

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ФИНАНСОВО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

Кафедра статистики и эконометрики

Методическая разработка
по дисциплине «**Эконометрика**»
для проведения практических занятий
со студентами, обучающимися по направлениям
080500.62 «Менеджмент», 080100.62 «Экономика»,
по специальности 080105.65 «Финансы и кредит»

Казань 2009

Составители: к.э.н., доцент Кадочникова Е.И.
к. ф.- м.н., доцент Костромин А. В.
к.э.н., доцент Кундакчян Р. М.
к.т.н., доцент Талызин В. А.

Рецензент: д.т.н., профессор Исмагилов И. И.

Обсуждена на заседании кафедры статистики и эконометрики 01.07.09,
протокол №11.

Контроль качества:

методист: доцент Пайгунова Ю.В.

ст. методист: доцент Калинина Т. Н.

начальник

отд. УККО: доцент Андреева Р. Н.

Содержание

Тема 1.1. Эконометрика как научная дисциплина.....	5
Тема 1.2. Основные понятия теории вероятностей и статистики, применяемые в эконометрике	13
Тема 2.1. Метод наименьших квадратов	25
Тема 2. 2. Экономическая и статистическая интерпретация модели парной регрессии	31
Тема 3.1. Линейная модель множественной регрессии	42
Тема 3.2. Оценка качества модели множественной регрессии	46
Тема 3.3. Мультиколлинеарность.....	55
Тема 3.4. Гетероскедастичность	58
Тема 3.5. Автокорреляция	64
Тема 3.6. Фиктивные переменные.....	70
Тема 3.7. Ошибки спецификации	77
Тема 4.1. Характеристики временных рядов.....	81
Тема 4.2. Стационарные и нестационарные временные ряды.....	90
Тема 4.3. Динамические эконометрические модели	99
Тема 5.1. Понятие о системах эконометрических уравнений	105
Тема 5.2. Методы оценки системы одновременных уравнений	112
Приложение 1	119
Приложение 2	120
Приложение 3	121

Введение

Методическая разработка подготовлена в соответствии с программой курса «Эконометрика» и требованиями действующего Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования для экономических специальностей и предназначена для студентов дневной формы обучения.

Цель методической разработки – помочь студентам в освоении эконометрических методов и их применении в анализе социально-экономических процессов, в овладении навыков построения эконометрических моделей на основе реальных данных, приобретении навыков прогнозирования результатов эконометрических исследований, разработке и принятии на их основе аргументированных решений.

При проведении практических занятий основное внимание направлено на развитие навыков самостоятельного решения задач. Для подготовки к практическим занятиям студентам необходимо изучить предлагаемые по теме вопросы и подготовить ответы на контрольные вопросы. Одна из целей проведения практических занятий – научить студентов использовать при решении задач возможности MS Excel.

Эконометрика опирается на массивы данных и достаточно сложные расчеты, поэтому ряд практических занятий проводится в компьютерных классах в целях обучения студентов навыкам по использованию компьютеров в эконометрическом анализе, овладения методами научного анализа статистической информации. При решении таких задач рекомендуется использовать MS Excel, STATGRAPHICS, STATISTICA, MathCAD.

Задачи, предназначенные для решения с использованием компьютера, отмечены в методической разработке символом (*).

В приложениях содержатся статистико-математические таблицы, необходимые при решении задач.

Основная часть

Раздел 1. Введение в эконометрику

Тема 1.1. Эконометрика как научная дисциплина (1 занятие)

Вопросы для изучения

1. Определение эконометрики. Цели, предмет, задачи эконометрики. Место эконометрики в экономических дисциплинах.
2. Типы моделей и данных.
3. Стадии эконометрического моделирования.

Контрольные вопросы

1. Что измеряет эконометрика?
2. Назовите основные цели эконометрики.
3. В чем состоит предмет эконометрики?
4. Перечислите задачи эконометрики?
5. Какие типы моделей и переменных применяют в эконометрике?
6. В чем особенности перекрестных и панельных данных?
7. В чем особенности временных рядов?
8. Что понимается под спецификацией модели.
9. Что такое параметризация?
10. Что понимается под верификацией модели?
11. В чем основное отличие эконометрической модели от математической?

Практические задания

Задача 1. Среди покупателей-мужчин 80% предпочитают напитки фирмы А, а среди покупателей-женщин эти же напитки предпочитают 50%. На основе многомесячных наблюдений установлено, что доля покупателей-женщин в данном магазине составляет 60%.

Задание: оцените вероятность того, что случайный покупатель предпочтет напитки фирмы А.

Задача 2. Семь из десяти посетителей кафе заказывают к кофе фирменное пирожное. Два человека заказывают кофе.

Задание: какова вероятность того, что они закажут: а) два пирожных; б) одно пирожное; в) ни одного?

Задача 3. Брокер может приобрести акции одной из трех компаний А, В, С. Риск прогореть при покупке акций компании А составляет 50%, В - 40%, С - 20%. Брокер решает вложить все деньги в акции одной случайно выбранной компании.

Задание: какова вероятность того, что брокер прогорит?

Задача 4. Совет директоров компании состоит из 12 человек; 3 из них лоббируют проект А, 5 - проект В. Остальные склонны инвестировать деньги в проект С. Решение об инвестировании будет принимать большинством голосов комиссия, состоящая из 5 выбранных жребием директоров.

Задание: какова вероятность принятия решения в пользу проекта В?

Задача 5. Среди 10 000 лотерейных билетов 10 % являются выигрышными.

Задание:

- 1) определите вероятность выигрыша при покупке 5 билетов;
- 2) определите количество билетов, которое необходимо приобрести, чтобы выиграть с вероятностью не менее 0,9;
- 3) определите, что вероятнее: выиграть или не выиграть при покупке 7 билетов?

Задача 6. Предположим, что число магазинов неограниченно велико. В одной трети из них товар продается по цене 1\$, в 1/3 - по цене 1,5\$, в 1/3 – по цене 2\$. Покупатель посещает наугад три магазина и приобретает товар в том из них, где цена наименьшая.

Задание: какова ожидаемая цена покупки?

Задача 7. В лотерее разыгрывается: автомобиль стоимостью 5000 ден. ед., 4 телевизора стоимостью 250 ден. ед., 5 видеомэагнитофонов стоимостью 200 ден. ед. Всего продается 1000 билетов по 7 ден. ед.

Задание:

- 1) составить закон распределения чистого выигрыша, полученного участником лотереи;
- 2) вычислить математическое ожидание для случайной величины – чистого выигрыша;
- 3) вычислить дисперсию и среднеквадратическое отклонение случайной величины.

Задача 8. Дан ряд распределения случайной величины X (табл.1.1):

Таблица 1.1

X	0	1	2	3
P	0,06	0,29	0,44	0,21

Задание:

- 1) найти математическое ожидание $M(X)$, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X ;
- 2) определить функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

Задача 9. Следующая таблица представляет распределение годовой прибыли (X) фирмы (табл.1.2):

Таблица 1.2

X	-10	-5	0	10	20	25
P	0,05	0,15	0,25	0,30	0,20	0,05

Задание: определить ожидаемую прибыль, среднее квадратическое отклонение. Определить вероятность положительной прибыли.

Задача 10. Проведен маркетинговый анализ количества автомобилей в домохозяйствах района для определения целесообразности строительства станций техобслуживания. Обследовано 5000 домохозяйств. Из них в 250

автомобили отсутствовали, в 1500 было по 1 автомобилю, в 2500 – по 2, в 600 – по 3 и а 150 по 4. Станция будет рентабельна, если ее ежедневная загрузка составит 5 автомобилей.

Задание: целесообразно ли строительство станций в данном районе?

Задача 11. В результате длительных наблюдений установлено, что размеры $X/$ и $Y/$ дивидендов по акциям фирм А и В соответственно являются независимыми нормально распределенными СВ: $X/ \sim N(m_x=5, \sigma_x=5)$, $Y/ \sim N(m_y=15, \sigma_y=15)$. Стоимость каждой акции составляет 100\$. Инвестор хочет приобрести акции на 1000\$.

Задание:

1) какие законы распределения имеют доходы X и Y от вложений всей суммы в акции только одной из фирм А или В?

2) какой закон распределения имеет доход Z от покупки акций в пропорции 2:3?

3) какова вероятность, что получаемый доход Z от вложения будет лежать в пределах от 110 до 150\$?

Задача 12. Пусть X, Y – годовые дивиденды от вложений в отрасли А и В соответственно. Риск от вложений характеризуется дисперсиями: $D(X) = 16, D(Y) = 9$. Коэффициент корреляции $\rho(X, Y) = -0,6$.

Задание: что менее рискованно, вкладывать деньги в обе отрасли в соотношении 30% на 70% или только в отрасль В?

Задача 13. Доход X населения имеет нормальный закон распределения со средним значением 1000\$ и средним квадратическим отклонением 400\$. Обследуется 1000 человек.

Задание: назовите наиболее вероятное количество человек с доходом более 1500\$.

Задача 14. Доход X населения имеет нормальный закон распределения со средним значением 5000 руб. и стандартным отклонением 1000 руб. Обследуется 1000 человек.

Задание: каково наиболее вероятное количество человек, имеющих доход более 6000 руб.?

Задача 15. Прибыль в отрасли имеет нормальный закон распределения со средним значением 1млн\$ и средним квадратическим отклонением 0,25 млн. \$.

Задание: что вероятнее, получить прибыль не более чем 0,8 млн. \$ или в пределах от 1,2 млн. \$ до 1,5 млн. \$?

Задача 16. Пусть СВ X – ежемесячный доход (млн. руб.) определенной группы населения. При этом $X \sim N(m = 25; \sigma^2 = 36)$. Производится случайная выборка из 25 представителей данной группы.

Задание: какова вероятность, что их средний доход лежит в интервале от 15 до 30 млн. руб.?

Задача 17. Известно, что результат (балл) сдачи теста по эконометрике имеет нормальный закон распределения со средним значением 30. 20% студентов получили не менее 36 баллов.

Задание: можно ли сказать, чему равно среднее квадратическое отклонение указанной СВ?

Задача 18. Анализируется размер дивидендов по акциям некоторой компании. Для этого отобраны данные за последние 20 лет: 5, 10, 7, -5, 3, 10, 15, 10, 5, -3, -5, 3, 7, 15, 10, 10, 0, -2, 5, 10.

Задание: каков ожидаемый размер дивидендов? как можно оценить риск от вложений в данную компанию?

Задача 19. Цена некоторого товара в 20 магазинах была следующей: 50; 48; 47; 55; 50; 45; 50; 52; 48; 50; 52; 48; 50; 47; 50; 48; 52; 50; 50; 48.

Задание: определите:

- 1) выборочные числовые характеристики;
- 2) несмещенные оценки математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения цены товара.

Задача 20. В таблице 1.3 приведены данные за 10 лет (1999-2008) по количеству вновь регистрируемых фирм (X) и по количеству банкротств (Y) в некотором государстве (табл. 1.3):

Таблица 1.3

Год	X	Y	Год	X	Y
1999	72 500	1020	2004	82 500	3 000
2000	72 900	1290	2005	87 000	4 000
2001	74 150	1830	2006	86 500	4 200
2002	73 500	2250	2007	90 000	4 500
2003	78 350	2500	2008	89 000	4 000

Задание:

1) каково ожидаемое количество вновь регистрируемых фирм в течение года для данного временного интервала; каковы выборочная дисперсия и среднее квадратическое отклонение для этого показателя?

2) каково ожидаемое количество банкротств в течение года для данного временного интервала; каковы выборочная дисперсия и среднее квадратическое отклонение для этого показателя?

3) вычислите ковариацию и коэффициент корреляции между X и Y. Являются ли эти переменные независимыми?

4) если X и Y коррелированы, то можно ли утверждать, что один из этих показателей является «следствием» другого, т.е. изменение одного влечет изменение другого?

Задача 21. Приведена статистика по годовым темпам (%) инфляции в стране за последние 10 лет: 2,8; 3,2; 5,1; 1,8; -0,6; 0,7; 2,1; 2,7; 4,1; 3,5.

Задание: необходимо найти несмещенные оценки среднего темпа инфляции, дисперсии и среднего квадратического отклонения.

Задача 22. За последние 12 лет статистические данные по годовым темпам инфляции (%) в стране составили: 1,7; 1,2; 2,8; 3,3; 5,1; 1,9; -0,8; 0,3; 2,3; 2,8; 4,0; 3,6.

Задание: найти несмещенные оценки среднего темпа инфляции, ее дисперсии и среднего квадратического отклонения.

Задача 23. Оценивается годовой доход (X , тыс.\$) на душу населения в некотором городе. Случайная выборка из 16 обследованных человек дала следующие результаты: 8,5; 10,5; 12,25; 7,0; 17,0; 8,75; 10,0; 9,3; 8,0; 11,5; 10,0; 12,0; 9,0; 6,5; 13,0; 10,2. Оцените среднедушевой доход в городе и разброс в доходах.

Задание: будут ли такими же значения для всего города?

Задача 24. Предполагается, что месячный доход граждан страны имеет нормальное распределение с мат. ожиданием $m = 1000\$$ и дисперсией $\sigma^2 = 40000$. По выборке из 500 человек определили выборочный средний доход $\bar{x} = 900\$$.

Задание:

1) постройте 90 и 95% доверительные интервалы для среднедушевого дохода в стране;

2) следует ли на основании построенных доверительных интервалов отклонить предположение о ежемесячном доходе в 1000\$?

Задача 25. Даны результаты 8 независимых измерений веса (гр.) упаковки сахара прибором, не имеющим систематических ошибок: 369; 378; 315; 420; 385; 401; 372; 383.

Задание:

1) определить несмещенную оценку дисперсии ошибок измерений, если вес упаковки сахара известен $m = 375$ гр.;

2) определить несмещенную оценку дисперсии ошибок измерений, если вес упаковки сахара неизвестен.

Задача 26. При изучении производительности труда X (тыс. руб.) на одного работника торговли было обследовано $n = 68$ однотипных магазинов. При этом выборочное среднее признака X составило $\bar{x} = 5,28$ тыс.

руб., а выборочное стандартное отклонение - $\sigma_s = 0,63$ тыс. руб. Изменчивость признака X описывается законом нормального распределения.

Задание:

1) определите доверительный интервал для ожидаемого среднего значения m производительности труда с заданной надежностью $\gamma = 0,95$;

2) определите вероятность того, что величина производительности труда X в выбранном наугад магазине окажется в пределах от $\alpha = 5,0$ тыс. руб. до $\beta = 6,0$ тыс. руб.

Задача 27. При изучении предела прочности ткани X (Н/см) было испытано 15 образцов, при этом выборочный средний предел прочности составил $\bar{x} = 27,3$ Н/см, а исправленное стандартное отклонение $s = 2,2$ Н/см.

Задание: определите доверительный интервал для ожидаемого среднего предела прочности m ткани данного артикула с заданной надежностью $\gamma = 0,95$, предполагая, что изменчивость показателя X описывается законом нормального распределения.

Задача 28. Задание: найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью $\gamma = 0,975$ точность оценки математического ожидания m генеральной совокупности по выборочной средней будет равна $\delta = 0,3$ нормально распределенной генеральной совокупности.

Задача 29. Задание: каков должен быть минимальный объем выборки n для того, чтобы с надежностью $\gamma = 0,99$ точность оценки δ математического ожидания m генеральной совокупности с помощью выборочного среднего была 0,2, если стандартное отклонение совокупности $\sigma = 1,5$?

Задача 30. При оценке свойств картофеля было обследовано 20 проб и получены следующие значения содержания крахмала X (%) (табл.1.4):

Таблица 1.4

x_i	113,0	113,5	114,0	114,5	115,0	115,5	116,0
Частота, n_i	3	3	15	6	2	2	1

Задание: оценить с надежностью $\gamma = 0,95$ математическое ожидание m нормально распределенной случайной величины X генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

Задача 31. При изучении объема товарооборота X (млн. руб) 10 магазинов города, торгующих одинаковым ассортиментом товаров, найдено среднее арифметическое $\bar{x} = 30,1$ и исправленное среднее квадратическое $s = 6$ статистических данных.

Задание: оценить истинное значение изучаемой величины с помощью доверительного интервала с надежностью $\gamma = 0,99$.

Задача 32. Произведено 12 измерений одним прибором, не имеющим систематических ошибок, некоторой физической величины. Исправленное среднее квадратическое отклонение s случайных ошибок измерений оказалось равным 0,6.

Задание: найти точность прибора с надежностью 0,99.

Рекомендуемая литература

1. Бородич С. А. Эконометрика: учебное пособие. -Мн.: Новое знание, 2006.- Гл. 1,2,3.
2. Эконометрика: учебник. /Под ред. И. И. Елисеевой. 2-е изд. - М.: Финансы и статистика, 2005.- Гл. 1.

Тема 1.2. Основные понятия теории вероятностей и статистики, применяемые в эконометрике (2 занятия)

1 занятие

Вопросы для изучения

1. Основные понятия теории вероятностей. Нормальное распределение и связанные с ним χ^2 - распределение, распределение Стьюдента и Фишера.
2. Генеральная совокупность и выборка. Статистическое оцени-

вание. Свойства точечных оценок.

3. Интервальные оценки.

Контрольные вопросы

1. Приведите примеры случайных событий в экономике. Можно ли дать им вероятностное описание?

2. Перечислите основные свойства математического ожидания.

3. Перечислите основные свойства дисперсии.

4. Дайте определение ковариации.

5. Как определяется коррелированность и некоррелированность случайных величин?

6. Что такое генеральная совокупность и выборка?

7. Как вычисляются основные числовые характеристики по результатам выборки: выборочное среднее, дисперсия, среднее квадратическое отклонение?

8. Дайте определение несмещенности, эффективности и состоятельности.

9. Какие оценки называются наилучшими линейными несмещенными?

10. Что такое точечная и интервальная оценка?

Практические задания

Задача 1. Предполагается, что месячный доход граждан страны имеет нормальное распределение с математическим ожиданием $m=1000$ \$ и дисперсией $\sigma^2=40000$. По выборке из 500 человек определили выборочный средний доход $\bar{x}=900$ \$.

Задание: следует ли на основании 95% доверительного интервала отклонить предложение о ежемесячном доходе в стране в 1000 \$?

Задача 2. Взвешено 25 пакетов с чипсами, заполняемых автоматом, и найдено исправленное среднее квадратическое отклонение $s=1$.

Задание: найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение σ с надежностью $\gamma = 0,95$, если считать вес пакета X нормально распределенной случайной величиной.

Задача 3. Вес продуктов измеряется прибором, систематическая ошибка которого равна нулю, а случайные ошибки распределены нормально со средним квадратическим отклонением $\sigma = 20$ г.

Задание: сколько необходимо сделать независимых взвешиваний продукта, чтобы определить вес с ошибкой не более 15 г при доверительной вероятности $\gamma = 0,9$?

Задача 4. На контрольных испытаниях 16 осветительных ламп были определены несмещенные оценки математического ожидания $\bar{x} = 3000$ часов и среднего квадратического отклонения $s = 20$ час их срока службы. Производитель ламп дает гарантию срока службы в 3100 часов. Срок службы каждой лампы является нормальной величиной.

Задание:

а) определите доверительный интервал для математического ожидания и среднего квадратического отклонения при доверительной вероятности $\gamma = 0,95$;

б) можно ли по полученным данным доверять рекламе производителя?

Задача 5. На основе продолжительных наблюдений за весом X пакетов орешков, заполняемых автоматом, установлено, что стандартное отклонение веса пакетов $\sigma = 10$ г. Взвешено 25 пакетов и найден их средний вес $\bar{x} = 244$ г.

Задание: в каком интервале с надежностью 95% находится истинное значение среднего веса пакетов?

Задача 6. Обследование 25 человек показало, что их средний доход составил 1200 \$ при среднем отклонении $s = 120$ \$.

Задание: полагая, что доход имеет нормальный закон распределения, определить:

а) 95% интервальные оценки для математического ожидания m и среднего квадратического отклонения σ ;

б) вероятность того, что абсолютное значение ошибки оценивания m не превзойдет 50 \$;

с) количество обследованных, чтобы абсолютное значение ошибки оценивания m не превзошло 50 \$ с вероятностью 0,9.

Задача 7. Пусть X , Y - годовые дивиденды от вложений денежных средств в акции компаний А и В соответственно. Риск от вложений характеризуется дисперсиями $D(X)=25$, $D(Y)=16$. Коэффициент корреляции $\rho_{xy}=0,8$.

Задание: что менее рискованно, вкладывать деньги в обе компании в соотношении 25% и 75% или только в компанию В?

Задача 8. Станок-автомат заполняет пакеты чипсами по 250 г. Считается, что станок требует подналадки, если стандартное отклонение от номинального веса превышает 5 г. Контрольное взвешивание 10 пакетов дало следующие результаты: 245, 248, 250, 250, 252, 256, 243, 251, 244, 253.

Задание: постройте 95 и 99% доверительные интервалы для стандартного отклонения от номинального веса.

Задача 9. На основании наблюдений за работой 25 кандидатов на должность секретаря-референта установлено, что в среднем они тратили 7 минут на набор одной страницы сложного текста на компьютере при выборочном стандартном отклонении $S = 2$ мин.

Задание:

1) определите 90 и 99% доверительные интервалы для мат. ожидания m_x и среднего квадратического отклонения σ_x ;

2) оцените количество претендентов на работу, которые набрали текст быстрее, чем за 5 минут.

3) не противоречат ли полученные данные предположению о том, что среднее время набора страницы должно составить 5 минут?

Задача 10. Обследование 25 человек показало, что их средний доход составил 1200\$ при среднем отклонении $S=120\$$. Доход имеет нормальный закон распределения.

Задание:

1) определите 90% интервальные оценки для мат. ожидания m и среднего квадратического отклонения σ ;

2) с какой вероятностью можно утверждать, что абсолютное значение ошибки оценивания m не превзойдет 50\$;

3) каким должно быть количество обследованных, чтобы абсолютное значение ошибки оценивания m не превзошло 50\$ с вероятностью 0,9?

