

«КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ И ФИНАНСОВ
Кафедра математики и экономической
информатики

Методическая разработка
по дисциплине

«Математический анализ»

для проведения практических занятий и самостоятельной
работы студентов 1 курса заочного факультета, обучающихся
по направлению 080100.62 «Экономика»

Казань 2012

Составители:

проф. **Марданов Р.Ш.**,
доцент **Воронцова В.Л.**,
ассистент **Махмутова Д.И.**
доцент **Хасанова А.Ю.**

Рецензенты:

доцент **Султанов Р.А.**

Обсуждена на заседании кафедры математики и экономической информатики, протокол № 10 от 2 июня 2011 года.

Утверждена Учебно-методической комиссией института, протокол № 3 от 2 мая 2012 года.

Введение

Методическая разработка способствует формированию системного изучения дисциплины «Математический анализ», включающего современное представление о методах математического программирования, теории вероятности и математической статистики, при изучении процессов, протекающих в экономике, финансах и бизнесе, и содержит: вопросы для обсуждения, контрольные вопросы и задания для практической и самостоятельной работы студентов, список литературы.

Практические занятия по дисциплине «Математический анализ» проводятся с целью дать современное представление о математических методах, используемых при изучении процессов, протекающих в экономике, финансах и бизнесе, развить навыки в применении математического аппарата - важного инструмента экономического анализа, организации и управления; развить у студентов логическое и аналитическое мышление.

Уровень усвоения студентами теоретического материала проверяется посредством письменного и устного опросов по основным вопросам темы.

Контрольные вопросы и задания предназначены для проверки качества усвоения лекционного материала. Ответы на контрольные вопросы и задания готовятся студентами самостоятельно и проверяются преподавателем на практических занятиях. Решение задач на практических занятиях дает возможность студентам применять теоретические знания, полученные на лекциях, самостоятельно формулировать постановку задачи, составлять экономико-математическую модель, выбирать алгоритм решения поставленной задачи, оценивать и анализировать результаты решения и грамотного оформления хода решения задач.

Задания для самостоятельной работы студенты выполняют вне аудитории.

Задания для проведения текущего контроля знаний приводятся по темам: аналитическая геометрия, предел функции, дифференциальное исчисление,

применение дифференциального исчисления в экономических исследованиях, интегральное исчисление.

В соответствии с планом-графиком организации учебного процесса по курсу «Математический анализ» студенты 1 курса заочного факультета должны выполнить одну аудиторную контрольную работу, сдать зачет.

В соответствии с программой курса и календарно-тематическим планом в контрольную работу №1 входит раздел «Математический анализ». Для подготовки к аудиторной контрольной работе №1 в данную методическую разработку включены варианты типовых заданий. По этим разделам студенты во вторую сессию должны сдавать зачет. В методической разработке приводится примерный перечень вопросов к зачету.

Основная часть

Тема 1. Множества и операции над множествами (для самостоятельного изучения)

Вопросы для изучения

1. Понятие множества, подмножества.
2. Операции над множествами.
3. Элементы математической логики. Сравнение свойств операций над множествами и операций над числами.
4. Взаимно-однозначное соответствие между двумя множествами.
5. Свойства числовых множеств.
6. Множество действительных чисел, изображение их на числовой оси.

Непрерывность числовой оси.

7. Счетные и несчетные множества. Замкнутые и открытые множества.
8. Понятие окрестности точки.
9. Абсолютная величина действительного числа и ее свойства, геометрический смысл.

Контрольные вопросы

1. Как сформулировать определение множества, подмножества?
2. Как сформулировать определение операций над множествами: объединения, пересечения, разности, дополнения, симметрической разности? Как выглядят диаграммы Виенна?
3. Каковы основные тождества алгебры множеств?
4. Примеры числовых множеств.
5. Как геометрически интерпретировать действительные числа?
6. Что такое « δ »-окрестность точки $M_0(x_0, y_0)$? Какая точка плоского множества называется внутренней, граничной?
7. Какое плоское множество является замкнутым, открытым, ограниченным, неограниченным?

Задания для самостоятельной работы

1. Найти все подмножества множества $A = \{2;5\}$.
2. Найти $\{5;6;7\} \cap \{5;6;9\}$.
3. Найти $\{2;4\} \cup \{4\}$.
4. Найти $\{2;3;4\} \setminus \{3\}$.
5. Каким множеством является отрезок, например $[1;5]$?
6. Каким множеством является бесконечный промежуток, например $[1;+\infty)$?
7. Выполнить задания [3]: №№673(1,2,3,4), 674, 675, 695, 696.

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999, раздел 2, глава 3, §3.2, стр.62-74, глава 4, §4.1 - §4.8, стр.304-310.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009.
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003, стр.100-103.
4. Высшая математика для экономистов: учебник для вузов/ Под ред. проф. Н.Ш.Кремера. – 2-е изд., перераб. и доп.- М.: ЮНИТИ, 2003, глава 5, §5.1, §5.2, стр. 123-125, глава 16, §16.1, §16.2, стр. 438-444.
5. Зорич В.А. Математический анализ, ч.1. – М.: Фазис, 1997, глава 1, §2, §3, стр.5-22.
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1. – М.: Наука, 2005. – глава 4, §1, стр.100-102.
7. Красс М.С. Математика в экономике. Основы математики. ФБК-Пресс, 2005, стр.15-21.

8. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Высшая школа, 2008, стр. 32-55.

Тема 2. Прямая линия на плоскости (для самостоятельной работы)

Вопросы для изучения

1. Метод координат.
2. Расстояние между двумя точками на прямой и на плоскости.
3. Деление отрезка в данном отношении.
4. Линии на плоскости. Уравнение линии как геометрического места точек.
5. Прямая линия на плоскости. Различные виды уравнения прямой. Угол между двумя прямыми.
6. Взаимное расположение прямых на плоскости.
7. Расстояние от точки до плоскости.

Контрольные вопросы

1. В чем состоит метод координат на плоскости?
2. Как сформулировать все известные виды уравнения прямой на плоскости?
3. Какому условию должны удовлетворять коэффициенты общего уравнения прямой?
4. Как перейти от общего уравнения прямой к уравнению прямой с угловым коэффициентом, к уравнению прямой «в отрезках»?
5. Какой геометрический смысл имеют параметры k и b в уравнении прямой $y=kx+b$?
6. Как выглядят примеры уравнений прямых: а) проходящих через начало координат; б) параллельных оси абсцисс; в) параллельных оси ординат.
7. Что называется пучком прямых с центром в точке $M(x_0; y_0)$? Чем отличается уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении, от уравнения пучка прямых?

8. Что называется углом между двумя прямыми?

9. Как сформулировать условия: а) параллельности двух прямых; б) перпендикулярности двух прямых? Привести примеры.

10. Какое расстояние называется расстоянием от точки до прямой?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№ 1.2, 1.4, 1.7, 1.9, 1.11, 1.23(а,б), 1.24(а,б), 1.25(а,б), 1.26(а,б), 1.29, 1.31(1,2,3), 1.32(а,б,в).

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999, раздел 1, главы 1, 2, стр. 9-57.

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009, стр.6-12.

3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003, стр.11-35.

Тема 3. Кривые второго порядка (для самостоятельного изучения)

Вопросы для изучения

1. Окружность, эллипс, гипербола, парабола.

2. Канонические уравнения и свойства кривых второго порядка.

Контрольные вопросы

1. Каким условиям должны удовлетворять коэффициенты общего уравнения окружности?

2. Как преобразовать общее уравнение окружности к каноническому виду?

3. Как сформулировать канонические уравнения кривых второго порядка: окружности, эллипса, гиперболы и параболы, сформулировать их свойства? Как изобразить эти кривые?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№ 1.73, 1.74, 1.77, 1.84, 1.87, 1.89, 1.90, 1.92, 1.94, 1.95, 1.99.

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999, раздел 1, главы 1, 2, стр. 9-57.

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009, стр.18-21.

3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003, стр.11-35.

Тема 4. Элементы аналитической геометрии в пространстве (для самостоятельного изучения)

Вопросы для изучения

1. Плоскость.
2. Виды уравнения плоскости.
3. Взаимное расположение плоскостей.
4. Прямая линия в пространстве.
5. Виды уравнений прямой.
6. Взаимное расположение прямых в пространстве.
7. Взаимное расположение прямой и плоскости.
8. Расстояние от точки до плоскости.

