КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНСТИТУТ ГЕОЛОГИИ И НЕФТЕГАЗОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра высоковязких нефтей и природных битумов

Е.А. ГЛАДИЙ, И.М. АБДРАФИКОВА

ГИДРАВЛИКА И НЕФТЕГАЗОВАЯ ГИДРОМЕХАНИКА

Учебно-методическое пособие

Казань - 2015

УДК 532.5: 622.276
ББК 26.325.31

Принято на заседании кафедры высоковязких нефтей и природных битумов
Протокол № 6 от 15 января 2015 года

Рецензенты:
доктор технических наук,
профессор кафедры высоковязких нефтей и природных битумов КФУ
А.Ф. Кемалов;
кандидат химических наук,
доцент кафедры высоковязких нефтей и природных битумов КФУ
Р.А. Кемалов

Гладий Е.А.
Гидравлика и нефтегазовая гидромеханика / Е.А. Гладий, И.М. Абдрафикова. – Казань: Казан. ун-т, 2015. – 52 с.

Учебное пособие содержит программу, основные теоретические сведения курса и расчетные формулы, примеры решения задач и контрольные задания, взятые из литературы и наиболее удобные для использования по разделам курса «Гидравлика и нефтегазовая гидромеханика».
Предназначено в качестве учебно-методического пособия для студентов нефтяных и химико-технологических вузов, изучающих курс «Гидравлика и нефтегазовая гидромеханика», а также для инженерно-технических и научных работников, занятых в нефтяной и нефтеперерабатывающей промышленности.

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ

Одной из основных научных дисциплин, объясняющих многие явления и факты природы, деятельности человека, техники и технологий, является гидромеханика – раздел механики, изучающий законы равновесия и движения жидкости. Гидромеханика находит свои приложения во многих областях: в авиации и кораблестроении, атомной энергетике и гидроэнергетике, гидрогеологии и водоснабжении, теплотехнике, метеорологии и химической технологии. Особое значение имеет применение гидромеханики в разнообразных технологических процессах нефтяной и газовой промышленности, включая фильтрацию жидкостей и газов в природных пластах, их движение в трубопроводах и аппаратах. Для этого она является базовой научной дисциплиной.

Гидродинамическое описание процессов в различных областях техники и технологий определяется специфическим для каждой области классом гидромеханических задач. В связи с этим получили развитие такие дисциплины, как теоретическая гидромеханика, техническая гидромеханика, аэромеханика, гидравлика, подземная гидромеханика и др. Каждой из этих дисциплин соответствует не только свой круг гидромеханических задач, но и свои специфические методы математического описания моделей и решения конкретных задач. В то же время, все дисциплины объединяет единый подход, основанный на гипотезе сплошности и законах сохранения, которые составляют основу механики сплошных сред.

Темы и краткое содержание курса

Вводные сведения.

Основные физические свойства жидкостей и газов.

Объект изучения в гидравлике – сжимаемая жидкость – это материальная среда, заполняющая пространство без пустот и промежутков. В зависимости от механических свойств среды жидкости подразделяются на капельные и газообразные. Все жидкости при изменении давления и температуры изменяют свой объем. При одновременном изменении давления и температуры, изменение объема капельной жидкости описывается зависимостью:

$$V = V_0 \, exp[\, - \beta_p(p - p_0) + \beta_t \,(T - T_0)],$$

где V_0 – объем жидкости при исходных давлении p_0 и температуре T_0; V – объем жидкости при произвольных давлении p и температуре T; β_p и β_t – коэффициенты объемного сжатия и температурного расширения жидкости.

При одновременном изменении давления и температуры, изменение объема газа описывается зависимостью

$$V = V_0 \,(T / T_0)\,(p_0 / p).$$

При испарении капельной жидкости в закрытом пространстве в нем устанавливается давление, называемое давление насыщенного пара жидкости. При нагревании жидкости давление насыщенного пара увеличивается и, когда оно начинает превышать внешнее давление, жидкость начинает кипеть. С увеличением давления температура кипения возрастает, а с уменьшением – понижается. Молекулы газа из окружающей среды, проникая через свободную поверхность жидкости, растворяются в ней. Этот процесс растворения газов в жидкости продолжается до ее насыщения газом. В обычных условиях вода содержит около 2 % (по объему) растворенного в ней воздуха.