2 занятие

Вопросы для изучения

1. Статистические выводы и проверка гипотез. Ошибки 1 и 2 рода.
2. Двух – и односторонние критерии проверки.

Контрольные вопросы

1. Что такое нулевая и альтернативная гипотезы?
2. Что такое статистический критерий, уровень значимости?
3. Какова цель проверки гипотез?
4. Приведите общую схему проверки гипотез.
5. Чем отличаются проверка гипотезы о математическом ожидании нормальной случайной величины при известной и неизвестной дисперсиях?

6. Какая случайная величина применяется в качестве критерия проверки гипотезы о величине дисперсии нормальной случайной величины?

7. Какая случайная величина применяется в качестве критерия проверки гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных случайных величин?

8. К проверке каких гипотез сводятся исследования среднего дохода населения и анализ разброса в уровне дохода?

Практические задания

Задача 11. По исходным данным задачи 10 определить, как проверить предположение о ежемесячном доходе в 1000 \$ на основании общей схемы проверки гипотез? Какую альтернативную гипотезу вы выбрали и почему?

Задача 12. По исходным данным задачи 8 определить необходимость подналадки станка на основе использования статистической проверки гипотез.

Задача 13. По исходным данным задачи 9 предполагалось, что среднее время набора страницы текста должно составить 5,5 минуты. Не противоречат ли полученные данные этой гипотезе?

Задача 14. Расход (X) бензина автомобилями некоторой фирмы имеет нормальный закон распределения с $m_x=7,5$ л и $\sigma_x=0,5$ л. Выпустив новую модификацию автомобиля, фирма утверждает, что у него средний расход топлива снижен до 7 л при том же значении σ . Выборки из 15 автомобилей каждой модели дали следующие средние расходы: $\bar{x}=7,45$; $\bar{y}=7,15$.

Задание: Можно ли по этим данным доверять рекламе фирмы?

Задача 15. Два университета (А и В) готовят специалистов аналогичных специальностей. Министерство образования решило проверить ка-

чество подготовки в обоих университетах, организовав для этого объемный тестовый экзамен для студентов пятого курса. Отобранные случайным образом студенты показали следующие суммы баллов:

A: 41, 50, 35, 45, 53, 30, 57, 20, 50, 44, 36, 48, 55, 28, 40, 50.

B: 40, 57, 52, 38, 25, 47, 52, 48, 55, 48, 53, 39, 46, 51, 45, 55, 43, 51, 55, 40.

Задание:

1) каковы точечные оценки средних баллов и дисперсий результатов для обоих университетов?

2) можно ли утверждать при уровне значимости $\alpha=0,05$, что один из университетов обеспечивает лучшую подготовку? Какие тесты целесообразно использовать для такого рода анализа?

3) сравните разброс в знаниях студентов этих университетов.

4) были бы выводы такими же при уровне значимости $\alpha=0,01$?

Задача 16. Предполагается, что месячная зарплата сотрудников фирмы составляет 1000\$ при стандартном отклонении $\sigma = 100$ \$. Выборка из 36 человек дала следующие результаты: $\bar{x} = 900$ \$ и $S = 150$ \$.

Задание: можно ли по результатам проведенных наблюдений утверждать, что средняя заработная плата сотрудников фирмы меньше рекламируемой, а разброс в зарплатах больше? Какие критические области вы в этом случае использовали?

Задача 17. При анализе зависимости между двумя показателями X и Y по 25 наблюдениям получены следующие данные: $\bar{x} = 100$; $\bar{y} = 75$; $\sum(x_i - \bar{x})^2 = 625$; $\sum x_i y_i = 187$; $\sum(y_i - \bar{y})^2 = 484$. Оцените наличие линейной зависимости между X и Y .

Задание: будет ли коэффициент корреляции ρ_{xy} статистически значимым?

Задача 18. Проверьте значимость коэффициента корреляции по следующим данным:

- 1) $r_{xy} = -0,43$; $n=60$; $\alpha=0,1$ при альтернативной гипотезе $H_1: \rho_{xy} < 0$;
- 2) $r_{xy}=0,2$; $n=45$; $\alpha=0,05$ при альтернативной гипотезе $H_1: \rho_{xy} \neq 0$;
- 3) $r_{xy} = -0,35$; $n=100$; $\alpha=0,01$ при альтернативной гипотезе $H_1: \rho_{xy} \neq 0$.

Задача 19. Анализируется зависимость между доходами горожан (СВ X), имеющих индивидуальные домовладения, и рыночной стоимостью их домов (СВ Y). По случайной выборке из 450 горожан данной категории получены следующие результаты:

$$\sum x_i = 25200; \sum y_i = 110500; \sum (x_i - \bar{x})^2 = 72300; \sum (y_i - \bar{y})^2 = 1500200;$$

$$\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 201350.$$

Задание:

- 1) вычислите выборочные средние и стандартные отклонения для обоих показателей.
- 2) можно ли было ожидать, что стандартные отклонения для рассматриваемых случайных величин приблизительно равны между собой? Проверьте это предположение при уровне значимости $\alpha=0,05$.
- 3) постройте 95% доверительный интервал для средней стоимости домов. Какое предположение вы сделали при этом?
- 4) проверьте гипотезу о наличии сильной линейной зависимости между исследуемыми показателями ($\alpha=0,01$).

Задача 20. Из нормальной генеральной совокупности с известным средним квадратическим отклонением $\sigma = 5,2$ извлечена выборка объема $n = 100$ и по ней найдено выборочное среднее $\bar{x} = 27,56$.

Задание: на уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить нулевую гипотезу $H_0: m = 26$: а) при конкурирующей гипотезе $H_1: m \neq 26$;

б) при конкурирующей гипотезе $H_1: m > 26$.

Задача 21. Средний вес таблетки лекарства (m) должен быть равен 0,5 мг. Многократные опыты по взвешиванию таблеток показали, что вес таблеток распределен нормально со средним квадратическим отклонением $\sigma = 0,11$ мг. Выборочная проверка 121 таблетки полученной партии лекарств показала, что средний вес таблетки партии $\bar{x} = 0,53$ мг.

Задание: требуется на уровне значимости $\alpha = 0,01$ проверить гипотезу $H_0: m = 0,50$ при конкурирующей гипотезе:

а) $H_1: m \neq 0,50$;

б) $H_1: m > 0,50$.

Задача 22. В социологическом обследовании приводятся выборочные данные о времени X (мин), проведенном 100 посетителями за столиком в одном из кафе: выборочное среднее $\bar{x} = 58,3$, исправленное стандартное отклонение $s = 3,6$.

Задание: требуется на уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу $H_0: m = 60$ при конкурирующей гипотезе $H_1: m < 60$.

Задача 23. Проектный контролируемый вес пакета растворимого кофе, расфасованного станком-автоматом $m = 35$ г. Измерения 20 случайно отобранных пакетов дали следующие результаты (табл. 1.5):

Таблица 1.5

Вес x_i	34,8	34,9	35,0	35,1	35,3
Частота n_i	2	3	4	6	5

Задание: Требуется на уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить нулевую гипотезу $H_0: m = 35$ при конкурирующей $H_1: m \neq 35$.

Задача 24. Точность работы станка-автомата, заполняющего пакеты со стиральным порошком, определяется совпадением веса пакетов. Дисперсия веса не должна превышать 25. По выборке из 20 пакетов определена исправленная дисперсия $s^2 = 30$.

Задание: определить на уровне значимости $\alpha = 0,05$ требуется ли переналадка станка?

Задача 25. Точность работы станка-автомата проверяется по дисперсии контролируемого размера изделий, которая не должна превышать $\sigma^2 = 0,1$. Взята проба из случайно отобранных изделий и получены следующие результаты измерений (табл.1.6):

Таблица 1.6

Размер, x_i	3,0	3,5	3,8	4,4	4,5
Частота, n_i	2	6	9	7	1

Задание: требуется на уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить, обеспечивает ли станок требуемую точность.

Задача 26. Партия изделий принимается, если дисперсия контролируемого веса изделия значимо не превышает 0,2. Исправленная выборочная дисперсия, найденная по выборке объема $n = 31$, оказалась равной $s^2 = 0,3$.

Задание: можно ли принять партию изделий при уровне значимости $\alpha = 0,01$?

Задача 27. По выборке объема $n = 30$ найден средний вес пакетов $\bar{x} = 139$ г, расфасованных станком-автоматом №1. По выборке объема $l = 40$ найден средний вес пакетов $\bar{y} = 125$ г, расфасованных станком-автоматом №2. Генеральные дисперсии известны: $D(X) = 60$, $D(Y) = 80$. Предполагается, что случайные величины X, Y распределены нормально и выборки независимы.

Задание: при уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить, значимо ли различается вес пакетов, расфасованных различными автоматами?

Задача 28. В университете проведен анализ успеваемости среди студентов и студенток за последние 25 лет. Случайные величины X, Y , представляющие их суммарный балл за время учебы соответственно, име-

ют нормальный закон распределения. Получены следующие данные:

$$\bar{x} = 400, \bar{y} = 420, s_x^2 = 300, s_y^2 = 150.$$

Задание: можно ли на уровне значимости $\alpha = 0,05$ утверждать, что девушки в среднем учатся лучше ребят?

Задача 29. Задание: В условиях задачи 28 определить, есть ли основание считать, что разброс оценок студентов больше, чем у студенток?

Задача 30. Из двух партий изделий, изготовленных на двух одинаково настроенных станках, извлечены малые выборки, объемы которых $n = 10, l = 12$. Получены следующие результаты (табл.1.7):

Таблица 1.7

Размер изделий 1-го станка x_i	3,4	3,5	3,7	3,9	Размер изделий 2-го станка y_i	3,2	3,4	3,6
Частота n_i	2	3	4	1	Частота l_i	2	2	8

Задание: при уровне значимости $\alpha = 0,01$ проверить допущение о равенстве генеральных дисперсий и при положительном ответе проверить предположение о равенстве средних размеров изделий.

Задача 31. Расход X бензина автомобилями некоторой фирмы имеет нормальный закон распределения $m_x = 7,5$ л и $\sigma_x = 0,5$ л. Выпустив новую модификацию автомобиля, фирма утверждает, что у него средний расход m_y снижен до 7 л при том же значении стандартного отклонения. Выборки из 15 автомобилей каждой модели дали следующие средние расходы топлива: $\bar{x} = 7,45; \bar{y} = 7,15$.

Задание: можно ли по этим данным доверять рекламе фирмы?

Задача 32. Для сравнения точности двух станков-автоматов взяты две пробы (выборки), объемы которых $n = 10, l = 8$. В результате измерения контролируемого размера отобранных изделий получены следующие результаты:

x_i : 1,08; 1,10; 1,12; 1,14; 1,15; 1,25; 1,36; 1,38; 1,40; 1,42;

y_i : 1,11; 1,12; 1,18; 1,22; 1,33; 1,35; 1,36; 1,38.

Задание: можно ли считать, что станки обладают одинаковой точностью на уровне значимости $\alpha = 0,1$.

Задача 33. По двум независимым выборкам, объемы которых $n_1 = 9$ и $n_2 = 6$, найдены выборочные дисперсии $D(X) = 14,4$ и $D(Y) = 20,5$ годовых дивидендов от вложений в отрасли А и В соответственно.

Задание: при уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о равенстве рисков при вложении денег в обе отрасли.

Задача 34. Предполагается, что месячная зарплата сотрудников фирмы составляет 1000 \$ при стандартном отклонении $\sigma = 100$ \$. Выборка из 36 человек дала следующие результаты: $\bar{x} = 900$ \$, $s = 150$ \$.

Задание: можно ли по результатам приведенных наблюдений при уровне значимости $\alpha = 0,01$ утверждать, что средняя зарплата сотрудников фирмы меньше рекламируемой, а разброс в зарплатах больше?

Задача 35. Анализируется зависимость между доходами X горожан, имеющих индивидуальные домовладения, и рыночной стоимостью Y их домов. По случайной выборке из 120 горожан данной категории получены следующие результаты:

$$\sum x_i = 25200; \sum y_i = 110500; \sum (x_i - \bar{x})^2 = 72300;$$

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = 1500200; \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 201350.$$

Задание: при уровне значимости $\alpha = 0,01$ проверить предположение о равенстве дисперсий рассматриваемых случайных величин и гипотезу о наличии сильной линейной зависимости между исследуемыми показателями.

Задача 36. Объем продаж Y (тыс. руб) и расходы на рекламу X (тыс. руб) по 62 предприятиям концерна характеризуется выборочным коэффициентом корреляции $r_{xy} = 0,3$.

Задание: при уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить значимость коэффициента корреляции.

Задача 37. Определяется наличие линейной зависимости между уровнями инфляции X и безработицы Y в некоторой стране за 11 лет. По статистическим данным рассчитан выборочный коэффициент корреляции $r_{xy} = -0,34$.

Задание: при уровне значимости $\alpha = 0,01$ установить, существует ли значимая линейная связь между указанными показателями в данной стране на рассматриваемом временном интервале?

Задача 38. Сменная добыча угля на одного рабочего Y (т) и мощность угольного пласта X (м), характеризующие процесс добычи угля на 10 шахтах, представлены в таблице (табл.1.8):

Таблица 1.8

x_i	8	11	12	9	8	8	9	9	8	12
y_i	5	10	10	7	5	6	6	5	6	8

Задание: вычислить коэффициент корреляции между переменными X и Y и оценить при $\alpha = 0,01$ его значимость.

Рекомендуемая литература

1. Бородич С. А. Эконометрика: учебное пособие. -Мн.: Новое знание, 2006.- Гл. 1,2,3.
2. Эконометрика: учебник. /Под ред. И. И. Елисеевой. 2-е изд. - М.: Финансы и статистика, 2005.- Гл. 1.

Раздел 2. Парная регрессия

Тема 2.1. Метод наименьших квадратов (1 занятие)

Вопросы для изучения

1. Спецификация модели парной регрессии.
2. Оценки параметров линейной регрессии. Метод наименьших

квадратов (МНК).

3. Предпосылки МНК и свойства МНК-оценок.
4. Нелинейная парная регрессия, ее линеаризация и применение.

Контрольные вопросы

1. Что такое функция регрессии?
2. Чем регрессионная модель отличается от функции регрессии?
3. Назовите основные причины наличия в регрессионной модели случайного отклонения.
4. Как осуществляется спецификация модели?
5. В чем состоит различие между теоретическим и эмпирическим уравнениями регрессии?
6. В чем суть метода наименьших квадратов?
7. Приведите формулы расчета коэффициентов эмпирического парного линейного уравнения регрессии по МНК.
8. Перечислите предпосылки МНК. Каковы последствия их выполнения или невыполнимости?
9. Какой нелинейной функцией может быть заменена парабола второй степени, если не наблюдается смена направленности связи признаков?
10. Перечислите виды моделей, нелинейных относительно: а) включаемых переменных; б) оцениваемых параметров.
11. Как определяются коэффициенты эластичности по разным видам регрессионных моделей?
12. Каков смысл коэффициентов регрессии в логарифмических регрессионных моделях?

Практические задания

Задача 1*. По 12 регионам России приводятся данные о среднедушевом прожиточном минимуме в день одного трудоспособного x (руб.) и среднедневной заработной плате y (руб.) (табл.2.1):

Таблица 2.1

Номер региона	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x , руб	78	82	87	79	89	106	67	88	73	87	76	115
y , руб	133	148	134	154	162	195	139	158	152	162	159	173

Задание:

- 1) построить поле корреляции и сформулировать предложение о форме связи переменных x и y .
- 2) построить уравнение линейной и степенной парной регрессии; определить для них коэффициент и индекс детерминации, среднюю относительную ошибку аппроксимации сравнить полученные модели по точности.

Задача 2*.

Имеются следующие данные об уровне механизации работ x (%) и производительности труда y (т/ч) для 14 однотипных предприятий (табл.2.2):

Таблица 2.2

x_i	32	30	36	40	41	47	56	54	60	55	61	67	69	76
y_i	20	24	28	30	31	33	34	37	38	40	41	43	45	48

Задание:

- 1) для характеристики зависимости y от x построить уравнение регрессии:
 - а) линейной;
 - б) степенной;
 - в) показательной;
 - г) равносторонней гиперболы;
 - д) экспоненциальное.
- 2) оценить каждую модель через среднюю относительную ошибку аппроксимации.

Задача 3*. Для 13 клиентов спортивного отдела магазина зафиксирована сумма покупки x (в у.е.) и время разговора с продавцом y (мин) (табл.2.3):

Таблица 2.3

x_i	40	50	60	80	100	110	120	130	150	160	180	200	310
y_i	14	14	17	19	17	20	24	22	25	24	18	20	26

Задание:

- 1) оценить с помощью МНК параметры линейного уравнения регрессии, предположив, что y объясняется переменной x ;
- 2) оценить с помощью МНК параметры линейного уравнения регрессии, предположив, что x объясняется переменной y ;
- 3) построить обе линии регрессии на корреляционном поле и объяснить, почему, как правило, получаются различные уравнения регрессии.

Задача 4*. Имеются данные за 10 лет по прибылям x и y (%) двух компаний (табл.2.4):

Таблица 2.4

x_i	19,2	15,8	12,5	10,3	5,7	-5,8	-3,5	5,2	7,3	6,7
y_i	20,1	18,0	10,3	12,5	6,0	-6,8	-2,8	3,0	8,5	8,0

Задание:

- 1) построить линейную регрессию y на x при наличии свободного члена;
- 2) определить коэффициент детерминации данного уравнения;
- 3) построить линейную регрессию y на x при отсутствии свободного члена;
- 4) вычислить коэффициент детерминации для второго уравнения регрессии.

Задача 5. Имеется классическое линейное однофакторное уравнение регрессии, параметры которого оценены обычным МНК по выборке объема 100:

$$\tilde{y} = b_0 + b_1 x.$$

Задание: доказать, что $\sum_{i=1}^{100} e_i = 0$.

Задача 6. Предложить аналитическую форму модели $\tilde{y} = f(x)$ по следующим данным (табл.2.5):

Таблица 2.5

y_i	74	62	51	35	28	20	15	8	10
x_i	2,2	2,2	2,3	2,4	2,6	2,9	3,2	3,6	4,0

Задача 7. При исследовании корреляционной зависимости между ценой на нефть X и индексом нефтяных компаний Y получены следующие данные: $\bar{x} = 16,2$; $\bar{y} = 4000$; $\sigma_x^2 = 4$; $\text{cov}(x, y) = 40$.

Задание: построить линейное уравнение регрессии Y на X .

Задача 8. По следующим данным (табл.2.6):

Таблица 2.6

y_i	2	2	5	5	10
x_i	0,1	0,2	0,5	0,5	1

построена модель

$$\tilde{y} = \frac{8,17x}{x + 0,359}.$$

Задание: рассчитать среднюю относительную ошибку аппроксимации.

Задача 9. На основе данных (табл.2.7):

Таблица 2.7

y_i	20	21	23	26	29
x_i	5	8	11	12	14

оценены параметры двух моделей:

- показательной $\tilde{y} = 15,65 \cdot (1,041)^x$;

- степенной $\tilde{y} = 10,93 \cdot x^{0,3436}$.

Задание: при помощи средней относительной ошибки аппроксимации оценить, какая модель лучше соответствует эмпирическим данным?

Задача 10. Могут ли следующие уравнения быть преобразованы в уравнения, линейные по параметрам?

$$1. y_i = \alpha \cdot e^{\beta x_i} \cdot \varepsilon_i;$$

$$2. y_i = \alpha \cdot e^{-\beta x_i} + \varepsilon_i;$$

$$3. y_i = e^{\alpha + \beta x_i + \varepsilon_i};$$

$$4. y_i = \frac{\alpha}{\beta - x_i} + \varepsilon_i.$$

Задача 11. Предполагается, что модель $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$ удовлетворяет условиям классической регрессии. Рассматривается следующая оценка коэффициента β :

$$b = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i - \bar{y}}{x_i - \bar{x}}.$$

Задание: доказать, что данная оценка является несмещенной.

Задача 12. С помощью МНК оценить параметр регрессии β однофакторного уравнения

$$y_i = \frac{\beta}{x_i} + \varepsilon_i$$

по следующим наблюдениям (табл.2.8):

Таблица 2.8

y_i	1,000	0,500	0,500	0,400	0,400	0,333	0,250	0,200	0,125	0,100
x_i	1	2	3	3	4	4	5	7	9	12

Задача 13. По выборке объема $n = 10$ получены следующие данные:

$$\sum x_i = 100; \sum y_i = 200; \sum x_i y_i = 21000; \sum x_i^2 = 12000; \sum y_i^2 = 45000.$$

Задание: С помощью МНК оценить параметры линейного уравнения регрессии, найти выборочный коэффициент корреляции r_{xy} .

Задача 14. Изучалась зависимость вида $y = b_0 x^{b_1}$. Для преобразованных в логарифмах переменных получены следующие данные:

$$\sum x'_i = 8,2370; \sum y'_i = 3,9310; \sum x'_i y'_i = 4,2087; \sum x_i'^2 = 9,2334; n = 10.$$

Задание: найти параметры b_0, b_1 .

Рекомендуемая литература

1. Бородич С. А. Эконометрика: учебное пособие. -Мн.: Новое знание, 2006.- Гл. 4, 5.
2. Практикум по эконометрике: учебное пособие./ Под ред. И. И. Елисеевой.- М.: Финансы и статистика, 2007. – Раздел 1.
3. Эконометрика: учебник / Под ред. И. И. Елисеевой. 2-е изд.-М.: Финансы и статистика, 2005.- Гл. 2.

Тема 2. 2. Экономическая и статистическая интерпретация модели парной регрессии (2 занятия)

1 занятие

Вопросы для изучения

1. Экономическая интерпретация параметров модели.
2. Коэффициенты корреляции и детерминации в линейной модели парной регрессии. Таблица дисперсионного анализа.

Контрольные вопросы

1. Объясните экономический смысл коэффициента регрессии.