Контрольные вопросы

1. Как сформулировать общее уравнение плоскости в пространстве?
2. Как сформулировать условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей в пространстве?
3. Как сформулировать уравнение плоскости, перпендикулярной данному вектору и проходящей через данную точку?
4. Как сформулировать уравнение плоскости в отрезках?
5. Как сформулировать уравнение прямой в пространстве как линии пересечения двух плоскостей?
6. Как сформулировать канонические уравнения прямой линии в пространстве?
7. Как сформулировать параметрические уравнения прямой линии в пространстве?
8. Как сформулировать уравнение прямой, проходящей через две данные точки в пространстве?
9. Как сформулировать условие параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве?
10. Как сформулировать условие параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости в пространстве?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: 1.103, 1.104, 1.106(1), 1.108, 1.114, 1.116, 1.118, 1.120, 1.125, 1.126, 1.127, 1.128, 1.145, 1.146, 1.147, 1.148, 1.150, 1.171(2)

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999, раздел 1, главы 1, 2, стр. 9-57.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А.

Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009. Стр.21-32.

3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003, стр.11-35.

Тема 5. Функции одной переменной (для самостоятельного изучения)

Вопросы для изучения

1. Определение функции как соответствия между двумя множествами.

Функциональная зависимость.

2. Способы задания функции.

3. Область определения функции и ее график. Свойство однозначности.

4. Графики основных элементарных функций.

5. Сложная функция.

6. Обратная функция.

7. Неявные функции.

8. Производственные функции.

Контрольные вопросы

1. Что называется функцией? Что называется областью определения функции?

2. Как сформулировать способы задания функции?

3. Графики основных элементарных функций.

4. Как сформулировать определение сложной функции?

5. Как сформулировать определение обратной функции?

6. Как сформулировать определение неявной функции?

7. Как сформулировать условия существования обратной функции, сложной функции?

8. Можно ли утверждать, что всякое уравнение вида $\varphi(x; y) = 0$ определяет неявную функцию?

9. Какая функция называется возрастающей (убывающей) в интервале?

10. Как сформулировать определение четной и нечетной функции?
11. Как найти точки пересечения графика функции с осями координат?
12. Как сформулировать понятие производственной функции?
13. Какая область называется экономически обусловленной областью определения производственной функции?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [3]: 676(1,2,3), 677(1,2,3), 679(1,2,3), 680, 682(1,2,3), 683(1,2), 684(1,2), 685(1,2), 687(1,2), 691(1,2,3,4), 693, 698(1,2), 699(1,2), 700(1,2,3,4).

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999, раздел 1, главы 1, 2, стр. 9-57.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009.
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003, стр.100-103.

Тема 6. Предел последовательности (для самостоятельного изучения)

Вопросы для изучения

1. Множества. Числовые последовательности, как функции натурального аргумента.
2. Способы задания последовательностей.
3. Свойства числовых последовательностей.
4. Понятие предела числовой последовательности, его геометрический смысл.

5. Теорема о единственности предела. Необходимый признак сходимости последовательности.
6. Арифметические операции над пределами.
7. Достаточный признак сходимости последовательности.
8. Число e , натуральные логарифмы.

Контрольные вопросы

1. Что называется последовательностью?
2. Какая последовательность называется ограниченной?
3. Какая последовательность называется монотонной?
4. Как сформулировать определение предела последовательности на языке « ϵ »?
5. Какое из следующих утверждений является верным:
 - а) Если последовательность сходится, то она ограничена;
 - б) Если последовательность ограничена, то она сходится?
6. В чем состоит достаточный признак сходимости последовательности?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№2.2(1,3,5), 2.5(2,4,7,12,16,18,20),
2.8(2,3,4,6,9,14,16,20)

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999, раздел 2, глава 4, §4.1 - §4.4, стр.86-98 .
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009, стр.33-37.

3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003, стр.103-108.
4. Зорич В.А. Математический анализ, ч.1. – М.: Фазис, 1997, глава 3, §1, стр.77-102.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1. – М.: Наука, 2005. – глава 3, §1-§4, стр.61-93.

Тема 7. Предел функции (0,5 занятия)

Вопросы для обсуждения

1. Предел функции одной переменной в точке.
2. Односторонние пределы функции в точке.
3. Предел функции на бесконечности.
4. Теоремы о функциях, имеющих предел в точке.
5. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, теорема о связи между ними. Сравнение бесконечно малых функций.
6. Виды неопределенностей при вычислении пределов.
7. Первый и второй замечательные пределы.

Практические задания

Выполнить задания [2]: №№2.1(1,3,5), 2.5(1,3,5,8,14,17), 2.8(1,5,10,16), 2.9(1,2,6,8,9,10,14,20,28), 2.11(1,5,7,10,11,14,16,23), 2.13(4,5,7,11,14,18,24,29)

Контрольные вопросы

1. Какие наиболее часто встречающиеся виды неопределенностей при вычислении пределов Вы знаете?
2. Как сформулировать определение предела функции?
3. Что называется первым и вторым замечательным пределом?
4. Какие пределы называются односторонними пределами функции в точке?

5. Какие функции называются бесконечно малыми, бесконечно большими функциями в точке, как они связаны между собой?
6. Какой вид неопределенности раскрывается с помощью а) первого замечательного предела; б) второго замечательного предела?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№ 2.2(1,3,5), 2.5(2,4,7,12,16,18,20), 2.8(2,3,4,6,9,14,16,20), 2.10(1,3,4,8,12,14,16,18), 2.12(2,3,5,7,8,9,12,18,24,28), 2.14(2,3,4,8,11,14,18,23)

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999, раздел 2, глава 4, §4.5 - §4.7, стр. 98-119.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009, стр.38-45.
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003, стр.108-114, стр.118-119.
4. Зорич В.А. Математический анализ, ч.1. – М.: Фазис, 1997, глава 3, §2, стр.105-144.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1. – М.: Наука, 2005. –§2, глава 4, §2, стр.103-107, §6, стр.133-136.

Тема 8. Непрерывность функции (0,5 занятия)

Вопросы для обсуждения

1. Непрерывность функции в точке, в интервале, на отрезке.
2. Свойства непрерывных функций в точке.

3. Непрерывность элементарных функций. Приращение аргумента и приращение функции.
4. Непрерывность сложной функции.
5. Точки разрыва и их классификация.
6. Асимптоты кривых.
7. Глобальные свойства непрерывных функций (с графической иллюстрацией).

Практические задания

Выполнить задания [2]: №№2.19(1,5), 2.21(5,17,30,35), 2.23(2,7,9), 2.26(21,25)

Контрольные вопросы

1. Как сформулировать определение непрерывности функции в точке, в интервале, на отрезке?
2. Какая точка называется точкой разрыва функции?
3. Как сформулировать определение устранимой точки разрыва? Примеры функций, имеющих устранимую точку разрыва.
4. Какая точка называется точкой разрыва первого рода? Привести примеры функций, имеющих точки разрыва первого рода.
5. Какая точка называется точкой разрыва второго рода? Привести примеры функций, имеющих точки разрыва второго рода.
6. Как сформулировать понятие вертикальной асимптоты кривой?
7. Как сформулировать понятие и правило нахождения наклонной асимптоты кривой?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№2.18(3,6), 2.19(3,6,7), 2.21(14,16,27), 2.23(1-8), 2.24(3-6), 2.26(9,19,30,34,35)

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999, раздел 2, глава 4, §4.8, стр.120-144.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009, стр.47-54.
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003, стр.114-118.
4. Зорич В.А. Математический анализ, ч.1. – М.: Фазис, 1997, глава 4, §1, §2, стр.148-166.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1. – М.: Наука, 2005. –глава 4, §3, §8, стр.110-112, стр.143-146.

*Тема 9. Производная функции (0,5 занятия)**Вопросы для обсуждения*

1. Производная функции, ее физический, геометрический и экономический смысл.
2. Уравнения касательной и нормали к кривой.
3. Непрерывность дифференцируемой функции.
4. Случаи недифференцируемости непрерывных функций.
5. Правила дифференцирования.
6. Производные элементарных функций.
7. Производные сложной, обратной, неявной функции.
8. Метод логарифмического дифференцирования.

Практические задания

Выполнить задания [2]: №№3.2(12,14), 3.4, 3.11(5,9), 3.14(3), 3.34(2,5,8), 3.38(21), 3.45(18),3.49(4,8), 3.50(4,9), 3.53(5,11), 3.62(1,5,7), 3.63.

Контрольные вопросы

1. Что называется производной функции, как обозначаются производные?
2. В чем состоит геометрический, механический, экономический смысл производной функции?
3. Какая функция называется дифференцируемой в точке, в промежутке?
4. Формулы производных постоянной, суммы, произведения, частного.
5. Как сформулировать правило дифференцирования сложной функции?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№3.2(8-11), 3.3, 3.6(1-7), 3.11(1-4,6-8), 3.14(4-8), 3.36(1-10), 3.38(216-18), 3.45(10-23), 3.49(5,7,9,10), 3.50(10,12,15,16), 3.53(7,9,10,14,15), 3.68(1-8), 3.70.

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999, раздел 2, глава 5, §5.1 – §5.9, стр. 152-195, глава 6, §6.3, стр. 268-274.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009, стр.55-76.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1. – М.: Наука, 2005. – глава 5, §1 - §10, стр. 156-186.
4. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. - М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003, стр. 121-123, стр. 126-129, стр.131-136, стр. 204, стр. 208-211 .

