

КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ

Кафедра общей физики

И.Н.ГРАЧЕВА, Р.В.ДАМИНОВ, А.И.ФИШМАН

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ
ОБЩЕГО ФИЗИЧЕСКОГО ПРАКТИКУМА ПО
ОПТИКЕ. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА.**

Казань – 2012

УДК 535

*Принято на заседании кафедры общей физики
Протокол № 8 от 6 марта 2012 года*

Грачева И.Н., Даминов Р.В., Фишман А.И.

Экспериментальные задачи общего физического практикума по оптике. Дифракция света/ И.Н.Грачева, Р.В.Даминов, А.И Фишман – Казань: Казан. ун-т, 2012. – 30 с.

Методическое пособие «Экспериментальные задачи общего физического практикума по оптике. Дифракция света.» предназначено для студентов физических и нефизических специальностей.

Описаны лабораторные работы физического практикума общего курса физики, раздел «Оптика», по теме «Дифракция света». К каждой работе даны подробные описания установок, порядок выполнения исследований и список вопросов для обсуждения с преподавателем, работа над которыми поможет глубже понять смысл полученных результатов.

**© Грачева И.Н., Даминов Р.В.,
Фишман А.И., 2012**

**© Институт физики Казанского
(Приволжского) университета, 2012**

СОДЕРЖАНИЕ

601. Дифракция Фраунгофера на щели	4
Упражнение 1. Сборка установки для наблюдения дифракции на щели. Наблюдение дифракционной картины от щели с переменной шириной с помощью системы VideoCom	6
Упражнение 2. Определение зависимости расстояния до n -ого минимума от его порядка.....	8
Упражнение 3. Определение ширины щели по дифракционной картине.....	9
602. Дифракция Фраунгофера на одно- и двумерных решетках	11
Упражнение 1. Сборка установки для наблюдения дифракции на периодических структурах. Наблюдение дифракционных картин от одномерных решеток с различным периодом.	13
Упражнение 2. Определение длины волны излучения лазера по дифракционной картине от двумерной решетки.	14
603. Изучение дифракционной решетки с помощью гониометра.....	15
Упражнение 1. Определение периода дифракционной решетки	17
Упражнение 2. Определение диапазонов углов дифракции в спектрах различных порядков.....	17
Упражнение 3. Определение длин волн наблюдаемого излучения	18
Упражнение 4. Определение угловой дисперсии и разрешающей способности дифракционной решетки	18
604. Фазовая зонная пластинка	20
Упражнение 1. Визуальное наблюдение фокусировки световой волны ФЗП.	27
Упражнение 2. Определение радиусов зон Френеля ФЗП.....	27
Упражнение 3. Регистрация спектра излучения неона при различных положениях ФЗП.	28

601. ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА НА ЩЕЛИ

Цель работы: изучить явление дифракции параллельного пучка света на щели.

Решаемые задачи:

- приобрести навыки юстировки оптической схемы для наблюдения дифракции с He-Ne лазером в качестве источника света;
- пронаблюдать дифракционную картину от щелей различной ширины визуально на экране и с помощью системы VideoCom;
- определить ширину щели по расстоянию между минимумами на экране;
- с помощью системы VideoCom убедиться в линейном характере зависимости расстояний между минимумами дифракционной картины от обратной ширины щели;
- измерить зависимость расстояния до n -ого минимума от его порядка n .

Оптические элементы и аппаратура:

- гелий-неоновый лазер (1);
- линза с фокусным расстоянием $f = +5$ мм (2);
- линза с фокусным расстоянием $f = +50$ мм (3);
- поляризатор (4);
- щель переменной ширины (5)
- линза с фокусным расстоянием $f = +50$ мм (6);
- приемник излучения VideoCom (7);
- компьютер (8)
- оптическая скамья (9);
- рейтеры (10);
- полупрозрачный экран (11);
- щели с фиксированной шириной на диафрагме (12);
- пружинный держатель (13).

Дифракция представляет собой отступление от законов геометрической оптики при распространении волн. Она является одним из доказательств волновой природы света. Дифракция всегда наблюдается, когда на пути светового пучка имеются препятствия, такие, например, как щели или ирисовые диафрагмы. В этом случае отклонение от прямолинейного распространения света называют дифракцией. В зависимости от экспериментальных проявлений выделяют два типа дифракции.

Дифракция Фраунгофера наблюдается в параллельном пучке света с плоским волновым фронтом. В этом случае предполагается, что источник света удален на бесконечно большое расстояние от препятствия (объекта дифракции). Кроме того, экран, на котором наблюдается дифракционная картина, также предполагается удаленным на бесконечно большое расстояние от препятствия. Экспериментально это реализуется с помощью набора линз, устанавливаемых между источником света и объектом дифракции, которые и формируют

параллельный пучок света.

В случае дифракции Френеля и источник света, и экран располагаются на конечном расстоянии от объекта дифракции. С увеличением расстояний дифракция Френеля в пределе переходит в дифракцию Фраунгофера. Поскольку расчет дифракционных картин проще выполнять для дифракции Фраунгофера, экспериментальные упражнения, предлагаемые в данной работе, основаны на предположении, что наблюдаемая дифракция – это дифракция в параллельных пучках света.

Если на щель малой ширины падает параллельный пучок света, как показано на рис. 1, то вследствие явления дифракции свет попадает в том числе и в область геометрической тени. На экране наблюдается картина чередующихся полос максимумов и минимумов. Условие нахождения в определенной точке экране минимума имеет вид:

$$b \sin \varphi = n\lambda, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

где b – ширина щели, φ - угол, под которым видна интересующая нас точка экрана, λ - длина волны падающего света, n – порядок минимума.

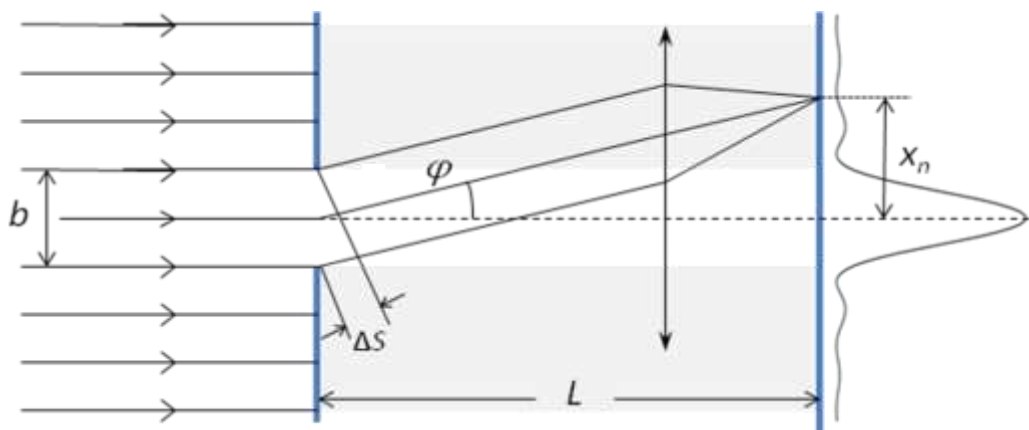


Рис.1. Дифракция Фраунгофера на щели.

В случае, когда угол φ мал, а расстояние между щелью и экраном L велико, можно записать

$$\sin \varphi \approx \varphi \approx \frac{x_n}{L}. \quad (2)$$

Тогда условие (1) принимает вид

$$b \frac{x_n}{L} = n\lambda. \quad (3)$$

Таким образом, зная длину волны источника света и расстояние L , по дифракционной картине, наблюдаемой от щели, можно определить неизвестную ширину щели b . Если же ширину щели можно менять, то график зависимости расстояния между двумя ярко выраженными минимумами одного порядка $2 \cdot x_n$ от обратной ширины щели $1/b$ будет представлять собой прямую

линию.

Порядок выполнения работы:

Упражнение 1. Сборка установки для наблюдения дифракции на щели. Наблюдение дифракционной картины от щели с переменной шириной с помощью системы VideoCom.

Собрать установку, фотография которой приведена на рис.2.

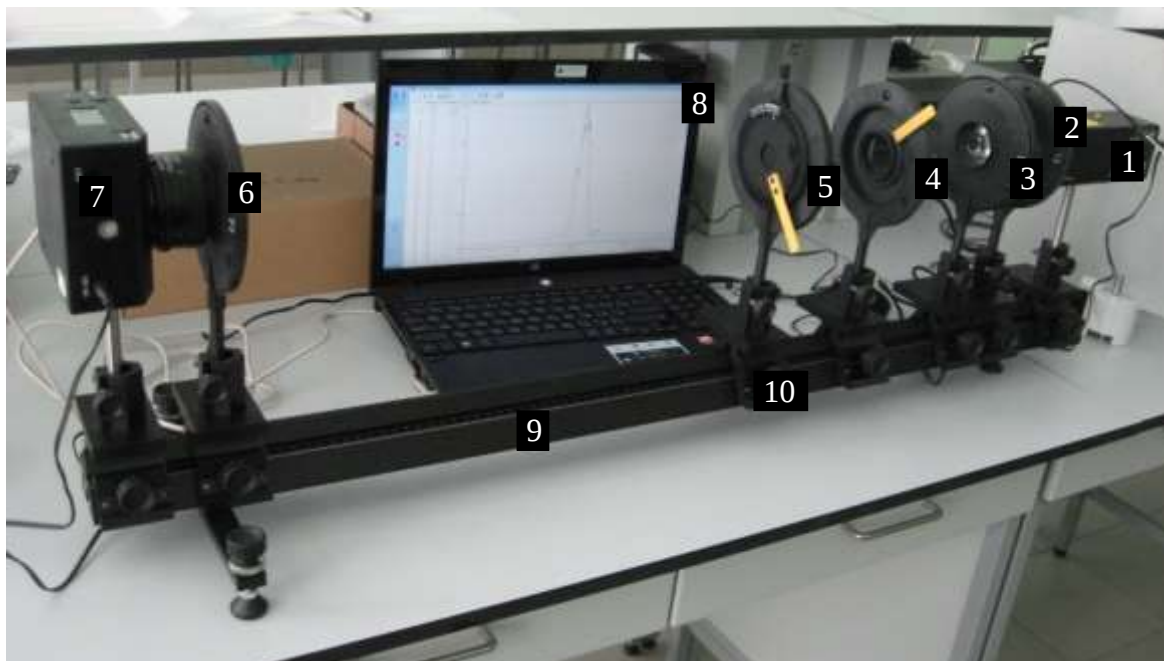


Рис. 2 Внешний вид установки для наблюдения дифракции на щели с помощью системы VideoCom.

