множестве критериев и состоит из следующих этапов:

1. Постановка проблемы по оценке приоритетов факторов, воздействующих на исследуемый процесс заказчиком (представителем заказчика). Решение проблемы завершается силами привлеченных к проблеме специалистов (независимых экспертов) разработкой множества (списка) реально действующих факторов (предложений) под руководством лица, принимающего решение (ЛПР).

2. Работа независимых экспертов с составленном ими же списком предложений (факторов), приводящих к достижению цели. Привлеченные эксперты, независимо друг от друга (например, находясь в разных комнатах), выставляют против каждого предложения

По сути своей работа группы экспертов (обычно – несколько специалистов) заключается в *формализации своих предпочтений* в предоставленной им десятибалльной шкале. Единственное ограничение: предпочтения не могут быть все равноценными для всего списка предложений, каковыми они являются по умолчанию. Иначе может возникнут картина типа «деления на ноль» в последующих расчетах.

В процессе выполнения работы по выявлению приоритетов среди отмеченных факторов эксперт, в свою очередь, может привлекать мнение других специалистов, производить специальные расчеты, пользоваться справочной и другой литературой. Все это в явном или неявном виде так или иначе выразится в его предпочтениях по каждому фактору, выраженных в десятибалльной шкале. Поэтому каждое его предпочтение должно сопровождаться соответствующей аргументацией, то есть формально должно основываться на библиографическом (научном) аппарате (что, кстати, и требуется при выполнении курсовых и выпускных квалификационных работ студентов).

3. Проведение экспертизы состоит в выяснении приоритетов факторов (предложений) со стороны отдельного эксперта. Если составить список факторов (предложений), воздействующих на решение поставленной проблемы в столбец, а напротив каждого из них расположить свои предпочтения, формализованные в десятибалльной шкале, то каждый эксперт создаст вектор-столбец C_{ij}, где i – номер предложения по списку (всего m штук), а j – условный номер эксперта, присвоенный ему ЛПР (см. отдельные столбцы табл. 4). ЛПР на данном этапе остается лишь остается *свести* предпочтения отдельных экспертов в единый список в виде исходной рабочей таблицы (см. табл. 4). Составленная ЛПР таблица (см. табл. 4) представляет собой созданную экспертами исходную статистическую информацию для последующего анализа.

Статистическая информация в виде набора статистических совокупностей C_{ij} под номерами j = 1, j = 2, j = 3 создана. В табл. 4 (и предлагаемых вариантов самостоятельной работы 2) для наглядности приведены результаты работы трех экспертов.

4. Нахождение приоритетов среди действующих факторов (предложений) составляет содержание решения поставленной проблемы на основе рабочей таблицы, сведенной ЛПР из предпочтений отдельных экспертов.

Дополнительно к приоритетам среди списка предложений (факторов) рассчитываются их веса и в соответствии с ними распределяется отпущенный на работу стоимостной ресурс (по крайней мере – в качестве первого приближения). Данный этап осуществляется лично ЛПР.

5. Верификация (поверка) исходной статистической информации - оценок, выставленных группой независимых экспертов по каждому предложению (фактору) на предмет выявления степени их статистической состоятельности (корректности). Если отдельные фрагменты поверки не соответствуют предъявляемым требованиям, ЛПР организует обсуждение среди группы экспертов, выслушивает их аргументацию, а также принимает решение о возможной повторной экспертизе – полной или частичной (метод Дельф или дельфийский метод). Осуществляется также ЛПР.

6. Интерпретация полученных результатов со стороны ЛПР. Если верификация осуществлена успешно, рассчитанные приоритеты по пункту 4 с их значением весов и ресурсов сообщаются представителю заказчика. Если в процессе верификации исходных оценок экспертов выявлены замечания, они устраняются так, как это отмечено в предыдущем пункте 5.

Предложенный вариант исходных экспертных данных для модельной задачи (см. табл. 4) является примером решения вариантов №1 - №20, когда каждый студент выступает в роли ЛПР. При этом считается, что работа по перечисленным пунктам 1 – 3 заранее проведена, и задачи ЛПР сводятся к реализации пунктов 4 – 6, причем основное содержание п. 6 может быть изложено по ходу выполнения п. 5 – верификации результатов экспертизы.

Итак, обобщим предыдущий материал в следующем виде.

Экспертами создана статистическая база для получения решения поставленной проблемы, которая представлена для каждого студента в вариантах задания. Требуется в роли ЛПР оценить приоритеты факторов (предлложений) – оценить их важность относительно друг друга, что выразится в вычислении весов факторов, присвоением мест в их списке (установление приоритетов) по п. 4, проведение верификации исходной информации по п. 5 и интерпретации полученных результатов с элементами управленческих решений по п. 6.

Рассмотрим дальнейшие действия студентов по пп. 4 – 6 в роли ЛПР при решении примера 2.

Пример 2. Предположим, что эксперты независимо друг от друга (находясь в разных комнатах, например) выразили свои предпочтений в десятибалльной шкале по каждому предложению (фактору). Эти предпочтения были сведены ЛПР в матрицу $C = \{C_{ij}\}$ так, как это показано в табл. 4.

Располагая подобной таблицей, ЛПР проводит расчеты в два этапа. На первом этапе определяет приоритеты предложений по их суммам баллов или вычисленным весам (чем больше сумма баллов предложений или выше их вес, тем больший приоритет по отношению к другим) и распределяет отпущенный на работу ресурс Re согласно весам предложений w_i, $I = 1,m = 6$, который впоследствии заказчиком может быть уточнен.

Таблица 4

Исходные данные по предпочтениям экспертов, баллы

Наименования факторов (предложений)	Эксперты (матрица C_{ij})		
	Иванов	Петров	Сидоров
1. Улучшение ритмичности поставок	9	9	10
2. Повышение качества материалов	8	10	10
3. Повышение квалификации рабочих	10	10	9
4. Материальное стимулирование	10	7	8
5. Обеспечение спецодеждой	8	5	7
6. Комплексная механизация	8	9	8

На втором этапе ЛПР оценивает степень статистической состоятельности собранных вместе оценок независимых экспертов (верификация исходных данных). И если решение осуществляется путем набора простых подсчетов и вычислений, то процесс верификации характеризует довольно значительный объем расчетов и сравнение их результатов с некоторыми пороговыми значениями по следующим сторонам (позициям) исследуемого социально-экономического явления.

Для проведения верификации необходимо рассчитать, сравнить с пороговыми значениями и принять решение «подходит – не подходит»: 1) коэффициенты вариации предпочтений экспертов в десятибалльной шкале по каждому предложению (фактору); 2) коэффициент конкордации; 3) коэффициенты парной ранговой корреляции между оценками каждого эксперта с каждым, которые необходимо занести в корреляционную матрицу; 4) коэффициенты согласованности каждого эксперта с остальными. Подробнее это может выглядеть так.