Тема 10. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков (0,5 занятия)

Вопросы для обсуждения

1. Дифференциал функции, его геометрический смысл.
2. Дифференциал постоянной, суммы, произведения, частного.
3. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.
4. Производные и дифференциалы высших порядков.

Практические задания

Выполнить задания [2]: №№3.77(1-4), 3.78(1-4), 3.89(1-4)

Контрольные вопросы

1. Что называется дифференциалом функции?
2. Какие свойства дифференциала Вы знаете?
3. Каков геометрический смысл дифференциала?
4. Как найти производную n -го порядка от функции $y=f(x)$?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№3.77(5-8, 9-12), 3.78(5-8, 9-11), 3.100(1-4)

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999, раздел 2, глава 5, §5.1 – §5.9, стр. 152-195, глава 6, §6.3, стр. 268-274.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009, стр.77-82.

3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1. – М.: Наука, 2005. – глава 5, §1 - §10, стр. 156-186.

4. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. - М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003, стр. 121-123, стр. 126-129, стр.131-136, стр. 204, стр. 208-211 .

Тема 11. Применение дифференциального исчисления для исследования функций (1 занятие)

Вопросы для обсуждения

1. Основные теоремы о дифференцируемых функциях: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, их геометрический смысл и приложения.
2. Правило Лопиталья для раскрытия неопределенностей при вычислении пределов.
3. Возрастание и убывание, экстремумы функций.
4. Выпуклость функции. Выпуклость и вогнутость кривых, точки перегиба.
5. Наибольшее и наименьшее значения функций на отрезке.
6. Темпы изменения функций.
7. Схема полного исследования функции и построение ее графика.

Практические задания

Выполнить задания [2]: №№4.1(3,7), 4.3(6), 4.4(5),4.5(2), 4.10(5,9,18,21,23,26), 4.11(4), 4.12(7,8), 4.13(3,5), 4.30(5), 4.34,4.36,4.38(9,10,16)

Контрольные вопросы

1. Какими свойствами должна обладать функция в точке x_0 и в ее окрестности для того, чтобы в ней можно было применить теорему Ферма? Как называется точка x_0 , если в ней выполняется теорема Ферма для функции $y=f(x)$?
2. При каких условия на отрезке $[a;b]$ к функции $f(x)$ применима теорема Ролля?

3. В чем состоит геометрический смысл теоремы Лагранжа?
4. В чем состоит правило Лопиталья? Когда оно применяется?
5. Что можно сказать о функции $f(x)$, если в каждой точке интервала $(a;b)$ ее производная: а) отрицательна; б) положительна?
6. При каких условиях точка x_0 является критической точкой функции $f(x)$ на экстремум?
7. Какие условия должны выполняться для функции, чтобы ее критическая точка x_0 была точкой экстремума?
8. Какая кривая называется: а) выпуклой в интервале $(a;b)$; б) вогнутой в $(a;b)$?
9. Какая точка графика называется точкой перегиба?
10. Каковы достаточные условия выпуклости, вогнутости кривых, необходимые условия существования точки перегиба?
11. Какие виды точек перегиба Вы знаете? Каковы условия, при которых имеет место тот или иной вид точки перегиба?
12. Как определяются темпы возрастания и убывания функции?
13. Схема полного исследования функции и построения графика.

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№ 4.1(4-9), 4.3(1-3), 4.4(6-8), 4.5(1,2,3,4), 4.10(10-25), 4.11(5-9), 4.12(3-6), 4.13(4-9), 4.30(2,6,17), 4.37, 4.38(56,65,69,101,104)

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999, раздел 2, глава 5, §5.10 –§ 5.14, стр.195-249.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009, стр.83-102.

3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003, стр. 140-149, стр. 151-152.

Тема 12. Применение дифференциального исчисления в экономических исследованиях (1 занятие)

Вопросы для обсуждения

1. Производственные функции: функции спроса, предложения, функции полных, средних, предельных издержек; полная, средняя, предельная выручка, прибыль.
2. Экономически обусловленная область определения производственных функций.
3. Эластичность функции, ее экономический смысл.
4. Свойства эластичности.
5. Эластичность спроса и предложения.
6. Исследование динамики полной выручки в зависимости от эластичности спроса.
7. Исследование динамики функций полных, предельных, средних издержек, экономический анализ.
8. Условия достижения максимальной прибыли.
9. Функция полезности. Кривые безразличия.

Практические задания

Выполнить задания [2]: №№ 5.1(1), 5.2(1), 5.3(1), 5.4(1), 5.7(4,5), 5.8(1), 5.11(1), 5.18(1)

Контрольные вопросы

1. Что называется эластичностью функции? Каков экономический смысл понятия эластичности функции?
2. Какая функция называется эластичной, неэластичной, нейтральной?

3. Как сформулировать понятия функций спроса и предложения? Формула эластичности спроса относительно цены товара.

4. Как сформулировать понятия полной и предельной выручек? Каков экономический смысл предельной выручки?

5. Каковы необходимые и достаточные условия получения максимальной прибыли?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [3]: №№ 5.1(2-8), 5.2(2-4), 5.3(2-4), 5.4(2), 5.7(2,3,6), 5.11(2-5), 5.18(2-6)

Рекомендуемая литература

1. Марданов Р.Ш., Долотказина А.М., Хасанова А.Ю. Экономико-математическое исследование производственных функций: методическая разработка.- Казань, 1999, §1 - §6, стр.3-32.

2. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999, раздел 2, глава 7, §7.1 - §7.5, стр. 304-325.

3. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009, стр.105-113.

4. Валитов Ш.М., Марданов Р.Ш. Математика в экономике: Учебное пособие для экономических специальностей вузов.– М.: Изд-во «Экономика», 2011.

Тема 13. Функции многих переменных (1 занятие)

Вопросы для обсуждения

1. Плоские точечные множества.

2. Понятие функции двух переменных и функции нескольких переменных.
3. Область определения, график функции двух переменных.
4. Функция Кобба-Дугласа.
5. Предел и непрерывность функции нескольких переменных; функции двух переменных.
6. Частные производные и полные дифференциалы 1-го и 2-го порядков функций нескольких переменных.
7. Квадратичные формы.

Практические задания

Выполнить задания [2]: 6.9(3), 6.18, 6.21(2), 6.29(2), 6.35(11,14), 6.46(9,10), 6.47(1), 6.56(2,3), 6.80(3), 6.84(2), 6.104(1-6), 6.105

Контрольные вопросы

1. Как сформулировать определение функции двух переменных?
2. Какое множество называется областью определения функции двух переменных?
3. Что является графиком функции двух переменных? Как называется третья координата точки в пространстве?
4. Как сформулировать определение предела функции двух переменных?
5. Как сформулировать определение непрерывной функции двух переменных в точке, в области?
6. Какие приращения функции двух переменных называются частными, полным?
7. Как сформулировать определение частных производных функции двух переменных? Каково правило их нахождения? Как обозначаются частные производные?
8. Как сформулировать определение полного дифференциала функции двух переменных и его формула?

9. Сколько различных производных второго порядка может существовать у функции двух переменных? Как они называются и обозначаются?
10. Что называется квадратичной формой?
11. Какая квадратичная форма называется канонической?
12. Какая квадратичная форма называется положительно (отрицательно) определенной?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№6.9(1,2) 6.10(4,6), 6.21(4.5), 6.35(4-10), 6.46(1-7). 6.47(2). 6.56(2,5), 6.80(2,4-6). 6.81(1,2), 6.82, 6.84(1,3),6.106(1-5), 6.107

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999, раздел 2, глава 6, §6.1 - §6.4, стр. 257-275.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009, стр.114-130.
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. - М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003, 199-211.
4. Валитов Ш.М., Марданов Р.Ш. Математика в экономике: Учебное пособие для экономических специальностей вузов. – М.: Изд-во «Экономика», 2011.
5. Высшая математика для экономистов: учебник для вузов/ Под ред проф. Н.Ш. Кремера. – М.: ЮНИТИ, 2003, раздел 1, глава 3, §3.5, 3.8, стр. 76-78, 86-91.
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1. – М.: Наука, 2005. – глава14, §1 - §5, стр. 475-527.

7. Практикум по высшей математике для экономистов: учеб. пособие для вузов/ Под ред проф. Н.Ш. Кремера. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004, раздел 1, глава 3, §3.5, стр. 84-89.

Тема 14. Экстремумы функций многих переменных (для самостоятельного изучения)

Вопросы для изучения

1. Понятие безусловного экстремума функции двух переменных.
2. Необходимое условие существования безусловного экстремума; достаточное условие его существование.
3. Условный экстремум функции двух переменных.
4. Функция Лагранжа.
5. Классические методы оптимизации.