Внимание! Гелий-неоновый лазер относится ко 2 классу опасности. При работе с ним нужно соблюдать меры предосторожности:

Не допускать попадания прямого или отраженного лазерного луча в глаза – не заглядывать внутрь лазера.

Все оптические элементы должны быть установлены на одной высоте.

1. На оптической скамье 9 установить с помощью рейтера 10 гелий-неоновый лазер 1. На противоположном конце скамьи закрепить щель с переменной шириной 5. Направить лазер параллельно оптической скамье. Поворотом ключа включить лазер. Добиться того, чтобы лазерный луч попадал точно в центр щели.

2. Перед лазером установить линзу 2 с фокусным расстоянием +5 мм. Расстояние между передней стенкой лазера и линзой должно быть примерно 7 см. Для более точной юстировки между лазером и короткофокусной линзой необходимо поместить плоскопараллельную пластинку на дополнительном рейтере. Аккуратно поворачивая пластинку на небольшой угол, вновь добиться попадания середины широкого лазерного пятна в центр щели.

3. На расстоянии порядка 7 см от линзы 2 установить линзу 3 с фокусным расстоянием +50 мм (расстояния измеряются по одноименным краям рейтеров

10: по правым или левым). Перемещая линзу 3 вдоль оптической скамьи, получить четкое изображение лазерного пятна на щели 5. После этого слегка сдвинуть линзу 3 по направлению к линзе 2 так, чтобы диаметр пятна на щели стал равен приблизительно 6 мм. В этом случае диаметр лазерного пучка вдоль оптической оси должен быть постоянным. Это можно проверить с помощью листа белой бумаги, перемещая его вдоль оптической скамьи и наблюдая за изображением лазерного пучка.

4. Переместите щель на расстоянии 35 см от лазера. С помощью шкалы на задней стороне диафрагмы со щелью установите ширину щели, равную 0,6 мм. Между щелью 5 и линзой 3 установить поляризатор 4.

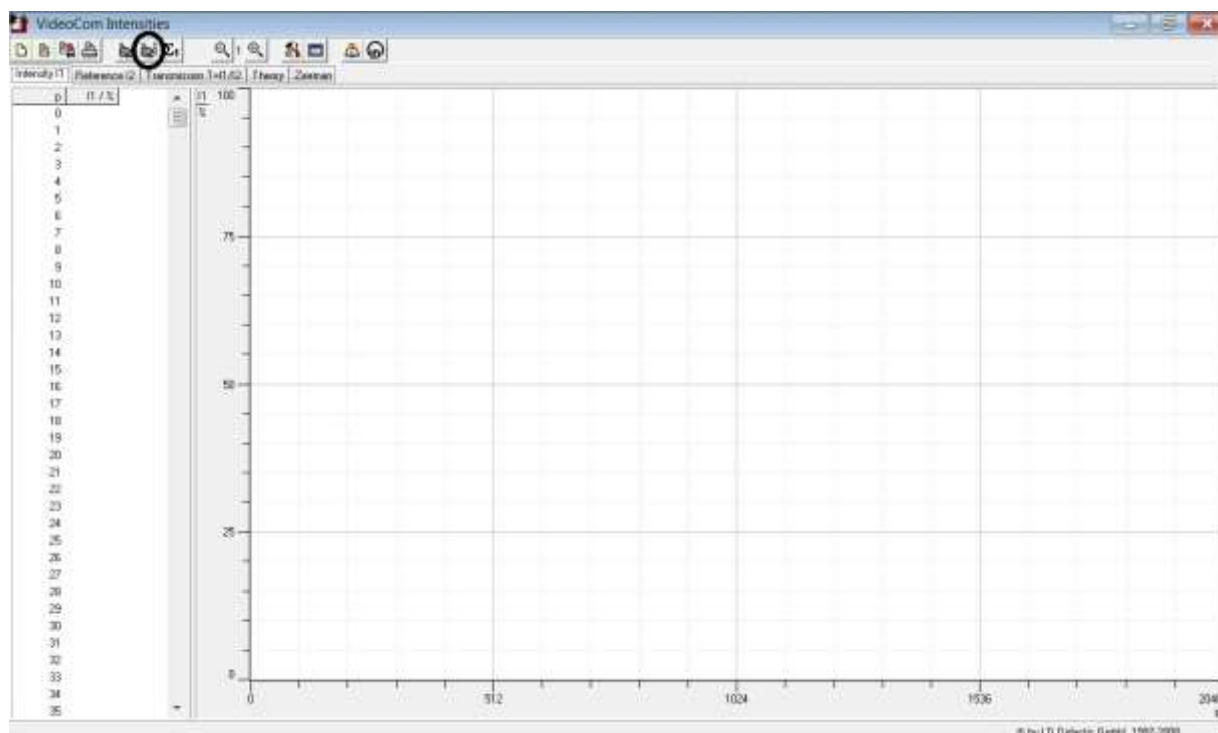


Рис. 3. Окно программы «VideoCom Intensities». Маркером отмечена кнопка начала измерения на 2048 пикселях. По оси X отложены пиксели, по оси Y интенсивность падающего света в %.

5. На противоположном от лазера конце оптической скамьи установить приемник излучения VideoCom 7. Ближайшая к корпусу приемника шкала на объективе соответствует диаметру диафрагмы объектива. Она должна быть установлена на значение 1,8, что соответствует максимальному диаметру диафрагмы. Вторая шкала должна быть установлена на ∞ . С помощью USB-разъема подключить приемник к компьютеру 8. На компьютере запустить программу «VideoCom Intensities».

На рис. 3 показан внешний вид окна программы «VideoCom Intensities». Для запуска измерений в программе нажать соответствующую клавишу или клавишу F9 на клавиатуре. Те же клавиши останавливают измерение.

При правильной сборке установки в центре графического поля должен наблюдаться узкий пик. Его интенсивность (она должна быть > 100 условных единиц) можно регулировать поворотом поляризатора 4.

Если пик располагается на значительном пьедестале (так бывает при большой освещенности в лаборатории), обратитесь к инженеру для установки перед объективом дополнительного красного фильтра.

6. Получив интенсивный сигнал от приемника, установить дополнительную линзу 6 с фокусным расстоянием +50 мм перед объективом приемника VideoCom. Линзу необходимо установить таким образом, чтобы ободок вокруг линзы совместился с внешним корпусом объектива. Запустив измерение в программе «VideoCom Intensities» и, регулируя интенсивность излучения с помощью поляризатора, получить на экране компьютера дифракционную картину от щели: должен наблюдаться интенсивный максимум в центре и несколько максимумов более высоких порядков с меньшими интенсивностями с обеих сторон от него.

7. Меняя ширину щели (0,2 мм, 0,4 мм, 0,6 мм, 0,8 мм), получить дифракционные картины для различных ширин щели на экране компьютера. Для каждой фиксированной ширины измерить расстояние в пикселях между двумя первыми или вторыми минимумами (допустимо измерять расстояния и между третьими минимумами, однако для всех ширин щели порядок используемых минимумов должен быть одинаковым). Для этого необходимо с помощью левой клавиши мыши последовательно установить маркер на два минимума одного порядка и записать два значения координаты p в пикселях, которые будут отображаться в крайнем левом окне программы (см. рис. 3). Расстояние можно вычислить как разность полученных значений.

При необходимости часть окна программы можно растянуть: необходимо нажать сочетание клавиш Alt+Z и выделить мышкой желаемую область. Обратное масштабирование — Alt+O.

Результаты записать в таблицу.

Ширина щели, $b/\text{мм}$	Расстояние между n -ыми минимумами, $2x_n/\text{пиксель}$

Построить график зависимости расстояния между минимумами от обратной ширины щели $x_n = f(1/b)$.

Упражнение 2. Определение зависимости расстояния до n -ого минимума от его порядка.

Используется та же схема установки, что и в упражнении 1.

С помощью шкалы на задней поверхности диафрагмы со щелью переменной ширины установить ширину щели, равную 0,6 мм. Получить на экране компьютера четкое изображение дифракционной картины. Растянуть необходимую область изображения на весь экран. Измерить расстояние в пикселях между минимумами с $n = 1, 2, 3$ и т.д., пока есть такая возможность, но не менее 3-х точек. Для определения расстояния между минимумами с $n = 3$ и более интенсивность падающего на приемник света можно увеличить, повернув в соответствующую сторону поляризатор. Результаты записать в

таблицу

Порядок минимума, n	Расстояние между n -ыми минимумами, $2x_n/\text{пиксель}$	Отношение x_n/n

Упражнение 3. Определение ширины щели по дифракционной картине.