1. Рассчитать коэффициенты вариации h_i, $i = 1,m$ по каждому предложению; если $h_i \leq h^{порог} = 0,30$ (или 30%), то вариабельность оценок экспертов C_{ij} по тому или иному предложению (фактору) считается «умеренной», если нет, то «повышенной». В таком случае эксперты должны обосновать свои предпочтения по данному предложению и учесть аргументы в повторной экспертизе (метод Дельф).

2. Рассчитать коэффициент конкордации W (общей согласованности оценок экспертов в целом); если $W \geq W^{порог} = 0,50$, то общая согласованность исходных оценок экспертов можно считать установленной, но если меньше указанной величины, то ЛПР необходимо выявить «слабые» места экспертизы с тем, чтобы конструктивно (отнюдь не навязывая своего мнения экспертам) повлиять на статистическую достоверность экспертизы в целом в повторном этапе экспертизы (метод Дельф).

3. Оценить статистическую состоятельность исходных экспертных оценок со стороны *пар экспертов* по величине коэффициентов парной ранговой корреляции ρ_{jk} . Если коэффициент ≥ 0, то статистические противоречия между оценками экспертов отсутствуют; если $\rho_{jk} < \rho^{порог} = 0$, то предпочтения этой пары экспертов с номерами j и k находятся в состоянии конфликта.

Следовательно, ЛПР, управляя экспертизой, вправе потребовать весомых аргументов от обоих экспертов по всем предпочтениям; возможно они придут к какому-нибудь компромиссу. Экспертиза уточняется и снова результаты пересчитываются (метод Дельф).

4. Следует также рассчитать *степень согласованности каждого эксперта с остальными* по величине коэффициента согласованности v_j, j=1,n=3. Если он превышает значение $v_j \geq v^{порог} = 0{,}50$, то согласованность j-го эксперта с остальными достаточная, если меньше, то недостаточная. ЛПР должен принять решение: оставлять мнение данного эксперта или исключить его из экспертизы, или провести повторную экспертизу (метод Дельф).

5. В результате сравнения полученных результатов с пороговыми значениями в пп. 1 – 4 как специальных научных понятий ЛПР осуществляет суждения и приходит к аргументированным умозаключениям в виде тех или иных *управленческих решений*, о чем и сообщает либо всей группе экспертов, либо отдельным экспертам.

Таким образом, ЛПР обобщает результаты верификации и принимает итоговое решение: повторять экспертизу или посчитать результаты собственно решения и верификации достигнутыми. Ранее рассчитанные результаты - приоритеты предложений и распределение ресурсов как результаты экспертизы сообщаются заказчику. Работа завершена.

Попутно оценим объем вычислений в предстоящей самостоятельной работе 2.

Если решение задачи (определение приоритетов и распределение ресурсов) представляет собой набор простых вычислений, то объем вычислений при проведении верификации исходных оценок экспертов в процессе полного статистического анализа можно подсчитать заранее, поскольку он определяется числом предложений (факторов) m и числом привлекаемых экспертов n (в продолжении решения модельного примере и в вариантах самостоятельной работы 2 m = 6, n = 3).

Всего предложений m, следовательно, рассчитываем m коэффициентов вариации (согласованности мнений экспертов по каждому предложению) h_i, один коэффициент конкордации W, z = n·(n-1)/2 = 3 (шт.) коэффициента парной ранговой корреляции ρ_{jk} , где j и k – номера экспертов (всего сочетаний номеров jk может быть 12, 13, 23) и n коэффициентов согласованности каждого эксперта с остальными v_j . Таким образом, всего необходимо вычислить m+1+z+n = 6+1+3+3 = 13 параметров и сравнить их с четырьмя соотвтетствующими пороговыми значениями $h^{порог}$ = 0,30; $W^{порог}$ = 0,50; $\rho^{порог}$ = 0 и $v^{порог}$ = 0,50. Задача верификации исходных предпочтений (оценок) экспертов на данном этапе завершена.

Обобщенная *интерпретация* полученных результатов является завершением экспертизы в целом. В итоге либо полученные результаты принимаются ЛПР в качестве окончательных, либо после соответствующих обсуждений с экспертами (экспертом) следует его аргументированное решение о повторении экспертизы (полностью или частично) – реализация метода Дельф.

3.2. Оценка приоритетов предложений (факторов)

Веса предложений определяются путем *нормирования* сумм оценок экспертов по каждому фактору (по каждой строке); получим столбец значений в табл. 4:

$$Su_i = \sum_{j=1}^{n} C_{ij}.$$

Затем все суммы в строках в свою очередь суммируются в графе:

$$Sst = \sum_{i=1}^{m} Su_i.$$

Тогда вес каждого предложения можно оценить как отношение

$$\omega_i = \frac{Su_i}{Sst}. \text{ При этом должно выполняться требование } \sum_{i=1}^{m} \omega_i = 1{,}00. \quad (8)$$

Нормирование завершено. Приоритеты найдены. Главная задача решена.

Ресурс Re = 2 млн. руб. Частные ресурсы как доли общего ресурса Re:

$$re_i = Re \cdot \omega_i\ . \quad (9)$$

Расчеты по формулам (8) и (9) поместим в табл. 5.

Следует также обратить внимание на то, что степени важности факторов (приоритеты) расставляются не по правилам сложения связанных рангов, но на умозрительном уровне. Такой подход позволяет одинаковым весам (суммам исходных баллов) присваивать одинаковое место.

Таблица 5

Рабочая таблица для определения приоритетов

№ i	Сокращенное наименования факторов	Эксперты И	П	С	Суммы C_{ij}. Su_i	Веса / приоритеты (8) ω_i	Ресурсы млн. руб. (9) re_i
		C_{ij}.(баллы)					
1	Ритмичность	9	9	10	28	0,181 / 2	0,361
2	Качество материал.	8	10	10	28	0,181 / 2	0,361
3	Квалификация	10	10	9	29	0,187 / 1	0,374
4	Зарплата	10	7	8	25	0,161 / 3	0,323
5	Спецодежда	8	5	7	20	0,129 / 4	0,258
6=m	Механизация	8	9	8	25	0,161 / 3	0,323
					Sst = 155	$\sum\omega_i = 0{,}99 \approx 1$	Re = 2

Итак, приоритеты определены: на первом месте – фактор «Квалификация рабочих», вторые места отводится факторам «Ритмичность» и «Качество материалов», на третьем – «Зарплата» и «Механизация», на последнем месте «Спецодежда» (как и следовало ожидать). В соответствии с весами распределены и ресурсы.

Задача определения приоритетов и распределения ресурса в соответствии с установленными приоритетами решена.

3.3. Подготовка исходной статистической информации для ее верификации

Для осуществления процесса *верификации* начальных предпочтений экспертов (они могут измениться в последующем при аргументированной организации ЛПР метода Дельф – повторной, уточненной после совместного обсуждения, экспертизы) необходимо исходные оценки экспертов, выраженные ими в интервальной (непрерывной) десятибалльной шкале, отобразить в ранговые (порядковые). Такое отображение τ вида (2) приведено в табл. 6 (в знаменателе дроби) в соответствии с ранее изложенном алгоритме при заполнении табл. 2. Поправки на связанные ранги вычисляются в соответствии с выражением (3) и (4). Исходные оценки экспертов в баллах, полученных на их основе рангов, поправки на связанные ранги NW и T для проведения верификации исходной информации приведены в табл. 6.