Контрольные вопросы

1. Как сформулировать определение экстремумов функции двух переменных? Может ли минимум функции быть больше ее максимума?
2. Какой знак имеет полное приращение функции $\Delta z = \Delta f(x; y)$ в окрестности точки $M_0(x_0, y_0)$, если в точке M_0 функция имеет максимум; минимум?
3. Как сформулировать необходимые условия существования экстремума функции $z=f(x; y)$? Можно ли утверждать, что в точках, в которых выполняются эти условия, существует экстремум? Как называются эти точки?
4. Можно ли применить условие существования экстремума функции $z=f(x; y)$, если в критической точке функция недифференцируема?
5. Какой экстремум функции $z=f(x; y)$ называется: а) безусловным; б) условным?
6. Как выглядит функция Лагранжа, если $z=f(x; y)$, а $\varphi(x; y) = 0$?
7. Как найти критические точки на условный экстремум?
8. Как сформулировать достаточные условия существования условного экстремума функции $z=f(x; y)$ при $\varphi(x; y) = 0$?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№6.91(1-6), 6.98(2-6)

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1/ Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999, раздел 2, глава 6, §6.5, §6.6, стр. 277-296.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009, стр.130-135.
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. - М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003, стр. 219-220.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1. – М.: Наука, 2005. – глава14, §6, стр.531-540.
5. Валитов Ш.М., Марданов Р.Ш. Математика в экономике: Учебное пособие для экономических специальностей вузов.– М.: Изд-во «Экономика», 2011.

Тема 15. Экономические задачи на условный экстремум функций двух переменных (для самостоятельного изучения)

Вопросы для изучения

1. Алгоритм решения экономических задач методами классической оптимизации.
2. Ограничения, накладываемые на переменные при решении экономических задач.

Контрольные вопросы

1. Какие методы решения экономических задач относятся к классическим методам оптимизации?

2. Как составляется ЭММ экономической задачи на условный экстремум?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№6.93-6.97, 6.99-6.103

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1/ Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999, раздел 2, глава 6, §6.5, §6.6, стр. 277-296.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009, стр134-135.
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. - М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003, стр. 219-220.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1. – М.: Наука, 2005. – глава14, §6, стр.531-540.
5. Валитов Ш.М., Марданов Р.Ш. Математика в экономике: Учебное пособие для экономических специальностей вузов.– М.: Изд-во «Экономика», 2011.

Тема 16. Неопределенный интеграл (0,5 занятия)

Вопросы для обсуждения

1. Первообразная функция и ее свойства.
2. Неопределенный интеграл.
3. Свойства неопределенного интеграла.
4. Таблица формул интегрирования.
5. Метод разложения, подведения под знак дифференциала, метод замены переменной.

Практические задания

Выполнить задания [2]: №№7.1(8,14,16,19,23),

7.4(8,9,11,14,19,22,23,27,31,32, 33, 36,47,50), 7.5(1,3,8,9,10), 7.6(10-12)

Контрольные вопросы

1. Что такое первообразная данной функции? Привести примеры.
2. Для любой ли функции существует первообразная?
3. В чем заключается различие функций первообразных для данной функции?
4. Что называется неопределенным интегралом?
5. Каков геометрический смысл неопределенного интеграла?
6. Какое действие называется интегрированием? Каким действием проверяется результат интегрирования?
7. Чему равна производная неопределенного интеграла?
8. Чему равен дифференциал от неопределенного интеграла?
9. Чему равен интеграл от дифференциала функции?
10. Каковы основные методы интегрирования функции?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№7.2(4-21), 7.6(1-8), 7.8(4-21)

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999, раздел 2, глава 8, §8.1 – 8.4, стр.331-351.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009, стр.137-146.

3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. - М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003, стр. 153-160.

4. Зорич В.А. Математический анализ, ч.1. – М.: Фазис, 1997, глава 5, §7, стр. 301-319, глава 6, §1, §2, стр.324-338.

5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1. – М.: Наука, 2005. – глава 6, §1, стр. 190-196.

Тема 17. Методы интегрирования (0,5 занятия)

Вопросы для обсуждения

1. Интегрирование по частям.
2. Интегрирование простейших дробей.
3. Интегрирование рациональных дробей.
4. Интегрирование тригонометрических функций.
5. Интегрирование простейших иррациональных функций.
6. «Неберущиеся» интегралы.

Практические задания

Выполнить задания [2]: №№ 7.11(2,4,6,9,28,31), 7.13(1,9,10,12,15,21), 7.15(5,11), 7.16(1), 7.17(2,7), 7.19(29), 7.20(8,26)

Контрольные вопросы

1. Как записать формула интегрирования по частям?
2. Какая алгебраическая дробь называется правильной? Неправильной?

Привести примеры.

3. Какие дроби называют простейшими? Привести примеры.
4. Как выглядят основные виды интегралов, содержащих тригонометрические функции и каковы методы их интегрирования?
5. Как выглядят основные виды интегралов, содержащих иррациональные функции и каковы методы их интегрирования?
6. Основные виды «неберущихся» интегралов.

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№7.12(4-15,22), 7.14(1-11,15,16), 7.15(19,26), 7.16(3,4), 7.17(1-6), 7.19(1-4,8,9), 7.20(1-6)

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999, раздел 2, глава 8, §8.5 – §8.7, стр.351-376.

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009,стр.146-156.

3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. - М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003,стр.159-166.

4. Зорич В.А. Математический анализ, ч.1. – М.: Фазис, 1997, глава 5, §7,т стр.301-319.

5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1. – М.: Наука, 2005. – глава 6, §2, стр.196 – 199, глава 7, §8,стр. 225-228, §10, стр. 231-234.

*Тема 18. Определенный интеграл (0,5 занятия)**Вопросы для обсуждения*

1. Определенный интеграл, как предел интегральной суммы.
2. Основные свойства определенного интеграла.
3. Формула Ньютона - Лейбница.
4. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
5. Площадь криволинейной трапеции.
6. Вычисление площадей криволинейных фигур с помощью определенного интеграла.

Практические задания

Выполнить задания [2]: №№ 8.2(12,18), 8.13(2,8,9,10),
8.27(1,5,16,17), 8.28(3,5,14), 8.29(6,10)

Контрольные вопросы

1. Что называется определенным интегралом от данной функции на данном отрезке?
2. Каковы свойства определенного интеграла?
3. В чем состоит свойство сохранения знака определенного интеграла?
4. Как выглядит формула Ньютона-Лейбница?
5. В чем состоит метод интегрирования по частям в определенном интеграле?
6. В чем состоит метод замены переменной в определенном интеграле?
7. Как выглядит формула вычисления площадей криволинейных фигур с помощью определенного интеграла?
8. Что называется несобственным интегралом от данной функции по бесконечному промежутку?
9. Что называется несобственным интегралом от разрывной функции?
10. Признаки сходимости несобственных интегралов по бесконечному промежутку.

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№ 8.6(1-10), 8.13(1,6,8), 8.27(7-12,15,19,20),
8.28(1,7,12), 8.35(12,18)

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999, раздел 2, глава 9, §9.1 – §9.7, стр. 384-407.

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009, стр.158-166.

3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. - М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003,стр.172-177.

4. Зорич В.А. Математический анализ, ч.1. – М.: Фазис, 1997, глава 6, §3, стр. 354-362, §4, стр. 369-377.

5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1. – М.: Наука, 2005. – глава 10, §1-§3, стр. 327-345, §7, стр. 352-357.

Тема 19. Приближенное вычисление определенного интеграла (для самостоятельного изучения)

Вопросы для изучения

1. Метод трапеций.
2. Формула Симпсона.

Контрольные вопросы

1. Как решить задачу о нахождении площади криволинейной трапеции?
2. Что называется интегральной суммой данной функции $f(x)$ на данном отрезке $[a;b]$?
3. Какова идея метода парабол? Формула Симпсона.

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [4]: №№1768, 1769(1, 2, 3), 1770.

Рекомендуемая литература

1. Зорич В.А. Математический анализ, ч.1. – М.: Фазис, 1997. - Глава 6, §4,стр. 369-376.

2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1. – М.: Наука, 2005. - Глава 12, §2, стр. 414-420.

3. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999. - Раздел 2, глава 9, §9.1 – 9.2, стр.384-390.

4. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд. физ-мат. литературы, 2003, стр.188-190.

Тема 20. Несобственный интеграл (0,5 занятия)

Вопросы для обсуждения

1. Несобственные интегралы с бесконечными пределами от непрерывных функций.
2. Понятие сходимости несобственных интегралов 1 рода.