Силы, действующие в жидкостях.

Силы, действующие в жидкости, подразделяются на массовые и поверхностные. К массовым силам относятся сила тяжести и силы инерции, определяемые по второму закону Ньютона. К поверхностным силам относятся: силы давления, силы трения и силы поверхностного натяжения. Сила, действующая в жидкости на выделенную элементарную площадку, может быть представлена в виде суммы двух сил, нормальной и тангенциальной (касательной). Нормальная составляющая силы, приходящаяся на элементарную площадку единичной площади, называется гидромеханическим давлением или просто давлением, а тангенциальная составляющая – силой трения.

Свойство жидкости оказывать сопротивление сдвигу или скольжению соприкасающихся слоев называется вязкостью. Вязкость приводит к появлению сил внутреннего трения между смежными слоями жидкости, текущими с различными скоростями. При прямолинейном слоистом движении жидкости сила внутреннего трения T между перемещающимися слоями с площадью соприкосновения S определяется законом Ньютона:

$$T = \pm \mu S (dU/dn) \quad \text{или} \quad T / S = \tau = \pm \mu (dU/dn).$$

Жидкости, для которых справедлива данная зависимость, называются ньютоновскими. Для упрощения рассмотрения законов механики жидкости Л. Эйлер ввел понятие идеальной жидкости, в которой не возникают силы внутреннего трения, то есть принимается, что $\mu = 0$. В случае покоящейся жидкости сила трения равна нулю.

Молекулы, располагающиеся на поверхности жидкости, подвергаются притяжению находящихся ниже молекул. Это вызывает появление поверхностного натяжения жидкости, действием которого объясняется капиллярное поднятие или опускание жидкости в трубках малого диаметра (капиллярах) или узких щелях. Это свойство жидкости должно учитываться при измерении уровня жидкости в капиллярах.

Равновесие покоящейся жидкости.

Жидкость давит на поверхность, с которой она соприкасается. В покоящейся вязкой жидкости давление в точке не зависит от направления нормали элементарной площадки. Это же имеет место и в движущейся идеальной жидкости. Покоящаяся жидкость подвержена действию двух видов внешних сил: массовых и поверхностных. Наиболее общими уравнениями гидростатики являются уравнения Эйлера, устанавливающие связь между массовыми и поверхностными силами, действующими в жидкости:

$F_x - (\partial p/\partial x) = 0, \quad F_y - (\partial p/\partial y) = 0, \quad F_z - (\partial p/\partial z) = 0,$

где F_i – массовые силы, действующие вдоль координатных осей x, y и z, соответственно.

В случае действия на жидкость одной лишь силы тяжести интегрирование уравнений Эйлера дает основное уравнение гидростатики:

$p_2 = p_1 + \rho\, g\, h,$

где p_1 и p_2 – давления в точках 1 и 2; h – глубина погружения точки 2 относительно точки 1; ρ – плотность жидкости; $g = 9{,}81$ *м/с*^{2} – ускорение силы тяжести.

Если z вертикальное координата рассматриваемого сечения в жидкости, называемая геометрической высотой, величина $p/(g\,\rho)$ называется пьезометрической высотой, их сумма называется гидростатическим напором.

$H_{ст} = p/(g\,\rho) + z.$

Поверхность, во всех точках которой давление одинаково, называется поверхностью равного уровня.

В зависимости от способа отсчета различают абсолютное $p_{аб}$, избыточное (манометрическое) $p_м$ и вакуумметрическое $p_в$ давление, между которыми существуют следующие зависимости:

$p_м = p_{аб} - p_{ат}; \quad p_в = p_{ат} - p_{аб}; \quad p_в = -\, p_м\,,$

где $p_{ат}$ – атмосферное давление.

Абсолютное и относительное равновесие жидкостей и газов.

При определении силы гидростатического давления, как правило, оперируют манометрическим давлением или вакуумом, так как атмосферное давление действует на рассчитываемую конструкцию со всех сторон, и поэтому его можно не принимать во внимание. При определении силы гидростатического давления используется понятие – пьезометрическая плоскость или плоскость атмосферного давления – горизонтальная плоскость, проходящая через уровень жидкости в пьезометре, присоединенном к сосуду. Поверхность жидкости на уровне пьезометрической плоскости подвергается лишь воздействию атмосферного давления.