В этом упражнении дифракционная картина от щели наблюдается визуально на полупрозрачном экране. Для этого с оптической скамьи 10 следует убрать поляризатор 4, линзу 6, приемник VideoCom 7, а диафрагму со щелью переменной ширины 5 заменить на пружинный держатель 13, в который вставить пластинку 12 с 3 щелями неизвестной ширины. Полупрозрачный экран закрепить с помощью рейтера 10 на конце оптической скамьи. Схема полученной установки показана на рис. 4.



Рис. 4. Схема экспериментальной установки для наблюдения дифракционной картины от щели на экране. Здесь L_1 и L_2 – линзы с фокусными расстояниями +5 мм и +50 мм, соответственно, Н – пружинный держатель с пластинкой с тремя щелями различной ширины, S – полупрозрачный экран.

Аккуратно (пластинку 12 держите за края) перемещая пластинку в пружинной держателе, добиться того, чтобы центр лазерного пучка приходился на одну из щелей на диафрагме. При этом на полупрозрачном экране должна быть видна дифракционная картина из максимумов и минимумов. Передвигая пластинку в держателе, получить дифракционные картины на экране от всех трех щелей неизвестной ширины. При необходимости интенсивность лазерного пучка можно временно увеличить, нажимая на кнопку на конце гибкого стержня, выходящего из верхней части корпуса гелий-неонового лазера. При этом сдвигается серый фильтр, закрывающий выходное отверстие лазера.

Прикладывая к экрану лист белой бумаги, отметить карандашом положения первых минимумов дифракционной картины для всех трех щелей. Выключить лазер поворотом ключа в положение «0». Линейкой измерить полученные расстояния $2x_{1i}$. Записать результаты. Для определения ширины щелей также необходимо измерить расстояние между полупрозрачным экраном

и самой щелью L . Теперь, зная длину волны гелий-неонового лазера 632,8 нм, можно определить ширину i -ой щели, где $i = 1, 2, 3$, по формуле:

$$b_i = \frac{L\lambda}{x_{li}} \quad (4).$$

Записать полученные значения.

Вопросы к обсуждению с преподавателем

1. Явление дифракции света. Принцип Гюйгенса-Френеля.
2. Классификация дифракционных явлений. Дифракция Френеля и Фраунгофера.
3. Дифракция Фраунгофера на щели. Вывести формулу для определения ширины щели по расстоянию между минимумами n -ого порядка.
4. Объяснить назначение всех оптических элементов, используемых в установке, описать порядок юстировки оптической схемы.
5. Объяснить линейный характер зависимости расстояния между минимумами от обратной ширины щели.
6. Как меняется дифракционная картина от щели при изменении расстояния между щелью и экраном?

Рекомендуемая литература

1. Ландсберг Г.С. Оптика, Изд.6, М., Физматлит, 2006. §§ 39-42.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. т.4. Оптика. Изд.3. М., Физматлит, 2005. §§ 39-45.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.2. Изд.10, М., Физматлит, 2008. §129.
4. Бутиков Е.И. Оптика. Изд.2, С-Пб., Невский диалект, 2003. §6.3.

602. ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА НА ОДНО- И ДВУМЕРНЫХ РЕШЕТКАХ

Цель работы: изучить явление дифракции параллельного пучка света на периодической структуре.

Решаемые задачи:

- пронаблюдать дифракционную картину от одномерных решеток с различным количеством штрихов на см визуально на экране;
- пронаблюдать дифракционную картину от двумерных решеток визуально на экране;
- измерить расстояния между максимумами в дифракционной картине от одномерной решетки и определить период решетки d (g – в обозначениях на пластинке);
- определить длину волны гелий-неонового лазера по дифракционной картине от двумерной решетки.

Оптические элементы и аппаратура:

- гелий-неоновый лазер (1);
- пружинный держатель (2);
- диафрагма с тремя одномерными решетками 469 87 (3);
- диафрагма с двумя двумерными решетками 469 88 (4);
- оптическая скамья (5);
- рейтеры (6);
- полупрозрачный экран (7);
- салазковый штатив (8).

Дифракция представляет собой отступление от законов геометрической оптики при распространении волн. Она является одним из доказательств волновой природы света. Дифракция всегда наблюдается, когда на пути светового пучка имеются препятствия, такие, например, как щели или ирисовые диафрагмы. В этом случае отклонение от прямолинейного распространения света называют дифракцией. В зависимости от экспериментальных проявлений выделяют два типа дифракции.

Дифракция Фраунгофера наблюдается в параллельном пучке света с плоским волновым фронтом. В этом случае предполагается, что источник света удален на бесконечно большое расстояние от препятствия (объекта дифракции). Кроме того, экран, на котором наблюдается дифракционная картина, также предполагается удаленным на бесконечно большое расстояние от препятствия.

В случае дифракции Френеля и источник света, и экран располагаются на конечном расстоянии от объекта дифракции. С увеличением расстояний дифракция Френеля в пределе переходит в дифракцию Фраунгофера.

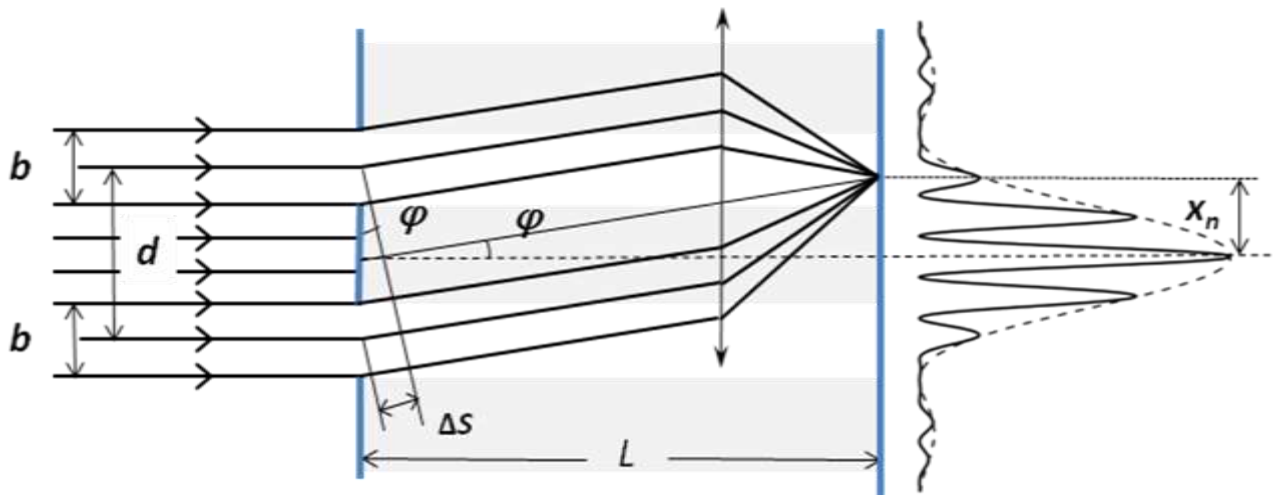


Рис. 1. Дифракция света на периодической структуре. b – ширина щелей, d – период решетки, L – расстояние между решеткой и экраном S , x_n – расстояние от центра дифракционной картины до n -ого максимума.

Если на дифракционную решетку с периодом d падает параллельный пучок света, как показано на рис. 1, то вследствие явления дифракции свет попадает, в том числе, и в область геометрической тени. На экране наблюдается картина чередующихся полос максимумов и минимумов. Условие нахождения в определенной точке экране, удаленной от центра на расстояние x_n , максимума имеет вид:

$$n \frac{\lambda}{d} = \frac{x_n}{L}, n = 1, 2, 3 \dots \quad (1)$$

где λ – длина волны падающего света, n – порядок максимума. Здесь предполагается, что L много больше d . Расстояние между соседними максимумами сохраняется постоянным и определяется по формуле:

$$\Delta x = \frac{\lambda L}{d} \quad (2)$$

Таким образом, зная длину волны источника света и расстояние L , по дифракционной картине, наблюдаемой от щели, можно определить неизвестный период решетки d . Зная период решетки, по дифракционной картине, наблюдаемой на экране, можно определить длину волны источника света.

Для N щелей ширины b и с периодом d распределение интенсивности света на экране задается следующим выражением:

$$I(\varphi) = \frac{\sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)}{\left(\frac{\phi}{2}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{N}{2}\alpha\right)}{\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}, \quad (3)$$

где $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \varphi$ и $\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi$.

В выражении (3) второй множитель соответствует периодической последовательности максимумов и минимумов интенсивности, которая бы наблюдалась от совокупности N равноудаленных друг от друга щелей бесконечно малой ширины. Первый множитель описывает влияние конечной ширины щелей b . В результате огибающая дифракционной картины представляет собой дифракционную функцию от одной щели с шириной b .

Суперпозиция двух одномерных дифракционных решеток под углом 90° друг к другу представляет собой двумерную решетку. Дифракционная картина по-прежнему может быть описана с помощью выражения (3), но уже в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

Порядок выполнения работы:

Упражнение 1. Сборка установки для наблюдения дифракции на периодических структурах. Наблюдение дифракционных картин от одномерных решеток с различным периодом.

Собрать установку, схема которой приведена на рис. 2.

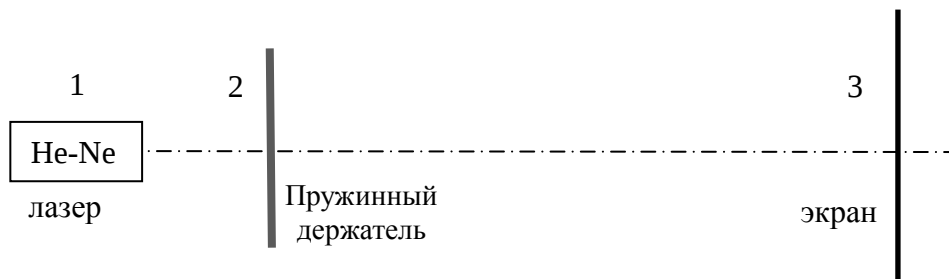


Рис. 2. Схема установки для наблюдения дифракции на периодических структурах.