Практические задания

Выполнить задания [2]: №№ 8.27(1, 2, 16, 17), 8.28(3,5,14), 8.29(6,9,10)

Контрольные вопросы

1. Что называется несобственным интегралом от данной функции по бесконечному промежутку?
2. Что называется несобственным интегралом от разрывной функции?
3. Каковы признаки сходимости несобственных интегралов по бесконечному промежутку?
4. Как выглядит формула вычисления площадей криволинейных фигур с помощью определенного интеграла?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№ 8.27(7-12, 15, 19, 20), 8.28(1, 7), 8.35(12, 18)

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999, раздел 2, глава 10, §10.1 – §10.3, стр.421-435.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009, стр.171-176.
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. - М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003,стр.185-187.
- Зорич В.А. Математический анализ, ч.1. – М.: Фазис, 1997, глава 5, §7, глава 6, §5, стр.386-401 .

*Тема 21. Кратные интегралы (для самостоятельного изучения)**Вопросы для изучения*

1. Понятие двойного интеграла.
2. Изменение порядка интегрирования.
3. Применение двойного интеграла.
4. Метод вычисления двойного интеграла

Контрольные вопросы

1. Какая задача приводит к понятию двойного интеграла?
2. Как двойной интеграл используется при нахождении площади поверхности?
3. Как свести двойной интеграл к повторному?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [3]: №№ 2292-2295, 2304-2309, 2331-2338.

Выполнить задания [4]: №№15.105 –15.110, 15.114 –15.11

Рекомендуемая литература

1. Зорич В.А. Математический анализ, ч.2. – М.: Фазис, 1997, глава 11, §5, стр.139-154.
2. Малыхин В.И. Математика в экономике: Учебное пособие – М.: ИНФРА-М, 2002. – Тема 11, Глава 11.1, §1-4, стр.178-181.
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. - М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003, стр.185-187.
4. Сборник задач по высшей математике для экономистов: Учебное пособие / Под ред. В.И. Ермакова. – 2-ое изд., испр. – М.: ИНФРА-М, 2008, стр.221-223.

*Тема 22. Числовые ряды (для самостоятельного изучения)**Вопросы для изучения*

1. Числовой ряд, понятие сходимости и суммы ряда.
2. Свойства сходящихся числовых рядов.
3. Необходимый признак сходимости.
4. Знакоположительные ряды.
5. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов.
6. Знакопеременные ряды.
7. Признак Лейбница.
8. Знакопеременные ряды.
9. Абсолютная и условная сходимость рядов с произвольными членами.

Контрольные вопросы

1. Что называется числовым рядом?
2. Что называется суммой, частичной суммой ряда?
3. Какие ряды называются сходящимися? Расходящимися?
4. В чем отличие конечного суммирования от бесконечного?
5. Необходимый признак сходимости ряда.

6. Можно ли утверждать, что ряд сходится, если общий член ряда стремится к нулю? Приведите пример.
7. Каковы свойства сходящихся рядов?
8. Какой ряд называется гармоническим? Это сходящийся или расходящийся ряд?
9. Какой ряд называется обобщенным гармоническим? Когда он сходится?
10. Каковы достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами?
11. Какой ряд называется знакочередующимся? Каким признаком пользуются для выяснения сходимости таких рядов? Как его сформулировать?
12. Что такое абсолютная, условная сходимость рядов?
13. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№ 9.2(3,6,7), 9.3(4,6,10), 9.4(9, 10), 9.5(3,5), 9.6(3,6,7), 9.7(6,7,8)

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999. Раздел 2, глава 11, §11.1 – §11.5, стр. 439-481.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009, стр.176-183.
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. - М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003, стр. 255-260.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1. – М.: Наука, 2005. – Глава 13, §1 - §5,стр. 426-457.

Тема 23. Функциональные ряды (для самостоятельного изучения)

Вопросы для изучения

1. Понятие функционального ряда.
2. Степенной ряд.
3. Область сходимости степенного ряда.
4. Теорема Абеля.
5. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
6. Свойства сходящихся степенных рядов.

Контрольные вопросы

1. Какой ряд называется степенным?
2. Что называется интервалом сходимости степенного ряда?
3. Как найти интервал сходимости степенного ряда? Привести примеры.
4. Теорема Абеля; понятие радиуса сходимости степенного ряда.

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№ 9.16(2-7), 9.17(2-7)

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1/ Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999, раздел 2, глава 12, §12.1 –§12.4, стр.483-521.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009,стр.183-188.
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. - М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003, стр.260-264.

Тема 24. Применение рядов (для самостоятельного изучения)

Вопросы для изучения

1. Ряды Тейлора и Маклорена. Примеры разложения функций в ряды Маклорена.
2. Применение рядов в приближенных вычислениях.

Контрольные вопросы

1. Что называется рядом Тейлора?
2. Что называется рядом Маклорена?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [2]: №№ 9.19(1-4), 9.20(3,4), 9.21(2,3), 9.23(1-4), 9.24(2-4)

Рекомендуемая литература

1. Математика для экономических специальностей вузов, ч.1/ Под ред. Р.Ш. Марданова. - Казань: Изд-во КФЭИ, 1999, раздел 2, глава 12, §12.1 –§12.4, стр.483-521.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009. Стр.188-192.
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. - М.: Изд. физ.-мат. литературы, 2003, стр.260-264.

Тема 25. Дифференциальные уравнения (для самостоятельного изучения)

Вопросы для изучения

1. Основные понятия и определения.
2. Понятие общего и частного решений.
3. Геометрическая интерпретация решения дифференциального уравнения.

4. Теорема существования и единственности частного решения.
5. Понятие особого решения.
6. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

Контрольные вопросы

1. Что называется дифференциальным уравнением?
2. Что значит решить дифференциальное уравнение?
3. Что называется решением дифференциального уравнения?
4. Чем определяется порядок дифференциального уравнения?
5. Что называется обыкновенным дифференциальным уравнением?
6. Чем определяется число постоянных в общем решении дифференциального уравнения?
7. Что называется интегральной кривой?
8. Что называется частным решением?
9. Что значит задать начальные условия для уравнения первого порядка?
10. Что такое особое решение?
11. Что называется дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [3]: №№ 10.1(2-5,7,8,9), 10.2(2-5), 10.3(2,4,5,6,7), 10.4(1,2,4,5), 10.5, 10.6

Рекомендуемая литература

1. Высшая математика для экономистов: учебник для вузов/ Под ред. проф. Н.Ш.Кремера. – 2-е изд., перераб. и доп. - М.: ЮНИТИ, 2003, раздел 4, глава 12, §12.1 – 12.4, стр.325-337.
2. Практикум по высшей математике для экономистов: учебное пособие для вузов/ Под ред. проф. Н.Ш.Кремера. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004, раздел 4, глава 12, §12.1 – §12.2, стр. 282-287.

3. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009, стр.83-102.

4. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. - М.: Изд. физ.- мат. литературы, 2003, стр.221-225.

Тема 26. Дифференциальные уравнения первого порядка и уравнения, допускающие понижение порядка (для самостоятельного изучения)

Вопросы для изучения

1. Однородные уравнения.
2. Линейные уравнения.
3. Уравнения Бернулли.
4. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
5. Приложение дифференциальных уравнений 1-го порядка в экономике.

Контрольные вопросы

1. Какая функция называется однородной функцией своих аргументов порядка k ?
2. Какое дифференциальное уравнение называется однородным?
3. Что называется линейным дифференциальным уравнением первого порядка?
4. Какое дифференциальное уравнение называется уравнением Бернулли?
5. В какое уравнение обращается уравнение Бернулли при $n=0$?
6. В какое уравнение обращается уравнение Бернулли при $n=1$?
7. Как находится общее решение дифференциальное уравнения n -го порядка?
8. Как можно понизить порядок дифференциальное уравнения n -го порядка, если уравнение не содержит искомой функции и ее производных до $(k-1)$ -го порядка включительно?

9. Как можно понизить порядок дифференциальное уравнения n -го порядка, если уравнение не содержит явно аргумент x ?

10. Примеры использования дифференциальных уравнений в экономической динамике.

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [3]: №№ 10.12(2,3,4), 10.13(1,5), 10.14(3,8,10,11,12), 10.15(1,2,3), 10.16(1,2,5), 10.17(1), 10.18(5,9,10), 10.21, 10.22, 10.23, 10.34(1,3), 10.35(2,3,5,10,12,14,15,16,19)

Рекомендуемая литература

1. Высшая математика для экономистов: учебник для вузов/ Под ред. проф. Н.Ш.Кремера. – 2-е изд., перераб. и доп. - М.: ЮНИТИ, 2003, раздел 4, глава 12, §12.5 – §12.7, §12.9, стр. 337-341.

2. Практикум по высшей математике для экономистов: учебное пособие для вузов/ Под ред. проф. Н.Ш.Кремера. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004, раздел 4, глава 12, §12.3 – §12.5, §12.7, стр. 287-297.

3. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009, стр.83-102.

4. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. - М.: Изд. физ.- мат. литературы, 2003, стр.225-227, стр.231-233.

Тема 27. Комплексные числа (для самостоятельного изучения)

Вопросы для изучения

1. Понятие комплексного числа.
2. Геометрическое изображение комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Арифметические операции над комплексными числами.