Сила давления на плоскую поверхность выражается формулой:

$$F = p_c A,$$

где p_c – гидростатическое давление в центре тяжести плоской фигуры; A – площадь фигуры.

Равнодействующая силы давления жидкости на криволинейную поверхность обычно выражается тремя взаимно перпендикулярными составляющими: F_x, F_y, F_z. Горизонтальные составляющие F_x и F_y вычисляются как силы давления на плоскую поверхность, равную проекции данной криволинейной поверхности на соответствующую вертикальную плоскость. Для определения вертикальной составляющей F_z строят тело давления. При этом криволинейная поверхность проектируется вертикально на пьезометрическую плоскость. Телом давления называется тело, с одного конца ограниченное криволинейной поверхностью, с другого – пьезометрической плоскостью, а с боковых сторон – вертикальной проектирующей поверхностью. Сила F_z равна весу жидкости, занимающей объем V тела давления

$$F_z = \rho\, g\, V.$$

Покой жидкости относительно стенок сосуда, движущегося вместе с жидкостью, называется относительным ее покоем или равновесием. При этом отдельные частицы жидкости не смещаются одна относительно другой, и вся масса жидкости движется как одно твердое тело. В данном случае к силе тяжести добавляется еще одна сила – сила инерции. При вращении жидкости вместе с цилиндрическим сосудом радиуса R относительно его вертикальной оси симметрии с постоянной угловой скоростью ω ее поверхность под действием центробежных сил принимает форму параболоида вращения, высота H точки, отстоящей от оси на расстояние r , определяется по формуле:

$$H = \omega^2 r^2 /(2g).$$

Основы кинематики жидкости.

Проведенная в жидкости линия, в каждой точке которой вектор скорости направлен по касательной, называется линией тока. Если через каждую точку контура, ограничивающего малую площадку ds, провести линии тока, то они образуют трубку тока. Жидкость, находящаяся внутри трубки тока, называется элементарной струйкой. Поверхность трубки тока не пересекается жидкостью, как извне, так и изнутри. Живым сечением потока называется сечение, проведенное перпендикулярно к поверхности трубки тока. Поэтому в двух сечениях трубки тока выполняется условие неразрывности для трубки тока

$$U_1\, ds_1 = U_2\, ds_2 ,$$

где ds_1 и ds_2 – живые сечения потока.

Общие законы и уравнения динамики жидкостей и газов.

Уравнения Эйлера движения идеальной жидкости, учитывающие действие сил инерции, массовых сил и сил давления имеют вид

$$d\,U_x/dt = F_x – (\partial p/\partial x); \quad dU_y/dt = F_y – (\partial p/\partial y); \quad dU_z/dt= F_z – (\partial p/\partial z),$$

где U_x , U_y и U_z – проекции вектора скорости $\underline{U}$ на координатные оси.

Из уравнений Эйлера для потока между сечениями 1 и 2 может быть получено уравнение Бернулли для идеальной жидкости

$$z_1 + p_1/(\rho\, g) + U_1^2 /(2\, g) = z_2 + p_2/(\rho\, g) + U_2^2 /(2\, g) ,$$

где z – геометрический напор или высота положения – расстояние от произвольно выбранной горизонтальной плоскости сравнения до центра тяжести сечения (удельная потенциальная энергия положения); p – давление в центре тяжести сечения; $p/(\rho\ g)$ – пьезометрический напор – вертикальное расстояние между центром тяжести сечения и уровнем жидкости в пьезометре; U – средняя скорость потока в сечении; $U^2\ /(2\ g)$ – скоростной напор (удельная кинетическая энергия).