Внимание! Гелий-неоновый лазер относится ко 2 классу опасности. При работе с ним нужно соблюдать меры предосторожности:

не допускать попадания прямого или отраженного лазерного луча в глаза, не заглядывать внутрь лазера.

1. На конце оптической скамьи установить с помощью рейтера гелий-неоновый лазер 1. Установить полупрозрачный экран 7 на салазковом штативе на стол на расстоянии около 170 см от лазера. Направить лазер параллельно оптической скамье. Поворотом ключа включить лазер Отрегулировать элементы оптической схемы таким образом, чтобы луч лазера попадал в центр экрана.

2. На расстоянии около 20 см от лазера на оптической скамье закрепить держатель с пластинкой с тремя одномерными решетками.

3. Аккуратно, не касаясь пальцами прозрачной части пластинки, переместите пластинку в пружинной держателе так, чтобы лазерный пучок полностью приходился на одну из решеток на диафрагме. Последовательно пронаблюдать дифракционные картины на экране от всех трех решеток. При

необходимости интенсивность лазерного пучка можно увеличить, нажимая на кнопку на конце гибкого стержня, выходящего из верхней части корпуса гелий-неонового лазера. При этом сдвигается серый фильтр, закрывающий выходное отверстие лазера.

4. Измерить расстояния между максимумами дифракционной картины для двух дифракционных решеток с периодами 0,25 мм и 0,125 мм. Для этого приложить к экрану лист белой бумаги и карандашом отметить положения нескольких максимумов. Внимание! При измерениях расстояние между решеткой и полупрозрачным экраном должно быть постоянным! С помощью рулетки или длинной линейки измерить расстояние между решеткой и полупрозрачным экраном L . Считая длину волны гелий-неонового лазера равной 633 нм, определить периоды для двух решеток по формуле (2). Результаты записать в таблицу:

Расстояние между максимумами, Δx /мм	Период решетки, d /мм

Упражнение 2. Определение длины волны излучения лазера по дифракционной картине от двумерной решетки.

Поменять диафрагму в пружинном держателе на диафрагму с двумя двумерными решетками. Пронаблюдать на экране дифракционные картины от обеих двумерных решеток. Для каждой двумерной решетки измерить расстояния между максимумами с помощью листа бумаги (см. упражнение 1). С помощью рулетки или длинной линейки измерить расстояние между решеткой и полупрозрачным экраном L . Зная период решеток ($d = 0,25$ мм), по формуле (1) найти длину волны гелий-неонового лазера.

Вопросы к обсуждению с преподавателем.

1. Явление дифракции света. Принцип Гюйгенса-Френеля.
2. Классификация дифракционных явлений. Дифракция Френеля и Фраунгофера.
3. Дифракция Фраунгофера на периодической структуре из N одинаковых щелей.
4. Почему в качестве источника излучения используется лазер?
5. Как меняется дифракционная картина от решетки при уменьшении периода решетки?
6. Каким образом на дифракционную картину влияет конечная ширина щелей решетки? Показать, где это проявляется в эксперименте.

Рекомендуемая литература

1. Ландсберг Г.С. Оптика, Изд.6, М., Физматлит, 2006. §§ 44, 45-48, 52, 53.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. т.4. Оптика. Изд.3. М., Физматлит, 2005. §§ 46, 47, 61.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.2. Изд.10, М., Физматлит, 2008. §130.
4. Бутиков Е.И. Оптика. Изд.2, С-Пб., Невский диалект, 2003. §6.5.

603. ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКИ С ПОМОЩЬЮ ГОНИОМЕТРА

Цель работы: Определение характеристик дифракционной решетки.

Дифракционная решетка – оптический прибор, представляющий собой совокупность большого числа нанесенных на оптическую поверхность параллельных штрихов одинаковой формы, разделенных щелями. Штрихи повторяются через одинаковый промежуток d , называемый периодом решетки. Основное свойство дифракционной решетки – способность разлагать падающий на нее свет в спектр.

При падении света на дифракционную решетку происходит интерференция волн, исходящих от разных щелей. Если свет с длиной волны λ падает на решетку перпендикулярно ее поверхности, то направления на максимумы определяются уравнением:

$$d \sin \varphi_k = k\lambda, \quad (1)$$

где φ_k – угол дифракции, угол между перпендикуляром к поверхности решетки и направлением на k -ый максимум, k – порядок дифракционного максимума, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Основными спектральными характеристиками дифракционной решетки являются период, угловая дисперсия и разрешающая способность.

Угловая дисперсия дифракционной решетки:

$$D = \frac{\Delta \varphi}{\Delta \lambda}, \quad (2)$$

где $\Delta \varphi$ – угол между двумя близкими линиями в спектре, $\Delta \lambda$ – разность длин волн этих линий. Единица измерения угловой дисперсии – *радиан/нм*.

Разрешающая способность дифракционной решетки:

$$R = kN, \quad (3)$$

где N – количество штрихов решетки.

Оптические элементы и аппаратура

Основой экспериментальной установки является гониометр – прибор для измерения углов между гранями кристаллов, оптических призм (рис. 1).

1. Коллиматор, предназначенный для освещения призмы потоком параллельных световых лучей. На входном торце коллиматора установлена регулируемая щель.

2. Зрительная труба для рассматривания щели. Слева от окуляра имеется винт регулировки четкости изображения.

3. Угломерный круг с парой нониусов и окулярами для увеличения изображений отсчетных шкал. В процессе выполнения работы все отсчеты надо снимать всегда с одного и того же нониуса. Эти отсчеты и вычисленные по ним значения углов следует фиксировать в таблице.

4. Дифракционная решетка в оправе.

5. Осветитель с гелиевой (либо ртутной) лампой.
6. Блок питания лампы.

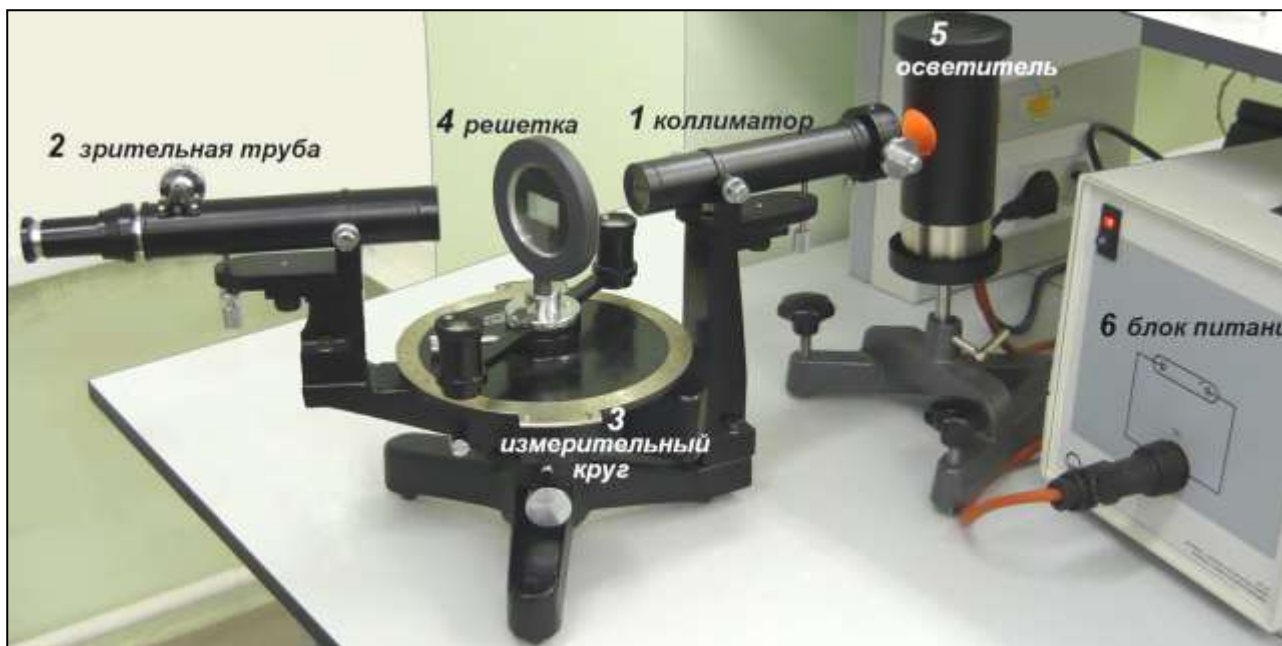


Рис. 1. Гониометр с дифракционной решеткой

Если перед объективом зрительной трубы поставить белую бумагу, то в окуляре можно увидеть горизонтальную и вертикальную линии прицела, используемого для точного наведения зрительной трубы на изображение щели.

Измерительный механизм угломерного круга подобен механизму штангенциркуля и состоит из основной шкалы и нониуса (верньера). Основная шкала проградуирована в градусах, причем цена ее деления составляет $0,5^\circ$, или $30'$. По вспомогательной шкале нониуса отсчитывают доли делений основной шкалы с точностью $1'$.

На рис. 2 для примера представлено два положения одного нониуса, зафиксированные при измерении угла поворота зрительной трубы. Отсчеты, снятые по этим положениям, составляют соответственно $307^\circ 14'$ и $181^\circ 45'$. Тогда угол поворота зрительной трубы (против часовой стрелки) и жестко связанного с ней нониуса, равен разности этих отсчетов, а именно $125^\circ 29'$.