3. Показательная и тригонометрическая форма записи комплексного числа.
4. Сопряженные комплексные числа
5. Понятие функции комплексного переменного.

Контрольные вопросы

1. Что называется комплексным числом?
2. Что называется действительной и мнимой частью комплексного числа?
3. Геометрическая интерпретация комплексного числа.
4. Что называется действительной и мнимой осью комплексной плоскости?
5. Какие два комплексных числа называются равными?
6. Какие два комплексных числа называются сопряженными?
7. Правила, по которым выполняются арифметические действия над комплексными числами.
8. Что называется модулем и аргументом комплексного числа?
9. Тригонометрическая форма записи комплексного числа.
10. Показательная форма записи комплексного числа.
11. Формула Муавра.

Задания для самостоятельной работы

1. Даны комплексные числа $z_1=15+8i$, $z_2=4-3i$.
Найти: а) $z_1 \pm z_2$; б) $z_1 z_2$; в) z_1 / z_2 .
2. Комплексные числа $z_1=1-i$, $z_2 = -\sqrt{3} + i$ представить в тригонометрической форме и найти: а) $z_1 z_2$; б) z_1 / z_2 ; в) z_1^{28} ; г) $\sqrt[3]{z_2}$.
3. Комплексные числа $z_1=1-i$, $z_2 = -\sqrt{3} + i$ представить в показательной форме.

Рекомендуемая литература

1. Высшая математика для экономистов: учебник для вузов/ Под ред. проф. Н.Ш.Кремера. – 2-е изд., перераб. и доп.- М.: ЮНИТИ, 2003, глава 16, §16.1, §16.2, стр. 438-444.
2. Практикум по высшей математике для экономистов: учебное пособие для вузов/ Под ред. проф. Н.Ш.Кремера. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004, раздел 7, глава 16, стр. 383-388.

Тема 28. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка (для самостоятельного изучения)

Вопросы для изучения

1. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
2. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Контрольные вопросы

1. Как выглядит характеристическое уравнение для линейного дифференциального однородного уравнения?
2. От чего зависит вид частного решения линейного дифференциального неоднородного уравнения.
3. Как выглядит общее решение линейного дифференциального однородного уравнения, если известны решения уравнения y_1 и y_2 $\left(\frac{y_1}{y_2} \neq const \right)$?

Задания для самостоятельной работы

Выполнить задания [3]: №№ 10.38(2-6,12-18), 10.42(1-5), 10.43(2-10,11,20,25), 10.44(1-6)

Рекомендуемая литература

1. Высшая математика для экономистов: учебник для вузов/ Под ред. проф. Н.Ш.Кремера. – 2-е изд., перераб. и доп. - М.: ЮНИТИ, 2003, раздел 4, глава 12, §12.8, стр. 341-350, глава 16, §16.1, §16.2, стр.438-444 .
2. Практикум по высшей математике для экономистов: учебное пособие для вузов/ Под ред. проф. Н.Ш.Кремера. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004, раздел 4, глава 12, стр. 297-304, §12.6, глава 16, стр. 383-388.
3. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009, стр.212-217.
4. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. - М.: Изд. физ.- мат. литературы, 2003, стр.94-97.

Задания для проведения текущего контроля знаний по разделу «Математический анализ»***АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ***

Задача 1. Треугольник ABC задан вершинами $A(1; 2)$, $B(4; 1)$, $C(-3)$.
Написать уравнение высоты AD и найти ее длину. Сделать чертеж.

Задача 2. Треугольник ABC задан вершинами $A(1; -1)$, $B(2)$, $C(-3)$.
Через точку B провести прямую, параллельную медиане AD . Написать уравнение этой прямой. Сделать чертеж.

Задача 3. Треугольник ABC задан вершинами $A(4; -2)$, $B(6)$, $C(4)$.
Точка D делит сторону AC в отношении $\frac{AD}{DC} = \frac{1}{3}$. Написать уравнение AD и найти длину AD . Сделать чертеж.

Задача 4. Треугольник ABC задан вершинами $A(1; 3)$, $B(2)$, $C(-1)$.
Найти угол BAC и расстояние от точки B до стороны AC . Сделать чертеж.

Задача 5. Треугольник ABC задан вершинами $A(3; -1)$, $B(3)$, $C(-2)$.
Найти длину высоты BD и площадь треугольника ABC . Сделать чертеж.

Задача 6. Треугольник ABC задан вершинами $A(2; 1)$, $B(4)$, $C(-1)$.

Написать уравнение медианы CE и найти ее длину. Сделать чертеж.

Задача 7. Треугольник ABC задан вершинами $A(-2)$, $B(2)$, $C(1; 1)$.

Точка D делит сторону BC в отношении $\frac{BD}{DC} = \frac{2}{3}$. Найти угол ADC . Сделать чертеж.

Задача 8. Треугольник ABC задан вершинами $A(2; -3)$, $B(2)$, $C(-2)$.

Написать уравнение высоты CD и найти ее длину. Сделать чертеж.

Задача 9. Треугольник ABC задан вершинами $A(3; 1)$, $B(3)$, $C(-2)$.

Написать уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC . Сделать чертеж.

Задача 10. Треугольник ABC задан вершинами $A(1; 2)$, $B(4)$, $C(1)$.

Найти угол BCA и длину BC . Сделать чертеж.

ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ

Найти пределы (а, б, в).

$$1. \text{ а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 - 3n^2 + 4}}{2n + 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 5x}{3x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3 - 2x}{5 - 2x} \right)^{x+2}.$$

$$2. \text{ а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-n)^3 + (-n)^3}{5n - 2n^3}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(-2)}{2x^2 - 4x};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 3}{2x - 3} \right)^{3x-4}.$$

$$3. \text{ а) } \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n^2 + 4} - \sqrt{n^2 - 3} \right); \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg} 3x \cdot \operatorname{ctg} 5x;$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x - 1}{5x + 3} \right)^{2x+1}.$$

$$4. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2 + x - 3}{x^2 - 4x + 3}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{x+4} - 2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\ln x - \ln \left(x + 5 \right) \right).$$

$$5. \text{ a) } \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n^2 + 3} - \sqrt{n^2 - 3} \right); \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 3x - \cos 7x};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{3x}{4} \right)^{\frac{2x-5}{7x}}.$$

$$6. \text{ a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - \sqrt{2n^4 - 3}}{2n^3 + \sqrt{5n^2 - 4n}}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 4x}{\cos x - \cos^3 x};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5x+3}{3} \right)^{\frac{x^2-1}{x}}.$$

$$7. \text{ a) } \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{2n+3} - \sqrt{2n+1} \right); \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos 2x}}{x \sin 3x};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{10x+3}{10x-7} \right)^{2x-3}.$$

$$8. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{x+4}}{3x^2 - 4x + 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 2x}{x \sin 2x};$$

$$\text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7n+5}{7n-3} \right)^{5n-4}.$$

$$9. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 - x - 21}{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\arcsin \left(x + 2 \right)}{x^2 - x - 6};$$

$$\text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{11n-7}{11n+5} \right)^{3n-2}.$$

$$10. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 4x - 4}{x^3 - 3x^2 + 2x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x};$$

$$\text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\ln n - \ln \left(n + 4 \right) \right).$$

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Найти: а) производную функции;

б) дифференциал функции;

в) частные производные и полный дифференциал

1. а) $y = \sqrt[3]{xctg2x}$; б) $y = \ln^2 tg4x$; в) $z = x^2 y^3 - 3xy^2 + y^5$.

2. а) $y = \frac{\sin 4x}{x^3}$; б) $y = \arcsin^5 \sqrt{1-2x}$; в) $z = \ln^2 (x^2 + 3xy - y^2)$.

3. а) $y = \cos^3 x \cdot \sin 3x$; б) $y = tg^2 \ln \frac{x}{2}$; в) $z = x \cos (x - 4y^2)$.

4. а) $y = \ln tg \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right)$; б) $y = \arccos^2 \frac{1}{x}$; в) $z = x^2 y^3 - 3x\sqrt{y} + 4\sqrt{xy^2}$.

5. а) $y = x^2 \arctg \sqrt{x^2 - 1}$; б) $y = \ln ctg^2 x$; в) $z = \cos x - \frac{1}{2} x^2 y^2 + \ln^2 y$.

6. а) $y = \frac{1}{2} tg^2 x + \ln \cos x$; б) $y = \ln ctg \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right)$; в) $z = \arcsin \sqrt{\frac{x}{y}}$.

7. а) $y = x^2 \arcsin \sqrt{x}$; б) $y = \ln \frac{e^x}{x^2 + 1}$; в) $z = \sin \left(x^2 - \sqrt{xy} + \frac{y^2}{2} \right)$.

8. а) $y = \sin \frac{x}{2} \cdot \sin 2x$; б) $y = \cos^2 (\ln x + 1)$; в) $z = ye^{x^2 y}$.