Основным уравнение гидродинамики является уравнение Бернулли для вязкой жидкости. Для установившегося движения вязкой жидкости оно имеет следующий вид:

$$z_1 + p_1/(\rho\ g) + \alpha\ U_1^2\ /(2\ g) = z_2 + p_2/(\rho\ g) + \alpha\ U_2^2\ /(2\ g) + \Sigma h,$$

где α – коэффициент Кориолиса (отношение действительной кинетической энергии потока к условной кинетической энергии, вычисленной по средней скорости; $\alpha = 2$ при ламинарном режиме течения и $\alpha = 1{,}1$ при турбулентном режиме течения; Σh – гидравлические потери напора (та часть удельной механической энергии, которую жидкость теряет на преодоление сопротивления на участке потока между сечениями 1 и 2). Гидравлические потери состоят из потерь на трение $h_{тр}$ и местных потерь: то есть $\Sigma h = h_{тр} + h_м$. Уравнение Бернулли является частным случаем закона сохранения энергии. Оно может быт выражено и в другом виде, где все члены представляют собой энергию, отнесенную к единице объема жидкости:

$$\rho\ g\ z_1 + p_1 + \alpha\ \rho\ U_1^2\ /2 = \rho\ g\ z_2 + p_2 + \alpha\ \rho\ U_2^2\ /2 + \Delta p,$$

где $\Delta p = \rho\ g\ \Sigma h$ – потери давления.

При решении задач вместе с уравнением Бернулли используется и уравнение постоянства расхода, то есть равенства расхода Q во всех сечениях установившегося потока:

$$Q = U_1\ S_1 = U_2\ S_2 = \ldots = U_n\ S_n$$

Два живых сечения, к которым применяется уравнение Бернулли, должны быть нормальными к векторам скоростей и располагаться на прямолинейных участках потока. На участке потока между сечениями не должно быть источника или потребителя энергии жидкости (насоса или гидродвигателя). Плоскость сравнения должна быть горизонтальной. Она может быть выбрана произвольно, но удобнее использовать плоскость, проходящую через центр тяжести нижнего расчетного сечения. Геометрический напор z выше плоскости сравнения считается положительным, а ниже – отрицательным. Когда площадь расчетного сечения сравнительно большая (поверхность водоема, резервуара), скоростной напор $\alpha U^2 /(2 g)$ или член $\alpha \rho U^2 /2$ становятся малыми по сравнению с другими членами и приравниваются нулю.

Подобие гидромеханических процессов. Режимы движения жидкости.

Гидродинамическое подобие включает: геометрическое подобие, кинематическое подобие и динамическое подобие. Исходя из представления о гидродинамическом подобии можно показать, что число Рейнольдса является отношением сил инерции к силам трения.

Различают ламинарный и турбулентный режимы течения жидкости. При ламинарном режиме течения жидкости в потоке отсутствуют самопроизвольные пульсации компонент скорости и давления. При турбулентном режиме течения в потоке имеют место самопроизвольные пульсации скорости и давления. Если ввести число Рейнольдса $Re = U d /\nu$, где ν – кинематическая вязкость жидкости, то ламинарный режим течения сохраняется до чисел Рейнольдса $Re \leq 2320$. При числах Рейнольдса $Re \geq 4000$ режим течения является турбулентным. В области $2320< Re \leq 4000$ расположена переходная область. Трубопроводы с движением, соответствующим этой зоне, проектировать не рекомендуется.

Ламинарный режим течения жидкости.

Потери напора на трение по длине трубы при любом режиме движения жидкости определяются по формуле Дарси:

$h_{тр} = \lambda\, L\, U^2 /(2\, d\, g)$;   или $\Delta p_{тр} = \lambda\, \rho\, L\, U^2 /(2\, d\,)$.

где λ – коэффициент гидравлического трения; L – длина расчетного участка трубы; d – внутренний диаметр трубы.

При ламинарном режиме течения $\lambda = 64 / Re$ и первая формула превращается в формулу Пуазейля:

$h_{тр} = 64\, L\, U^2 /(2\, Re\, d\, g)$;

Из последней формулы следует, что при ламинарном течении жидкости гидравлические потери на трение прямо пропорциональны средней скорости потока.

Турбулентные режим течения жидкости.

Характерной особенностью турбулентного режима является наличие самопроизвольных пульсационных составляющих скорости, как вдоль осредненного потока течения, так и поперек его, так и пульсаций давления.

В зоне гидравлически гладких труб $4000 \le Re \le 10\, d/\Delta_э$, может использоваться формула Прандтля – Никурадзе:

$\lambda^{-1/2} = -\, 2lg\, (2{,}51 /(\, Re\, \lambda^{1/2})),$

$\Delta_э$ – высота шероховатости, эквивалентная песочной шероховатости внутренней стенки трубы; $\Delta_э /d$ – относительная шероховатость.