2. Какой смысл может иметь свободный коэффициент уравнения регрессии?
3. Чему равен свободный член, если все переменные в линейной модели взяты в отклонениях от средних значений?
4. Какова связь между линейным коэффициентом корреляции и коэффициентом регрессии в линейной модели парной регрессии?
5. Объясните статистический смысл коэффициента детерминации.
6. Как записывается баланс для сумм квадратов отклонений резуль- тативного признака?
7. Что происходит, когда общая СКО равна остаточной?
8. В каком случае общая СКО равна факторной?
9. Что такое число степеней свободы?
10. Чему равны числа степеней свободы для различных СКО в парной регрессии?

Практические задания

Задача 1. Для трех видов продукции А, В, С модель зависимости удельных постоянных расходов от объема выпускаемой продукции выглядит следующим образом:

$$y_A = 600;$$

$$y_B = 80 + 0,7x;$$

$$y_C = 40x^{0,5}.$$

Задание:

- 1) определить коэффициенты эластичности по каждому виду продукции;
- 2) сравнить при $x = 1000$ эластичность затрат для продукции В и С;
- 3) определить, каким должен быть объем выпускаемой продукции, чтобы коэффициенты эластичности для продукции В и С были равны.

Задача 2. При исследовании спроса на телевизоры марки Т, аналитический отдел компании ABC по данным, собранным по 19 торговым точкам компании, выявил следующую зависимость:

$$\ln y = 10,5 - 0,8 \ln x + \varepsilon$$

$$(2,5) \quad (-4,0)$$

где: Y - объем продаж телевизоров в отдельной торговой точке, X - средняя цена телевизора в данной торговой точке. В скобках приведены фактические значения t -критерия.

Задание: до проведения этого исследования администрация компании предполагала, что эластичность спроса по цене для телевизоров марки Т составляет $\bar{\varepsilon} = -0,9$. Подтвердилось ли предположение администрации результатами исследования?

Задача 3*.

Имеются следующие данные об уровне механизации работ x (%) и производительности труда y (т/ч) для 14-и однотипных предприятий (табл.2.9):

Таблица 2.9

x_i	32	30	36	40	41	47	56	54	60	55	61	67	69	76
y_i	20	24	28	30	31	33	34	37	38	40	41	43	45	48

Задание:

1) для характеристики зависимости y от x построить уравнение регрессии:

- a) линейной;
- b) степенной;
- c) показательной;
- d) равносторонней гиперболы;
- e) экспоненциальное.

2) оценить каждую модель через F -критерий Фишера.

3) рассчитать средние коэффициенты эластичности для каждой модели.

Задача 4. Для некоторой модели получена следующая последовательность остатков (табл.2.10):

Таблица 2.10

i	1	2	3	4	5	6
e_i	-5	10	-1	-5	2	-1

Известно, что дисперсия объясняемой переменной $\sigma_y^2 = 500$.

Задание: найти коэффициент детерминации и оценить его значимость при уровне $\alpha = 0,05$.

Задача 5. Уравнение регрессии Y на X при отсутствии свободного члена записывается в виде $y = \beta x + \varepsilon$. Найти оценку коэффициента β методом наименьших квадратов.

Задание: докажите, что она будет несмещенной.

Задача 6. Имеется нелинейное однофакторное уравнение регрессии $y = \beta/x + \varepsilon$.

Задание: найти оценку коэффициента β методом наименьших квадратов.

Задача 7. По группе предприятий, производящих однородную продукцию известно, как зависит себестоимость единицы продукции (Y) от факторов, приведенных в таблице (табл.2.11):

Таблица 2.11

Признак-фактор	Уравнение парной регрессии	Среднее значение фактора
Объем производства, x_1 , млн. руб.	$\tilde{y}_{x_1} = 0,62 + \frac{58,74}{x_1}$	$\bar{x}_1 = 2,64$
Трудоемкость единицы продукции, x_2 , чел/час	$\tilde{y}_{x_2} = 9,30 + 9,83x_2$	$\bar{x}_2 = 1,38$
Оптовая цена за 1т энергоносителя, x_3 , млн. руб.	$\tilde{y}_{x_3} = 11,45 + x_3^{1,6281}$	$\bar{x}_3 = 1,503$
Доля прибыли, изымаемая государством, x_4 , %	$\tilde{y}_{x_4} = 14,87 \cdot 1,016^{x_4}$	$\bar{x}_4 = 26,3$

Задание:

- 1) определить с помощью коэффициентов эластичности силу влияния каждого фактора на результат;
- 2) ранжировать факторы по силе влияния на результат.

Задача 8. По группе из 10 заводов, производящих однородную продукцию, получено уравнение регрессии себестоимости единицы продукции y (тыс. руб) от уровня технической оснащенности x (тыс. руб.)

$$\tilde{y} = 20 + \frac{700}{x}.$$

Доля остаточной дисперсии в общей составила 0,19.

Задание:

- 1) определить коэффициент эластичности, предполагая, что стоимость активных производственных фондов составляет 200 тыс. руб.;
- 2) вычислить индекс корреляции;
- 3) оценить значимость уравнения регрессии с помощью F – критерия.

Задача 9. Зависимость спроса y на некоторый товар K от его цены x характеризуется по 20 наблюдениям уравнением

$$\lg y = 1,75 - 0,31 \lg x.$$

Доля остаточной дисперсии в общей составила 18%.

Задание:

- 1) записать уравнение в виде степенной функции;
- 2) оценить эластичность спроса на товар в зависимости от ее цены;
- 3) определить индекс корреляции;
- 4) оценить значимость уравнения регрессии.

Задача 10. Зависимость объема производства Y (тыс. ед.) от численности занятых X (чел.) по 15 заводам концерна характеризуется уравнением регрессии $\tilde{y} = 30 - 0,4x + 0,04x^2$. Доля остаточной дисперсии в общей составляет 20%.

Задание:

- 1) вычислить индекс корреляции.
- 2) оценить значимость уравнения регрессии.
- 3) найти коэффициент эластичности, предполагая, что численность занятых составляет 30 человек.

Задача 11. Для описания зависимости расходов на питание в тыс. руб (Y) от совокупных расходов в тыс. руб (x) по данным 12 домашних хозяйств используется степенная модель, которая после оценивания параметров приобрела форму $\tilde{y} = 1,839x^{0,538}$.

Наблюдаемые значения объясняющей переменной и остатки приведены в следующей таблице (табл.2.12):

Таблица 2.12

x_i	5,8	7,5	6,4	7,4	10,4	8,8	12,5	10,1	14,8	17,6	14,2	16,5
e_i	-0,53	-0,84	0,01	0,70	-0,18	0,87	0,04	1,02	-0,38	-0,80	0,43	-0,11

Задание: вычислить ранги значений объясняющей переменной x_i и модулей остатков $|e_i|$.

Задача 12. При приеме на работу семи кандидатам было предложено два теста. Результаты тестирования в баллах приведены в таблице (табл.2.13):

Таблица 2.13

Тест	Результаты тестирования кандидатов						
	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й
1	31	82	25	26	53	30	29
2	21	55	8	27	32	42	26

Задание: найти коэффициент ранговой корреляции Спирмена между результатами тестирования по двум тестам.

Задача 13. По результатам тестирования 10 студентов по двум дисциплинам был найден коэффициент ранговой корреляции Спирмена $\rho = 0,763$.

Задание: проверьте, является ли он статистически значимым?

Задача 14. На основе данных (табл.2.14):

Таблица 2.14

y_i	10	11	12	15	17	22
x_i	2	3	4	5	6	7

построена показательная модель

$$\tilde{y} = 6,917(1,169)^x.$$

Задание: при уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о том, что случайные отклонения этой модели являются несмещенными.

Задача 15. Задана последовательность остатков некоторой нелинейной модели: 10; 18; -3; 7; 5; 4; 13; 9; -6; 18.

Задание: при уровне значимости $\alpha = 0,1$ проверить гипотезу о несмещенности случайных отклонений.

2 занятие

Вопросы для изучения

1. Проверка адекватности модели линейной парной регрессии.
2. Расчет доверительных интервалов параметров регрессии и прогнозного значения зависимой переменной.

Контрольные вопросы

1. Как используется F-статистика в регрессионном анализе?

2. Как записываются основная и альтернативная гипотезы при проверке адекватности уравнения регрессии в целом?
3. Как F-статистика связана с коэффициентом детерминации в парной регрессии?
4. Как рассчитать критерий Стьюдента для коэффициента регрессии в линейной модели парной регрессии?
5. Опишите "грубое" правило анализа статистической значимости коэффициентов регрессии.
6. Какая связь между t_b - и F- статистиками в парной линейной регрессии?
7. Как построить доверительный интервал для коэффициента регрессии в линейной модели парной регрессии?
8. В каком месте доверительный интервал прогноза по парной модели является наименьшим?

Практические задания

Задача 16*. По 12 регионам России приводятся данные о среднедушевом прожиточном минимуме в день одного трудоспособного X (руб.) и среднедневной заработной плате Y (руб.) (табл.2.15):

Таблица 2.15

Номер региона	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X, руб.	78	82	87	79	89	106	67	88	73	87	76	115
Y, руб	133	148	134	154	162	195	139	158	152	162	159	173

Задание:

- 1) оценить статистическую значимость линейной модели в целом, а также параметров линейной регрессии и построить интервальную оценку коэффициентов линейной регрессии с надежностью 0,95;
- 2) выполнить прогноз заработной платы y при прогнозном значении среднего прожиточного уровня x , составляющего 107% от среднего

уровня и оценить точность прогноза, рассчитав ошибку прогноза и его 95% доверительный интервал.

Задача 17*. Для 13 клиентов спортивного отдела магазина зафиксирована сумма покупки X (в у.е.) и время разговора с продавцом Y (мин) (табл.2.16):

Таблица 2.16

X_i	40	50	60	80	100	110	120	130	150	160	180	200	310
Y_i	14	14	17	19	17	20	24	22	25	24	18	20	26

Задание:

1) оценить с помощью МНК параметры линейного уравнения регрессии, предположив, что Y объясняется переменной X ; оценить статистическую значимость линейной модели и ее параметров на уровне $\alpha = 0,05$;

2) оценить с помощью МНК параметры линейного уравнения регрессии, предположив, что X объясняется переменной Y ; проверить статистическую значимость уравнения регрессии по F -критерию Фишера, а также параметров модели по t -статистикам на уровне $\alpha = 0,05$.

Задача 18*. Имеются данные за 10 лет по прибылям X и Y (%) двух компаний (табл.2.17):

Таблица 2.17

x_i	19,2	15,8	12,5	10,3	5,7	-5,8	-3,5	5,2	7,3	6,7
y_i	20,1	18,0	10,3	12,5	6,0	-6,8	-2,8	3,0	8,5	8,0

Задание:

1) построить линейную регрессию Y на X при наличии свободного члена.

2) оценить статистическую значимость параметров полученной регрессии на 5% уровне значимости и определить коэффициент детерминации данного уравнения.

Задача 19. Для анализа зависимости переменной Y от объясняющей переменной X получена выборка объема $n = 50$ и определены следующие показатели:

$$\bar{x} = 50,68; \bar{y} = 100,44; \sum x_i y_i = 290463; \sum y_i^2 = 539477.$$

В основу исследования положена классическая однофакторная модель нормальной регрессии $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \quad i = \overline{1, 50}$.

Задание: проверить следующие гипотезы при уровне $\alpha = 0,05$:

1. $H_0: \beta_1 \geq 1$.
2. $H_0: \beta_0 \leq 50$.

Задача 20. Наблюдения 16 пар (x, y) дали следующие результаты:

$$\sum x_i = 96; \sum y_i = 64; \sum x_i^2 = 657; \sum y_i^2 = 526; \sum x_i y_i = 492.$$

Задание: оценить регрессию $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ и проверить гипотезу, что $\beta_1 = 1$.

Задача 21. Пусть имеется следующая модель парной регрессии, построенная по 20 наблюдениям: $\tilde{y} = 8 - 7x$. При этом $r_{xy} = -0,5$.

Задание: построить доверительный интервал для коэффициента регрессии в этой модели с вероятностями 0,9 и 0,95.

Задача 22. Анализируется зависимость между доходами горожан (X), имеющими индивидуальные домовладения, и рыночной стоимостью их домов (Y). По случайной выборке из 120 горожан данной категории получены результаты:

$$\begin{aligned} \sum x_i &= 27343; \sum y_i = 115870; \sum (x_i - \bar{x})^2 = 75200; \\ \sum (y_i - \bar{y})^2 &= 1620340; \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 250431. \end{aligned}$$

Задание: найти оценку коэффициента регрессии b_1 и построить 95% доверительный интервал для коэффициента регрессии.

Задача 23. Совокупные издержки в млн. руб. (Y) и объем продукции в тыс. шт. (X) на шести производственных предприятиях формировались следующим образом (табл.2.18):

Таблица 2.18

y_i	2	5	4	4	7	2
x_i	2	4	3	2	6	1

Задание:

- 1) оценить с помощью МНК параметры линейной модели совокупных издержек относительно объема продукции;
- 2) найти оценку дисперсии случайных отклонений, стандартные ошибки и t -статистики параметров уравнения, а также оценить статистическую значимость параметров модели на уровне $\alpha = 0,05$.

Задача 24. Сменная добыча угля на одного рабочего Y (т) и мощность пласта угля X (м), характеризующие процесс добычи угля по 10 шахтам, представлены в следующей таблице (табл.2.19):

Таблица 2.19

y_i	5	10	10	7	5	6	6	5	6	8
x_i	8	11	12	9	8	8	9	9	8	12

По этим данным получено линейное уравнение регрессии $\tilde{y} = 2,75 + 1,06x$.

Задание:

- 1) оценить сменную среднюю добычу угля на одного рабочего для шахт с мощностью пласта, составляющего 105% от его среднего значения;

2) найти 95% доверительный интервал для индивидуального прогнозного значения сменной добычи угля для таких шахт.

Рекомендуемая литература

1. Бородич С.А. Эконометрика: учебное пособие. -Мн.: Новое знание, 2006. – Гл. 4, 5.
2. Практикум по эконометрике: учебное пособие/ Под ред. И. И. Елисеевой.- М.: Финансы и статистика, 2007. – Раздел 1.
3. Эконометрика: учебник./ Под ред. И. И. Елисеевой. 2-е изд. - М.: Финансы и статистика, 2005. Гл. 2.

Раздел 3. Множественная регрессия

Тема 3.1. Линейная модель множественной регрессии (1 занятие)

Вопросы для изучения

1. Линейная модель множественной регрессии. Эмпирическая форма записи.
2. Оценка параметров модели с помощью МНК.
3. Применение моделей множественной регрессии в экономических исследованиях.

Контрольные вопросы

1. Как записывается эмпирическое уравнение линейной модели множественной регрессии?
2. Что измеряют коэффициенты регрессии линейной модели множественной регрессии?
3. Опишите алгоритм определения коэффициентов множественной линейной регрессии по МНК в матричной форме.
4. Укажите требования, предъявляемые к факторам, для включения их в модель множественной регрессии.
5. Как интерпретируются коэффициенты регрессии линейной модели потребления?

6. Какой смысл приобретает сумма коэффициентов регрессии в производственных функциях?

7. Как в линейной модели множественной регрессии, записанной в стандартизованном виде, сравнить факторы по силе их воздействия на результат?

8. Как связаны стандартизованные коэффициенты регрессии с натуральными?

Практические задания

Задача 1*. Изучается влияние стоимости основных и оборотных средств на величину валового дохода торговых предприятий (в млн. руб.). Для этого по 12 торговым предприятиям были получены следующие данные (табл.3.1):

Таблица 3.1

Номер предприятия	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Валовой доход за год	203	63	45	113	121	88	110	56	80	237	160	75
Стоимость основных средств	118	28	17	50	56	102	116	124	114	154	115	98
Стоимость оборотных средств	105	56	54	63	28	50	54	42	36	106	88	46

Задание:

- 1) построить линейное уравнение множественной регрессии и пояснить экономический смысл его параметров;
- 2) рассчитать средние коэффициенты эластичности;
- 3) определить стандартизованные коэффициенты регрессии;
- 4) определить парные и частные коэффициенты корреляции, множественный коэффициент корреляции. Дать оценку полученного уравнения на основе коэффициента детерминации.

Задача 2. Уравнение регрессии, построенное по 15 наблюдениям, имеет вид:

$$\begin{aligned} \tilde{y} &= 12,4 - 9,6x_1 + ?x_2 - 6,3x_3 \\ m_b \text{ (?) } & (3,2) \quad (0,12) \quad (?) \\ t_b \text{ (1,55) } & (?) \quad (4,0) \quad (-3,15). \end{aligned}$$

Задание: найти пропущенные значения и построить доверительный интервал для β_3 с вероятностью 0,99.

Задача 3. Уравнение регрессии в стандартизованной форме имеет вид

$$t_y = 0,37t_{x_1} - 0,52t_{x_2} + 0,43t_{x_3}.$$

При этом коэффициенты вариации равны:

$$V_y = 18\%, V_{x_1} = 25\%, V_{x_2} = 38\%, V_{x_3} = 30\%.$$

Задание: определить средние коэффициенты эластичности.

Задача 4. Задание: получить формулы МНК-оценок для коэффициентов линейного двухфакторного уравнения регрессии $y_i = \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i$.

Задача 5. Коэффициенты корреляции между попарно объединенными переменными Y , x_1 , x_2 равны:

$$r_{yx_1} = 0,8; r_{yx_2} = 0,7; r_{x_1x_2} = 0,9.$$

Задание: чему равен коэффициент множественной корреляции между переменной Y и переменными x_1, x_2 ?

Задача 6. Задана следующая матрица R_M коэффициентов межфакторной корреляции переменных x_1, x_2, x_3 :

$$R_M = \begin{pmatrix} 1 & 0,8 & 0,9 \\ 0,8 & 1 & 0,6 \\ 0,9 & 0,6 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задание: рассчитать коэффициент множественной корреляции переменной x_2 с переменными x_1, x_3 .

Задача 7. Построена линейная модель, описывающая зависимость объема продукции предприятия (y) от количества рабочих в подразделениях основного производства (x_1), вспомогательного производства (x_2), а также от общего количества занятых в подразделениях обоих видов (x_3 , причем $x_3 = x_1 + x_2$).

Задание: можно ли оценить параметры этой модели с помощью классического метода наименьших квадратов?

Задача 8. Задание: на основе следующих наблюдений переменных Y и X (табл.3.2):

Таблица 3.2

y_i	14	13	10	15
x_i	1	1	2	4

оценить параметры модели $y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \varepsilon$.

Задача 9. Задание: на основе следующих наблюдений переменных Y , X_1 , X_2 (табл.3.3):

Таблица 3.3

y	1	2	3	4	5
x_1	2	2	2	1	1
x_2	3	3	2	2	2

оценить параметры модели: $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 x_2 + \varepsilon$.

Задача 10. Построена модель $y = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{x_1} + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_2^2 + \varepsilon$ при наличии следующих наблюдений (табл.3.4):

Таблица 3.4

x_1	2	5	8	4	5
x_2	2	3	4	5	6

Задание: построить матрицу наблюдений X , необходимую для оценивания параметров представленной модели методом наименьших квадратов.

Задача 11. Получены следующие величины:

$$\bar{y} = 15,0; \quad \bar{x}_1 = 6,5; \quad \bar{x}_2 = 12,0; \quad \sigma_y = 4,0; \quad \sigma_{x_1} = 2,5; \quad \sigma_{x_2} = 3,5; \quad r_{yx_1} = 0,63; \\ r_{yx_2} = 0,78; \quad r_{x_1x_2} = 0,52.$$

Задание: найти регрессию Y на x_1 и x_2 в стандартизованной и естественной формах.

Рекомендуемая литература

1. Бородич С.А. Эконометрика: учебное пособие. -Мн.: Новое знание, 2006. – Гл. 6.
2. Практикум по эконометрике : учебное пособие / Под ред. И. И. Елисеевой.- М.: Финансы и статистика, 2007. - Раздел 2.
3. Эконометрика: учебник / Под ред. И. И. Елисеевой. 2-е изд. -М.: Финансы и статистика, 2005. –Гл. 3.

Тема 3.2. Оценка качества модели множественной регрессии (2 занятия)

1 занятие

Вопросы для изучения

1. Показатели качества множественной регрессии: индекс множественной корреляции и коэффициент детерминации. Скорректированный коэффициент детерминации.
2. Оценка значимости уравнения в целом и каждого параметра в отдельности.

Контрольные вопросы

1. Какие основные подходы реализуются при проверке адекватности построенного уравнения линейной модели множественной регрессии?
2. Как определяется статистическая значимость коэффициентов регрессии в линейной модели множественной регрессии?
3. Как строятся доверительные интервалы для параметров линейной модели множественной регрессии?
4. В чем недостаток использования коэффициента детерминации при оценке общего качества линейной модели множественной регрессии?
5. Как корректируется коэффициент детерминации?
6. Каково назначение частной корреляции при построении модели множественной регрессии?
7. Как проверяется адекватность линейной модели множественной регрессии в целом?
8. Как определяется индекс множественной корреляции и какой он имеет смысл?

Практические задания

Задача 1. На основе ежегодных статистических данных за 15 лет оценены параметры линейной модели совокупных издержек Y относительно объема продукции X_1 и возраста оборудования X_2 :

$$\tilde{y} = 13 + 2,5x_1 + 0,4x_2.$$

Коэффициент множественной корреляции равен 0,7.

Задание: при уровне значимости $\alpha = 0,05$ исследовать, можно ли считать этот коэффициент статистически существенным?

Задача 2. На основе статистических данных за 10 лет оценены параметры и их стандартные ошибки линейной модели, описывающей зависи-

мость объемов производства Y от количества работающих x_1 и установочной мощности оборудования x_2 :

$$\tilde{y} = 54 + 23,41x_1 + 6,44x_2$$

$$(6,5) \quad (5,1) \quad (0,83)$$

Задание: для уровня значимости $\alpha = 0,05$ установить, оказывают ли объясняющие переменные x_1 , x_2 существенное влияние на объясняемую переменную Y ?