9. а) $y = \sin 3x \cdot \ln 2x$; б) $y = \ln (1 + tg^2 x)$; в) $z = xe^{xy^2}$.

10. а) $y = e^{\frac{x}{1+x^2}}$; б) $y = \ln tg \frac{x}{2} - \frac{x}{\sin x}$; в) $z = \sqrt{x^3 + 3x^2 y - 4xy^2}$.

ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

1. Полные издержки производства продукции на предприятии определяются функцией $K(x) = x^3 + 2x^2 + x$, а полная выручка от продажи этой продукции $V(x) = x^3 + x^2 + 5x$. При каком объеме производства x прибыль предприятия будет максимальной?

2. Вычислить показатель эластичности функции $y = e^{3x^2 - 1}$ в точке

$$x_0 = \frac{1}{3}.$$

Является ли функция в точке $x_0 = \frac{1}{3}$ а) эластичной; б) неэластичной; в) нейтральной?

3. Функция полных издержек производства $K(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 7x + 12$, где x – объем производства. Исследовать динамику $K(x)$, построить ее кривую и дать экономический анализ.

4. Вычислить показатели эластичности функции

$K(x) = 2x^3 - 24x^2 + 100x + 60$ при $x_1 = 2$ и $x_2 = 6$, дать экономическую оценку.

5. Дана функция спроса $S = 24 - 3p$, где p – цена товара. Определить цены, при которых спрос

- неэластичен,
- эластичен,
- нейтрален,
- совершенно неэластичен,
- совершенно эластичен.

6. Дана функция спроса $S = 8 - 2p$, где p – цена товара. Построить (на одной координатной плоскости) кривые спроса $S(p)$, эластичности спроса $E_p(p)$ относительно цены, выручки $V(p)$.

7. Полные издержки производства продукции на предприятии определяются функцией $K(x) = x^3 - 18x^2 + 118x + 50$, а полная выручка от продажи этой продукции $V(x) = x^3 - 20x^2 + 135x + 20$. При каком объеме производства x прибыль предприятия будет максимальной?

8. Вычислить показатель эластичности функции $y = xe^{-\frac{x^2}{2}}$ в точке $x_0 = \frac{1}{2}$.

Является ли функция в точке $x_0 = \frac{1}{2}$ а) эластичной; б) неэластичной; в) нейтральной?

9. Функция полных издержек производства $K(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 17x + 10$,

где x – объем производства. Исследовать динамику $K(x)$, построить ее кривую и дать экономический анализ.

10. Вычислить показатели эластичности функции

$K(x) = \frac{x^3}{3} - 7x^2 + 50x + 20$ при $x_1 = 3$ и $x_2 = 9$, дать экономическую оценку.

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

1. а) $\int (\sin x - \cos x)^2 dx$; б) $\int (x+1)e^{-x} dx$; в) $\int_0^2 \frac{xdx}{\sqrt{x^2+1}}$.

2. а) $\int \frac{\ln x - 2}{x} dx$; б) $\int (-3)e^{2x} dx$; в) $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{\sqrt{3 \sin x + 1}}$.

3. а) $\int e^x \left(1 - \frac{e^{-x}}{\sin^2 x} \right) dx$; б) $\int x \cos 2x dx$; в) $\int_0^{\pi/4} \frac{1 + \operatorname{tg} x}{\cos^2 x} dx$.

4. а) $\int \frac{\arcsin^3 x dx}{\sqrt{1-x^2}}$; б) $\int x \ln 2x dx$; в) $\int_1^2 \frac{xdx}{(x^2)^3}$.

5. а) $\int \frac{\sin x dx}{\cos^3 x}$; б) $\int (x-1)e^{-2x} dx$; в) $\int_1^e \frac{dx}{x(\ln^2 x)}$.

6. а) $\int \frac{\sin x dx}{(-2 \cos x)^3}$; б) $\int x^2 \ln \frac{x}{2} dx$; в) $\int_0^2 \frac{x^3 dx}{\frac{x^4}{4} + 1}$.

7. а) $\int \frac{\sqrt{\arctg x} dx}{1+x^2}$; б) $\int (x-1) \sin 2x dx$; в) $\int_0^1 \frac{xdx}{x^4+1}$.

8. а) $\int \frac{3-2 \operatorname{ctg} x}{\sin^2 x} dx$; б) $\int \frac{\ln x dx}{x^2}$; в) $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x dx$.

9. а) $\int \frac{1-2 \cos x}{\sin^2 x} dx$; б) $\int x \operatorname{tg} x dx$; в) $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{3 \ln x + 1}}$.

10. а) $\int \frac{-3}{\sqrt{x}} dx$; б) $\int x^2 \ln 3x dx$; в) $\int_0^{\pi/3} \frac{1 - \sin^3 x}{\cos^2 x} dx$.

Варианты заданий для самостоятельной работы при подготовке к контрольной работе по разделу «Математический анализ» и зачету

Вариант № 1

1. Треугольник ABC задан вершинами A(1; 3), B(2; - 4), C(- 3; -2). Найти угол ACB. Сделать чертеж.

2. Вычислить: $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{\frac{2}{x}}$

3. Функция полных издержек $K(x) = x^3 - 2x^2 + 7x + 10$, где x – объем производства. Исследовать динамику функции предельных издержек, построить ее график и дать экономический анализ.

4. Найти полный дифференциал I порядка функции $z = \cos(4x^2 - 5xy^2 + y^6)$.

5. Найти: $\int x \cdot e^{\frac{x}{2}} \cdot dx$.

Вариант № 2

1. Треугольник ABC задан вершинами A(- 3; 1), B(1; - 4), C(2; 2). Точка M разбивает отрезок BC в отношении $\frac{BM}{MC} = \frac{1}{2}$. Написать уравнение AM. Сделать чертеж.

2. Вычислить: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 4x}$.

3. Функция спроса относительно цены $S(p) = 12 - 2p$. Исследовать динамику функции полной выручки $V(p)$, построить ее график и дать экономический анализ.

4. Найти полный дифференциал I порядка функции $z = \arcsin \frac{x}{y}$.

5. Вычислить $\int_1^2 \frac{xdx}{x^2 + 3}$

Вариант № 3

1. Треугольник ABC задан вершинами A (- 1; 1); B (1; 3); C (3; 0). Написать уравнение высоты BD. Сделать чертеж.

2. Вычислить: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{tg 6x}{x^2 - x}$

3. Вычислить показатель эластичности спроса $S(p) = 12 - 3p$ при цене $p_0=2$. Дать экономическую оценку.

4. Найти полный дифференциал функции: $z = \ln \frac{x^2 y - y^3}{x^3 + xy^2}$.

5. Найти $\int \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}} dx$.

Вариант № 4

1. Треугольник ABC задан вершинами: A (- 2; - 1), B (0; 4), C (3; 2). Написать уравнение прямой, проходящей через точку A параллельно стороне BC. Сделать чертеж.

2. Вычислить: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 2x - 8}{2x^2 + x - 6}$.

3. Функция полных издержек $K(x) = x^3 - 4x^2 + 9x$, где x – объем производства. Исследовать динамику изменения переменных средних издержек $y = K_{\text{пер.ср.}}(x)$, построить ее график и дать экономический анализ.

4. Найти полный дифференциал функции: $z = \sqrt{\frac{3x + y}{2x - 5y}}$.

5. Исследовать сходимость несобственного интеграла $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}$

Вариант № 5

1. Написать уравнение прямой, проходящей через центр окружности $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 3 = 0$ и точку $A(5; -1)$. Сделать чертеж.

2. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)$

3. Полные издержки определяются функцией $K(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 5x + 15$, а полная выручка от продажи продукции $V(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 11x + 10$. При каком объеме производства x прибыль предприятия будет максимальной?

4. Найти полный дифференциал функции $z = \sin(5x^4 - 3x^3y^2 + y^3)$.

5. Вычислить: $\int_0^4 \frac{xdx}{\sqrt{2x+1}}$

Вариант № 6

1. Даны точки $A(2; 1)$, $B(7; 3)$ и $M(4; 5)$. Найти расстояние от точки M до прямой AB . Сделать чертеж.

2. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3-x}}{3x}$

3. Функция спроса относительно цены $S(p) = 8 - p$. Вычислить показатель эластичности полной выручки $V(p)$ при цене $p = 3$. Дать экономическую оценку.

4. Найти полный дифференциал функции $z = \text{arctg}(1 - xy)$.

5. Найти $\int x \cos 3x dx$.

Вариант № 7

1. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(5; -3)$ перпендикулярно прямой $3x + 2y + 6 = 0$. Сделать чертеж.

2. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{x}{3}\right)^{\frac{4}{x}}$

3. Исследовать динамику функции полных издержек

$$K(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 8x + 10, \text{ построить ее график и дать экономический}$$

анализ.

4. Найти полный дифференциал функции $z = \ln \frac{7x - 2y}{5x - 4y}$.