Таблица 6

Ранжирование и результаты поправок на группы связанных рангов (расширенная таблица исходных данных)

i	Предложения (факторы)	j=1 Иванов, баллы/ ранги	j=2 Петров, баллы/ ранги	j=3 Сидоров, баллы/ ранги
1	Ритмичность	9 / 3	9 / 3,5	10 / 1,5
2	Качество материалов	8 / 5	10 / 1,5	10 / 1,5
3	Квалификация	10 / 1,5	10 / 1,5	9 / 3
4	Зарплата	10 / 1,5	7 / 5	8 / 4,5

5	Спецодежда	8 / 5	5 / 6	7 / 6
6	Механизация	8 / **5**	9 / 3,5	8 / 4,5
	TW_j	30	12	12
	$T_j = NW_j / 12$	2,5	1,0	1,0

Таким образом, данные для проведения процесса верификации исходных предпочтений (оценок) экспертов на предмет статистической состоятельности исходных предпочтений экспертов, выраженных в десятибалльной шкале готовы для последующих вычислений.

Сам процесс верификации (*повторим еще раз, это важно*) при полном статистическом анализе (ПСА) можно представить в виде четырех этапов:

1. По предложениям: вычисление коэффициентов вариации для каждого предложения h_i (их m штук – по числу предложений; здесь m = 6); область определения [0; ∞]. Вычисленные значения сравниваются с пороговым значением 0,30 или 30%. Если меньше 0,30, то оценки в рамках одного предложения считаются статистически согласованными. Если больше 0,30, то оценки по такому предложению по рекомендациям ЛПР группе экспертов нуждаются в уточнении (метод Дельф – повторная экспертиза).

2. По предложениям: вычисление коэффициента согласованности по всем предложениям сразу – коэффициент конкордации W (один коэффициент); область определения [0; 1]. Если $W \geq 0{,}50$, то общая статистическая согласованность предпочтений экспертов, выраженный в десятибалльной шкале, является состоятельной (коэффициенты парной ранговой корреляции – см. п. 3, - следует ожидать, скорее всего, положительными), Если же $W < 0{,}50$, то общая согласованность является недостаточной (следует ожидать отдельные / или все коэффициенты парной ранговой корреляции между парами экспертов отрицательными). ЛПР должен выслушать мнения экспертов и предложить им еще раз независимо друг от друга повторить экспертизу с учетом прошедшего обсуждения (метод Дельф).

3. По экспертам: вычисление коэффициентов парной ранговой корреляции ρ_{jk} – по числу пар экспертов $z = n \cdot (n - 1) / 2 = 3 \cdot (3 - 1) / 2 = 3$

(пары экспертов): 1-й со 2-м, 1-й с 3-м и 2-й с 3-м (это очевидно: больше пар при числе экспертов n=3 в природе не существует). Область определения [-1; +1]. Если все $\rho_{jk} \geq 0$, то мнения пар экспертов считаются непротиворечивыми (согласованными). Если же у отдельных (или всех) пар экспертов $\rho_{jk} < 0$, то эксперты с номерами j и k должны ЛПР объяснить свои предпочтения, выслушать аргументы и попытаться выразить свои предпочтения еще раз (метод Дельф).

4. По экспертам: вычисление коэффициентов согласованности каждого эксперта с остальными v_j ; область определения [-1; +1], так как сам коэффициент по своей природе является средним арифметическим из коэффициентов парной ранговой корреляции данного эксперта с остальными. Поскольку j изменяется от 1 до n=3, то и таких коэффициентов должно быть равно n, то есть 3-м (первый эксперт с остальными, второй эксперт с остальными и третий эксперт с остальными). Если все коэффициенты $v_j \geq 0{,}50$, то согласованность каждого эксперта с остальными – приемлемая. Если у кого-то из экспертов (или у всех) данная величина меньше 0,50, то статистическая согласованность предпочтений эксперта с остальными недостаточна. Здесь – на усмотрение ЛПР: если какой-либо коэффициент v_j достаточно близок к значению 0,50, то на повторной экспертизе можно не настаивать, если же далек от 0,50, то можно либо устранить эксперта из экспертизы и пересчитать приоритеты (собственно «решение» задачи; как-то изменятся веса, то есть приоритеты предложений) без данного эксперта и дальнейшую верификацию не проводить (для оставшихся экспертов это уже сделано).

А можно предоставить эксперту возможность выразить свои предпочтений (см. исходную табл. 4) еще раз. И – снова все пересчитать (метод Дельф).

Следовательно, для организации «решения» задачи необходимо вычислить приоритеты каждого предложения (в виде весов ω_i, где $i = 1, m = 6$; порядкового номера по убыванию важности предложений) и распределить ресурс re_i . Иначе говоря, решение носит чисто констатирующий характер: «что получилось, то и получилось».

Как уже отмечалось, в отличие от процесса «решения», реализация процесса «верификации» во-первых, предполагает более объемные вычисления: необходимо вычислить (m + 1 + z + n) = (6 + 1 +3 +3) = 13 параметров, что требует значительно больше времени, чем расчеты по «решению»; во-вторых, завершение каждого расчета требует сравнение полученного значения с требуемым пороговым (а для разных параметров верификации и граничные значения разные) и для ЛПР выработки УПРАВЛЕНЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ, управленческих рекомендаций группе экспертов.

Именно ЛПР, на основе соответствующих параметров-*понятий*, производит *суждения* в виде соответствующих вычислений и на базе сравнений полученных значений и их пороговых величин формирует *умозаключения*. То есть ЛПР своими действиями олицетворяет так называемую логическую компоненту познания как философской категории (есть, как известно, в отличие от логической компоненты, и чувственная – *ощущения, восприятия, представления*). Поэтому руководство процессом экспертизы по отношению к группе независимых экспертов-практиков ЛПР осуществляет на научной основе.

4. ВЕРИФИКАЦИЯ ИСХОДНОЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

4.1. Вычисление коэффициентов вариации оценок по факторам

Итак, на первом этапе *верифицируются* предпочтения экспертов *по каждому предложению* на предмет приемлемости или неприемлемости для ЛПР степени их разбросанности от некоторой средней (например, относительно статистической совокупности оценок по первому предложению в баллах : {9; 9; 10}. Понятно, что степень отклонений каждой оценки от их средней = (9+9+10) / 3 = 9,333… ≈ 9,33 (здесь и далее вычисления требуется проводить не менее, чем до сотых) небольшая, в отличие, скажем, от пятого предложения («Спецодежда»). Для поверки приемлемости отклонений отдельных оценок экспертов в пределах одного предложения от их средней оценивается **по коэффициенту вариации** h_i, $i=1,m$ как частному от деления среднего кавдратического отклонения (с.к.о.) к средней оценке по каждому предложению. Всего необходимо вычислить m штук коэффициентов вариации.