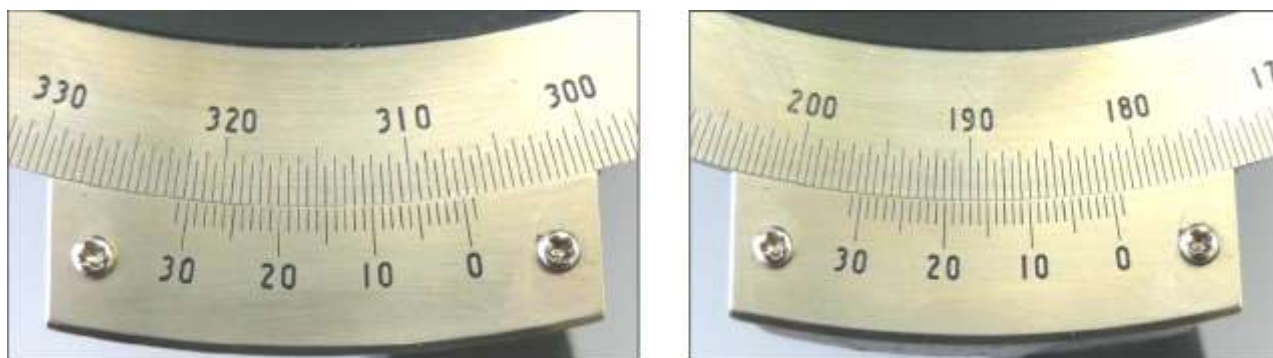


Рис. 2. Измерительная шкала гониометра

До выполнения упражнений необходимо зрительно ознакомиться со всеми узлами и деталями гониометра, понять назначение всех его регулировочных и стопорных винтов. Нужно убедиться в том, что продольные оси коллиматора и зрительной трубы находятся в одной горизонтальной плоскости и проходят через ось поворотного круга.

Упражнение 1. Определение периода дифракционной решетки

1. Включить лампу и установить ее выходное окно близ щели коллиматора, раскрытой до ширины 0,5 - 1 мм. Тип используемой в осветителе лампы при необходимости уточнить у инженера. Изображение щели наблюдать в окуляре зрительной трубы в виде четко очерченной вертикальной оранжевой полосы, причем вертикальная линия прицела должна проходить по середине этой полосы. Для настройки четкости изображения использовать винт регулировки окуляра.



Рис. 3. Вид спектральных линий в окуляре зрительной трубы

2. Установить дифракционную решетку в гониометре так, чтобы световой поток от коллиматора падал перпендикулярно ее поверхности. Поворачивая зрительную трубу, пронаблюдать в окуляре (рис. 3) спектры различных порядков. Идентифицировать наблюдаемые линии и порядки спектров по рис. 4 для гелиевой лампы, либо используя спектральные линии ртутной лампы.

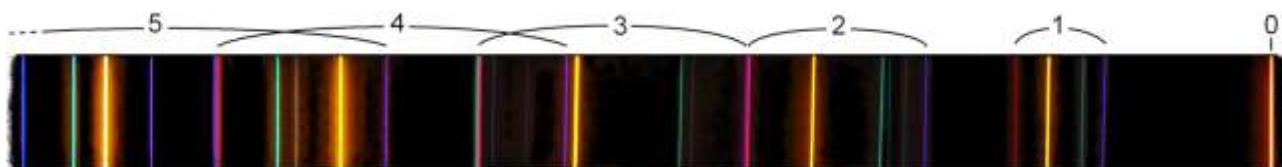


Рис. 4. Спектральные линии излучения гелиевой лампы ($k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$)

3. Вертикальную линию прицела навести на нулевой максимум. Отсчет на левом нониусе измерительного круга при этом должен быть равен $0^{\circ} 00'$.

4. Измерить угол дифракции для желтой линии в спектре произвольно выбранного порядка. Полагая, что длина волны излучаемого гелием желтого света равна 587,6 нм, по формуле 1 вычислить период дифракционной решетки. При использовании ртутной лампы период решетки можно определить, зная длину волны одной из ярких линий.

5. Определить количество штрихов, содержащихся в 1 мм решетки.

Упражнение 2. Определение диапазонов углов дифракции в спектрах различных порядков

1. Измерить углы дифракции φ для фиолетовой, красной, желтой и двух близко отстоящих друг от друга зеленых линий в спектрах 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7

порядков. Результаты измерений представить в форме таблицы.

Порядок спектра	Углы дифракции, φ				
	Фиол.	Зел1	Зел2	Желт.	Красн.
1					
2					
...					

2. Табличные значения из пункта 1 отобразить в виде диаграммы распределения линий излучения в спектрах различных порядков в зависимости от углов дифракции (рис. 5). Спектр 1го порядка здесь отображен в качестве образца.

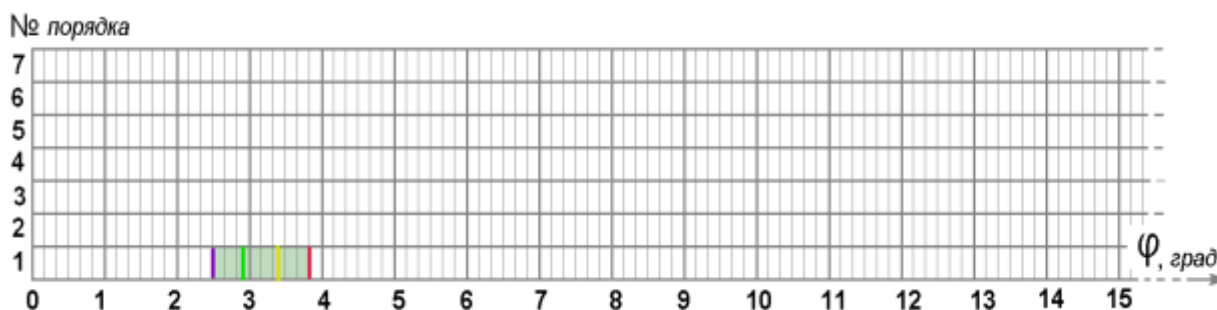


Рис. 5. Диаграмма распределения линий излучения в спектрах различных порядков в зависимости от угла дифракции.

Упражнение 3. Определение длин волн наблюдаемого излучения

По периоду решетки, найденному в упражнении 1, и по измеренным в упражнении 2 углам дифракции для фиолетовой, красной и двух зеленых линий в спектре одного произвольно выбранного порядка вычислить (по формуле 1) соответствующие этим цветам длины волн: $\lambda_{\text{ф}}$, $\lambda_{\text{к}}$, $\lambda_{\text{з1}}$, $\lambda_{\text{з2}}$.

Упражнение 4. Определение угловой дисперсии и разрешающей способности дифракционной решетки

1. По данным упражнения 2 определить разность углов дифракции $\Delta\varphi$, выраженную в радианах, и соответствующую разность длин волн $\Delta\lambda$ для пары зеленых линий в спектре одного произвольно выбранного порядка.

По формуле 2 вычислить величину угловой дисперсии решетки.

2. Измерить с помощью линейки ширину дифракционной решетки. Используя значение периода решетки, вычислить количество штрихов в ней. Определить разрешающую способность решетки в спектрах 1, 2, 3, 4 и 5 порядков, воспользовавшись формулой 3.

Вопросы к обсуждению с преподавателем

1. Какими параметрами характеризуются дифракционные решетки?

2. Где и как используются дифракционные решетки?
3. Почему при наблюдении светящейся вдали лампочки сквозь полупрозрачную ткань или сквозь птичье перо видно много лампочек? Как расположены эти изображения по отношению к нитям ткани, волоскам пера?
4. Почему диски CD, DVD выглядят радужно окрашенными?
5. Почему в спектре одного порядка красные лучи отклонены дифракционной решеткой больше, чем фиолетовые?
6. Почему в спектрах видимого света отсутствует коричневый цвет? Почему нельзя сопоставить определенную длину волны белому цвету, черному цвету?
7. Каковы преимущества фазовых дифракционных решеток в сравнении с амплитудными дифракционными решетками?

Рекомендуемая литература

1. Ландсберг Г.С. Оптика, Изд.6, М., Физматлит, 2006. §§ 46-48.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. т.4. Оптика. Изд.3. М., Физматлит, 2005. §§ 46, 47.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.2. Изд.10, М., Физматлит, 2008. §130.
4. Бутиков Е.И. Оптика. Изд.2, С-Пб., Невский диалект, 2003. §6.5, 6.6.

604. ФАЗОВАЯ ЗОННАЯ ПЛАСТИНКА

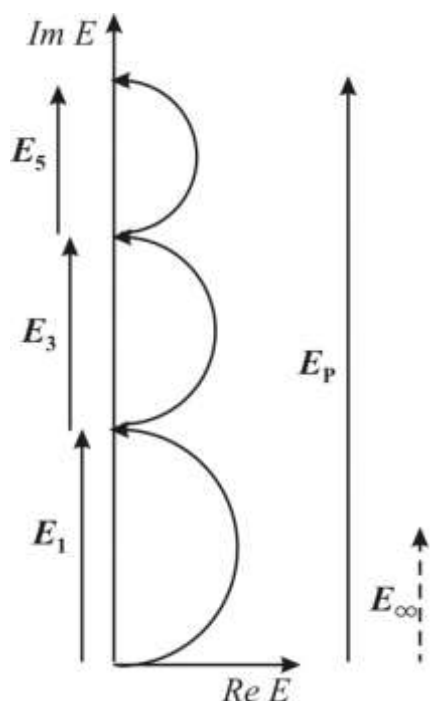
Цель работы: изучить принцип действия и познакомиться со свойствами фазовой зонной пластинки (ФЗП).

Для расчета дифракционных картин Френель предложил приближенный способ, основанный на представлении о так называемых полуволновых зонах (зонах Френеля).