Задача 3. Имеются данные регрессионного анализа цен на туристические палатки. Уравнение регрессии имеет следующий вид: Цена = $120 + 73,2 * (\text{вес}) - 7,52 * (\text{площадь})$ (табл.3.5):

Таблица 3.5

Независимая переменная	Коэффициент	Стандартная ошибка	t-статистика	p
Константа	120,3	54,82	2,19	0,037
Вес	73,17	15,37	4,76	0,000
Площадь	-7,517	2,546	-2,95	0,006

$$R^2 = 0,567, \quad R^2_{\text{скамп.}} = 0,535.$$

Задание:

В каталоге компании, продающей туристические палатки указывается цена, вес и площадь 30 палаток. По результатам множественной регрессии ответьте на ряд вопросов:

1) стоят ли более тяжелые палатки в среднем дороже или дешевле, чем легкие, если речь идет о палатках заданного размера?

2) стоят ли большие палатки в среднем дороже или дешевле, чем меньшие палатки, если речь идет о палатках заданного веса?

3) какой процент вариации цен объясняется информацией, доступной руководству компании?

4) найдите цену палатки, вес которой составит 5 кг, а площадь 4 квадратных метра.

5) Является ли значимым F-тест. О чем он свидетельствует?

Задача 4. По 30 заводам, выпускающим продукцию А, изучается зависимость потребления электроэнергии y (тыс. кВт*ч) от производства продукции – x_1 (тыс. ед.) и уровня механизации труда – x_2 (%). Данные приведены в таблице (табл.3.6):

Таблица 3.6

Признак	Среднее значение	Среднее квадратическое отклонение	Парный коэффициент корреляции
y	1000	27	$r_{yx1}=0,77$
x_1	420	45	$r_{yx2}=0,43$
x_2	41,5	18	$r_{x1x2}=0,38$

Задание:

- 1) постройте уравнение множественной регрессии в стандартизованной и натуральной форме;
- 2) определите показатели частной и множественной корреляции;
- 3) найдите частные коэффициенты эластичности и сравните их с β -коэффициентами.

Задача 7. Имеются данные регрессионного анализа чистого дохода в зависимости от стоимости капитала и численности служащих по 20 предприятиям (табл.3.7):

Таблица 3.7

Множественный R	?
R-квадрат	?
Нормированный R-квадрат	?
Стандартная ошибка	1,249
Наблюдения	20

Продолжение таблицы 3.7				
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>
Регрессия	?	30,821	?	?
Остаток	?	26,537	?	
Итого	?	57,358		
	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>
Y-пересечение	1,706	0,463	?	0,002
X1	0,072	0,016	?	0,0003
X2	-0,002	0,002	?	0,202

Задание:

- 1) запишите линейное уравнение множественной регрессии и поясните экономический смысл его параметров;
- 2) оцените качество уравнения и проверьте значимость коэффициентов регрессии и R^2 при $\alpha=0,05$.

Задача 8. По 30 наблюдениям матрица парных коэффициентов корреляции оказалась следующей:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0,3 & 0,6 & 0,4 \\ 0,3 & 1 & 0,1 & 0,15 \\ 0,6 & 0,1 & 1 & 0,8 \\ 0,4 & 0,15 & 0,8 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задание:

- 1) построить уравнение регрессии в стандартизованном виде и сделать выводы.
- 2) вычислить коэффициент множественной корреляции и детерминации.

Задача 9. Модель зависимости совокупного объема сельскохозяйственной продукции Y от обеспечения сельского хозяйства отборным посевным материалом x_1 , совокупным объемом продукции растениеводства в предыдущем году x_2 и поставками комбикормов x_3 имеет вид:

$$\tilde{y} = 58,46 + 0,0598x_1 + 0,5565x_2 + 0,0040x_3.$$

Средние арифметические значения переменных равны:

$$\bar{y} = 167,9; \bar{x}_1 = 412,5; \bar{x}_2 = 124,4; \bar{x}_3 = 3854.$$

Задание: рассчитать значения средних коэффициентов эластичности объясняющих переменных и выявить важнейший фактор, предопределяющий результаты сельскохозяйственного производства.

2 занятие

Вопросы для изучения

1. Сравнение двух регрессий при включении и при исключении отдельных наборов переменных.
2. Частные F - критерии.

Контрольные вопросы

1. Назовите способы отбора факторов для включения в линейную модель множественной регрессии.
2. Как проверить обоснованность исключения части переменных из уравнения регрессии?
3. Как проверить обоснованность включения группы новых переменных в уравнение регрессии?
4. Что такое частный F-критерий и чем он отличается от последовательного F-критерия?
5. Как связаны между собой t-критерий Стьюдента для оценки значимости b_i и частные F-критерии?

Практические задания

Задача 10*. По 10 шахтам региона изучается зависимость сменной добычи угля на одного рабочего Y (т) от мощности пласта x_1 (м) и уровня механизации работ x_2 (%) (табл.3.8):

Таблица 3.8

Номер шахты	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	5	10	10	7	5	6	6	5	6	8
x_1	8	11	12	9	8	8	9	9	8	12
x_2	5	8	8	5	7	8	6	4	5	7

Задание:

1) полагая, что между переменными y , x_1 , x_2 существует линейная корреляционная зависимость, найти ее аналитическое выражение (уравнение регрессии y по x_1 и x_2). Пояснить экономический смысл коэффициентов регрессии;

2) установить раздельное влияние на сменную добычу угля двух факторов – мощности пласта и уровня механизации работ через средние коэффициенты эластичности;

3) проверить значимость коэффициентов регрессии и построить для них 95% доверительные интервалы;

4) сравнить значения коэффициента детерминации и его скорректированного варианта и проверить значимость полученного уравнения регрессии на уровне $\alpha = 0,05$;

5) с помощью частных F – критериев оценить целесообразность включения в уравнение регрессии фактора x_2 после фактора x_1 и обратно: фактора x_1 после фактора x_2 .

Задача 11*. По 20 предприятиям региона изучается зависимость продукции на одного работника y (тыс. руб) от ввода в действие новых основных фондов x_1 (% от стоимости фондов на конец года) и удельного веса рабочих высокой квалификации в общей численности рабочих x_2 (%) (табл.3.9):

Таблица 3.9

Номер предприятия	y	x_1	x_2	Номер предприятия	y	x_1	x_2
1	7	3,9	10	11	9	6,0	21
2	7	3,9	14	12	11	6,4	22
3	7	3,7	15	13	9	6,8	22
4	7	4,0	16	14	11	7,2	25
5	7	3,8	17	15	12	8,0	28
6	7	4,8	19	16	12	8,2	29
7	8	5,4	19	17	12	8,1	30
8	8	4,4	20	18	12	8,5	31
9	8	5,3	20	19	14	9,6	32
10	10	6,8	20	20	14	9,0	36

Задание:

- 1) построить уравнение линейной множественной регрессии, оценить значимость его параметров. Пояснить их экономический смысл;
- 2) с помощью F – критерия Фишера оценить статистическую надежность уравнения регрессии. Сравнить значения коэффициента множественной детерминации и его скорректированное значение;
- 3) с помощью частных F – критериев оценить целесообразность включения в уравнение фактора x_1 после x_2 и фактора x_2 после x_1 ;
- 4) рассчитать средние коэффициенты эластичности и дать сравнительную оценку силы влияния факторов на результат.

Задача 12. По 30 территориям России имеются следующие данные (табл.3.10):

Таблица 3.10

Признак	Среднее значение	Среднее квадратическое отклонение	Линейные коэффициенты парной корреляции
Среднедневной душевой доход y	86,8	11,44	$r_{yx_1} = 0,8405$
Среднедневная зарплата x_1	54,9	5,86	$r_{yx_2} = -0,2101$
Средний возраст безработного x_2	33,5	0,58	$r_{x_1x_2} = -0,1160$

Задание:

1) построить уравнение множественной регрессии в стандартизованной и естественной форме, рассчитать средние коэффициенты эластичности и сравнить их со стандартизованными коэффициентами регрессии.

2) рассчитать линейные коэффициенты частной корреляции и коэффициент множественной корреляции и сравнить их с коэффициентами парной корреляции.

3) рассчитать общий и частные F – критерии Фишера.

Задача 13. По ряду регионов множественная регрессия величины импорта Y на определенный товар относительно отечественного его производства x_1 , изменения запасов x_2 и потребления на внутреннем рынке x_3 оказалась следующей

$$\tilde{y} = b_0 + 0,135x_1 + 0,476x_2 + 0,343x_3.$$

При этом $\bar{y} = 31,5$; $\bar{x}_1 = 245,7$; $\bar{x}_2 = 3,7$; $\bar{x}_3 = 182,5$.

Задание: найти параметр b_0 , частные уравнения регрессии и частные коэффициенты эластичности для региона с показателями $x_1 = 160,2$; $x_2 = 4,0$; $x_3 = 190,5$.

Рекомендуемая литература

1. Бородич С.А. Эконометрика: учебное пособие. -Мн.: Новое знание, 2006. – Гл. 6.

2. Практикум по эконометрике : учебное пособие / Под ред. И. И. Елисеевой.- М.: Финансы и статистика, 2007. - Раздел 2.

3. Эконометрика: учебник / Под ред. И. И. Елисеевой. 2-е изд. -М.: Финансы и статистика, 2005. –Гл. 3.

Тема 3.3. Мультиколлинеарность (1 занятие)

Вопросы для изучения

1. Понятие мультиколлинеарности и ее последствия.
2. Обнаружение мультиколлинеарности и способы ее устранения или снижения.

Контрольные вопросы

1. Объясните значения терминов "коллинеарность" и "мультиколлинеарность".
2. Что такое полная и частичная мультиколлинеарность?
3. Каковы последствия мультиколлинеарности?
4. Как можно обнаружить мультиколлинеарность?
5. Перечислите основные методы устранения мультиколлинеарности.
6. Какой смысл имеет частный коэффициент корреляции?
7. Каковы основные типы процедур пошагового отбора переменных в регрессионную модель?

Практические задания

Задача 1. Построена матрица коэффициентов корреляции между парно объединенными переменными y (заработная плата), x_1 (возраст), x_2 (выработка за смену):

$$\begin{pmatrix} 1 & 0,853056 & 0,849877 & 0,778766 \\ 0,853056 & 1 & 0,935263 & 0,615448 \\ 0,849877 & 0,935263 & 1 & 0,696661 \\ 0,778766 & 0,615448 & 0,696661 & 1 \end{pmatrix}.$$

Путём анализа матрицы парных коэффициентов корреляции установить имеется ли мультиколлинеарность факторов.

Задача 2*. Имеются данные о деятельности 25 предприятий отрасли (табл.3.11):

Таблица 3.11

/п	Чис- тый доход, ден. ед., Y	Обо- рот капитала, ден. ед., X1	Исполь- зованный капи- тал, ден. ед., X2	Чис- ленность служащих, тыс. чел., X3	Рыноч- ная капитали- зация компа- нии, ден. ед., X4
	0,9	31,3	18,9	43,0	40,9
	1,7	13,4	13,7	64,7	40,5
	0,7	4,5	18,5	24,0	38,9
	1,7	10,0	4,8	50,2	38,5
	2,6	20,0	21,8	106,0	37,3
	1,3	15,0	5,8	96,6	26,5
	4,1	137,1	99,0	347,0	37,0
	1,6	17,9	20,1	85,6	36,8
	6,9	165,4	60,6	745,0	36,3
0	0,4	2,0	1,4	4,1	35,3
1	1,3	6,8	8,0	26,8	35,3
2	1,9	27,1	18,9	42,7	35,0
3	1,9	13,4	13,2	61,8	26,2
4	1,4	9,8	12,6	212,0	33,1
5	0,4	19,5	12,2	105,0	32,7
6	0,8	6,8	3,2	33,5	32,1
7	1,8	27,0	13,0	142,0	30,5
8	0,9	12,4	6,9	96,0	29,8
9	1,1	17,7	15,0	140,0	25,4
0	1,9	12,7	11,9	59,3	29,3
1	-0,9	21,4	1,6	131,0	29,2
2	1,3	13,5	8,6	70,7	29,2
3	2,0	13,4	11,5	65,4	29,1
4	0,6	4,2	1,9	23,1	27,9
5	0,7	15,5	5,8	80,8	27,2

Задание:

- 1) рассчитайте параметры линейного уровня множественной регрессии с полным перечнем факторов;
- 2) дайте сравнительную оценку силы связи факторов с результатом с помощью средних (общих) коэффициентов эластичности;
- 3) оцените статистическую значимость параметров регрессионной модели с помощью t-критерия; нулевую гипотезу о значимости уравнения и показателей тесноты связи проверьте с помощью F-критерия;
- 4) оцените качество уравнения через среднюю ошибку аппроксимации;
- 5) рассчитайте матрицы парных и частных коэффициентов корреляции и на их основе и по t-критерию для коэффициентов регрессии отберите информативные факторы в модель. Постройте модель только с информативными факторами и оцените ее параметры;
- 6) рассчитайте прогнозное значение результата, если прогнозные значения факторов составляют 80% от их максимальных значений;
- 7) рассчитайте ошибки и доверительный интервал прогноза для уровня значимости 5 или 10% ($\alpha=0,05$; $\alpha=0,10$);
- 8) оцените полученные результаты, выводы оформите в аналитической записке.

Рекомендуемая литература

1. Бородич С. А. Эконометрика: учебное пособие. -Мн.: Новое знание, 2006. - Гл.10.
2. Практикум по эконометрике: учебное пособие / Под ред. И. И. Елисеевой.- М.: Финансы и статистика, 2007. - Раздел 2.
3. Эконометрика: учебник / Под ред. И. И. Елисеевой. 2-е изд. -М.: Финансы и статистика, 2005. – Гл. 3.

Тема 3.4. Гетероскедастичность (1 занятие)

Вопросы для изучения

1. Гетероскедастичность, ее причины и последствия.
2. Методы обнаружения гетероскедастичности: тест ранговой корреляции Спирмена, тест Глейзера, тест Голдфелда – Квандта.
3. Коррекция на гетероскедастичность: обобщенный МНК и его различные варианты.

Контрольные вопросы

1. В чем суть гомоскедастичности и гетероскедастичности?
Каковы последствия гетероскедастичности?
2. В чем заключается тест Спирмена?
3. Приведите схему теста Голдфелда-Квандта.
4. Каково предположение теста Парка.
5. В чем суть метода взвешенных наименьших квадратов?
6. Какие типы преобразований применяются для устранения гетероскедастичности?

Практические задания

Задача 1*. Имеется информация о поступлении доходов в консолидированный бюджет Санкт-Петербурга y (млрд. руб.) в зависимости от численности работающих на крупных и средних предприятиях x (тыс. чел.) по 20 районам (табл. 3.12):

Таблица 3.12

№ района	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	3	6	8	18	20	23	39	49	60	74
y	4,4	8,1	12,9	20,8	15,5	28,8	37,5	48,7	68,6	74,0

№ района	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
x	79	95	106	112	115	125	132	149	157	282
y	90,5	88,3	132,4	122,0	99,1	114,2	150,6	156,1	201,5	342,9

Задание:

- 1) построить оценку парной регрессии по всей выборке;
- 2) построить график $e_i^2 = f(\tilde{y}_i)$ и визуально проверить наличие гетероскедастичности;
- 3) применить к полученным результатам тест ранговой корреляции Спирмена (уровень значимости $\alpha = 0,05$);
- 4) проверить наличие гетероскедастичности, используя тест Голдфелда-Квандта (уровень значимости $\alpha = 0,05$);
- 5) если предположить, что имеется гетероскедастичность и дисперсии отклонений пропорциональны значениям x , построить новое уравнение регрессии с помощью взвешенного метода наименьших квадратов;
- 6) сравнить результаты, полученные в п.1 и п.5.

Задача 2*. Известны данные (в у.е.) по доходам X и расходам Y на продовольственные товары для 30 домохозяйств (табл. 3.13):

Таблица 3.13

x	26,2	33,1	42,5	47,0	48,5	49,0	49,1	50,9	52,4	53,2
y	10,0	11,2	15,0	20,5	21,2	19,5	23,0	19,0	19,5	18,0

x	54,0	54,8	59,0	61,3	62,5	63,1	64,0	66,2	70,0	71,5
y	24,5	21,5	35,4	25,0	17,3	21,6	15,3	32,6	34,0	23,8

x	73,2	75,4	76,0	80,6	81,2	83,3	92,0	95,5	103,2	110,4
y	22,5	27,4	40,0	23,6	20,0	40,1	15,5	39,0	47,4	21,3

Задание:

- 1) определить по МНК оценки парного уравнения регрессии $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ и оценить качество полученного уравнения;
- 2) выполнить графический анализ остатков;
- 3) применить тест ранговой корреляции Спирмена для проверки наличия гетероскедастичности на уровне значимости $\alpha = 0,05$;
- 4) применить для указанных статистических данных взвешенный метод наименьших квадратов, предполагая, что выполняется $\sigma_i^2 = \sigma^2 x_i^2$;

5) определить, существенно ли повлияла гетероскедастичность на качество МНК- оценок.

Задача 3*. Выдвигается предположение, что средняя заработная плата наемных рабочих пропорциональна их стажу. Для анализа данного утверждения обследуется по 20 рабочих восьми категорий стажа. Получены следующие статистические данные (табл. 3.14):

Таблица 3.14

Стаж	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40]
з/п	10000	12500	14300	18700	25400	29000	32000	34300

Задание:

1) построить выборочное уравнение регрессии, в котором заработная плата является зависимой переменной, а стаж работы – объясняющей переменной, с использованием МНК;

2) в предположении, что дисперсия отклонений пропорциональна трудовому стажу, построить по этим же данным уравнение регрессии, используя взвешенный метод наименьших квадратов (ВМНК);

3) в предположении, что дисперсия отклонений пропорциональна квадрату величины трудового стажа, построить ВМНК уравнение регрессии;

4) какое из трех предположений относительно дисперсии отклонений наиболее реалистично?

Задача 4*. По 30 странам оценивалась регрессия расходов на образование Y от валового национального продукта x по следующим данным (табл.3.15):

Таблица 3.15

x	5,67	10,13	11,34	18,88	20,94	22,16	23,83	24,67	27,56	27,57
y	0,34	0,22	0,32	1,23	1,81	1,02	1,27	1,07	0,67	1,25

x	40,15	51,62	57,71	63,03	66,32	66,97	76,88	101,85	115,97	119,49
y	0,75	2,8	4,9	3,5	4,45	1,6	4,26	5,31	6,4	7,15
x	124,15	140,98	153,85	169,38	186,33	211,78	249,72	261,41	395,52	534,97
y	11,22	8,66	5,56	13,11	5,46	4,79	8,92	18,9	15,95	29,9

Задание:

- 1) построить выборочное уравнение линейной регрессии;
- 2) проверить наличие гетероскедастичности по критерию Голд-фелда-Квандта (уровень значимости $\alpha = 0,05$);
- 3) в предположении, что дисперсия отклонений пропорциональна величине валового национального продукта, построить по этим же данным уравнение регрессии по ВМНК;
- 4) сравнить модели, полученные в п.1 и п.3 и оценить их.

Задача 5*. Для обобщенной линейной регрессионной модели

$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ имеется 10 пар наблюдений, которые представлены в таблице (табл.3.16):

Таблица 3.16

x	8	10	12	16	20	20	24	28	30	36
y	6,8	6,9	7,3	7,4	8,6	8,0	8,8	8,0	9,9	10,3

Задание:

- 1) определить оценки обобщенного МНК для параметров модели, исходя из того, что имеется "чисто" гетероскедастичная модель со следующими дисперсиями ошибок:
 - если $5,0 \leq x_i < 15$, то $\sigma_i = 0,04$;
 - если $15,0 \leq x_i < 25$, то $\sigma_i = 0,16$;
 - если $25,0 \leq x_i \leq 40$, то $\sigma_i = 1,00$;
- 2) оценить параметры модели классическим МНК. Определить ошибку, которая возникает из-за неправильной спецификации модели;
- 3) определить ковариационные матрицы оценок параметров, полученных обобщенным МНК и классическим МНК и сравнить их.

Задача 6. Заданы следующие значения остатков линейной модели, соответственные ранжированным значениям фактора x_i (табл.3.17):

Таблица 3.17

Ранг x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
e_i	-1	2	-3	2	0	-3	3	1	-2	-4	5	-11	8	-20	12	-21	18	14

Задание: установить, имеется ли гетероскедастичность по тесту ранговой корреляции Спирмена на уровне значимости $\alpha = 0,05$.

Задача 7. Для линейной модели переменной y относительно переменной x получены следующие остатки, соотнесенные последовательным наблюдениям переменной x_i (табл.3.18):

Таблица 3.18

x_i	1,3	0,9	0,8	0,7	1,1	1,0	1,5	1,0	0,8	1,4	1,2	1,1
e_i	-5	1	2	-6	4	-4	1	4	5	-6	-1	6
x_i	1,5	1,8	1,2	0,8	1,3	1,1	1,2	1,0	0,9	1,3	1,2	1,0
e_i	-4	9	-5	-2	8	-5	6	-4	5	7	-8	5

Задание: на уровне значимости $\alpha = 0,05$ с помощью F -теста проверить гипотезу о равенстве дисперсий случайных ошибок.