Затем оценим вариабельность предпочтений экспертов по каждому предложению.

$$h_i = \frac{\sigma_i}{C_i^{ср}}, \tag{10}$$

где σ_i – среднее квадратическое отклонение (с.к.о.) оценок экспертов C_{ij} по каждому i-му предложению; вычисляется как корень квадратный от дисперсии D_i по тем же оценкам; $C_i^{ср}$ – простое среднее механическое значение оценок экспертов по i-му предложению.

$$C_i^{ср} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^{n} C_{ij},$$

$$\sigma_i = \sqrt{D_i},$$

$$D_i = \frac{1}{n-1} \cdot (C_{ij} - C_i^{ср})^2 .$$

Рассчитаем по каждому предложению по формуле (10) степень вариабельности предпочтений экспертов в десятибалльной шкале и сравним их с *пороговым значением* 0,30 (или 30%): если до 30% - вариабельность умеренная, если больше – повышенная (экспертам надо уточнить свои предпочтения (оценки) по данному предложению, так как их разброс от условного среднего слишком велик). Управляя этим этапом экспертизы, ЛПР управляет процессом в целом. Итак, по предложению 1:

$$C_1^{ср} = \frac{1}{3} \cdot (9 + 9 + 10) = 28 / 3 = 9{,}33;$$

$D_1 = [\ 1 / (3 – 1)] \cdot [(9- 9{,}33)^2+(9 – 9{,}33)^2+(10 – 9{,}33)^2] =$

$= [\ 1 / (3 – 1)] \cdot (0{,}1089+0{,}1089+0{,}4489) = = 0{,}5 \cdot (0{,}6667) = 0{,}3334;$

$\sigma_1 = \sqrt{0{,}3334} = 0{,}5774 \approx 0{,}58$; в результате по формуле (10) здесь и далее:

$h_1 = \frac{0{,}58}{9{,}33} = 0{,}062$ или $6{,}2\% < 30\%$; по 1-му фактору вариабельность «умеренная».

По предложению 2:

$C_2^{ср} = (1 / 3) \cdot (8 + 10 + 10) = 28 / 3 = 9{,}33;$

$$D_2 = \frac{1}{3 – 1} \cdot [(8- 9{,}33)^2+(10 – 9{,}33)^2+(10 – 9{,}33)^2] =$$

$= 0{,}5 \cdot (1{,}7689+0{,}4489+0{,}4489) = \quad = 0{,}5 \cdot (2{,}6668) = 1{,}3333;$

$\sigma_2 = \sqrt{1{,}3333} = 1{,}1547 \approx 1{,}15;$

$h_2 = \frac{1{,}15}{9{,}33} = 0{,}123$ или $12{,}3\% < 30\%$; по 2-му фактору вариабельность «умеренная».

По предложению 3:

$$C_3^{ср} = \frac{1}{3} \cdot (10 + 10 + 9) = 29 / 3 = 9{,}67;$$

$$D_3 = \frac{1}{3 - 1} \cdot [(10- 9{,}67)^2+(10 – 9{,}67)^2+(9– 9{,}67)^2] = (0{,}1089+0{,}1089+0{,}4489)$$

$= 0{,}5 \cdot (0{,}1089+0{,}1089+0{,}4489) = 0{,}5 \cdot (0{,}6667) = 0{,}3334;$

$$\sigma_3 = \sqrt{0,3334} = 0,5774 \approx 0,58;$$

$$h_3 = \frac{0,58}{9,67} = 0,060$$ или 6,0% < 30%; по 3-му фактору вариабельность «умеренная».

По предложению 4:

$$C_4^{ср} = \frac{1}{3} \cdot (10 + 7 + 8) = 25 / 3 = 8,33;$$

$$D_4 = \frac{1}{3-1} \cdot [(10- 8,33)^2+(7 - 8,33)^2+(8 - 8,33)^2] =$$

$$= 0,5 \cdot (2,7889+1,7689+0,1089) = 0,5 \cdot (4,6667) = 2,3334;$$

$$\sigma_4 = \sqrt{2,3334} = 1,5275 \approx 1,53;$$

$$h_4 = \frac{1,53}{8,33} = 0,184$$ или 18,4% < 30%; по 4-му фактору вариабельность «умеренная».

По предложению 5:

$$C_5^{ср} = \frac{1}{3} \cdot (8 + 5 + 7) = 20 / 3 = 6,67;$$

$$D_5 = \frac{1}{3-1} \cdot [(8- 6,67)^2+(5 - 6,67)^2+(7 - 6,67)^2] =$$

$$= 0,5 \cdot (1,7689+2,7889+0,1089) = 0,5 \cdot (4,6667) = 2,3334;$$

$$\sigma_5 = \sqrt{2,3334} = 1,5275 \approx 1,53;$$

$$h_5 = \frac{1,53}{6,67} = 0,229$$ или 22,9% < 30%; по 5-му фактору вариабельность

$$\frac{}{6{,}67}\quad \text{«умеренная».}$$

По предложению 6:

$C_6^{ср} = (1 / 3) \cdot (8 + 9 + 8) = 25 / 3 = 8{,}33;$

$$D_6 = \frac{1}{3-1} \cdot [(8- 8{,}33)^2+(9 – 8{,}33)^2+(8 – 8{,}33)^2] =$$

$= 0{,}5 \cdot (0{,}1089+0{,}4489+0{,}1089) = 0{,}5 \cdot (0{,}6667) = 0{,}3334;$

$\sigma_6 = \sqrt{0{,}3334} = 0{,}5774 \approx 0{,}58;$

$$h_6 = \frac{0{,}58}{8{,}33} = 0{,}070 \text{ или } 7{,}0\% < 30\%;$$ по 6-му фактору вариабельность «умеренная».

Таким образом, с позиции вариабельности все оценки, данные экспертами, как мы помним, *независимо друг от друга*, являются на предмет вариабельности статистически состоятельными. Если же по какому-то предложению будет выявлена повышенная вариабельность ($h_i > 0{,}30$), то со стороны ЛПР необходимо предложить экспертам как-то аргументировать свои предпочтения в совместной дискуссии. Экспертам - уточнить свои оценки-предпочтения, а ЛПР - произвести все расчеты сначала.

Первый этап верификации завершен.

4.2. Вычисление коэффициента конкордации

Второй этап верификации исходных оценок-предпочтений экспертов предусматривает оценку степени согласованности предпочтений экспертов *по всем предложениям* сразу как коэффициент конкордации W = [0; 1], напоминаем, – его область определения.