Из определения зон Френеля для точки наблюдения P следует, что световые волны, испускаемые четными зонами Френеля, приходят в точку P в одной фазе, а нечетными – в противоположенной. Таким образом, волны от четных и нечетных зон взаимно ослабляют друг друга. Если каким-либо способом «выключить» все четные или все нечетные зоны, можно получить существенное увеличение суммарной напряженности электрического поля и, соответственно, интенсивности света в точке P . Эта идея лежит в основе простого оптического устройства, называемого *зонной пластинкой Френеля*.



Зонные пластинки Френеля. Слева - открыты нечетные зоны, справа - чётные



На рис.1 показана векторная диаграмма сложения амплитуд напряженностей полей в точке P , созданных нечетными зонами Френеля.

Рис.1. Векторная диаграмма для зонной пластинки Френеля. Векторы E_1 , E_3 , E_5 , ... изображают вклады в амплитуду суммарного поля открытых нечетных зон Френеля. Амплитуда суммарного поля E_P многократно превышает амплитуду поля E_∞ , которое наблюдалось бы в точке P в отсутствии зонной пластинки.

Видно, что зонная пластинка существенно увеличивает амплитуду (и интенсивность) светового поля в точке P . Поскольку зонная пластинка не может увеличить мощность падающей на нее световой волны, то следует сделать вывод, что она перераспределяет энергию в пространстве, сосредотачивая её в определенных областях.

Другими словами, зонная пластинка фокусирует свет, аналогично тому, как это делает линза.

Расстояние от точечного источника до зонной пластинки a (рис.2) и от зонной пластинки до точки наблюдения P связаны с радиусами зон Френеля r_m следующим соотношением:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m \lambda \quad (1)$$

где m - номер зоны, λ - длина волны света.

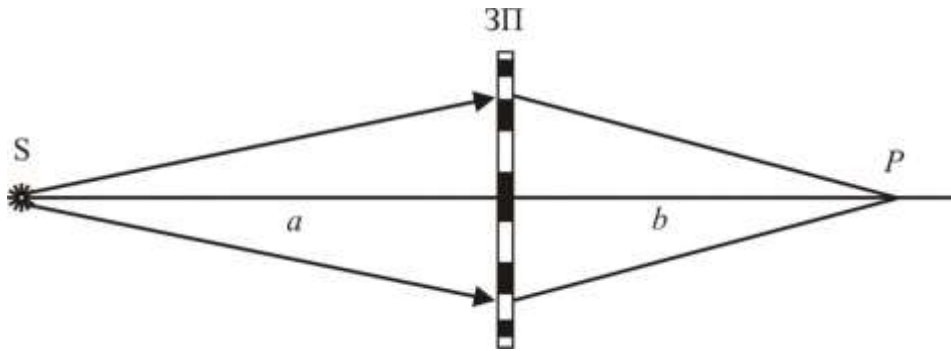


Рис.2. Создание изображения зонной пластинкой

Соотношение (1) можно переписать в виде:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{m\lambda}{r_m^2} = \frac{1}{f}, \quad (2)$$

где величина $f = \frac{r_m^2}{m\lambda}$ – называется фокусным расстоянием зонной пластинки.

Характерной особенностью зонной пластинки по сравнению с линзой является то, что ее фокусное расстояние зависит от длины волны. Это явление называют хроматизмом. Чем больше длина волны, тем меньше фокусное расстояние.

Фокусирующее действие зонной пластинки будет наблюдаться и в случае, когда в каждой открытой кольцевой зоне будет укладываться по 3, 5, ... и.т.д. зон Френеля. Следовательно, в отличие от линзы, для каждой длины волны зонная пластинка имеет несколько фокусов. Это обстоятельство аналогично наличию максимумов различных порядков у дифракционных решеток.

Фокусирующее действие зонной пластинки будет иметь место и тогда, когда лучи света падают на пластинку под небольшим углом. Следовательно, с помощью зонной пластинки можно получить изображение протяженных источников или предметов.

При прохождении света через амплитудную зонную пластинку половина световой энергии падающей волны теряется из-за поглощения в непрозрачных областях пластинки.

Для того, чтобы избежать этих потерь и увеличить эффективность сбора световой энергии в точке P , используют фазовую зонную пластинку (ФЗП). Она изменяет фазу колебаний от всех четных зон на π . При этом амплитуда результирующего колебания по сравнению с амплитудной зонной пластинкой увеличивается в точке P в два раза, а интенсивность, соответственно, в четыре (рис.3).

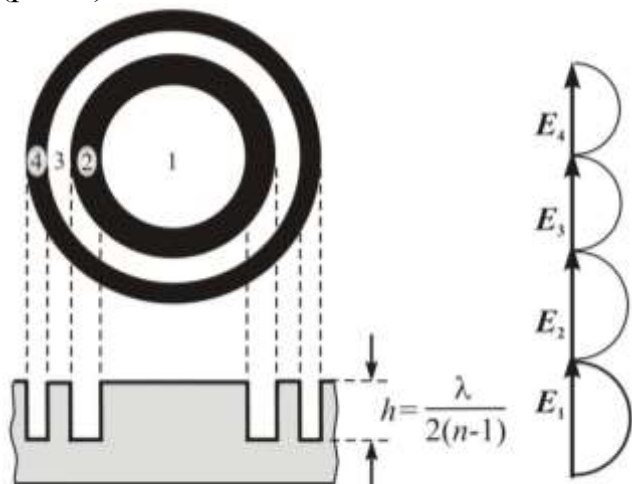


Рис.3. Профиль двухуровневой фазовой зонной пластинки

Чтобы изменить фазу волны на π , следует изменить оптический путь на $\lambda/2$. Для этого толщину стеклянной пластинки в местах, соответствующих четным зонам Френеля, нужно уменьшить или увеличить на величину h , равную:

$$h = \frac{\lambda}{2(n-1)}. \quad (3)$$

Сечение такой пластинки показано на рис. 3. Для видимого света величина h приблизительно равна 0,5 мкм.

Двухуровневая ФЗП способна сконцентрировать в точке P до 40% световой энергии, падающей на нее.

Еще больше увеличить амплитуду колебаний в точке P можно с помощью трехуровневой ФЗП (рис.4).

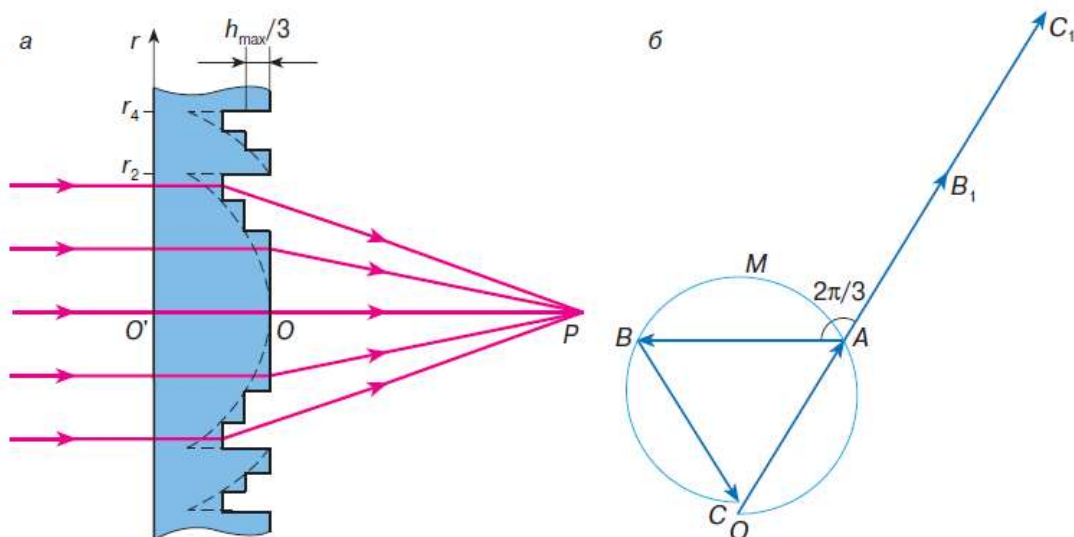


Рис.4. Профиль рельефа трехуровневой ФЗП (а). Справа (б) показана векторная диаграмма, поясняющая как определяется суммарная амплитуда колебаний от двух первых зон.

Для создания такой ФЗП поверхность двух соседних зон, например, 1 и 2, разбивается на три кольцевые части равной площади (очевидно, что они будут отличаться по ширине). Вклад от каждой части на векторной диаграмме изобразится векторами $\mathbf{OA}$, $\mathbf{AB}$ и $\mathbf{BC}$, а их сумма равна нулю (рис.4б). Чтобы сделать модуль суммы этих векторов максимальным, необходимо, очевидно,

повернуть вектор **AB** на угол $2\pi/3$, а вектор **BC** – на $4\pi/3$. Этого можно достичь уменьшением фазы волн от этих участков. Для этого необходимо вторую кольцевую часть углубить на величину $h_{\max}/3$, а третью – на $2h_{\max}/3$. Профиль такой ФЗП показан на рис.4а.

Амплитуда колебаний в точке P , создаваемая трехуровневой ФЗП, в $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ раза больше амплитуды, создаваемой двухуровневой ФЗП, а интенсивность, соответственно, в 27/16 раз (см. рис.3 и 4).

В данной работе используется трехуровневая ФЗП. Она освещается немонохроматическим светом газоразрядной неоновой лампы. Излучение неона в видимой области (рис.5) богато линиями в красной и оранжевой областях спектра (этим объясняется характерный красноватый оттенок свечения).