В переходной зоне, при зоне $10\, d/\Delta_э < Re < 560\, d/\Delta_э$ используется формула Колбрука:

$\lambda^{-1/2} = -\, 2lg\, (2{,}51 /(\, Re\, \lambda^{1/2}) + \Delta_э /(3{,}71\, d))$.

В зоне шероховатых труб, используется также формула Прандтля – Никурадзе:

$\lambda^{-1/2} = -\, 2lg\, (\, \Delta_э /(3{,}71\, d))$.

Зона шероховатых труб называется зоной квадратичного сопротивления, так как здесь гидравлические потери на трение пропорциональны квадрату скорости. Для труб промышленного изготовления с естественной шероховатостью для любой области сопротивления при турбулентном режиме течения можно пользоваться формулой А.Д. Альтшуля:

$\lambda = 0{,}11(\varDelta_э / d + 68/ Re)^{1/4}$.

В переходной области течения $2300 < Re < 4000$ коэффициент гидравлического сопротивления можно рассчитывать по эмпирической зависимости:

$\lambda = 0{,}0278(Re/2300)^k$,

где $k = 4{,}16\ell g[3{,}95(\varDelta_э / d +0{,}017)^{1/4}]$.

Местные гидравлические сопротивления.

Местные гидравлические потери определяются по формуле Вейсбаха:

$h_м = \zeta\, U^2 /(2\, g)$;   или $\varDelta p_м = \zeta\, \rho\, U^2 /2$,

где ζ – коэффициент местного сопротивления; U – средняя скорость в сечении, как правило, соответствующего максимальному значению скорости.

При внезапном расширении или сужении потока:

$\zeta_{вр} = (1 – S_1/S_2)^2$; $\zeta вс = (1 – S_2/S_1)/2$.

Коэффициент ζ при больших числах Рейнольдса зависит только от вида местного сопротивления. Однако при ламинарном режиме течения он зависит не только от вида сопротивления, но и от числа Рейнольдса. Простое суммирование потерь в местных сопротивлениях возможно, если расстояние между ними составляет 20 –30 диаметров трубы. В противном случае суммарное значение сопротивление необходимо измерить опытным путем.

Истечение жидкости через отверстия и насадки.

Расход жидкости при ее истечении через отверстие или насадок определяется по формуле:

$Q = US = \mu S\,(2gH_0)^{1/2}$ или $Q = \mu S\,(2\Delta p/\rho)^{1/2}$,

где μ – коэффициент расхода; S – площадь поперечного сечения отверстия или насадка; H_0 – действующий напор, равный

$H_0 = H + ((p_0 - p)/(\rho\, g)) + \alpha_0\, U_0^2/(2\, g)$,

где H – расстояние от центра тяжести площади отверстия или сечения насадка до поверхности жидкости в резервуаре; p_0 – давление на поверхности жидкости в резервуаре; p – давление в среде, в которую происходит истечение жидкости; U_0 – скорость подхода жидкости в резервуаре; $\alpha_0\, U_0^2/(2\, g)$ – величина малая, и ее можно принять равной нулю; Δp – потери давления при истечении жидкости через местное сопротивление (дроссель, гидрораспределитель или другую гидравлическую аппаратуру).

Коэффициент расхода μ малого отверстия зависит от числа Рейнольдса. С увеличением числа Re коэффициент μ сначала увеличивается, достигая максимального значения $\mu_{макс} = 0{,}69$ при $Re = 350$, а затем начинает уменьшаться и стабилизируется на значении равном $0{,}6$. Это обстоятельство позволяет применять отверстия и насадки при больших числах Рейнольдса в качестве приборов для измерения расхода жидкости.

При истечении жидкости через затопленное отверстие или насадок для определения расхода используются те же формулы, но в этом случае напор H_0 берется как разность гидростатических напоров по обе стороны стенки.

В случае истечения жидкости через насадок (не малый) образуется вакуум, который увеличивает его пропускную способность, а величина вакуума прямо пропорциональным напору H_0. Коэффициент расхода насадка зависит от его типа и числа Рейнольдса. По своему значению он превышает коэффициент расхода малого отверстия. Например, для внешнего цилиндрического насадка $\mu = 0{,}8$, для коноидального насадка $\mu = 0{,}96 \div 0{,}98$.