Согласованность такого рода (коэффициент общей согласованности по всем предложениям) вычисляется по следующей формуле:

$$W = \frac{12 \cdot \sum_{i=1}^{m} (S_i - S_{ср})^2}{n^2 \cdot (m^3 - m) - n \cdot \sum_{j=1}^{n} TW_j}. \qquad (11)$$

Согласно выражению (11), коэффициент конкордации является некоторой функцией от участвующих в ее формировании пяти параметров: W = f (m, n, TW, S_i , $S_{ср}$), но, в отличие от коэффициентов парной ранговой корреляции, которые измеряют степень статистической согласованности / несогласованности списка предпочтений всех возможных сочетаний пар экспертов - в рамках декартова множества типа (n x n), - коэффициент W как бы увязывает вместе и индивидуальные оценки экспертов по предложениям (факторам), и предпочтения отдельных экспертов по все предложениям сразу. Измерение такого как бы двумерной ситуации (и по предложениям, и по экспертам) достигается суммированием *рангов* оценок экспертов по каждому предложению (S_i) с последующим вычислением *суммарной вариации* относительно среднего значения их сумм $(S_i - S_{ср})^2$.

То есть по своему виду формула (11) для вычисления W есть вычисление некоторой своеобразной дисперсии, когда в роли степеней свободы выступает выражение, входящее в знаменатель данной формулы. А все виды дисперсий (общая, факторная, остаточная и другие), как мы помним, есть частное от деления тех или иных показателей вариации (сумм квадратов тех или иных отклонений) к соответствующим степеням свободы.

При таком понимании формулы (11) проясняется назначение переменных под знаком суммы: S_i – это сумма рангов оценок (предпочтений экспертов) по каждому предложению (по строкам табл. 5, см. ниже), а $S_{ср}$ – это среднее значение, предварительно вычисленное из «m» S_i как слагаемых, что и показано в выражениях (7) и (8) – соответственно:

$$S_i = \sum_{j=1}^{n} S_{ij} . \tag{12}$$

$$S_{ср} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^{m} S_i . \tag{13}$$

Согласно (12) вычислим сумму всех строк в рангах (суммируем по j от 1 до n=3):

$S_1 = 3 + 3{,}5 + 1{,}5 = 8;$

$S_2 = 5 + 1{,}5 + 1{,}5 = 8;$

$S_3 = 1{,}5 + 1{,}5 + 3 = 6;$

$S_4 = 1{,}5 + 5 + 4{,}5 = 11;$

$S_5 = 5 + 6 + 6 = 17;$

$S_6 = 5 + 3{,}5 + 4{,}5 = 13.$

Затем все суммы строк суммируем по i от 1 до m=6 и делим на число слагаемых – по формуле (13):

$$S_{ср} = \frac{1}{6} \cdot (8 + 8 + 6 + 11 + 17 + 13) = \frac{1}{6} \cdot (63) = 10{,}5.$$

Далее для вычисления суммы в числителе выражения (11) будет удобнее в отдельной рабочей таблице (см. табл. 7).

С учетом результатов вычисления (см. табл. 7) выражение (11) примет вид:

$$W = \frac{12 \cdot 81{,}5}{3^2 \cdot (6^3 - 6) - 3 \cdot (30+12+12)} = \frac{978}{9 \cdot (216 - 6) - 3 \cdot (54)} = \frac{978}{1728} = 0{,}566.$$

Поскольку $W = 0{,}566 > W^{порог} = 0{,}500$, то общая согласованность всех оценок экспертов может быть признана со стороны ЛПР как вполне удовлетворительная.

Отметим также, что расчет коэффициента конкордации (согласованности по всем предложениям) по формуле (11) может свидетельствовать о наличии или отсутствии отрицательных значений коэффициентов парной ранговой корреляции между парами экспертов. При $W > W^{порог} = 0{,}500$ отрицательные значения коэффициентов корреляций не наблюдаются.

Таблица 7

Рабочая таблица для вычисления суммы в числителе формулы (11)

Номера предложений i	S_i	$S_{ср}$	$(S_i - S_{ср})$	$(S_i - S_{ср})^2$
1	8	10,5	- 2,5	6,25
2	8	10,5	- 2,5	6,25
3	6	10,5	- 4,5	20,25
4	11	10,5	0.5	0,25
5	17	10,5	6,5	42,25
6	13	10,5	2,5	6,25
				$\sum(S_i - S_{ср})^2.=81{,}5$

Расчетом коэффициента конкордации второй этап верификации завершен.

4.3. Вычисление коэффициентов парной ранговой корреляции

Далее в процессе верификации исходных предпочтений экспертов (см. табл. 4) необходимо оценить *степень непротиворечивости* оценок экспертов путем вычисления коэффициентов парной ранговой (порядковой) корреляции между парами экспертов. Всего таких коэффициентов для каждой пары экспертов z уже по известной формуле должно быть (число экспертов n = 3):

$$z = \frac{n \cdot (n - 1)}{2} = \frac{3 \cdot (3 - 1)}{2} = 3 \text{ (шт.)}.$$

Значит ρ_{jk} вычислим по формуле (2) три раза и найдем ρ_{12} , ρ_{13} и ρ_{23} . Больше комбинаций нет. Вычисленными коэффициентами заполним корреляционную матрицу КМ. ЛПР рассчитывет коэффициенты парной ранговой корреляции по формуле (2) с использованием информации табл. 5 и заносятся в корреляционную матрицу (КМ) вида (7).

В формуле (2) для расчета коэффициентов парной ранговой корреляции ρ_{jk} индексы j и k примут три из возможных пар значений: 1 и 2, 1 и 3 и 2 и 3. Значит надо последовательно вычислить коэффициенты парной ранговой корреляции ρ_{12} , ρ_{13} и ρ_{23} . Покажем подробнее весь *поэтапный* процесс вычисления на примере ρ_{12} .

Для начала расшифруем из общей формулы (2) то, что называется «под руками» (тут думать сильно не надо: надо только внимательно посмотреть на табл. 6 и взять оттуда нужные показатели) T_j и T_k (напомним: нам нужна теснота связи предпочтений для экспертов 1-го и 2-го, то есть j=1 и k=2 – по принципу «кто-то с кем-то»).

Из таблицы расширенных исходных данных (табл. 6) в нижней строке видим: T_1 = 2,5 и T_2 = 1,0. Это на данном этапе – главное. Да еще *комплекс* для этого и остальных коэффициентов ρ_{13} и ρ_{23} для m=6 в виде $[(m/6)\cdot(m^2 - 1)] = [(6/6)\cdot(6^2 - 1)] = 35$. Тогда выражение (2) для 1-го и 2-го экспертов примет вид:

$$\rho_{12} = \frac{35 - (2{,}5 + 1{,}0) - \sum (S_{ij} - S_{ik})^2}{[(35 - 2 \cdot 2{,}5) \cdot (35 - 2 \cdot 1{,}0)]^{1\backslash 2}} = \frac{31{,}5 - \sum (S_{ij} - S_{ik})^2}{(30 \cdot 33)^{½}} = \frac{31{,}5 - \sum (S_{ij} - S_{ik})^2}{31{,}46}.$$

Для окончательного вычисления искомого ρ_{12} осталось рассчитать значение суммы квадратов разности рангов в числителе $\sum (S_{ij} - S_{ik})^2$. Для удобства проведения расчета данной суммы построим рабочую табл. 8.