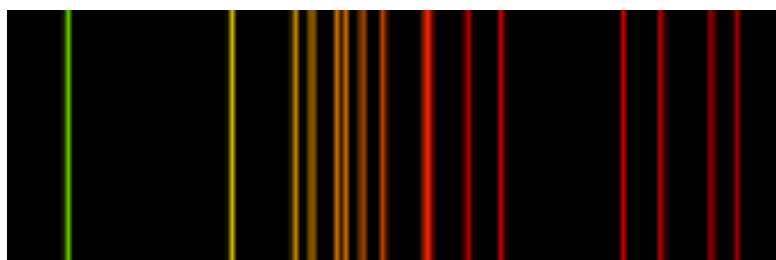


Рис.5. Спектр излучения неона в видимой области

Выше было отмечено, что ФЗП обладает сильным хроматизмом: для разных длин волн она имеет разные фокусные расстояния (см. формулу (2)). Если свет неоновой лампы направить на ФЗП, то после нее световые волны разной длины волны соберутся в разных точках P_i (рис.6).

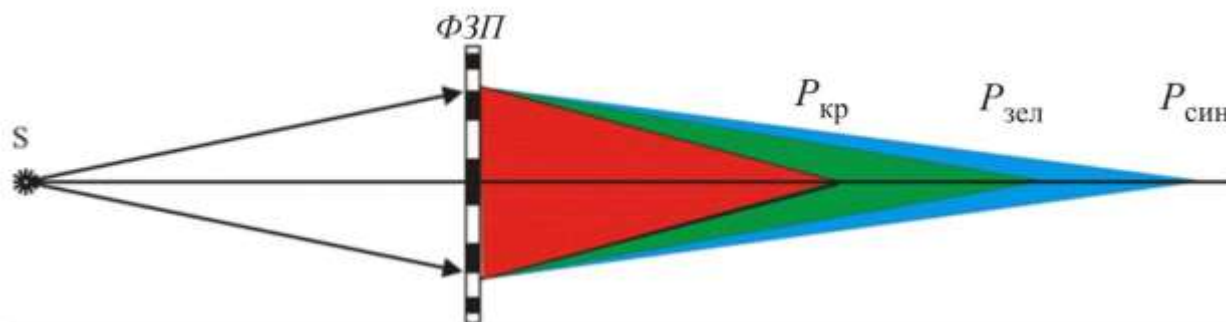


Рис.6. Хроматизм зонной пластинки

Если призма разлагает немонохроматический свет в спектр в направлении, перпендикулярном к направлению распространения волны, то ФЗП разлагает свет в спектр вдоль направления распространения волны.

Решаемые задачи:

- визуально пронаблюдать фокусировку световой волны ФЗП;
- определить фокусные расстояния для различных длин волн и определить радиусы зон Френеля ФЗП.

Оптические элементы и аппаратура (рис.7):

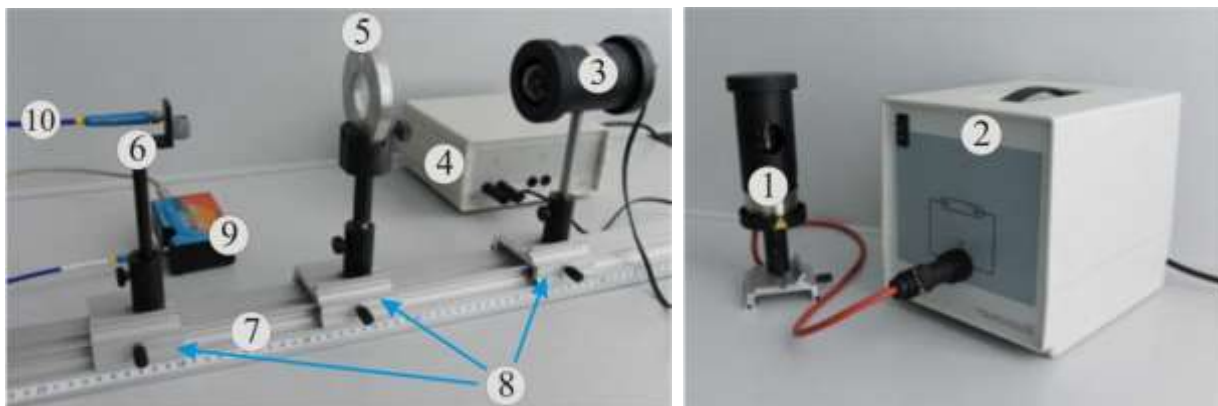


Рис.7. Общий вид экспериментальной установки

- ✓ неоновая лампа (1) с блоком питания (2) (может быть заменена на другой тип лампы, при необходимости уточнить у инженера);
- ✓ лампа накаливания (3) с блоком питания (4);
- ✓ фазовая зонная пластинка (5) в держателе;
- ✓ держатель оптического волокна (6);
- ✓ оптическая скамья (7) с рейтерами (8);
- ✓ спектрометр Red Tide USB650 (9);
- ✓ оптическое волокно (10), соединенное со спектрометром;
- ✓ компьютер с установленной программой Spectra Suit.

Принцип работы спектрометра Red Tide USB650.

Ниже схематично показан путь света через оптический модуль спектрометра.

Свет через оптическое волокно поступает на входную щель 1 (рис.8). Она представляет собой узкую прорезь, сделанную в непрозрачной пластине, и имеет фиксированную ширину 25 мкм.

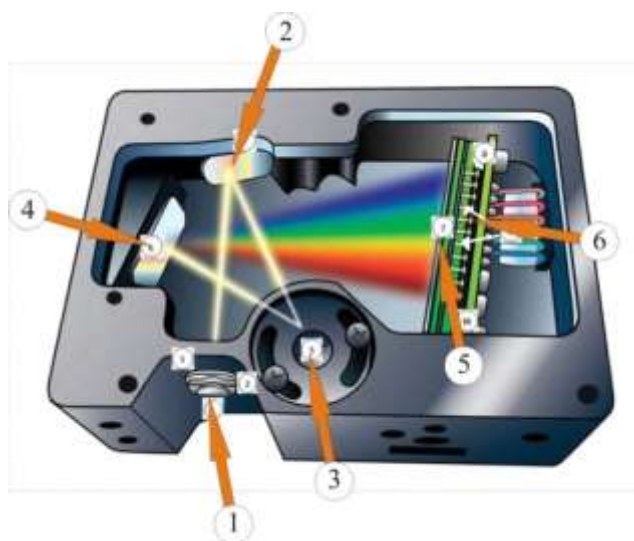


Рис.8. Схема спектрометра Red Tide USB-650.

Коллимирующее сферическое зеркало 2 преобразует расходящийся световой пучок в параллельный и направляет его на отражательную

дифракционную решетку 3. Разложенный в спектр свет с помощью фокусирующего зеркала 4 и собирающей линзы 5 фокусируется на поверхности детектора 6 (кремниевый линейный ПЗС - детектор). Этот детектор содержит 650 светочувствительных элементов (пикселей), размер которых 14 x 200 мкм. Один отсчет элемента соответствует регистрации 75 фотонов. Все элементы выстроены вдоль одной прямой таким образом, что каждый светочувствительный пиксел соответствует определенной длине волны света. После аналого-цифрового преобразования электрических сигналов с пикселей спектр в цифровом виде передается программе SpectraSuite.

Настройка спектрометра и программной оболочки.

Откройте программу Spectra Suit, используя пиктограмму  на рабочем столе компьютера. Подсоедините спектрометр к компьютеру через USB порт.

Закройте в рабочем окне программы (рис.9) вспомогательные окна 1 и 2. Регистрируемый спектр будет выводиться в окне 3.

Кнопки работы со спектрами находятся на панели, показанной на рис.10:

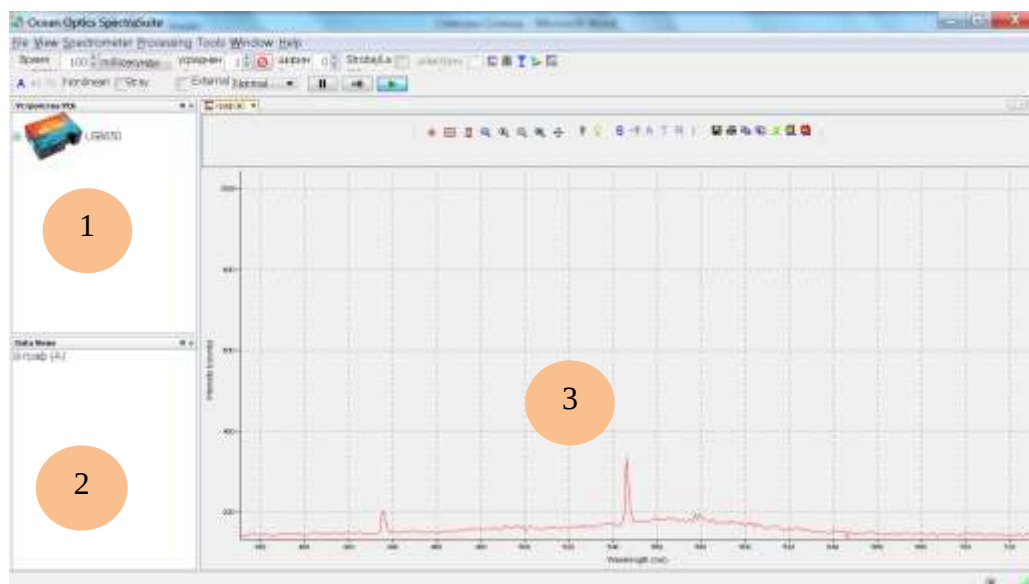


Рис.9. Рабочее окно программы

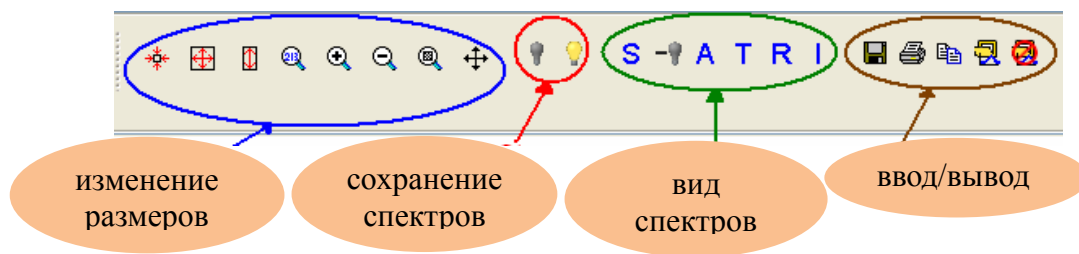


Рис.10. Кнопки работы со спектрами



- вывод на дисплей всего спектрального диапазона (от 350 до 1000 нм).