Расчет потерь напора в трубопроводах.

При расчете напорных трубопроводов используются уравнения Бернулли, постоянства расхода и формулы, определяющие гидравлические потери. По отношению местных потерь и потерь на трение трубопроводы подразделяются на короткие и длинные. К коротким, относятся всасывающие трубопроводы насосов, сифонные трубы, некоторые гидролинии гидроприводов и др. При их расчете определяют потери на трение и местные потери. Расчет длинных трубопроводов ведется по упрощенному уравнению Бернулли. В данном случае скоростные напоры по сравнению с другими членами уравнения Бернулли малы и ими обычно пренебрегают. Местные потери либо совсем не определяют, либо без точного расчета принимают их равными *10÷15 %* от потерь по длине. Расчет простых трубопроводов сводится к трем типовым задачам по определению напора, расхода или диаметра трубопровода. При расчете сложных трубопроводов составляется система уравнений, которая устанавливает связь между размерами труб, расходами жидкости и напорами. Эта система состоит из уравнений баланса расходов для каждого узла и уравнений баланса напоров (уравнений Бернулли) для каждой ветви трубопровода.

Расчет жесткого трубопровода при неустановившемся движении несжимаемой жидкости ведется по уравнению Бернулли с дополнительным инерционным членом, который учитывает потери напора на преодоление силы локальной инерции. Если ускорения в потоке достаточно велики, то необходимо учитывать упругость жидкости и стенок трубопровода.

Гидравлический удар в трубопроводах.

Гидравлический удар вызывается изменением во времени (в некотором сечении трубопровода) величины скорости движения жидкости, приводящей к повышению или понижению давления в напорном трубопроводе. Гидравлический удар возникает в случае быстрого закрытия или открытия затвора, управляющего потоком жидкости в трубопроводе. При прямом гидравлическом ударе время закрытия задвижки меньше времени пробега ударной волны от затвора к резервуару и обратно (фазы удара). При непрямом ударе время закрытия задвижки больше фазы гидравлического удара. Формула Н.Е. Жуковского:

$$p_{гу} = \rho\, C\, U$$

определяет зависимость величины ударного повышения давления $p_{гу}$ от плотности жидкости, скорости распространения ударной волны C и скорости движения жидкости в трубопроводе U перед его закрытием. Скорость распространения ударной волны:

$$C = [\rho/E_{ж} + d\rho/(\delta E_{тр})]^{-1/2};$$

где $E_{ж}$ и $E_{тр}$ – модули упругости жидкости и материала стенки трубы; δ – толщина стенки трубы.

Воздействие потока жидкости на препятствие.

Воздействие свободной струи жидкости на твердые преграды важно для понимания принципа действия гидравлических машин, определения сопротивления твердых тел, движущихся в жидкости. Определение силы воздействия проводится с помощью закона количества движения. Величина силы равна

$$F = \underline{p_1 S_1} + \underline{p_2 S_2} + \underline{G} + Q\,\rho(\underline{U_1} - \underline{U_2}),$$

где $\underline{p_1 S_1}$ и $\underline{p_2 S_2}$ – векторы сил давления в начальном и конечном сечениях; $\underline{G}$ - вес жидкости, находящейся между сечениями; $\underline{U_1}$ и $\underline{U_2}$ – векторы скоростей в начальном и конечном сечениях; Q – объемный расход.

Основные законы статики и динамики сжимаемой жидкости (газа).

Физические свойства газов. Газы характеризуются большими значениями сжимаемости и коэффициентами температурного расширения. Зависимость плотности газов от давления и температуры определяется уравнением состояния. Для идеальных газов плотность определяется по уравнению Клапейрона $\rho = p/RT$, где p – абсолютное давление; R - удельная газовая постоянная, различная для разных газов, но не зависящая от температуры и давления. Уравнение для изменения плотности газа в изотермическом процессе $p/\rho = const$, в адиабатическом процессе (без подвода тепла) $p/\rho^{\gamma} = const$. Для газов адиабатическая скорость звука равна $c =(\gamma RT)^{1/2}$.