Значение суммы согласно табл. 8: $\sum (S_{ij} - S_{ik})^2 = 28{,}00$

Таблица 8

Рабочая таблица для вычисления суммы в числителе формулы (2) для 1-го и 2-го экспертов (используем *ранги* из табл. 5)

Номера предложений i	S_1	S_2	$(S_1 - S_2)$	$(S_1 - S_2)^2$
1	3	3,5	- 0,5	0,25
2	5	1,5	3,5	12,25
3	1,5	1,5	0	0
4	1,5	5	- 3,5	12,25
5	5	6	- 1	1
6	5	3,5	1,5	2,25
				$\sum(S_i - S_{ср})^2.=28{,}00$

Искомая сумма найдена, и теперь можно записать:

$$\rho_{12} = \frac{31{,}5 - \sum (S_{ij}\ -\ S_{ik})^2}{31{,}46} = \frac{31{,}5 - 28{,}0}{31{,}46} = \frac{3{,}5}{31{,}46} = 0{,}111\ .$$

Попутно отметим (проведем интерпретацию полученного результата – т.е. составим комментарий), что связь предпочтений 1-го и 2-го экспертов, выраженная в баллах-предпочтениях, *положительная*, то есть $\rho_{12} > 0$, следовательно, их предпочтения *не конфликтны*, хотя и теснота связи – *слабая*.

Аналогично, строим *самостоятельно* еще две рабочие таблицы – для вычисления соответствующих сумм квадратов разностей рангов для 1-го и 3-го с расчетом значения ρ_{13} и последующим комментарием, а также для 2-го и 3-го экспертов с расчетом значения ρ_{23} также с последующим комментарием.

$$\rho_{13} = \frac{35 - (2{,}5 + 1{,}0) - 27{,}0}{[(35 - 2 \cdot 2{,}5) \cdot (35 - 2 \cdot 1{,}0)]^{1/2}} = \frac{35 - 3{,}5 - 27{,}0}{[30 \cdot 33]^{1/2}} = \frac{4{,}5}{31{,}46} = 0{,}143.$$

Следовательно, связь предпочтений 1-го и 3-го экспертов, выраженная в баллах-предпочтениях, *положительная*, то есть $\rho_{13} > 0$, следовательно, их предпочтения *не конфликтны*, хотя и теснота связи – также *слабая*.

$$\rho_{23} = \frac{35 - (1{,}0 + 1{,}0) - 7{,}5}{[(35 - 2 \cdot 1{,}0) \cdot (35 - 2 \cdot 1{,}0)]^{1/2}} = \frac{35 - 2{,}0 - 7{,}5}{[33 \cdot 33]^{1/2}} = \frac{25{,}5}{33{,}00} = 0{,}772.$$

Таким образом, связь предпочтений 2-го и 3-го экспертов, выраженная в баллах-предпочтениях, *положительная*, то есть $\rho_{23} > 0$, следовательно, их предпочтения *не конфликтны*, хотя и теснота связи – уже *сильная*. В этом достаточно убедиться, посмотрев на содержание табл. 6: действительно, разница рангов их предпочтений (значит и сумма их квадратов – незначительная; здесь она = 7,5).

Для заполнения корреляционной матрицы (КМ) необходимо и достаточно найти z значений; здесь - три значения (z = 3 пары), расположенные выше главной диагонали КМ); остальные отображаются ниже главной диагонали матрицы в силу свойства симметричности корреляции ($\rho_{jk} = \rho_{kj}$):

$$\begin{array}{c|ccc|c} & k=1\ (И) & k=2\ (П) & k=3\ (С) & v_j \\ \hline j=1\ (И) & 1 & \rho_{12}=0{,}111 & \rho_{13}=0{,}143 & 0{,}127 \\ j=2\ (П) & \rho_{12}=0{,}111 & 1 & \rho_{23}=0{,}772 & 0{,}441 \\ j=3\ (С) & \rho_{13}=0{,}143 & \rho_{23}=0{,}772 & 1 & 0{,}458. \end{array} \qquad (14)$$

Из КМ (14) видно, что все коэффициенты положительны, следовательно, мнения экспертов попарно не конфликтуют друг с другом (уже хорошо, в смысле пока каких-то решений принимать ЛПР не требуется). Если же $\rho_{jk} = 0$, то это означает, что мнения данной пары экспертов *не коррелируют* между собою. Это – да, но ведь и не конфликтуют! Вот если для какой-то пары окажется, что $\rho_{jk} < 0$, для ЛПР появятся основания для требования к экспертам *обосновать* свои предпочтения и по возможности – *уточнить* их еще раз (с последующим пересчетом всех результатов).

В целом: все коэффициенты парной ранговой корреляции между всеми возможными парами экспертов – положительны: пары статистически не конфликтуют друг с другом. Поэтому третий этап верификации также следует считать завершенным.

4.4. Вычисление коэффициента согласованности

Следующий этап верификации исходных оценок экспертов (см. табл. 4) - вычислить коэффициенты согласованности каждого эксперта с остальными (которые должны быть, как мы помним, не меньше порогового значения 0,50). Всего их будет ровно 3, по числу экспертов n = 3.

То есть формула (15) означает обычное (механическое, невзвешенное, среднее арифметическое) из коэффициентов корреляции по строкам КМ без учета их «1» - *тесноты связи каждого эксперта с самим собой*.

$$v_j = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1\ (j \neq k)}^{n} \rho_{jk} . \qquad (15)$$

Тогда по формуле (15) для каждого эксперта получим:

$v_1 =$ [1 / (3 – 1) · (0,111 + 0,143) = 0,127;

$$v_2 = \frac{1}{3-1} (0{,}111 + 0{,}772) = 0{,}441;$$

$$v_3 = \frac{1}{3-1} (0{,}143 + 0{,}772) = 0{,}458.$$

Однако вычисление данных коэффициентов целесообразно вычислять непосредственно из содержания корреляционной матрицы (см. выражение (14): там значения коэффициентов согласованности, вычисленных по выражению (15), приведены справа КМ.

Таким образом, четвертый этап верификации исходных оценок (предпочтений) экспертов также завершен.

При интерпретации результатов четвертого этапа верификации оказалось, что все коэффициенты согласованности экспертов с остальными меньше порогового значения, равного 0,50. Но быть меньше 0,50 можно по-разному. Согласованность первого эксперта (Иванова) с остальными явно недостаточная.

А вот у экспертов Петрова и Сидорова их согласованность с остальными – не так уж далеко от порогового значения 0,50 отстоит. Так что ЛПР может предложить Иванову как-то проаргументировать свои предпочтения (все эксперты до этого момента - не в курсе оценок друг друга) перед ЛПР и другими экспертами. Возможно Иванов что-то в своих предпочтениях уточнит. А может быть и нет. Тогда его можно вывести из состава экспертной группы, а операцию нормирования и определения приоритетов проделать заново. А вот верифицировать не надо. Все уже есть.

Возможны и иные варианты: может быть, после дискуссии и остальные эксперты выразят желание произвести независимое оценивание еще раз. Тогда и процесс решения (нахождения приоритетов) и верификацию придется осуществить повторно (метод Дельф).