Задача 8*. Для предприятий некоторой отрасли анализируют заработную плату (Y) сотрудников в зависимости от масштаба (количества сотрудников) предприятия (X). Наблюдения по 30 случайно отобраным предприятиям представлены следующей таблицей (табл.3.19):

Таблица 3.19

Y						X
75,5	75,5	77,5	78,5	80,0	81,0	100
80,5	82,0	84,5	85,0	85,5	86,5	200
85,5	88,5	90,0	91,0	95,0	96,0	300
93,0	93,5	97,5	99,0	102,5	105,0	400
102,0	105,5	107,0	110,5	115,0	118,5	500

Задание:

- 1) постройте уравнение регрессии Y на X и оцените его качество;
- 2) можно ли ожидать наличие гетероскедастичности в данном случае? Ответ поясните;
- 3) проверьте наличие гетероскедастичности, используя тест Голфреда-Квандта. Рекомендуется использовать разбиение, при котором $k=12$;
- 4) если предположить, что гетероскедастичность имеет место и дисперсии отклонений пропорциональны значениям X , то такое преобразование вы предложите, чтобы получить несмещенные, эффективные и состоятельные оценки?
- 5) постройте новое уравнение регрессии на основе преобразования, осуществленного в предыдущем пункте, и оцените его качество.
- б) сравните результаты, полученные в пунктах а) и е).

Задача 9*. Исследуется зависимость между доходом (X) домохозяйства и его расходом (Y) на продукты питания. Выборочные данные по 40 домохозяйствам представлены ниже (табл.3.20):

Таблица 3.20

X	25,5	26,5	27,2	29,6	35,7	38,6	39,0	39,3	40,0	41,9
Y	14,5	11,3	14,7	10,2	13,5	9,9	12,4	8,6	10,3	13,9
X	42,5	44,2	44,8	45,5	45,5	48,3	49,5	52,3	55,7	59,0
Y	14,9	11,6	21,5	10,8	13,8	16,0	18,2	19,1	16,3	17,5
X	61,0	61,7	62,5	64,7	69,7	71,2	73,8	74,7	75,8	76,9
Y	10,9	16,1	10,5	10,6	29,0	8,2	14,3	21,8	26,1	20,0
X	79,2	81,5	82,4	82,8	83,0	85,9	86,4	86,9	88,3	89,0
Y	19,8	21,2	29,0	17,3	23,5	22,0	18,8	13,7	14,5	27,3

Задание:

- 1) постройте эмпирическое уравнение регрессии Y на X ;
- 2) вычислите отклонения e_i ;
- 3) проведите анализ модели Проведите анализ модели на гетероскедастичность по тесту ранговой корреляции Спирмена;
- 4) проведите графический анализ отклонений и выдвиньте предположение о зависимости дисперсии отклонений от значений X ;

5) на основании предыдущего пункта постройте новое уравнение регрессии, используя для этого ВНК.

Рекомендуемая литература

1. Бородич С.А. Эконометрика: учебное пособие. -Мн.: Новое знание, 2006. –Гл. 8.

2. Практикум по эконометрике. учебное пособие / Под ред. И. И. Елисеевой.- М.: Финансы и статистика, 2007.- Разделы 2, 3.

3. Эконометрика: учебник / Под ред. И. И. Елисеевой. 2-е изд. -М.: Финансы и статистика, 2005. - Гл. 3.

Тема 3.5. Автокорреляция (1 занятие)

Вопросы для изучения

1. Автокорреляция и ее последствия.
2. Обнаружение автокорреляции: тест Дарбина – Уотсона, метод рядов.
3. Авторегрессионная схема 1 – ого порядка.

Контрольные вопросы

1. Что такое автокорреляция случайных отклонений?
2. Назовите основные причины и последствия автокорреляции.
3. Перечислите основные методы обнаружения автокорреляции.
4. В каких случаях проявляется положительная автокорреляция?
5. Как проявляется отрицательная автокорреляция?
6. Какова основная идея метода рядов при обнаружении автокорреляции?
7. Как проводится тест Дарбина-Уотсона?
8. В чем состоит авторегрессионная схема 1-го порядка?
9. В чем смысл поправки Прайса-Уинстена?

Практические задания

Задача 1*. Имеются данные об урожайности пшеницы Y (ц с 1 га) и использовании минеральных удобрений X (кг на 1 га) за 20 лет (табл.3.21):

Таблица 3.21

x	36,5	39,1	44,1	45,5	49,0	56,4	66,4	80,9	93,4	109,5
y	18,9	19,9	19,4	19,9	18,5	20,1	21,2	21,9	24,2	24,0
x	123,6	131,6	149,1	157,6	173,6	181,9	193,3	189,0	190,3	188,9
y	23,2	26,5	25,1	29,6	31,7	28,3	31,3	26,9	32,5	29,3

Задание:

- 1) с помощью теста Дарбина-Уотсона установить наличие или отсутствие автокорреляции на уровне значимости $\alpha = 0,05$;
- 2) при наличии автокорреляции определить параметры парной регрессии, используя авторегрессию первого порядка для ошибок регрессии.

Задача 2*. Для линейного однофакторного уравнения регрессии имеется 18 пар наблюдений зависимой переменной Y и независимой переменной X , которые представлены в следующей таблице (табл.3.22):

Таблица 3.22

x_i	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
y_i	0,019	0,019	0,027	0,051	0,093	0,136	0,171	0,198	0,267
x_i	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
y_i	0,314	0,365	0,396	0,482	0,569	0,627	0,710	0,835	0,913

Задание:

- 1) проверить на уровне значимости $\alpha = 0,05$ гипотезу об отсутствии автокорреляции первого порядка у ошибок ε ;
- 2) найти оценку коэффициента авторегрессии ρ первого порядка.

Задача 3*. Приведены статистические данные за 25 лет по темпам прироста заработной платы Y (%), производительности труда x_1 (%), а также уровню инфляции x_2 (%) (табл.3.23):

Таблица 3.23

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
x_1	3,5	2,8	6,3	4,5	3,1	1,5	7,6	6,7	4,2	2,7	4,5	3,5	5,0
x_2	4,5	3,0	3,1	3,8	3,8	1,1	2,3	3,6	7,5	8,0	3,9	4,7	6,1
y	9,0	6,0	8,9	9,0	7,1	3,2	6,5	9,1	14,6	11,9	9,2	8,8	12,0

Продолжение таблицы 3.23

Год	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
x_1	2,3	2,8	1,5	6,0	2,9	2,8	2,6	1,5	0,9	0,6	0,7	3,1
x_2	6,9	3,5	7,1	3,1	3,7	3,9	4,0	4,8	4,8	4,2	4,9	3,2
y	12,5	6,7	8,5	5,9	6,8	5,6	4,8	4,5	6,7	5,5	4,0	3,3

Задание:

- 1) оценить по МНК уравнение регрессии $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i$;
- 2) оценить качество построенного уравнения;
- 3) выполнить проверку наличия гетероскедастичности и автокорреляции на уровне значимости $\alpha = 0,05$.

Задача 4*. Имеются данные об объеме импорта Y (млрд долл.) и ВВП X (млрд долл.) США за 20 лет (табл.3.24):

Таблица 3.24

Год	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969
x_i	506,0	23,3	563,8	594,7	635,7	688,1	753,0	796,3	868,5	935,9
y_i	23,2	23,1	25,2	26,4	28,4	32,0	37,7	40,6	47,7	52,9

Год	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979
x_i	982,4	1063,4	1171,1	1306,6	1424,9	1528,1	1702,2	1899,5	2127,6	2368,5
y_i	58,5	64,0	75,9	94,4	131,9	126,9	155,4	185,5	217,5	260,9

Задание:

- 1) построить регрессию Y на X и на 5% уровне значимости протестировать гипотезу об отсутствии автокорреляции ошибок;
- 2) если гипотеза отвергается, провести коррекцию на автокорреляцию с использованием авторегрессии первого порядка.

Задача 5*. По квартальным данным за 9 лет анализируют зависимость между экспортом (EX) и импортом (IM). Имеются следующие статистические данные (табл.3.25):

Таблица 3.25

EX	12,47	12,65	12,89	12,97	13	13,31	13,25	12,65	14,49	14,47
IM	11,07	11,5	12,01	12,28	13,16	13,43	13,28	13,5	15,32	15,62
EX	14,74	14,62	17,6	17,7	16,6	15,26	19,49	19,08	18,69	18,65
IM	17,44	16,14	16,14	16,08	16,55	15	18,72	17,8	16,64	17,39
EX	19,33	19,11	18,62	18,4	16,15	16,58	17,6	18,48	15,36	15,25
IM	18,7	18,02	17,46	16,96	15,06	16,01	16,63	17,86	14,56	15,64
EX	15,61	15,93	14,38	14,3	14,75	15,58				
IM	16,45	17,42	14,3	14,59	14,66	14,95				

Задание:

- 1) постройте уравнение регрессии текущего импорта на текущий экспорт;
- 2) проверьте качество построенной модели на основе t -статистики и коэффициента детерминации R^2 ;
- 3) вычислите значение статистики DW Дарбина – Уотсона и на её основе проанализируйте наличие автокорреляции;
- 4) на основе полученных результатов будет ли отклоняться гипотеза о положительной зависимости между объёмами экспорта и импорта?
- 5) по этим же статистическим данным постройте регрессию приращения импорта ($\Delta IM = IM_t - IM_{t-1}$) на приращение экспорта ($\Delta EX = EX_t - EX_{t-1}$);

б) Каково значение статистики DW для построенного уравнения и какой вывод из этого следует?

Задача 6*. Используются статистические данные за 25 лет (табл.3.26):

Таблица 3.26

INF	3,07	0,7	4,08	2,2	2,38	0,9	1,1	5,12	0,93	2,54	1,55	3,45	1,09
U	3,69	9,1	3,92	6,5	4,63	8,5	9,55	3,71	5,8	3,6	6,53	4,32	9,2
INF	2,15	5,14	1,72	0,74	4,16	0,93	1,79	1,24	1,12	1,28	7,36	5,3	
U	5,75	3,65	7,3	9,65	3,65	9,8	6,28	7,8	8,75	7,22	3,6	3,65	

В качестве модели рекомендуется воспользоваться следующим уравнением: $\ln INF_t = \beta_0 + \beta_1 \ln U_t + \varepsilon_t$.

Задание:

- 1) по МНК оцените коэффициенты β_0 и β_1 ;
- 2) постройте 95%-й доверительный интервал для коэффициента β_1 ;
- 3) оцените качество построенного уравнения;
- 4) вычислите статистику DW Дарбина – Уотсона и на её основе определите наличие автокорреляции;
- 5) проверьте наличие автокорреляции с помощью метода рядов;
- 6) сделайте вывод о качестве интервальной оценки для коэффициента β_1 ;
- 7) переоцените модель, используя для этого авторегрессионную схему первого порядка;
- 8) постройте новый 95%-й доверительный интервал для β_1 . Сравните его с предыдущим интервалом.

Задача 7. Для модели $\tilde{y} = 32 + 0,35x_1 - 0,46x_2$, параметры которой оценены по МНК, получена следующая последовательность остатков (табл.3.27):

Таблица 3.27

Номер i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
e_i	-2	3	-1	2	-4	2	0	1	-1	0	-4	3	-2	3	0

Задание:

Рассчитать коэффициент автокорреляции первого порядка. При уровне значимости $\alpha = 0,05$ исследовать с помощью теста Дарбина-Уотсона наличие автокорреляции между ошибками ε_i и ε_{i-1} .

Задача 8. По статистическим данным за 20 лет построено уравнение регрессии между ценой бензина и объемом продаж бензина, $d = DW = 0,71$.

Задание: 1. Будет ли иметь место автокорреляция остатков? 2. Что могло послужить причиной автокорреляции?

Задача 9. При оценивании модели пространственной выборки с помощью МНК по $n = 100$ наблюдениям получено следующее уравнение

$$\tilde{y} = 12 + 3,43 x_1 - 0,45 x_2, \quad d = 1,2.$$

$$(0,5) \quad (0,4) \quad (0,1)$$

В скобках указаны стандартные ошибки. С каким из перечисленных выводов следует согласиться:

1. Полученные значения коэффициентов модели с большей вероятностью близки к истинным.
2. Регрессор x_2 может быть незначимым.
3. Так как значение статистики Дарбина-Уотсона d далеко от 2, то следует устранить автокорреляцию остатков.

Задача 10. Для некоторой модели получена последовательность остатков (табл.3.28):

Таблица 3.28

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
e_i	0,5	0,2	-0,7	0,4	0,1	-0,5	0,3	0,1	-0,4

Задание: Рассчитать коэффициент автокорреляции остатков ε_i и ε_{i-2} .
 При уровне значимости $\alpha = 0,05$ с помощью теста Стьюдента исследовать наличие автокорреляции между случайными отклонениями ε_i и ε_{i-2} .

Рекомендуемая литература

1. Бородич С.А. Эконометрика: учебное пособие. -Мн.: Новое знание, 2006. – Гл. 9.
2. Практикум по эконометрике: учебное пособие /Под ред. И. И. Елисеевой.- М.: Финансы и статистика, 2007.- Разделы 2,3.
3. Эконометрика: учебник / Под ред. И. И. Елисеевой. 2-е изд. -М.: Финансы и статистика, 2005. –Гл. 3.

Тема 3.6. Фиктивные переменные (1 занятие)

Вопросы для изучения

1. Фиктивные переменные в регрессионных моделях. Правила использования фиктивных переменных.
2. ANOVA – модели и ANCOVA – модели.
3. Тест Чоу на наличие структурной перестройки.

Контрольные вопросы

1. Какие статистические данные называют неоднородными?
2. Когда применяются фиктивные переменные?
3. В чем преимущества фиктивных переменных?
4. Как фиктивные переменные включаются в модель регрессии?
5. В чем суть ANOVA-моделей?
6. В чем суть ANCOVA-моделей?
7. В чем состоит правило применения фиктивных переменных?
8. Какой смысл имеет дифференциальный свободный член?
9. Какой смысл имеет дифференциальный угловой коэффициент?
10. В чем особенность моделей с переменной структурой?
11. Какова идея теста Чоу?

12. Как сезонные переменные применяются для устранения сезонного фактора?

Практические задания

Задача 1*. Имеются следующие данные о весе Y (в фунтах) и возрасте X (в неделях) 14 индеек, выращенных в областях А, В, С (табл.3.29):

Таблица 3.29

i	x_i	y_i	Область происхождения	i	x_i	y_i	Область происхождения
1	28	12,3	А	8	26	11,8	В
2	20	8,9	А	9	21	11,5	С
3	32	15,1	А	10	27	14,2	С
4	22	10,4	А	11	29	15,4	С
5	29	13,1	В	12	23	13,1	С
6	27	12,4	В	13	25	13,8	С
7	28	13,2	В	14	24	13,4	С

Задание:

- 1) найти уравнение парной регрессии Y по X и оценить его значимость;
- 2) введя соответствующие фиктивные переменные, найти общее уравнение множественной регрессии Y по всем объясняющим переменным (включая фиктивные);
- 3) оценить значимость общего уравнения регрессии по F-критерию и значимость его параметров по t-критерию на уровне $\alpha = 0,05$;
- 4) оценить на уровне $\alpha = 0,05$ значимость различия между свободными членами уравнений, получаемых из общего уравнения множественной регрессии Y для каждой области.

Задача 2*. На предприятии используются станки трех фирм (А, В, С). Исследуется надежность этих станков. При этом учитывается возраст станка (X , в месяцах) и время безаварийной работы до последней поломки

(Y , в часах). Выборка из 40 станков дала следующие результаты (табл.3.30):

Таблица 3.30

Фирма	A	B	C	A	C	A	B	C	B	A
x	23	30	65	69	75	63	25	75	75	52
y	280	230	112	176	90	176	216	110	45	200
Фирма	B	C	C	B	A	A	C	B	A	A
x	20	70	62	40	66	20	39	25	48	59
y	265	148	150	176	123	245	176	260	236	205

Продолжение таблицы 3.30

Фирма	A	B	A	C	B	A	C	B	A	B
x	25	69	71	26	45	40	30	69	30	22
y	240	65	115	200	126	225	210	45	260	220
Фирма	B	C	A	B	A	C	B	A	B	A
x	33	48	75	21	56	58	50	37	56	67
y	194	156	100	240	170	116	120	240	88	120

Задание:

- 1) оценить уравнение регрессии $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ без учета различия станков разных фирм;
- 2) оценить уравнение регрессии, учитывающее различие качества станков разных фирм;
- 3) сделать вывод о необходимости использования фиктивных переменных в этом случае.

Задача 3*. По данным о 20 рабочих цеха оценивается регрессия заработной платы рабочего за месяц y (\$) от возраста рабочего x (лет) и качественного фактора - пола рабочего (табл.3.31):

Таблица 3.31

Наблюдение	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	29	40	36	32	23	45	38	40	50	47
y	300	400	300	320	200	350	350	400	380	400
пол	ж	м	ж	ж	м	м	ж	м	м	м
Наблюдение	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
x	28	30	25	48	30	40	40	38	29	25
y	250	350	200	400	220	320	390	360	260	250
пол	ж	м	м	м	ж	м	м	м	ж	м

Задание:

- 1) построить уравнение однофакторной регрессии без учета пола рабочего и оценить его качество, используя F – и t – статистики;
- 2) введя в рассмотрение фиктивную переменную, получить двухфакторное уравнение регрессии и также оценить его качество;
- 3) вывести частные уравнения регрессии (отдельно для рабочих разных полов) и сделать выводы.

Задача 4. При построении линейной зависимости расходов на одежду (Y) от располагаемого дохода (X) по выборке для 10 женщин получены следующие суммы квадратов:

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 110, \quad \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 1540, \quad \sum_{i=1}^{10} y_i = 60, \quad \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 448, \quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 828.$$

Аналогичные вычисления сумм по выборке из 5 мужчин дали:

$$\sum_{i=1}^5 x_i = 35, \quad \sum_{i=1}^5 x_i^2 = 325, \quad \sum_{i=1}^5 y_i = 15, \quad \sum_{i=1}^5 y_i^2 = 61, \quad \sum_{i=1}^5 x_i y_i = 140.$$

По общей (объединенной) выборке оценена регрессия с использованием фиктивной переменной Z ($Z=1$ для мужчин и $Z=0$ для женщин), которая имеет вид:

$$\tilde{y} = -0,06 + 0,438x + 0,46Z.$$

Задание: на уровне $\alpha = 0,05$ с использованием теста Чоу проверить гипотезу о том, что функция потребления одна и та же для мужчин и женщин.

Задача 5. Исследуется зависимость заработной платы Y от возраста рабочего X для мужчин и женщин. Оценивание объединенной регрессии ($n = 20$) и отдельных регрессий для рабочих-мужчин ($n_1 = 13$) и рабочих-женщин ($n_2 = 7$) дали следующие результаты (табл. 3.32):

Таблица 3.32

Выборка	Оцененное уравнение	R^2	Сумма квадратов остатков
Объединенная	$\tilde{y} = 62,27 + 7,23x$	0,728	24888

Мужчины	$\tilde{y} = 55 + 7,39x$	0,735	18619
Женщины	$\tilde{y} = 59,43 + 7,3x$	0,712	5658

Задание: улучшилось ли качество регрессии после разделения выборки на части? Найти ответ на уровне значимости $\alpha = 0,05$ с использованием критерия Чоу.

Задача 6*. Исследуется вопрос о наличии собственного дома ($Y = 1$, если дом имеется; $Y = 0$, если дома нет) в зависимости от совокупного дохода семьи (X). Выборка из 40 семей дала следующие результаты (табл. 3.33):

Таблица 3.33

Семья	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X	10	20	22	18	9	15	25	30	40	16
Y	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0

Семья	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X	12	8	20	19	30	50	37	28	45	38
Y	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1

Семья	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
X	30	12	16	27	19	15	32	18	43	13
Y	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0

Семья	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
X	22	14	10	17	36	45	14	22	41	34
Y	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1

Задание:

- 1) построить линейную вероятностную модель;
- 2) оценить качество построенной модели;
- 3) оценить вероятность того, что при доходе, равном 18, семья имеет дом.

Задача 7*. В следующей таблице представлены данные о количестве семей (N), имеющих определенный уровень дохода (X), и количестве семей (n), имеющих частные дома (табл. 3.34):

Таблица 3.34

X	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
N	35	45	60	80	100	130	90	65	50	30	15
n	5	10	18	30	45	60	55	45	38	24	13

Задание: Оценить logit-модель по МНК.

Задача 8*. Производитель исследует эффективность лекарств (EF) в зависимости от возраста пациентов (AG), при этом он сравнивает эффективность трех видов лекарств (A, B, C). Имеются данные по 36 пациентам (табл. 3.35):

Таблица 3.35

Вид лекарств	C	A	B	A	B	B	A	C	C	A	C	A
AG	29	53	29	58	66	67	63	59	51	67	63	33
EF	36	69	47	73	64	60	62	71	62	70	71	52
Вид лекарств	A	B	C	B	C	A	C	B	B	A	C	C
AG	33	42	67	33	23	28	19	30	23	21	56	45
EF	63	48	71	46	25	55	28	40	41	56	62	50
Вид лекарств	B	A	C	B	C	A	B	B	C	A	A	B
AG	43	38	37	43	27	43	45	48	47	48	53	58
EF	45	58	46	58	34	65	55	57	59	64	61	62

Задание:

- 1) постройте корреляционное поле для переменных AG и EF , изображая точки, соответствующие различным видам лекарств, разными символами;
- 2) оцените уравнение регрессии $EF = \beta_0 + \beta_1 AG + \varepsilon$ и оцените его качество;
- 3) оцените уравнение регрессии $EF = \beta_0 + \beta_1 AG + \gamma_1 D_1 + \gamma_2 D_2 + \varepsilon$, где D_1 и D_2 - фиктивные переменные, отражающие наличие лекарств трех видов. Проанализируйте статистическую значимость его параметров. Постройте уравнение регрессии только со значимыми факторами. Какой вывод Вы сделаете по эффективности различных видов лекарств?

4) постройте уравнение регрессии

$EF = \beta_0 + \beta_1 AG + \gamma_1 D_1 + \gamma_2 D_2 + \lambda_1 AG \cdot D_1 + \lambda_2 AG \cdot D_2 + \varepsilon$. Дайте интерпретацию построенного уравнения. Что выражается через произведения переменных?

5) какая из моделей предпочтительнее для выражения исследуемой зависимости и почему?