5. Исследовать сходимость несобственного интеграла $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{2x+1}}$.

Вариант № 8

1. Написать уравнение окружности, диаметром которой служит отрезок АВ,

где $A(3;1)$, $B(-1;5)$. Сделать чертеж.

2. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 7x}{\sin 2x}$

3. Функция полных издержек $K(x) = x^3 - 2x^2 + 8x$, где x – объем производства. Исследовать динамику изменения переменных средних издержек $y = K_{\text{пер.ср.}}(x)$, построить ее график и дать экономический анализ.

4. Найти полный дифференциал функции: $z = \sqrt{2x^2y - y^3}$

5. Вычислить $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$

Вариант № 9

1. Даны точки $A(-3;-2)$, $B(4;-1)$ и $M(1;2)$. Написать уравнение прямой, проходящей через точку M параллельно прямой AB . Сделать чертеж.

2. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sqrt{x+4} - 2}$

3. Функция полных издержек $K(x) = x^3 - 6x^2 + 15x + 30$, где x – объем производства. Функция полной выручки $V(x) = x^3 - 7x^2 + 19x + 30$. При каком значении x прибыль $Z(x)$ будет максимальной? Дать графическую иллюстрацию.

4. Найти полный дифференциал функции: $Z = e^{2x^3 - x^2y + y^2}$

5. Найти $\int \frac{2\sqrt[3]{x} - 4}{x} dx$

Вариант № 10

1. Найти расстояние от точки $M(3;5)$ до прямой, проходящей через точки $A(-3;2)$ и $B(1; -4)$. Сделать чертеж.

2. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} x$

3. Функция полных издержек $K(x) = x^3 - 9x^2 + 30x + 45$, где x – объем производства. Вычислить показатель эластичности функции при $x = 1,5$. Дать экономическую оценку.

4. Найти полный дифференциал функции: $z = \operatorname{tg}(x^3y^2 - y^5)$.

5. Вычислить $\int_1^e x^3 \ln x dx$

Вариант № 11

1. Треугольник ABC задан вершинами A(-4; 1), B(1; -3), C(2; 3). Точка M разбивает сторону AC в отношении $\frac{AM}{MC} = \frac{2}{3}$. Написать уравнение BM. Сделать чертеж.

2. Вычислить: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 3x}{1 - \cos 6x}$.

3. Функция спроса относительно цены $S(p) = 18 - 3p$. Исследовать динамику функции полной выручки $V(p)$, построить ее график и дать экономический анализ.

4. Найти полный дифференциал I порядка функции $z = \arcsin \sqrt{\frac{x}{y}}$.

5. Вычислить $\int_0^1 \frac{\arctg x dx}{x^2 + 1}$

Вариант № 12

1. Написать уравнение окружности, диаметром которой служит отрезок AB, где A(3;1), B(-1;5). Сделать чертеж.

2. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 7x}{\sin 2x}$

3. Функция полных издержек $K(x) = x^3 - 3x^2 + 10x$, где x – объем производства. Исследовать динамику изменения переменных средних издержек $y = K_{\text{пер.ср.}}(x)$, построить ее график и дать экономический анализ.

4. Найти полный дифференциал функции: $z = \ln^3(x^5 y - x^2 y^3)$.

5. Вычислить $\int_0^{\pi/4} (5x - 3) \cos 2x dx$.

Примерный перечень вопросов к зачету по всему курсу

ЭЛЕМЕНТЫ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

1. Абсолютная величина действительного числа, ее свойства и геометрический смысл.
2. Формулы расстояния между двумя точками на прямой и плоскости.
3. Деление отрезка в данном отношении.
4. Уравнение прямой:
 - 1) уравнение прямой с угловым коэффициентом;
 - 2) общее уравнение прямой;
 - 3) уравнение прямой в отрезках на осях;
5. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
6. Уравнение пучка прямых. Уравнение прямой, проходящей через две точки.
7. Формула расстояния от точки до прямой.
8. Окружность, определение и каноническое уравнение.

ТЕОРИЯ ПРЕДЕЛОВ

9. Понятие необходимого и достаточного условий в математике.
10. Последовательность и ее предел:
 - 1) Понятие последовательности; ограниченная и монотонная последовательности.
 - 2) Предел последовательности, геометрический смысл предела последовательности.
 - 3) Свойства пределов последовательности (теорема о единственности предела, необходимый признак сходимости, достаточный признак сходимости последовательности).
 - 4) Арифметические действия над пределами. Виды неопределенности.
11. Функция и ее предел:

- 1) Понятие функции (определение, область определения, четность и нечетность, точки пересечения с осями координат).
- 2) Понятие предела функции и односторонних пределов. Основные виды неопределенности функции.
- 3) Понятие бесконечно малой и бесконечно большой величины. Теорема о связи между бесконечно малой и бесконечно большой величиной.
- 4) Теоремы о функциях, имеющих предел.
- 5) Теоремы о необходимом и достаточном условиях существования предела функции. Правило вычисления предела.
- 6) Первый и второй замечательный пределы (без доказательства), число e .

НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ

12. Приращение функции. Экономический смысл приращения.
13. Непрерывность функции в точке и интервале. Теорема о необходимом и достаточном условиях непрерывности функции в точке.
14. Свойства непрерывных функций.
15. Теоремы о непрерывных функциях на отрезке (геометрическая иллюстрация).
16. Понятие точек разрыва и их классификация. Вертикальная асимптота. Правило исследования функции на непрерывность
17. Наклонная асимптота.
18. Неполное исследование функции и построение эскиза графика.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

19. Понятие производной. Определение производной и действия при нахождении производной. Понятие односторонних производных.
20. Геометрический и экономический смысл производной. Механический смысл производной.
21. Теорема о связи между дифференцируемостью и непрерывностью функции. Случаи недифференцируемости непрерывных функций.

22. Правила дифференцирования. Формулы дифференцирования элементарных функций.

23. Производная обратной функции,

24. Производная сложной функции (теорема и правило дифференцирования сложной функции). Производная показательной-степенной функции.

25. Производные высших порядков.

26. Дифференциал функции. Теорема о главной линейной части приращеня функции. Геометрический смысл дифференциала функции. Дифференциалы высших порядков.

27. Уравнение касательной и нормали. Производная неявной функции.

28. Основные теоремы дифференциального исчисления:

1) Теорема Ферма;

2) Теорема Ролля (без док-ва);

3) Теорема Лагранжа (без док-ва);

4) Теорема Коши (без док-ва);

5) Правило Лопиталя (без док-ва).

29. Применение производной для изучения динамики функции:

1) Возрастание и убывание функции. Теоремы о необходимом и достаточном условиях возрастания и убывания функции.

2) Экстремум функции. Определение, необходимый признак существования точек экстремума. Виды точек экстремума, в которых функция недифференцируема.

3) Первый и второй достаточные признаки экстремума функции (первый признак с док-ом).

4) Выпуклость и вогнутость кривой, точки перегиба. Необходимый и достаточный признаки выпуклости и вогнутости кривой и существования точек перегиба. Виды точек перегиба.

5) Общая схема полного исследования функции и построение графика.

6) Темпы возрастания и убывания функции.

7) Схема исследования динамики функций.

ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

30. Понятие эластичности функции, ее экономический смысл. Свойства эластичности. Полные, средние, предельные издержки. Эластичность спроса, предложения. Исследование динамики полной выручки в зависимости от эластичности спроса.

31. Условия достижения максимальной прибыли.

ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

32. Основные понятия функции двух переменных.

33. Частные производные 1 и 2 порядков.

34. Полный дифференциал 1 и 2 порядков.

35. Экстремум (безусловный) функции 2 переменных. Необходимый (док-ть) и достаточный признаки. Правило нахождения экстремума функции.

36. Условный экстремум функции двух переменных. Метод множителей Лагранжа. Правило исследования на условный экстремум.

НЕОПРЕДЕЛЕННЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

37. Понятие неопределенного интеграла. Первообразная непрерывной функции, теорема о первообразных. Таблица неопределенных интегралов.

38. Свойства неопределенных интегралов (доказать).

39. Методы интегрирования неопределенных интегралов.

40. Интегрирование рациональных функций, тригонометрических функций, простейших иррациональностей.

ОПРЕДЕЛЕННЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

41. Понятие определенного интеграла (вывод). Свойства.

42. Теорема о среднем значении определенного интеграла (док-ть).

43. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

44. Применение определенного интеграла для вычисления площадей фигур.

45. Несобственные интегралы первого рода.

Рекомендуемая литература

1. Математика: Учебное пособие для экономических специальностей вузов. Ч.1/Под редакцией Р.Ш. Марданова.–Казань: Изд-во КФЭИ, 1999.–532с.

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов / Р.Ш. Марданов, А.Ю.Хасанова, Р.А. Султанов, А.Г. Фатыхов; под научной ред. проф. Р.Ш. Марданова. – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009.