Таким образом, на данном четвертом этапе защиту варианта контрольного задания в плане решения и верификации исходных оценок экспертов можно считать завершенной.

Поставленная задача верификации решена.

А поскольку вся задача состоит из собственно «решения» (оценка весов, приоритетов и распределение ресурса) и «верификации исходных оценок» (см. все четыре этапа верификации) с возможными последующими действиями ЛПР и экспертов, то поставленная задача решена полностью средствами полного статистического анализа (ПСА). Здесь использовался статистический аппарат, в том числе из раздела «непараметрические статистики».

Также необходимо отметить, что освоение приведенной здесь методики расчетов может быть отнесена не только к экспертным оценкам, но и к любому набору статистических совокупностей равной мощность (например, по годам), отобранные исследователем (студентом) для ВКР при отборе информации для построения модели множественной регрессии в рамках выбранной темы исследования.

Однако при отборе статистических показателей (выраженных через статистические совокупности) для множественной модели необходимо предварительное проведение так называемого компонентного анализа на основе предварительно полученной корреляционной матрицы. При отборе исходной информации для последующего моделирования регрессионной функции вида, например, $y = f(x_1,x_2,x_3)$ необходимо придерживаться известного правила: зависимая переменная y должна по модулю тесно коррелировать со всеми независимыми переменными, тогда как сами независимые переменные заметно коррелировать между собой не должны (не быть коллинеарными, то есть статистически одинаковыми).

При проведении такого предварительного анализа может быть полезным и вычисление коэффициента конкордации. Здесь – все наоборот: чем его значение меньше, тем менее возможна высокая конкордация, как одна из сторон наличия возможной коллинеарности между независимыми переменными.

Иными словами, овладение предложенным здесь материалом позволит расширить исполнителю ВКР исследовательскую базу не только за счет освоенного инструментария, но и за счет его творческого использования.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПРИ ЗАЩИТЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

При защите результатов необходимо четкое разделение задачи на собственно решение (оценка приоритетов и распределение заданного ресурса) и на этап верификации - поверку статистической состоятельности (статистической корректности) информации в виде независимых оценок экспертов.

Так, при оценке приоритетов предложений (факторов) студенту необходимо предварительно провести обобщение, если отдельные предложения набрали одинаковое число баллов или, что то же самое, имеющих одинаковый вес. Например: «Приоритет принадлежит таким-то и таким-то предложениям (факторам), далее по степени важности мной расположены следующие факторы. Распределение ресурсов между факторами прилагается».

При анализе полученных результатов верификации исходных экспертных оценок необходимо придерживаться следующего правила: ЛПР должен проявить самостоятельность при изложении своих аргументированных суждений и умозаключений как основ для выработки управленческих решений при руководстве группой экспертов. Например, при оценке допустимых значений коэффициентов вариаций оценок по разным предложениям (факторам) учитывать, что близость полученных коэффициентов вариации к пороговому значению. Например, при величине коэффициента вариации h по какому-то предложению выше 30%, оценить полученное превышение, прежде чем рекомендовать экспертам уточнить свои предпочтения по нему.

Может случиться так, что данная величина немногим отличается от порогового значения и составляет, например, 33%. В конечном итоге пересмотренные (уточненные) предпочтения в баллах снизят при реализации метода Дельф данный коэффициент, скажем, до 25%. Все это так или иначе скажется (может сказаться) на приоритетах предложений (а может и не сказаться). Тем более, что пороговое значение в 0,33 или 30% в отдельных источниках встречается. Тогда небольшим превышением можно аргументировано пренебречь (на усмотрение ЛПР).

То же обстоятельство может иметь место и при анализе величины коэффициента конкордации W, если до порогового значения 0,500 (рекомендуется вычислять до тысячных) не хватает немного, например, W = 0,482. Однако следует иметь в виду, что при величине коэффициента, меньшим, чем 0,5, обязательно будут иметь место отрицательные коэффициенты (или один коэффициент) парной ранговой корреляции. Так что проблема в оценке величины W по содержанию перемещается в оценку степени согласованности той или иной пары экспертов.

Как показывает практика, студенты в роли ЛПР затрудняются дать однозначную оценку коэффициенту парной ранговой корреляции между какой-то парой экспертов, если его значение равно нулю. Да, корреляция по определению отсутствует, но ведь и противоречия не выявлены (см. пороговое значение: коэффициент парной ранговой корреляции не должен быть меньше нуля). Следовательно, уточнений предпочтений данной паре экспертов по предложениям (факторам) не требуется.

Вместе с тем значение коэффициента согласованности каждого эксперта с остальными v может по-разному не достигать порогового, равного 0,50: если он для какого-то эксперта составляет, скажем, 0,47, то ЛПР может посчитать его достаточным, тогда как для коэффициента, например, 0,23 к такому же выводу прийти будет вряд ли обоснованно.

Таки образом, защита результатов расчетов со стороны ЛПР как руководителя группы экспертов представляет собой в значительной мере выраженный творческий процесс, причем необходимо стремиться к аргументированному и краткому выражению своих суждений относительно как своих частных управленческих решений, так и решения об экспертизе (продолжать или не продолжать повторно) в целом.

6. ВАРИАНТЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ 2

Примечание. Варианты выбираются студентами согласно их порядкового номера в списке учебной группы. В случае, если число студентов в группе превышает число вариантов, следует возвратиться к началу списка вариантов (пример: номер в списке 24; следует выбрать 4 вариант).

Вариант № 1

Наименования факторов	Эксперты		
	Иванов	Петров	Сидоров
1. Улучшение ритмичности поставок	7	8	9
2. Повышение качества материалов	8	9	9
3. Повышение квалификации рабочих	10	10	10
4. Материальное стимулирование	10	7	8
5. Обеспечение спецодеждой	6	5	7

6. Комплексная механизация	8	5	8

Вариант № 2

Наименования факторов	Эксперты		
	Иванов	Петров	Сидоров
1. Улучшение ритмичности поставок	9	8	7
2. Повышение качества материалов	8	10	10
3. Повышение квалификации рабочих	10	9	9
4. Материальное стимулирование	10	7	8
5. Обеспечение спецодеждой	8	3	7
6. Комплексная механизация	8	5	8

Вариант № 3

Наименования факторов	Эксперты		
	Иванов	Петров	Сидоров
1. Улучшение ритмичности поставок	9	8	8
2. Повышение качества материалов	8	10	7
3. Повышение квалификации рабочих	9	10	10
4. Материальное стимулирование	9	7	8
5. Обеспечение спецодеждой	8	7	7
6. Комплексная механизация	8	5	8

Вариант № 4

Наименования факторов	Эксперты		
	Иванов	Петров	Сидоров
1. Улучшение ритмичности поставок	9	8	9
2. Повышение качества материалов	8	9	10
3. Повышение квалификации рабочих	7	10	10
4. Материальное стимулирование	8	7	8
5. Обеспечение спецодеждой	8	3	7
6. Комплексная механизация	8	5	8