Задача 9. Рассматривая зависимость между доходом (X) и сбережениями (Y) за 20 лет, исследователь заметил, что на 12-м году наблюдений экономическая ситуация изменилась, что стимулировало население к большим сбережениям по сравнению с первым этапом рассматриваемого интервала. Использовались следующие статистические данные (табл. 3.36):

Таблица 3.36

Год	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
X	100	105	108	111	115	122	128	135	143	142
Y	4,7	6,1	6,5	6,8	5,2	6,5	7,5	8	9	9,1
Год	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94
X	147	155	167	177	188	195	210	226	238	255
Y	8,7	12	16,2	18,5	18	17,6	20	23	22,5	24,3

Задание:

1) постройте общее уравнение регрессии для всего интервала наблюдений, а также уравнение регрессии, учитывающее изменение ситуации в 1986 году. В последнем случае уравнение регрессии имеет вид:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \gamma_1 D_t + \gamma_2 D_t X_t + \varepsilon_t$$

Здесь фиктивная переменная D_t принимает значения 0 и 1 соответственно до и после изменения экономических условий. Коэффициенты при факторах, содержащих фиктивную переменную, называются соответственно дифференциальным свободным членом и дифференциальным угловым коэффициентом соответственно. Рассматриваемая зависимость фактически разбивается на две части, связанные с периодами изменения рассматриваемого в модели качественного фактора;

2) проверьте с помощью теса Чоу необходимость разбиения интервала наблюдений на два подинтервала и построения для каждого из них отдельного уравнения (принять уровень значимости 0,05).

Рекомендуемая литература

1. Бородич С.А. Эконометрика: учебное пособие. -Мн.: Новое знание, 2006. –Гл. 11.

2. Практикум по эконометрике: учебное пособие / Под ред. И. И. Елисейевой.- М.: Финансы и статистика, 2007. - Разделы 2,3.

3.Эконометрика: учебник /Под ред. И. И. Елисейевой. 2-е изд. -М.: Финансы и статистика, 2005. - Гл. 3.

Тема 3.7. Ошибки спецификации (1 занятие)

Вопросы для изучения

1. Спецификация модели.
2. Исключение существенных переменных и включение несущественных переменных.
3. Замещающие переменные.

Контрольные вопросы

1. Что понимается под спецификацией модели?
2. Назовите основные виды ошибок спецификации.
3. Перечислите признаки «хорошей» модели.
4. Как можно обнаружить ошибки спецификации?
5. Можно ли обнаружить ошибки спецификации с помощью исследования остатков?
6. В чем суть теста Рамсея?
7. Как можно исправить ошибку спецификации?

Практические задания

Задача 1. При построении регрессионной зависимости некоторого результативного признака на 8 факторов по 25 измерениям коэффициент

множественной детерминации составил 0,736. После исключения 3 факторов коэффициент детерминации уменьшился до 0,584.

Задание: обосновано ли было принятое решение на уровнях значимости 0,1; 0,05; 0,01?

Задача 2. При построении регрессионной зависимости некоторого результативного признака на 10 факторов по 45 наблюдениям коэффициент множественной детерминации составил 0,347. После добавления 3 факторов коэффициент детерминации увеличился до 0,536.

Задание: обосновано ли было принятое решение на уровнях значимости 0,1; 0,05; 0,01?

Задача 3. По 25 территориям страны изучается влияние климатических условий на урожайность зерновых y (ц/га). Для этого были отобраны две объясняющие переменные:

x_1 – количество осадков в период вегетации (мм);

x_2 – средняя температура воздуха (°C).

Матрица парных коэффициентов корреляции этих показателей имеет следующий вид:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0,6 & -0,5 \\ 0,6 & 1 & -0,9 \\ -0,5 & -0,9 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задание:

1) определить частные коэффициенты корреляции результата с каждым из факторов и сделать выводы;

2) какое уравнение лучше строить:

- парную линейную регрессию Y на x_1 ;

- парную линейную регрессию Y на x_2 ;

- множественную линейную регрессию?

3) построить уравнение регрессии в стандартизованном виде и сделать вывод.

Задача 4. Задание: предложить аналитическую форму эконометрической модели, описывающей зависимость объема продукции предприятия (P) от установленной мощности оборудования (M), количества работников производственной сферы (Z) и использования сырья (S), если известно, что эластичности производства относительно переменных M , Z , S - постоянные величины.

Задача 5. Известен вектор R_0 коэффициентов парной корреляции объясняемой переменной Y с потенциальными объясняющими переменными x_1, x_2, \dots, x_7 , а также матрица R_M межфакторной корреляции между потенциальными объясняющими переменными, рассчитанные на основе статистических данных по 25 предприятиям:

$$R_0 = \begin{pmatrix} 0,43 \\ 0,53 \\ -0,28 \\ 0,54 \\ -0,58 \\ 0,04 \\ 0,59 \end{pmatrix}, \quad R_M = \begin{pmatrix} 1 & 0,40 & 0,25 & 0,26 & -0,49 & 0,28 & 0,08 \\ 0,40 & 1 & 0,74 & 0,62 & -0,84 & 0,31 & 0,62 \\ 0,25 & 0,74 & 1 & 0,53 & -0,64 & 0,14 & 0,41 \\ 0,26 & 0,62 & 0,53 & 1 & -0,69 & 0,16 & 0,43 \\ -0,49 & -0,84 & -0,64 & -0,69 & 1 & -0,13 & -0,55 \\ 0,28 & 0,31 & 0,14 & 0,16 & -0,13 & 1 & -0,03 \\ 0,08 & 0,62 & 0,41 & 0,43 & -0,55 & -0,03 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задание: при уровне значимости $\alpha = 0,05$ определить, какие из предварительно отобранных переменных должны играть роль объясняющих переменных в линейной модели переменной Y .

Задача 6. Множество потенциальных объясняющих переменных для описания объясняемой переменной Y состоит из четырех факторов: x_1 , x_2 , x_3 , x_4 . Матрица парных коэффициентов корреляции имеет вид:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0,4 & 0,5 & 0,7 & 0,6 \\ 0,4 & 1 & 0,5 & 0,4 & 0,6 \\ 0,5 & 0,5 & 1 & 0,2 & 0,3 \\ 0,7 & 0,4 & 0,2 & 1 & 0,8 \\ 0,6 & 0,6 & 0,3 & 0,8 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задание: руководствуясь уровнем коэффициента множественной корреляции, выбрать оптимальную двухфакторную комбинацию потенциальных объясняющих переменных.

Задача 7. На основе статистических данных за 10 лет производственным предприятием оценены параметры модели производительности Y относительно технической оснащенности труда x_1 и среднего трудового стажа x_2 :

$$\tilde{y} = 31 + 2,1x_1 + 0,42x_2.$$

Коэффициент множественной корреляции переменной Y с переменными x_1 и x_2 равен 0,6.

Задание: при уровне значимости $\alpha = 0,05$ исследовать, можно ли считать этот коэффициент статистически значимым?

Задача 8. Изменение спроса на некоторое благо (Y) домашних хозяйств определенной структуры можно объяснить с помощью цены этого блага (x_1) и дохода домохозяйств (x_2) (табл.3.37):

Таблица 3.37

y	31,4	30,4	32,1	31,0	30,5	29,8	31,1	31,7	30,7	29,7
x_1	4,1	4,2	4,0	4,6	4,0	5,0	3,9	4,4	4,5	4,8
x_2	1050	1010	1070	1060	1000	1040	1030	1080	1050	1020

Задание:

1) с помощью МНК оценить параметры линейного двухфакторного уравнения и интерпретировать оценки;

- 2) оценить дисперсию ошибки σ_ε^2 ;
- 3) рассчитать оценку прогноза \tilde{y} при $x_1=5,5$ и $x_2=980$;
- 4) найти 95% доверительный интервал для полученной оценки прогноза.

Рекомендуемая литература

1. Бородич С.А. Эконометрика: учебное пособие. -Мн.: Новое знание, 2006. – Гл. 6.
2. Практикум по эконометрике : учебное пособие / Под ред. И. И. Елисеевой.- М.: Финансы и статистика, 2007. - Раздел 2.
3. Эконометрика: учебник / Под ред. И. И. Елисеевой. 2-е изд. -М.: Финансы и статистика, 2005. –Гл. 3.

Раздел 4. Временные ряды

Тема 4.1. Характеристики временных рядов (1 занятие)

Вопросы для изучения

1. Понятие временного ряда и его основные компоненты. Выявление тенденции временного ряда.
2. Аналитическое выравнивание ряда.
3. Автокорреляция уровней ряда. Автокорреляционная функция. Коррелограмма.

Контрольные вопросы

1. В чем особенность временного ряда?
2. Назовите основные компоненты уровней временного ряда?
3. В чем состоит основная задача эконометрического исследования временного ряда?
4. Как определяется автокорреляция остатков во временных рядах?

5. Как рассчитывается коэффициент автокорреляции уровней 1 порядка и как его интерпретируют?
6. Назовите свойства коэффициента автокорреляции.
7. Как определяется автокорреляционная функция?
8. Что такое коррелограмма?
9. Что выявляют при помощи анализа коррелограммы?
10. Как сформулировать вывод о структуре временного ряда?
11. Назовите методы выявления основной тенденции ряда.
12. В чем суть сглаживания временных рядов?
13. Что такое аналитическое выравнивание временного ряда?
14. Назовите приемы выявления типа тенденции ряда.
15. Какие функции могут использоваться для построения тренда?

Практические задания

Задача 1. В таблице приведены данные, отражающие спрос на некоторый товар (ус. ед.) за восемь лет (табл. 4.1):

Таблица 4.1

Год, t	1	2	3	4	5	6	7	8
Спрос, y_t	213	171	291	309	317	362	351	361

Задание:

Найти среднее значение спроса, его среднее квадратическое отклонение и коэффициенты автокорреляции для лагов $\tau = 1$ и $\tau = 2$.

Задача 2. Спрос на некоторый товар А за десятилетний период приведен в таблице (табл.4.2):

Таблица 4.2

Год, t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Спрос, y_t	5,8	7,5	6,4	7,4	10,4	8,8	12,5	10,1	14,8	17,6

Задание:

1) определить значение коэффициента автокорреляции первого и второго порядка;

2) выровнять ряд методом скользящих средних с интервалом сглаживания $m=3$ года и $m=4$ года.

Задача 3. Имеются следующие данные об урожайности y_t зерновых культур (ц/га) за 10 лет (табл.4.3):

Таблица 4.3

Год	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
y_t	15	13	15	16	18	17	16	19	17	20

Задание:

Найти скользящую среднюю за трехлетний и четырехлетний период.

Задача 4. По данным за 30 месяцев некоторого временного ряда y_t были получены значения коэффициенты автокорреляции для следующих лагов: $r(1)=0,63$; $r(2)=0,38$; $r(3)=0,72$; $r(4)=0,97$; $r(5)=0,55$; $r(6)=0,40$; $r(7)=0,65$.

Задание:

1) охарактеризовать структуру этого ряда, используя коэффициенты автокорреляции и графическое изображение ряда;

2) построить кореллограмму ряда.

Задача 5. Пусть имеется следующий фрагмент временного ряда (табл. 4.4):

Таблица 4.4

t	1	2	3	4	5	6	7	8
y_t	20	10

Известно также $\sum y_t = 150$; $\sum y_t^2 = 8100$; $\sum y_t y_{t-1} = 7350$.

Задание: определить коэффициент автокорреляции уровней ряда для лагов $\tau=1$ и $\tau=2$.

Задача 6. Имеются следующие данные об уровне безработицы Y_t (%) за 8 месяцев (табл. 4.5):

Таблица 4.5

Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8
y_t	8,8	8,6	8,4	8,1	7,9	7,6	7,4	7,0

Задание:

1. Определить коэффициенты автокорреляции уровней этого ряда первого и второго порядка.
2. Обосновать выбор уравнения тренда этого ряда и определить его параметры.

Задача 7. Имеются данные об урожайности пшеницы y_t (ц/га) за 10 лет (табл. 4.6):

Таблица 4.6

Год, t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_t	16,3	20,2	17,1	7,7	15,3	16,3	19,9	14,4	18,7	20,7

Задание: выполнить аналитическое выравнивание ряда в виде линейного тренда.

Задача 8. Данные, отражающие динамику роста доходов Y_t на душу населения за восемь лет, приведены в таблице (табл.4.7):

Таблица 4.7

Год, t	1	2	3	4	5	6	7	8
y_t	1130	1220	1350	1390	1340	1380	1490	1680

Задание: найти точечный прогноз дохода населения по линейному тренду на 9 год.

Задача 9. Известны статистические данные расхода условного топлива на производство электроэнергии на электростанциях региона Y (г на 1 кВт.ч) (табл.4.8):

Таблица 4.8

Год	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000
y_t	468	401	367	340	328	326	325

Задание: оценить параметры гиперболического уравнения тренда

$$y_t = \beta_0 + \frac{\beta_1}{t} + \varepsilon_t.$$

Задача 10. Объем экспорта Y (млрд. долл.) Японии за 8 лет представлен в следующей таблице (табл.4.9):

Таблица 4.9

Год	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995
y_t	265	274	288	315	340	362	397	443

Задание: Построить параболическое (второго порядка) уравнение тренда временного ряда.

Задача 11. Имеются данные о розничном товарообороте региона (усл. ед.) за 10 лет (табл.4.10):

Таблица 4.10

Год, t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Товарооборот	11	13	22	18	20	19	25	23	24	35

Задание: построить линейную, степенную, логарифмическую и экспоненциальную модель тренда временного ряда.

Задача 12. Имеются следующие данные об урожайности озимой пшеницы y_t (ц/га) за 10 лет (табл.4.11):

Таблица 4.11

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_t	16,3	20,2	17,1	7,7	15,3	16,3	19,9	14,4	18,7	20,7

Задание:

- 1) найти среднее значение и среднее квадратическое отклонение урожайности озимой пшеницы.
- 2) определить коэффициенты автокорреляции уровней ряда 1 и 2 порядков (для лагов $\tau=1$ и $\tau=2$).
- 3) провести выравнивание ряда методом скользящих средних с интервалом сглаживания $m=3$ и $m=4$.
- 4) найти уравнение линейного тренда временного ряда и проверить его значимость на уровне $\alpha=0,05$.

Задача 13. Имеются следующие данные об урожайности пшеницы y за 12 лет (табл.4.12):

Таблица 4.12

y_t	16,3	20,2	17,1	9,7	15,3	16,3	19,9	14,4	18,7	20,7	19,5	21,1
t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Задание:

- 1) найти среднее значение, среднее квадратическое отклонение и коэффициенты автокорреляции (для лагов $\tau=1,2$) временного ряда;
- 2) провести сглаживание исходного временного ряда методом скользящих средних, используя среднюю арифметическую с интервалом сглаживания:
 - а) $m=3$;
 - б) $m=4$;
- 3) найти уравнение тренда ряда, полагая, что он линейный, и проверить его значимость на уровне $\alpha=0,05$.

Задача 14. Администрация банка изучает динамику депозитов физических лиц за ряд лет (млн. долл.), которые представлены в следующей таблице (табл.4.13):

Таблица 4.13

t	1	2	3	4	5	6	7
y_t	2	6	7	3	10	12	13

Известно также, что $\sum y_t^2 = 511$.

Задание:

- 1) построить уравнение линейного тренда и дать интерпретацию его параметров.
- 2) определить коэффициент детерминации для линейного тренда.
- 3) администрация банка предполагает, что среднегодовой абсолютный прирост депозитов физических лиц составляет не менее 2,5 млн. долл. Подтверждается ли на уровне значимости $\alpha = 0,05$ это предположение результатами, которые приводятся?

Задача 15. Переменная y в семи последовательных годах принимала значения (табл.4.14):

Таблица 4.14

Год, t	1	2	3	4	5	6	7
y_t	8	13	14	17	18	19	20

Задание:

- 1) оценить модель тенденции в форме линейного тренда;
- 2) определить точечный прогноз переменной y на период $t = 10$;
- 3) построить интервальный прогноз при достоверности прогноза 0,9 и при условии, что случайные отклонения модели имеют нормальное распределение.

Задача 16. Длина электрифицированных железнодорожных путей (тыс. км) в Польше за 15 лет приведена в следующей таблице (табл.4.15):

Таблица 4.15

Год	y_t	Год	y_t
1	3,9	9	6,5
2	4,0	10	6,7
3	4,4	11	6,9
4	4,7	12	7,1
5	5,1	13	7,8
6	5,6	14	8,3
7	6,0	15	9,1
8	6,3		

Задание:

- 1) по статистическим данным построить модель линейного тренда;
- 2) построить точечный прогноз длины электрифицированных железнодорожных путей на 1989 год;
- 3) определить интервалы прогнозирования для этого же года при достоверности прогноза $\gamma=0,95$ и при условии, что случайные отклонения имеют нормальное распределение.

Задача 17. Изучается динамика потребления мяса в регионе. Для этого были собраны данные об объемах среднедушевого потребления мяса y_t (кг) за 7 месяцев. Предварительная обработка данных путем логарифмирования привела к получению следующих результатов (табл.4.16):

Таблица 4.16

Месяц	1	2	3	4	5	6	7
$\ln y_t$	2,10	2,11	2,13	2,17	2,22	2,28	2,31

Задание: требуется построить уравнение экспоненциального тренда и дать интерпретацию его параметров.

Задача 18. Переменная y в семи последовательных периодах времени принимала следующие значения (табл.4.17):

Таблица 4.17

Год, t	1	2	3	4	5	6	7
y_t	10	15	20	28	42	60	80

По этим данным построен показательный тренд:

$$\tilde{y} = 6,99 \cdot (1,43)^t.$$

Задание: построить точечный и интервальный прогнозы для переменной y на период $t = 8$ при достоверности прогноза $\gamma = 0,95$. Принять, что случайные отклонения от тренда имеют нормальное распределение.

Задача 19. Имеются данные об урожайности зерновых y_t (ц/га) в хозяйствах области (табл.4.18):

Таблица 4.18

Год, t	1	2	3	4	5	6	7	8
y_t	10,2	10,7	11,7	13,1	14,9	17,2	20,0	23,2

Задание:

- 1) обосновать выбор типа уравнения тренда;
- 2) рассчитать параметры уравнения тренда;
- 3) дать прогноз урожайности зерновых на следующий год.

Задача 20. Годовое потребление некоторого товара и доходы населения (тыс. руб.) за 1989-1997 гг. приведены в таблице (табл.4.19):

Таблица 4.19

Годы	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Потребление	46	50	54	59	62	67	75	86	100
Доходы	53	57	64	70	73	82	95	110	127

Задание: Построить уравнение регрессии, включив в него фактор времени, если известно, что $\sum y_t = 599$, $\sum x_t = 731$, $\sum y_t x_t = 52179$, $\sum x_t^2 = 64361$, $\sum y_t^2 = 42367$.

Задача 21. Изучается зависимость объема продаж бензина y_t от динамики потребительских цен x_t . Полученные за последние 6 кварталов данные представлены в следующей таблице (табл.4.20):

Таблица 4.20

Квартал	1	2	3	4	5	6
x_t , (%)	100	104	112	117	121	126
y_t , (тыс. л)	89	83	80	77	75	72

Задание: известно также, что $\sum x_t = 680$, $\sum y_t = 476$, $\sum y_t x_t = 53648$, $\sum x_t^2 = 77566$. Построить модель зависимости объема продаж бензина от индекса потребительских цен с включением фактора времени.

Рекомендуемая литература

1. Бородич С.А. Эконометрика: учебное пособие. -Мн.: Новое знание, 2006. – Гл. 12.
2. Практикум по эконометрике: учебное пособие/Под ред. И. И. Елисейевой.- М.: Финансы и статистика, 2007.- Разделы 5,6.
3. Эконометрика: учебник / Под ред. И. И. Елисейевой. 2-е изд. - М.: Финансы и статистика, 2005. – Гл. 6.

Тема 4.2. Стационарные и нестационарные временные ряды (1 занятие)

Вопросы для изучения

1. Построение аддитивной модели. Построение мультипликативной модели.
2. Моделирование тенденции временного ряда при наличии структурных изменений.
3. Модели стационарных и нестационарных временных рядов.

Контрольные вопросы

1. Как записывают аддитивную и мультипликативную модели временных рядов?
2. Какие этапы включает анализ структуры временного ряда?
3. Как выбрать тип модели: аддитивный или мультипликативный?
4. Чему равна сумма значений сезонной компоненты в мультипликативной модели?
5. Назовите этапы построения модели временного ряда.
6. В чем особенность моделирования тенденции временного ряда при наличии структурных изменений?
7. Какие проблемы имеются при изучении взаимосвязи временных рядов?
8. Назовите методы исключения тенденции.
9. Как рассчитывается прогноз по временным рядам и его доверительный интервал?

Практические задания

Задача 1*. Имеются поквартальные данные за 3 года об объемах выпуска продукции некоторого предприятия (в тыс. шт.) (табл.4.21):

Таблица 4.21

Год	1999				2000				2001			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Квартал, i												
Объем выпуска, y_t	410	400	715	600	585	560	975	800	765	720	1235	1100

Задание: построить график данного ряда, обосновать выбор аддитивной модели ряда, рассчитать значения трех составляющих ряда и оценить точность модели.

Задача 2*. Приводятся следующие поквартальные данные о прибыли компании за последние 4 года (табл.4.22):

Таблица 4.22

Год	Квартал			
	I	II	III	IV
2001	72	100	90	64
2002	70	92	80	58
2003	62	80	68	48
2004	52	60	50	30

Задание: построить график данного ряда, обосновать выбор мультипликативной модели ряда, рассчитать значения трех составляющих ряда и оценить точность модели.

Задача 3*. Имеются поквартальные данные об объемах экспорта из Российской Федерации за 6 лет (табл.4.23):

Таблица 4.23

Номер квартала	Экспорт, млрд. долл.	Номер квартала	Экспорт, млрд. долл.
1	4087	13	6975
2	4737	14	6891
3	5768	15	7527
4	6005	16	7971
5	5639	17	5875
6	6745	18	6140
7	6311	19	6248
8	7107	20	6041
9	5741	21	4626
10	7087	22	6501
11	7310	23	6284
12	8600	24	6707

Задание:

- 1) построить график временного ряда;

2) построить аддитивную и мультипликативную модели временного ряда;

3) оценить качество каждой модели через показатели средней абсолютной ошибки и среднего относительного отклонения. Выбрать лучшую модель.