- масштабирование спектра по осям X и Y на весь экран.



- масштабирование спектра по оси Y на весь экран.



- ручная установка масштабов по осям X и Y.



и - кнопки увеличения и уменьшения размеров спектра (можно также воспользоваться прокруткой колеса мыши)



- увеличение масштаба выбранной области. Нажав левую клавишу мыши выделите прямоугольную область на экране, которую Вы хотите увеличить.



- кнопка просмотра нескольких спектров на одном слое.



- кнопка сохранения темнового спектра.



- кнопка сохранения эталонного спектра.



- выбор режима регистрации.



- вычитание темнового спектра.

В зависимости от выбора режима возможна регистрация спектров оптической плотности A , пропускания $T = I/I_0$, коэффициента отражения R и относительной освещенности I .

Группа кнопок позволяет осуществить ввод/вывод спектров:



-сохранение спектра в различных форматах (Grams SPC, JCAMP, binary (может быть открыто только в программе SpectraSuite) или tab-delimited (можно открыть в Excele)).



- распечатка спектра.



- копирование спектра в буфер.



- сохранение текущего спектра в качестве верхнего слоя.



- удаление спектров верхнего слоя.

При регистрации спектра важно, чтобы регистрируемый сигнал не превышал 4000 отсчетов (один отсчет соответствует попаданию на светочувствительную матрицу 75 фотонов). Для этого необходимо правильно выбрать время накопления сигнала, которое задается с помощью кнопок «Время», расположенных в верхней левой части экрана (рис.11). Диапазон изменения этого параметра составляет от 3 мс до 65 с. Чем больше время накопления сигнала, тем больше сигнал. Рекомендуется подбирать этот параметр таким, чтобы сигнал не превышал 3500 отсчетов.

С помощью кнопок «Усреднение» можно выводить на экран усредненный спектр. Число спектров, которые Вы хотите усреднить, задается в соответствующем окошке (рис.11).

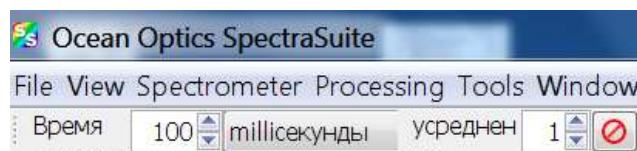


Рис.11. Строка выбора времени регистрации и числа усредняемых спектров.

Порядок выполнения работы:

Упражнение 1. Визуальное наблюдение фокусировки световой волны ФЗП.

1. Установите на правом конце оптической скамьи 7 лампу накаливания 3 (рис.7). Если на кожухе лампы установлена матовая пластинка, аккуратно снимите её.

2. Примерно на расстоянии 50 см от лампы установите зонную пластинку 5 в держателе.

3. Подключите лампу накаливания к разъемам 6V блока питания. Подключите блок питания к сети. Для выключения лампы достаточно отсоединить один из разъемов лампы от блока питания.

4. Возьмите лист белой бумаги и получите на нем, как на экране, изображение нити накаливания, создаваемое ФЗП. Перемещайте лист вдоль оптической оси системы и наблюдайте, как меняется цвет изображения. Обратите внимание, что изображение нити накаливания в красном цвете образуется ближе к ЗП, чем изображение нити в зеленом цвете. Дайте этому объяснение.

5. Приближайте лист бумаги ближе к ФЗП. Примерно на расстоянии 15 см от нее вновь возникает уменьшенное изображение нити накала. Объясните причину его появления.

Упражнение 2. Определение радиусов зон Френеля ФЗП.

1. Уберите осветитель и установите на правом конце оптической скамьи 7 неоновую лампу 1 (рис.7). Правый край рейтера лампы должен располагаться на отметке 100 см.

2. Установите рейтер с ФЗП на отметке 47 см (по правому краю). Измерьте расстояние между источником и ФЗП (величина a в формуле (2)).

3. Установите держатель 6 с оптическим волокном на отметке 7 см.

4. Установите центры всех элементов на одной высоте (например, на высоте 20 см от поверхности стола).

5. Подсоедините к блоку питания неоновую лампу и включите её.

6. Установите центр ФЗП на одной оси, соединяющей лампу и входное отверстие оптического волокна (небольшое отверстие в держателе оптического волокна). Для этого нужно ослабить винт крепления ФЗП. Наблюдая за изображением светящегося газа на поверхности держателя, перемещайте ФЗП в направлении, перпендикулярном оптической оси и совместите изображение с входным отверстием оптического волокна. Убедитесь, что плоскость ЗП перпендикулярна оптической оси.

7. Включите компьютер и войдите в программу Spectra Suit. В окне программы Spectra Suit установите время интегрирования 50 мсек, а число усредняемых спектров – 6.

8. С помощью клавиши  выведите на экран область спектра от 550 до 800 нм. Щелкните мышью по кнопке  и масштабируйте спектр по оси Y на весь экран.

9. Подведите курсор мыши к максимуму линии 585 нм и щелкните правой клавишей мыши. Появится линия курсора: ее положение по длинам волн будет показано в нижнем окне, а справа от этого окна выводится интенсивность сигнала на этой длине волны. Изменяя время интегрирования следует добиться, чтобы сигнал не превышал 3800 отсчетов. В дальнейшем нужно за этим внимательно следить. Если сигнал существенно «скачет» со временем, то увеличьте число усредняемых спектров.

10. Плавно перемещайте держатель с оптическим волокном вдоль оптической скамьи и найдите такое положение, при котором интенсивность линии примет максимальное значение. Это означает, что для данной длины волны приемник (входное отверстие оптического волокна) находится в точке P . Измерьте расстояние между входным отверстием оптического волокна и ФЗП (величина b в уравнении (2)).

11. Повторите пункты 9 и 10 для других 8 -10 спектральных линий и заполните таблицу 1:

$\lambda/\text{нм}$	$10^7/\lambda$	$b/\text{см}$	$\frac{ab}{a+b}/\text{см}$

12. Постройте график зависимости величины $\frac{ab}{a+b}$ от $10^7/\lambda$ и определите по графику величину $\frac{r_m^2}{m}$. Приведите значения радиусов первых зон: r_1, r_2, r_3 .

Упражнение 3. Регистрация спектра излучения неона при различных положениях ФЗП.

1. Вновь подведите курсор мыши к максимуму линии 585 нм. Изменяя время интегрирования добейтесь, чтобы сигнал не превышал 3000 отсчетов.

2. Плавно перемещайте держатель с оптическим волокном вдоль оптической скамьи и найдите такое положение, при котором интенсивность этой линии примет максимальное значение. Сохраните этот спектр, нажав

клавишу  (сохранение спектра возможно в различных форматах (Grams SPC, JCAMP, binary (только для программы SpectraSuite) или tab-delimited (может быть открыта в Excel).

3. Повторите пункты 1 и 2 для линии 724 нм.

4. Постройте на одном графике оба спектра. Объясните, почему наблюдается перестройка этих линий.

Вопросы к обсуждению с преподавателем.

1. Дифракция Френеля на круглых отверстиях и дисках. Зоны Френеля.
2. Зонная пластинка. Фазовая зонная пластинка. Линза как фазовая зонная пластинка.
3. Почему зонная пластинка обладает несколькими фокусами. Почему они зависят от длины волны.
4. Вывести рабочие формулы.
5. Каким образом Вы определили радиусы зон Френеля?

Рекомендуемая литература.

1. Ландсберг Г.С. Оптика, Изд.6, М., Физматлит, 2006. §§33,34,35.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. т.4. Оптика. Изд.3. М., Физматлит, 2005. §39, 40.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.2. Изд.10, М., Физматлит, 2008. §126, 127.
4. Бутиков Е.И. Оптика. Изд.2, С-Пб., Невский диалект, 2003. §6.1
5. Ахманов С.А., Никитин С.Ю. Физическая оптика. М., МГУ, 1998. Лекция 15, Дополнение 12.
6. Фишман А.И. Фазовые оптические элементы – киноформы. Соросовский образовательный журнал, N12, 1999. С.76 – 83.
(<http://lasers.org.ru/forum/attachments/kinoform-pdf.5469/>).

Учебное издание

**Грачева Ирина Николаевна, Даминов Рустем Валеевич,
Фишман Александр Израилович**

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ
ОБЩЕГО ФИЗИЧЕСКОГО ПРАКТИКУМА ПО ОПТИКЕ.
ДИФРАКЦИЯ СВЕТА.**

Дизайн обложки

Подписано в печать.

Бумага офсетная. Печать цифровая.

Формат 60х84 1/16. Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. .

Тираж экз. Заказ

Отпечатано с готового оригинал-макета
в типографии Издательства Казанского университета

420008, г. Казань, ул. Профессора Нужи́на, 1/37
тел. (843) 233-73-59, 233-73-28