Вариант № 5

Наименования факторов	Эксперты		
	Иванов	Петров	Сидоров
1. Улучшение ритмичности поставок	9	8	8
2. Повышение качества материалов	7	10	10
3. Повышение квалификации рабочих	9	10	10
4. Материальное стимулирование	10	7	8
5. Обеспечение спецодеждой	6	3	7
6. Комплексная механизация	8	5	8

Вариант № 6

Наименования факторов	Эксперты		
	Иванов	Петров	Сидоров
1. Улучшение ритмичности поставок	7	8	10
2. Повышение качества материалов	7	10	10
3. Повышение квалификации рабочих	10	9	9
4. Материальное стимулирование	10	7	8
5. Обеспечение спецодеждой	8	3	7
6. Комплексная механизация	7	5	8

Вариант № 7

Наименования факторов	Эксперты		
	Иванов	Петров	Сидоров
1. Улучшение ритмичности поставок	9	8	10
2. Повышение качества материалов	10	10	10
3. Повышение квалификации рабочих	8	10	9
4. Материальное стимулирование	10	7	8
5. Обеспечение спецодеждой	8	6	8
6. Комплексная механизация	8	5	8

Вариант № 8

Наименования факторов	Эксперты		
	Иванов	Петров	Сидоров
1. Улучшение ритмичности поставок	10	8	10
2. Повышение качества материалов	8	10	10
3. Повышение квалификации рабочих	9	10	9
4. Материальное стимулирование	9	8	8
5. Обеспечение спецодеждой	8	3	7
6. Комплексная механизация	10	5	8

Вариант № 9

Наименования факторов	Эксперты		
	Иванов	Петров	Сидоров
1. Улучшение ритмичности поставок	9	8	8
2. Повышение качества материалов	8	10	10
3. Повышение квалификации рабочих	10	8	9
4. Материальное стимулирование	10	7	8
5. Обеспечение спецодеждой	10	2	8
6. Комплексная механизация	6	5	8

Вариант № 10

Наименования факторов	Эксперты		
	Иванов	Петров	Сидоров
1. Улучшение ритмичности поставок	9	8	10
2. Повышение качества материалов	9	10	10
3. Повышение квалификации рабочих	10	10	9
4. Материальное стимулирование	10	7	8
5. Обеспечение спецодеждой	7	3	7
6. Комплексная механизация	9	5	10

Вариант № 11

Наименования факторов	Эксперты		
	Иванов	Петров	Сидоров
1. Улучшение ритмичности поставок	9	8	10
2. Повышение качества материалов	8	10	10
3. Повышение квалификации рабочих	8	10	9
4. Материальное стимулирование	10	7	8
5. Обеспечение спецодеждой	6	2	7
6. Комплексная механизация	6	5	8

Вариант № 12

Наименования факторов	Эксперты		
	Иванов	Петров	Сидоров
1. Улучшение ритмичности поставок	8	8	10
2. Повышение качества материалов	8	10	10
3. Повышение квалификации рабочих	8	10	9
4. Материальное стимулирование	10	10	10
5. Обеспечение спецодеждой	8	3	7
6. Комплексная механизация	7	5	8

Вариант № 13

Наименования факторов	Эксперты		
	Иванов	Петров	Сидоров
1. Улучшение ритмичности поставок	9	8	10
2. Повышение качества материалов	8	10	10
3. Повышение квалификации рабочих	8	9	10
4. Материальное стимулирование	10	7	8
5. Обеспечение спецодеждой	4	3	7
6. Комплексная механизация	9	5	8

Вариант № 14

Наименования факторов	Эксперты		
	Иванов	Петров	Сидоров
1. Улучшение ритмичности поставок	9	8	10
2. Повышение качества материалов	9	10	8
3. Повышение квалификации рабочих	10	10	9
4. Материальное стимулирование	10	8	8
5. Обеспечение спецодеждой	8	3	7
6. Комплексная механизация	8	5	8

Вариант № 15

Наименования факторов	Эксперты		
	Иванов	Петров	Сидоров
1. Улучшение ритмичности поставок	10	8	9
2. Повышение качества материалов	8	10	10
3. Повышение квалификации рабочих	10	10	9
4. Материальное стимулирование	10	10	8
5. Обеспечение спецодеждой	8	3	7
6. Комплексная механизация	8	5	8

Вариант № 16

Наименования факторов	Эксперты		
	Иванов	Петров	Сидоров
1. Улучшение ритмичности поставок	10	8	10
2. Повышение качества материалов	8	8	10
3. Повышение квалификации рабочих	10	10	10
4. Материальное стимулирование	10	10	8
5. Обеспечение спецодеждой	8	6	7
6. Комплексная механизация	8	5	8

Вариант № 17

Наименования факторов	Эксперты		
	Иванов	Петров	Сидоров
1. Улучшение ритмичности поставок	9	8	10
2. Повышение качества материалов	10	10	10
3. Повышение квалификации рабочих	10	9	9
4. Материальное стимулирование	10	7	9
5. Обеспечение спецодеждой	8	3	7
6. Комплексная механизация	8	5	8

Вариант № 18

Наименования факторов	Эксперты		
	Иванов	Петров	Сидоров
1. Улучшение ритмичности поставок	9	8	10
2. Повышение качества материалов	8	10	10
3. Повышение квалификации рабочих	9	10	9
4. Материальное стимулирование	10	6	8
5. Обеспечение спецодеждой	8	2	5
6. Комплексная механизация	8	5	8

Вариант № 19

Наименования факторов	Эксперты		
	Иванов	Петров	Сидоров
1. Улучшение ритмичности поставок	9	9	10
2. Повышение качества материалов	8	10	10
3. Повышение квалификации рабочих	10	10	10
4. Материальное стимулирование	10	9	8
5. Обеспечение спецодеждой	9	4	7
6. Комплексная механизация	8	8	8

Вариант № 20

Наименования факторов	Эксперты		
	Иванов	Петров	Сидоров
1. Улучшение ритмичности поставок	9	8	10
2. Повышение качества материалов	8	10	10
3. Повышение квалификации рабочих	10	10	9
4. Материальное стимулирование	10	8	8
5. Обеспечение спецодеждой	8	3	8
6. Комплексная механизация	10	10	8

ЛИТЕРАТУРА

1. Громыко Г.Л. Общая теория статистики: Практикум. М.: ИНФРА-М, 1999. 139 с. (Высшее образование).

2. Ниворожкина Л.И., Морозова З.А. Математическая статистика с элементами теории вероятностей в задачах и решениях: Учебное пособие. Маосква: ИКЦ «МарТ»; Ростов-н/Д: Издательский центр «МарТ», 2005. 608 с. (Серия «Учебный курс»).

3. Рудакова Р.П., Букин Л.Л., Гаврилов В.И. Статистика. 2-е изд. СПб: Питер, 2007. 288 с.: ил. (Серия «Учебное пособие»).

Учебное издание

Шихалёв Анатолий Михайллович

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ. НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