Задача 4. На основе помесечных данных о потреблении электроэнергии в регионе (млн кВт.ч) за последние 3 года была построена аддитивная модель временного ряда. Скорректированные значения сезонной компоненты за соответствующие месяцы приводятся в следующей таблице (табл.4.24):

Таблица 4.24

Январь	+25	Май	-32	Сентябрь	+2
Февраль	+10	Июнь	-38	Октябрь	+15
Март	+6	Июль	-25	Ноябрь	+27
Апрель	-4	Август	-18	Декабрь	?

Построенное уравнение тренда имеет вид:

$$\tilde{y}_t = 300 + 1,5 \cdot t, \quad t = \overline{1,36}.$$

Задание:

- 1) определить значение сезонной компоненты за декабрь;
- 2) на основе построенной модели дать точечный прогноз ожидаемого потребления электроэнергии в течение первого квартала следующего года.

Задача 5. Для прогнозирования объема продаж компании (млн. руб.) на основе поквартальных данных за 2001-2005 гг. была построена аддитивная модель временного ряда объема продаж. Уравнение, моделирующее динамику трендовой компоненты этой модели, имеет вид:

$$\tilde{y}_t = 100 + 2 \cdot t, \quad t = 1, 2, \dots$$

Показатели за 2004 г., полученные в ходе построения аддитивной модели, представлены в следующей таблице (табл.4.25):

Таблица 4.25

Время года	Объем продаж в 2004 г.	Компоненты аддитивной модели		
		Трендовая	Сезонная	Случайная
Зима	100	?	?	+4
Весна	?	?	10	+5
Лето	150	?	25	?
Осень	?	?	?	?

Задание: определить недостающие в таблице данные, учитывая, что объем продаж компании за 2004 год в целом составил 490 млн руб.

Задача 6. На основе поквартальных данных объемов продаж за 1995 – 2000 гг. была построена аддитивная модель временного ряда, причем трендовая компонента имеет вид: $\tilde{y}_t = 260 + 3 \cdot t$, $t = 1, 2, \dots$. Показатели за 2000 год приведены в следующей таблице (табл. 4.26):

Таблица 4.26

Квартал	Объем продаж 2000 г.	Компоненты аддитивной модели		
		Трендовая	Сезонная	Случайная
1	270	u_1	v_1	-9
2	y_2	u_2	10	+4
3	310	u_3	40	ε_3
4	y_4	u_4	v_4	ε_4
Итого	2000	-	-	-

Задание: определить численные значения недостающих данных в таблице.

Задача 7. На основе поквартальных данных об уровне безработицы в летнем курортном городе (% от экономически активного населения) за последние 5 лет была построена мультипликативная модель временного ряда.

Скорректированные значения сезонной компоненты за каждый квартал приводятся в таблице (табл.4.27):

Таблица 4.27

I квартал	II квартал	III квартал	IV квартал
1,4	0,8	0,7	?

Уравнение тренда имеет вид:

$$\tilde{y}_t = 9,2 - 0,3 \cdot t.$$

Задание:

- 1) определить значение сезонной компоненты за IV квартал.
- 2) на основе построенной модели дать точечный прогноз уровня безработицы на I и II кварталы следующего года.

Задача 8. Имеются данные об объемах потребления электроэнергии (млн кВт.ч) жителями региона за 16 кварталов (табл.4.28):

Таблица 4.28

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
y_t	6,0	4,4	5,0	9,0	7,2	4,8	6,0	10,0	8,0	5,6	6,4	11,0	9,0	6,6	7,0	10,8

Задание: проверьте, что данный временной ряд содержит сезонные колебания с периодичностью в четыре квартала и постройте модель регрессии, включающую наряду с фактором времени фиктивные переменные.

Задача 9. Имеются поквартальные данные о выплате доходов компании акционерам в форме дивидендов за последние 4 года (усл. ед.) (табл. 4.29):

Таблица 4.29

Квартал	Год			
	1	2	3	4
I	40	60	50	30
II	50	80	70	50
III	60	100	80	60
IV	70	110	130	70

Задание:

- 1) построить график и по нему установить характер тренда, наличие сезонных колебаний;
- 2) построить модель регрессии с учетом сезонности, включающую наряду с фактором времени фиктивные переменные.

Задача 10. На основе квартальных данных с 1991 г. по 2004 г. получено уравнение регрессии $\tilde{y}_t = -0,55 + 0,088x_{t_1} - 4,77x_{t_2} + 5,41x_{t_3}$. При этом было найдены суммы квадратов $ESS = 21,4$ и $RSS = 90,4$ (ESS - остаточная сумма квадратов, RSS - объясненная сумма квадратов). Для учета сезонности в уравнение были добавлены три фиктивные переменные, соответствующие трем первым кварталам года. Величина RSS увеличилась до 92.

Задание: на уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о наличии сезонности во временном ряду.

Задача 11. При исследовании сбережений населения Y_t (усл. ед) за 20 лет было обнаружено, что на 12 году наблюдений экономическая ситуация страны изменилась и это стимулировало население к большим сбережениям по сравнению с первым этапом рассматриваемого периода. Были получены следующие статистические данные (табл.4.30):

Таблица 4.30

Год	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984
y_t	4,7	6,1	6,5	6,8	5,2	6,5	7,5	8,0	9,0	9,1

Год	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
y_t	8,7	12,0	16,2	18,5	18,0	17,6	20,0	23,0	22,5	24,3

Задание: проверить с помощью теста Чоу необходимость разбиения интервала наблюдений на два подынтервала и построения для каждого из них отдельной модели регрессии.

Задача 12. В задаче № 157 проверить с помощью теста Гуйарати необходимость построения кусочно-линейной модели регрессии.

Задача 13. По следующим данным (табл.4.31):

Таблица 4.31

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_t	1,0	1,2	1,5	1,6	1,8	2,0	2,5	3,5	4,6	5,5

определить наличие структурных изменений при $t=6$ по критерию Гуйарати.

Задача 14. На основе квартальных данных получено уравнение множественной регрессии и $RSS=110,32$; $ESS=21,43$ (RSS - объясненная сумма квадратов, ESS - остаточная сумма квадратов). Для этой же модели были отдельно проведены регрессии на основе данных:

- 1-й квартал 1991 г. – 1-й квартал 1995 г.;
- 2-й квартал 1995г. – 4-й квартал 1996 г.

Соответственно получены следующие значения сумм квадратов остатков $ESS_1=12,25$ и $ESS_2=2,32$.

Задание: проверить, используя тест Чоу, гипотезу о том, что произошли структурные изменения на уровне $\alpha=0,05$.

Задача 15. Некоторая фирма занимается продажей молока. В следующей таблице представлены объемы ежемесячных продаж Q (тыс. л) по различным ценам P (руб. за 1 л) (табл.4.32):

Таблица 4.32

Месяцы	Q	P	Месяцы	Q	P
1	98	10,0	8	113	13,0
2	100	11,0	9	116	13,0
3	103	12,5	10	118	13,8
4	105	12,5	11	121	14,2
5	80	14,6	12	123	14,4
6	87	14,6	13	126	15,0
7	94	14,9	14	128	16,1

Во время пятого, шестого и седьмого месяца на одном из предприятий фирмы происходила забастовка.

Задание:

- 1) произошел ли сдвиг свободного члена (константы) во время забастовки по сравнению с обычным режимом?
- 2) произошел ли сдвиг как константы, так и коэффициента регрессии Q на P ?

Задача 16. На основе поквартальных данных с 2001 по 2006 г. с помощью МНК получено следующее уравнение:

$$y_t = 1,12 - 0,0098x_{t1} - 5,62x_{t2} + 0,044x_{t3}$$

(2,14) (0,0034) (3,42) (0,009)

, в скобках указаны стандартные ошибки, $RSS = 110,32$, $ESS = 21,43$.

Задание:

- 1) проверить значимость каждого из параметров модели;
- 2) найти коэффициент детерминации;
- 3) протестировать значимость уравнения регрессии в целом;
- 4) когда в уравнение были добавлены три фиктивные переменные, соответствующие трем первым кварталам года, величина RSS выросла до 118,20. Проверить гипотезу о наличии сезонности на уровне значимости $\alpha = 0,05$;

5) для той же исходной модели были отдельно проведены две регрессии на основе данных: 1-й квартал 2001 г. – 1-й квартал 2005 г. и 2-й квартал 2005 г. – 4-й квартал 2006 г. Соответственно получены следующие значения сумм квадратов остатков: $ESS_1 = 12,25$, $ESS_2 = 2,32$. Проверить гипотезу о том, что между 1-м и 2-м кварталами 2005 г. произошли структурные изменения ($\alpha = 0,05$).

Рекомендуемая литература

1. Бородич С.А. Эконометрика: учебное пособие. -Мн.: Новое знание, 2006.- Гл. 12.
2. Практикум по эконометрике: учебное пособие / Под ред И. И. Елисейевой.- М.: Финансы и статистика, 2007. -Разделы 5,6.

3. Эконометрика: учебник / Под ред. И. И. Елисейевой. 2-е изд. - М.: Финансы и статистика, 2005. – Гл. 6.

Тема 4.3. Динамические эконометрические модели (1 занятие)

Вопросы для обсуждения

1. Статические и динамические модели.
2. Авторегрессионные модели и модели с распределенным лагом.
3. Модель частичной корректировки и модель адаптивных ожиданий.

Контрольные вопросы

1. Какая модель временного ряда называется статической?
2. Когда модель временного ряда называется динамической?
3. Назовите типы динамических моделей.
4. Как определяются модели с распределенными лагами?
5. Как интерпретируют параметры модели с распределенным лагом?
6. Как определяются авторегрессионные модели?
7. Как интерпретируют параметры моделей авторегрессии?
8. В чем состоят особенности динамических моделей первого типа?
9. Как оценить параметры моделей с распределенным лагом?
10. Что такое структура лага ?
11. В чем основная идея метода Алмон и к каким моделям он применяется?
12. Когда применяется преобразование Койка?
13. Как оценить параметры моделей авторегрессии?
14. В чем суть метода инструментальных переменных?
15. Для чего применяется модель адаптивных ожиданий?
16. Для чего применяется модель частичной корректировки?
17. Что означает стационарность временного ряда?

18. Какой стационарный процесс называется «белым шумом»?
19. Назовите типы моделей стационарных временных рядов.
20. Как идентифицируют AP(p)-модели?
21. Как идентифицируют APCC (p,q)-модели?
22. Назовите типы моделей нестационарных временных рядов.
23. Как определяется ARIMA-модель?

Практические задания

Задача 1. Дана модель авторегрессии третьего порядка

$$y_t = 3y_{t-1} - 0,25y_{t-2} + 0,75y_{t-3} + \varepsilon_t$$

Задание: построить характеристическое уравнение, найти его корни и установить, является ли указанный авторегрессионный процесс стационарным.

Задача 2. Для авторегрессии второго порядка

$y_t = \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \varepsilon_t$ найдены выборочные значения автокорреляционной функции: $r(1) = 0,853$, $r(2) = 0,826$.

Задание: Оценить параметры авторегрессии, используя для этого уравнения Юла-Уолкера.

Задача 3. Задание: оценить параметры авторегрессии второго порядка $y_t = \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \varepsilon_t$ по следующим наблюдениям (табл.4.33):

Таблица 4.33

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
y_t	0,1	-2,5	-4	2,5	-0,2	-2,7	0,1	0,9	3,1	-0,5	1,8	0,5	1,9

Задача 4. Модель зависимости объемов продаж компании в среднем за месяц от расходов на рекламу была следующая (млн. руб):

$$\tilde{y}_t = -0,73 + 4,3x_t + 3,5x_{t-1} + 1,2x_{t-2} + 0,8x_{t-3}$$

Задание: найти краткосрочный, долгосрочный мультипликатор и средний лаг.

Задача 5. Имеется авторегрессионная модель с распределенными лагами порядка ($P = 0, q = 1$): $y_t = \alpha + \beta_0 x_t + \beta_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$.

Задание: используя обратное преобразование Койка, получить модель с бесконечным лагом.

Задача 6. Динамика оборота розничной торговли y_t (% к предыдущему году) и потребительских цен x_t (% к предыдущему году) региона за 1998 -1999 гг. представлена в следующей таблице (табл.4.34):

Таблица 4.34

Год	1998											
Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y_t	70,8	98,7	97,9	99,6	96,1	103,4	95,5	102,9	77,6	102,3	102,9	123,1
x_t	101,7	101,1	100,4	100,1	100,0	100,1	100,0	105,8	145,0	99,8	102,7	109,4
Год	1999											
Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y_t	74,3	92,9	106,0	99,8	105,2	99,7	99,7	107,9	98,8	104,6	106,4	122,7
x_t	110,0	106,4	103,2	103,2	102,9	100,8	101,6	101,5	101,4	101,7	101,7	101,2

Задание:

- 1) используя метод Койка, оценить параметры модели с распределенным лагом с длиной лага не более 4;
- 2) используя метод Алмон, оценить параметры модели с распределенным лагом с длиной лага не более 4 и степени аппроксимирующего полинома не более 3;
- 3) сравнить результаты, полученные в п. 1 и 2.

Задача 7. Имеется следующая модель с распределенными лагами:

$$y_t = 1 + 0,5 \sum_{j=0}^{\infty} 0,6^j \cdot x_{t-j-1} + \varepsilon_t$$

Задание:

- 1) определить коэффициенты регрессии для первых трех периодов;
- 2) найти относительные коэффициенты модели для первых трех лаговых переменных;

3) преобразовать модель в уравнение с конечным числом переменных.

Задача 8. Имеются данные об объеме валового внутреннего продукта y некоторой страны в зависимости от инвестиций x в ее экономику за 20 лет (табл. 4.35):

Таблица 4.35

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_t	193	197	202	213	222	234	247	262	269	280
x_t	30	29	29	32	34	37	41	44	42	44

t	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y_t	287	287	296	310	326	325	322	338	353	370
x_t	46	43	48	53	59	54	44	52	60	66

Задание: построить модель Алмон для лага $l=3$ в предположении, что структура лага описывается полиномом второй степени. Найти краткосрочный и долгосрочный мультипликатор и дать их интерпретацию.

Задача 9. Заданы следующие наблюдения переменных y и x за 10 последовательных лет (табл.4.36):

Таблица 4.36

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_t	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7
x_t	1	2	2	3	2	2	3	4	3	4

Задание: с применением инструментальных переменных оценить параметры линейной модели $y_t = \alpha + \beta_0 x_t + \beta_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$, используя в качестве инструментальных переменных $z_1 = x_t$, $z_2 = x_{t-1}$.

Задача 10. Приводятся следующие данные о среднедушевом доходе x и среднедушевых расходах на конечное потребление y за последние 30 лет (в усл. ед.) (табл.4.37):

Таблица 4.37

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_t	67	67	69	71	74	77	80	82	85	87
x_t	73	74	76	77	81	85	88	91	94	96
t	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y_t	88	90	94	97	96	97	101	104	107	108
x_t	99	101	104	110	108	108	112	114	118	120
t	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
y_t	107	108	108	112	116	120	123	126	129	130
x_t	120	121	121	123	130	133	135	136	139	140

Задание:

- 1) построить по этим данным авторегрессионную модель с распределенным лагом порядков (0,1) обычным МНК;
- 2) построить эту же модель с использованием инструментальных переменных, используя оценку уравнения регрессии $\hat{y}_{t-1} = \gamma_0 + \gamma_1 x_{t-1}$ (также МНК);
- 3) проверить гипотезу о наличии автокорреляции в модели, полученной методом инструментальных переменных, используя h -критерий Дарбина.

Задача 11*. Задание: с применением метода инструментальных переменных оценить параметры модели $y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 x_t + \varepsilon_t$,

где y_t – закупки мяса в млн т в году t ; y_{t-1} – закупки мяса в млн т в году $t-1$; x_t – производство мяса в млн т в году t .

Для оценивания параметров модели использовать инструментальные переменные $z_{1t} = x_{t-1}$, $z_{2t} = x_t$ и следующие статистические данные (табл.4.38):

Таблица 4.38

Год	y_t	x_t	Год	y_t	x_t
1965	1,27	2,01	1974	2,43	3,07
1966	1,37	2,09	1975	2,44	3,07
1967	1,39	2,13	1976	2,28	2,90

1968	1,38	2,16	1977	2,28	2,89
1969	1,46	2,24	1978	2,53	3,15
1970	1,44	2,19	1979	2,65	3,26
1971	1,53	1,21	1980	2,54	3,15
1972	1,86	2,48	1981	1,88	2,53
1973	2,10	2,73	1982	1,89	2,58

Задача 12. Дана таблица следующих данных (табл.4.39):

Таблица 4.39

Момент времени	$t-3$	$t-2$	$t-1$	t	$t+1$
x^*	80				
x	90	95	110	120	-

Здесь x^* , x - ожидаемый и действительный спрос на некоторый товар соответственно.

Задание: в соответствии с моделью адаптивных ожиданий

$$x_t^* = \lambda x_{t-1} + (1-\lambda)x_{t-1}^*, \text{ где } \lambda = 0,40 \text{ найти остальные значения } x^* .$$

Задача 13. На основе поквартальных данных получено следующее уравнение регрессии, характеризующее спрос на труд:

$$\Delta \tilde{E}_t = 14,22 + 0,172 Q_t - 0,028 t - 0,0007 t^2 - 0,297 E_{t-1}$$

(2,61) (0,014) (0,015) 90,0002 (2,61)

где $\Delta E_t = E_t - E_{t-1}$; E_t - уровень занятости; Q_t - объем выпуска продукции; t - время. Предполагается, что механизм формирования ожидаемого уровня занятости E_t^* определяется соотношением $E_t - E_{t-1} = \gamma(E_t^* - E_{t-1})$ ($0 < \gamma < 1$).

Задание: получить модель неполной корректировки (оценку зависимости желательного уровня значимости E_t^* от переменных модели Q_t и t).

Рекомендуемая литература

1. Бородич С.А. Эконометрика: учебное пособие. -Мн.: Новое знание, 2006.- Гл. 12.
2. Практикум по эконометрике: учебное пособие/ Под ред. И. И. Елисеевой.- М.: Финансы и статистика, 2007. – Разделы 5,6.
3. Эконометрика: учебник / Под ред. И. И. Елисеевой. 2-е изд. - М.: Финансы и статистика, 2005.- Гл. 15.

Раздел 5. Системы одновременных уравнений.

Тема 5.1. Понятие о системах эконометрических уравнений (1 занятие)

Вопросы для изучения

1. Системы независимых уравнений и системы взаимозависимых уравнений. Приведенная и структурная формы модели.
2. Эндогенные, экзогенные и predetermined переменные. Идентификация систем.

Контрольные вопросы

1. В чем преимущество систем эконометрических уравнений?
2. Перечислите основные типы систем уравнений?
3. Какие переменные называют эндогенными?
4. Какие переменные называют экзогенными?
5. Какие переменные называют predetermined?
6. В чем отличие системы взаимозависимых уравнений от системы независимых уравнений?
7. В чем особенность системы рекурсивных уравнений?
8. Что такое структурная форма модели?
9. Что такое приведенная форма модели?

10. Почему нужна приведенная форма модели?
11. Что называют идентификацией модели?
12. Когда структурная модель является идентифицируемой?
13. Когда структурная модель является неидентифицируемой?
14. В каком случае модель является сверхидентифицируемой?
15. Как идентифицируется отдельное уравнение в системе по счетному правилу?
16. В чем состоит достаточное условие идентификации отдельного уравнения?

Практические задания

Задача 1. Предприятие состоит из трех подразделений. Продукция, вырабатываемая в каждом подразделении, не используется в других подразделениях.

Задание: построить модель, описывающую линейную зависимость объема продукции конкретных подразделений P_1, P_2, P_3 от количества работающих в них X_1, X_2, X_3 , а также от стоимости основных производственных фондов K_1, K_2, K_3 . Определить тип системы уравнений.

Задача 2. Предприятие состоит из трех подразделений. Продукция первого подразделения не зависит от продукции двух остальных, но она передается во второе подразделение. В свою очередь, продукция второго подразделения передается в третье подразделение.

Задание: построить модель, описывающую линейную зависимость объема продукции конкретных подразделений P_1, P_2, P_3 от количества работающих в них X_1, X_2, X_3 , а также от стоимости основных производственных фондов K_1, K_2, K_3 . Определить тип системы уравнений.

Задача 3. Предприятие состоит из трех подразделений. Продукция первого подразделения передается во второе и третье подразделения. Про-

дукция второго подразделения частично передается в первое подразделение. Продукция третьего подразделения передается во второе подразделение.

Задание: построить модель, описывающую линейную зависимость объема продукции конкретных подразделений P_1, P_2, P_3 от количества работающих в них X_1, X_2, X_3 , а также от стоимости основных производственных фондов K_1, K_2, K_3 . Определить тип системы уравнений.

Задача 4. Имеется модель:

$$I_t = \beta_{13}K_t + \gamma_{11}P_{t-1} + \gamma_1 + \varepsilon_1,$$

$$Z_t = \beta_{23}K_t + \gamma_{22}P_t + \gamma_2 + \varepsilon_2,$$

$$K_t = \beta_{31}I_t + \gamma_{31}P_{t-1} + \gamma_{33}K_{t-1} + \gamma_3 + \varepsilon_3.$$

Задание:

- 1) классифицировать переменные на эндогенные, экзогенные и predetermined;
- 2) записать приведенную форму модели;
- 3) выразить коэффициенты и случайные компоненты приведенной модели в виде функции этих величин в структурной форме.

Задача 5. Задана модель:

$$W_t = \alpha_1 P_t + \alpha_2 W_{t-1} + \alpha_3 S_{t-1} + \alpha_4 + \varepsilon_1,$$

$$P_t = \beta_1 W_t + \beta_2 W_{t-1} + \beta_3 S_{t-1} + \beta_4 + \varepsilon_2.$$

Задание:

- 1) классифицировать тип переменных модели;
- 2) записать приведенную форму модели;
- 3) выразить коэффициенты и случайные компоненты приведенной модели в виде функции этих величин в структурной форме.

Задача 6. Модель денежного рынка имеет следующий вид:

$$R_t = a_1 + b_{11} * M_t + b_{12} Y_t + e_1,$$

$$Y_t = a_2 + b_{21} R_t + b_{22} I_t + e_2,$$

где: R – процентная ставка;
 Y – ВВП;
 M – денежная масса;
 I – внутренние инвестиции;
 t – текущий период.

Задание: применив необходимое и достаточное условие идентификации, определите, идентифицировано ли каждое из уравнений модели. Определите метод оценки параметров модели. Запишите приведенную форму модели.

Задача 7. Одна из версий модели Кейнса имеет вид:

$$C_t = a_1 + b_{11}Y_t + b_{12}Y_{t-1} + \varepsilon_1,$$

$$I_t = a_2 + b_{21}Y_t + b_{22}Y_{t-1} + \varepsilon_2,$$

$$Y_t = C_t + I_t + G_t,$$

где: C – расходы на потребление;
 Y – доход;
 I – инвестиции;
 G – государственные расходы;
 t – текущий период;
 $t-1$ – предыдущий период.

Задание: применив необходимое и достаточное условие идентификации, определите, идентифицировано ли каждое из уравнений модели. Определите метод оценки параметров модели. Запишите приведенную форму модели.

Задача 8. Задание: выполнить идентификацию следующей модели:

$$C_t = \alpha_1 + \beta_{11}Y_t + \alpha_{12}C_{t-1} + \varepsilon_1,$$

$$I_t = \alpha_2 + \beta_{21}R_t + \alpha_{22}I_{t-1} + \varepsilon_2,$$

$$R_t = \alpha_3 + \beta_{31}Y_t + \alpha_{32}M_t + \varepsilon_3,$$

$$Y_t = C_t + I_t + G_t.$$

Здесь C - расходы на потребление; Y - совокупный доход; I - инвестиции; R - процентная ставка; M - денежная масса; G - государственные расходы; t - текущий период.

Задача 9. Задание: исследовать идентифицируемость уравнений модели:

$$S_t = b_{12}W_t + b_{13}K_t + a_{11}X_t + \alpha_1 + \varepsilon_1,$$

$$W_t = b_{21}S_t + a_{22}X_t + \alpha_2 + \varepsilon_2,$$

$$K_t = b_{31}S_t + b_{32}K_{t-1} + \alpha_3 + \varepsilon_3.$$

Задача 10. Задание: исследовать идентифицируемость уравнений модели:

$$y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + \alpha_1 + \varepsilon_1,$$

$$y_2 = b_{21}y_1 + b_{23}y_3 + a_{22}x_2 + \alpha_2 + \varepsilon_2,$$

$$y_3 = b_{31}y_1 + a_{31}x_1 + a_{33}x_3 + \alpha_3 + \varepsilon_3.$$

Задача 11. Дана модель Менгеса:

$$Y_t = \alpha_1 + b_{11}Y_{t-1} + b_{12}I_t + \varepsilon_1,$$

$$I_t = \alpha_2 + b_{21}Y_t + b_{22}Q_t + \varepsilon_2,$$

$$C_t = \alpha_3 + b_{13}Y_t + b_{32}C_{t-1} + b_{33}P_t + \varepsilon_3,$$

$$Q_t = \alpha_4 + b_{41}Q_{t-1} + b_{42}R_t + \varepsilon_4.$$

где Y - национальный доход; C - расходы на личное потребление; I - чистые инвестиции; Q - валовая прибыль экономики; P - индекс стоимости жизни; R - объем продукции промышленности; t - текущий период; $(t-1)$ - предыдущий период.

Задание: проверить идентифицируемость каждого уравнения с использованием необходимого и достаточного условий идентификации.

Задача 12. Имеется модель денежного и товарного рынков:

$$R_t = \alpha_1 + b_{12}Y_t + b_{14}M_t + \varepsilon_1,$$

$$Y_t = \alpha_2 + b_{21}R_t + b_{23}I_t + b_{25}G_t + \varepsilon_2,$$

$$I_t = \alpha_3 + b_{31}R_t + \varepsilon_3,$$

где R - процентные ставки; Y - реальный ВВП; M - денежная масса; I - внутренние инвестиции; G - реальные государственные расходы; t - текущий период.

Задание: проверить идентифицируемость каждого уравнения с использованием необходимого и достаточного условий идентифицируемости и записать приведенную форму модели.

Задача 13. Имеется макроэкономическая модель:

$$C_t = \alpha_1 + b_{11}D_t + \varepsilon_1,$$

$$I_t = \alpha_2 + b_{22}Y_t + b_{23}Y_{t-1} + \varepsilon_2,$$

$$Y_t = D_t + T_t,$$

$$D_t = C_t + I_t + G_t,$$

где C - расходы на потребление; Y - чистый национальный продукт; D - чистый национальный доход; T - косвенные налоги; I - инвестиции; G - реальные государственные расходы; t - текущий период; $(t-1)$ - предыдущий период.

Задание: проверить идентифицируемость каждого уравнения с использованием необходимого и достаточного условий идентифицируемости и записать приведенную форму модели.

Задача 14. Одна из версий модифицированной модели Кейнса имеет вид:

$$C_t = \alpha_1 + b_{11}Y_t + b_{12}Y_{t-1} + \varepsilon_1,$$

$$I_t = \alpha_2 + b_{21}Y_t + b_{22}Y_{t-1} + \varepsilon_2,$$

$$Y_t = C_t + I_t + G_t.$$

где C - расходы на потребление; Y - доход; I - инвестиции; G - государственные расходы; t - текущий период; $(t-1)$ - предыдущий период.

Задание: проверить идентифицируемость каждого уравнения с использованием необходимого и достаточного условий идентифицируемости и записать приведенную форму модели.

Задача 15. Эконометрическая модель содержит четыре уравнения, четыре эндогенные переменные (y_i) и три экзогенные переменные (x_j). Ниже представлена матрица коэффициентов при переменных в структурной форме этой модели (табл.5.1):

Таблица 5.1

Уравнение	y_1	y_2	y_3	y_4	x_1	x_2	x_3
I	-1	0	b_{13}	b_{14}	a_{11}	0	0
II	0	-1	b_{23}	0	a_{21}	0	0
III	0	b_{23}	-1	0	a_{31}	0	a_{33}
IV	b_{41}	b_{42}	b_{43}	-1	0	a_{42}	a_{43}

Задание: проверить идентифицируемость каждого уравнения с использованием необходимого и достаточного условий идентифицируемости.

Рекомендуемая литература

1. Бородич С.А. Эконометрика: учебное пособие. -Мн.: Новое знание, 2006.- Гл. 13.
2. Практикум по эконометрике: учебное пособие / Под ред. И. И. Елисеевой.- М.: Финансы и статистика, 2007.- Раздел 4.
3. Эконометрика: учебник / Под ред. И. И. Елисеевой. 2-е изд. - М.: Финансы и статистика, 2005. – Гл. 5.

Тема 5.2. Методы оценки системы одновременных уравнений (1 занятие)

Вопросы для изучения

1. Косвенный, двухшаговый и трехшаговый МНК.
2. Применение систем уравнений для построения макроэкономических моделей и моделей спроса – предложения.

Контрольные вопросы

1. Для оценки каких систем возможно применять обычный МНК?
2. В чем суть косвенного МНК?
3. Всегда ли можно применить косвенный МНК?
4. В чем суть двухшагового МНК и когда он применяется?
5. Что представляют собой мультипликаторные модели кейнсианского типа?
6. Приведите пример динамической модели экономики.

Практические задания

Задача 1. Задана модель из двух уравнений:

$$y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \varepsilon_1,$$

$$y_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \varepsilon_2.$$

Задание: определить структурные коэффициенты модели по следующим данным (табл.5.2):

Таблица 5.2

t	1	2	3	4	t	1	2	3	4
y_1	2	1	3	1	x_1	1	1	1	0
y_2	4	1	2	2	x_2	1	0	1	0

Задача 2. Для определения влияния некоторых факторов на результаты аграрного производства 11 агропредприятий, входящих в состав агропромышленного комбината, построена модель:

$$P = a_{11}W + \alpha_1 + \varepsilon_1,$$

$$M = a_{21}P + \alpha_2 + \varepsilon_2,$$

где: P - урожайность зерновых культур (центнер с 1 га); M - производство мяса в кг на 1 га; W - показатель качества земли.

Наблюдения перечисленных переменных представлены в следующей таблице (табл.5.3):

Таблица 5.3

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
P_t	33	42	28	29	31	38	25	30	35	30	22
M_t	220	240	180	190	210	250	170	230	210	200	170
W_t	1,0	1,3	0,8	0,7	1,1	1,3	0,9	1,0	1,1	1,2	0,6

Задание: оценить структурные коэффициенты модели.

Задача 3. На основе следующих данных (табл.5.4):

Таблица 5.4

t	1	2	3	4	5
y_1	2	1	1	0	1
y_2	2	3	4	5	6
y_3	4	4	5	6	6
x	1	1	2	3	3

Задание: оценить структурные коэффициенты модели:

$$y_1 = a_{11}x + \alpha_1 + \varepsilon_1,$$

$$y_2 = b_{21}y_1 + \alpha_2 + \varepsilon_2,$$

$$y_3 = b_{32}y_2 + \alpha_3 + \varepsilon_3.$$

Задача 4. Имеется модель, построенная по 16 наблюдениям:

$$y_1 = \alpha_1 + b_{12}y_2 + \varepsilon_1.$$

$$y_2 = \alpha_2 + b_{21}y_1 + a_{21}x_1 + \varepsilon_2,$$

$$y_3 = y_2 + x_2.$$

Ей соответствует следующая приведенная форма:

$$y_1 = -1,25 + 22x_1 + 0,67x_2 + \zeta_1,$$

$$y_2 = 2 - 4x_1 + 10x_2 + \zeta_2,$$

$$y_3 = -30 + 12x_1 + 8x_2 + \zeta_3.$$

Известны также следующие исходные данные (табл.5.5):

Таблица 5.5

n	1	2	3	4	5	6
y_1	3	2	4	1	5	8
x_1	2	3	5	6	10	8
x_2	4	7	3	6	5	5

Задание:

- 1) определить структурные параметры первого уравнения, если это возможно;
- 2) определить структурные параметры второго уравнения, если это возможно.

Задача 5. Имеется следующая модель:

$$y_1 = \alpha_1 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + b_{12}y_2 + \varepsilon_1,$$

$$y_2 = \alpha_2 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + b_{21}y_1 + \varepsilon_2,$$

$$y_3 = \alpha_3 + a_{31}x_1 + a_{33}x_3 + \varepsilon_3.$$

Приведенная форма этой модели имеет вид:

$$y_1 = 6 + 8x_1 + 10x_2 + 4x_3 + \nu_1,$$

$$y_2 = 16 - 12x_1 - 70x_2 + 8x_3 + \nu_2,$$

$$y_3 = 10 - 5x_1 - 22x_2 + 5x_3 + \nu_3.$$

Задание: определить все возможные структурные коэффициенты на основе приведенной формы модели.

Задача 6. Имеется следующая гипотетическая структурная модель:

$$y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \varepsilon_1,$$

$$y_2 = b_{21}y_1 + b_{23}y_3 + a_{22}x_2 + \varepsilon_2,$$

$$y_3 = b_{32}y_2 + a_{31}x_1 + a_{33}x_3 + \varepsilon_3.$$

Приведенная форма исходной модели имеет вид:

$$\tilde{y}_1 = 3x_1 - 6x_2 + 2x_3,$$

$$\tilde{y}_2 = 2x_1 + 4x_2 + 10x_3,$$

$$\tilde{y}_3 = -5x_1 + 6x_2 + 5x_3.$$

Задание:

- 1) проверить структурную форму модели на идентифицируемость;
- 2) определить структурные коэффициенты модели.

Задача 7. Рассматривается следующая модель:

$$y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + \varepsilon_1,$$

$$y_2 = b_{21}y_1 + b_{23}y_3 + a_{22}x_2 + \varepsilon_2,$$

$$y_3 = b_{31}y_1 + b_{32}y_2 + a_{33}x_3 + \varepsilon_3.$$

Приведенная форма этой модели, оцененная с помощью обычного МНК, имеет вид:

$$\tilde{y}_1 = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3,$$

$$\tilde{y}_2 = x_1 + 4x_2 + 8x_3,$$

$$\tilde{y}_3 = 2x_1 + 4x_2 + x_3.$$

Известно, что второе и третье уравнение точно идентифицируемы.

Задание: определить оценки коэффициентов структурной формы этих уравнений косвенным методом наименьших квадратов.

Задача 8. Построена модель:

$$y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \varepsilon_1,$$

$$y_2 = b_{21}y_1 + a_{23}x_3 + \varepsilon_2,$$

после чего обычным МНК оценена ее приведенная форма:

$$\tilde{y}_1 = 0,6x_1 + 0,1x_2 + 0,8x_3,$$

$$\tilde{y}_2 = 0,2x_1 + 0,6x_2 + 0,4x_3.$$

Задание: определить оценки коэффициентов первого уравнения структурной формы косвенным МНК, если известно, что это уравнение точно идентифицируемо.

Задача 9. Построена модель:

$$y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + \varepsilon_1,$$

$$y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \varepsilon_2.$$

Таблица 5.6

t	y_1	y_2	x_1	x_2	x_3
1	1	2	1	0	1
2	2	1	1	1	0
3	2	1	1	1	0
4	3	0	1	1	1
5	2	1	1	1	1

Задание: оценить коэффициенты исходной модели косвенным МНК, если известно, что второе уравнение точно идентифицируемо.

Задача 10. Задание: оценить двухшаговым методом наименьших квадратов структурные коэффициенты модели:

$$y_1 = \alpha_1 + b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + \varepsilon_1,$$

$$y_2 = \alpha_2 + b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + \varepsilon_2$$

при наличии следующих данных (табл.5.7):

Таблица 5.7

t	y_1	y_2	x_1	x_2
1	2	4	1	0
2	3	4	1	1
3	3	3	1	1
4	4	2	0	2
5	5	2	0	2

Задача 11. Дана эконометрическая модель:

$$y_1 = \alpha_1 + b_{12}(y_2 + x_1) + \varepsilon_1,$$

$$y_2 = \alpha_2 + b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + \varepsilon_2.$$

и выборочные данные (табл.5.8):

Таблица 5.8

t	y_1	y_2	x_1	x_2
1	2	5	1	3
2	3	6	2	1
3	4	7	3	2
4	5	8	2	5
5	6	5	4	6

Задание: проверить структурную форму модели на идентификацию и определить структурные коэффициенты модели с использованием косвенного и двухшагового МНК.

Задача 12. Задана модель:

$$y_1 = b_{13}y_3 + a_{11}x_1 + a_{13}x_3 + \varepsilon_1,$$

$$y_2 = b_{21}y_1 + b_{23}y_3 + \varepsilon_2,$$

$$y_3 = b_{31}y_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \varepsilon_3$$

и известны следующие данные (табл.5.9):

Таблица 5.9

t	y_1	y_2	y_3	x_1	x_2	x_3
1	1	6	3	1	2	1
2	2	8	4	1	2	1
3	3	8	4	2	2	1
4	4	10	4	2	3	1
5	5	12	5	2	3	1

Задание: оценить двухшаговым методом наименьших квадратов структурные коэффициенты второго уравнения.

Задача 13. Имеется следующая структурная модель:

$$Y_1 = b_{12}Y_2 + a_{11}X_1 + a_{12}X_2,$$

$$Y_2 = b_{21}Y_1 + b_{23}Y_3 + a_{22}X_2,$$

$$Y_3 = b_{32}Y_2 + a_{31}X_1 + a_{33}X_3.$$

Приведенная форма исходной модели имеет вид:

$$Y_1 = 3X_1 - 5X_2 + 11X_3,$$

$$Y_2 = 2X_1 + 4X_2 + 3X_3,$$

$$Y_3 = -5X_1 + 6X_2 + 5X_3.$$

Задание: определите структурные коэффициенты модели.

Задача 14. Имеется следующая структурная модель:

$$Y_1 = b_{12}Y_2 + a_{11}X_1 + a_{12}X_2,$$

$$Y_2 = b_{21}Y_1 + b_{23}Y_3 + a_{22}X_2,$$

$$Y_3 = b_{32}Y_2 + a_{31}X_1 + a_{33}X_3.$$

Приведенная форма исходной модели имеет вид:

$$Y_1 = 2X_1 - 4X_2 + 10X_3,$$

$$Y_2 = X_1 + 3X_2 + 2X_3,$$

$$Y_3 = -6X_1 + 7X_2 + 6X_3.$$

Задание: определите структурные коэффициенты модели.

Рекомендуемая литература

1. Бородич С.А. Эконометрика: учебное пособие. -Мн.: Новое знание,2006.- Гл. 13.
2. Практикум по эконометрике: учебное пособие / Под ред И. И. Елисеевой.- М.: Финансы и статистика, 2007. - Раздел 4.
3. Эконометрика: учебник / Под ред. И. И. Елисеевой. 2-е изд. - М.: Финансы и статистика, 2005. Гл. 5.

Приложение 1

Двухсторонние критические значения t -критерия Стьюдента при
уровне значимости $\alpha = 0,10; 0,05; 0,01$

Число степе- ней свободы	А		
	0,10	0,05	0,01
1	6,3138	12,706	63,657
2	2,9200	4,3027	9,9248
3	2,3534	3,1825	5,8409
4	2,1318	2,7764	4,6041
5	2,0150	2,5706	4,0321
6	1,9432	2,4469	3,7074
7	1,8946	2,3646	3,4995
8	1,8595	2,3060	3,3554
9	1,8331	2,2622	3,2498
10	1,8125	2,2281	3,1693
11	1,7959	2,2010	3,1058
12	1,7823	2,1788	3,0545
13	1,7709	2,1604	3,0123
14	1,7613	2,1448	2,9768
15	1,7530	2,1315	2,9467
16	1,7459	2,1199	2,9208
17	1,7396	2,1098	2,8982
18	1,7341	2,1009	2,8784
19	1,7291	2,0930	2,8609
20	1,7247	2,0860	2,8453
21	1,7207	2,0796	2,8314
22	1,7171	2,0739	2,8188
23	1,7139	2,0687	2,8073
24	1,7109	2,0693	2,7969
25	1,7081	2,0595	2,7874
26	1,7056	2,0555	2,7787
27	1,7033	2,0518	2,7707
28	1,7011	2,0484	2,7633
29	1,6991	2,0452	2,7564
30	1,6973	2,0423	2,7500
40	1,6839	2,0211	2,7045
60	1,6707	2,0003	2,6603
120	1,6577	1,9799	2,6174
∞	1,6449	1,9600	2,5758

Приложение 2

Таблица значений F–критерия Фишера при уровне значимости

 $\alpha=0,05$

k_1 k_2	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	161,4	199,5	215,7	224,5	230,1	233,9	238,8	243,9	249,0	254,3
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
35	4,12	3,26	2,87	2,64	2,48	2,37	2,22	2,04	1,83	1,57
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,51
45	4,06	3,21	2,81	2,58	2,42	2,31	2,15	1,97	1,76	1,48
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,74	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,07	1,89	1,67	1,35
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,88	1,65	1,31
90	3,95	3,10	2,71	2,47	2,32	2,20	2,04	1,86	1,64	1,28
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,03	1,85	1,63	1,26
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,01	1,83	1,60	1,21
150	3,90	3,06	2,66	2,43	2,27	2,16	2,00	1,82	1,59	1,18
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	1,98	1,80	1,57	1,14
300	3,87	3,03	2,64	2,41	2,25	2,13	1,97	1,79	1,55	1,10
400	3,86	3,02	2,63	2,40	2,24	2,12	1,96	1,78	1,54	1,07
500	3,86	3,01	2,62	2,39	2,23	2,11	1,96	1,77	1,54	1,06
1000	3,85	3,00	2,61	2,38	2,22	2,10	1,95	1,76	1,53	1,03
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	1,00

Приложение 3

Значения критерия Дарбина-Уотсона d_1 и d_2 при уровне значимости $\alpha=0,05$

n	K=1		K=2		K=3	
	D1	D2	D1	D2	D1	D2
15	1.08	1.36	0.95	1.54	0.82	1.75
16	1.1	1.37	0.98	1.54	0.86	1.73
17	1.13	1.38	1.02	1.54	0.9	1.71
18	1.16	1.39	1.05	1.53	0.93	1.69
19	1.18	1.4	1.08	1.53	0.97	1.68
20	1.2	1.41	1.1	1.54	1	1.68
21	1.22	1.42	1.13	1.54	1.03	1.67
22	1.24	1.43	1.15	1.54	1.05	1.66
23	1.26	1.44	1.17	1.54	1.08	1.66
24	1.27	1.45	1.19	1.55	1.1	1.66
25	1.29	1.45	1.21	1.55	1.12	1.66
26	1.3	1.16	1.22	1.55	1.14	1.65
27	1.32	1.17	1.24	1.56	1.16	1.65
28	1.33	1.48	1.26	1.56	1.18	1.65
29	1.34	1.48	1.27	1.56	1.2	1.65
30	1.35	1.49	1.28	1.57	1.21	1.65
31	1.36	1.5	1.3	1.57	1.23	1.65
32	1.37	1.5	1.31	1.57	1.24	1.65
33	1.38	1.51	1.32	1.58	1.26	1.65
34	1.39	1.51	1.33	1.58	1.27	1.65
35	1.4	1.52	1.34	1.58	1.28	1.65
36	1.41	1.52	1.35	1.59	1.29	1.65