Распределение плотности и давления в атмосфере. В изотермической модели атмосферы изменение давления при изменении высоты следует экспоненциальному закону

$$p = p_0\, e^{-gh/RT},$$

где p_0 – давление у земной поверхности, h – высота над уровнем моря.

Уравнение Бернулли для газов

При изотермическом процессе,

$$z_1 g+RT \ln p_1+u_1^2/2= z_2 g+RT \ln p_2+u_2^2/2+gh_{w1\text{-}2},$$

где через $h'_{w1\text{-}2}$ обозначены потери напора между сечениями 1 и 2.

При политропическом процессе $p/\rho^n = const$,

$$z_1 g+ n/(n\text{-}1)\, p_1/\rho_1 + u_1^2/2= z_2 g+ n/(n\text{-}1)\, p_2/\rho_2 + u_2^2/2+gh_{w1\text{-}2},$$

где, в соответствии с уравнением Клапейрона, $p_1/\rho_1 = RT_1$ и $p_2/\rho_2 = RT_2$

При неизотермическом течении идеального газа с трением в трубопроводе постоянного сечения распределение температуры по длине газопровода определяется по формуле Шухова

$$T(x) = T_г + (T_н - T_г)\, exp[- (\alpha\pi d)/(c_p\, Q_м)x];$$

где $T_н$ и $T_г$ – температура газа на входе в трубу и температура грунта, соответственно; α – коэффициент теплопередачи от газа в грунт; c_p – теплоемкость газа; $Q_м$ – массовый расход газа; x – расстояние от начала трубопровода.

А распределение давления по длине трубопровода определяется по формуле

$$p(x) = \{p_н^2 – (16\lambda\, Q_м^2\, R_г)/(\pi^2 d^5)[\, xT_г + (T_н - T_г)\, c_p\, Q_м/(\alpha\pi d)(1 - exp[- (\alpha\pi d)/(c_p\, Q_м)x])\}^{1/2}.$$

Неньютоновские жидкости.

Свойством ньютоновских жидкостей с постоянной вязкостью $\mu = const$, не зависящей от производной скорости по поперечной координате, так называемой скорости сдвига (γ), обладают большинство жидкостей и газов. Жидкости для которых приведенная зависимость не выполняется, называются неньютоновскими или аномальными. К последним относятся масляные краски, лаки, буровые и глинистые растворы, тяжелые нефтепродукты и др. Вязкость таких жидкостей является не постоянной величиной, а становится зависящей от скорости сдвига. Реологическое уравнение таких жидкостей, называемых степенными жидкостями, описывается уравнением

$\tau = k\,|\gamma|^{n-1}\gamma$,

где k – мера консистенции, а n – параметр нелинейности. При $n < 1$ жидкости называются псевдопластичными, а при $n > 1$ – дилатантными.

Ряд жидкостей, наряду с вязкостью, проявляют пластические свойства, заключающиеся в наличии некоторого предельного напряжения сдвига, после достижения которого среда становится «текучей». Такие жидкости называются вязкопластичными. Реологическое уравнение таких жидкостей описывается выражением

$\tau = \tau_0 + \mu_p\,\gamma$,

где τ_0 – предельное (начальное) напряжение сдвига; μ_p – коэффициент пластической или структурной вязкости.

Применительно к круглой трубе движение в вязкопластичной жидкости возникает, если перепад напора на длине ℓ удовлетворяет условию $\Delta H \geq 4\ell\,\tau_0/(g\rho d)$. В области $\tau \leq \tau_o$, то есть в приосевой зоне жидкость движется как твердое тело – стержневая зона, а сдвиговое течение имеет место между стенкой и стержневой зоной течения.

Перепад давления при течении неньютоновских жидкостей рассчитывается по формуле:

$\Delta p = \lambda\, U_m^2 \rho L/(4R)$, в которой все неньютоновские свойства отражены в способе расчета коэффициента гидравлического сопротивления λ.

При ламинарном режиме течении степенной жидкости в круглой трубе средняя скорость равна:

$U_m = [nR/3(n+1)][R(-dp/dx)/(2k)]^{1/n}$.

Коэффициент гидравлического сопротивления степенной жидкости

$\lambda_c = 8[(3n +1)/n]^n / Re_c$,

где $Re_c = \rho R^n U_m^{2-n}/k$ – число Рейнольдса степенной жидкости.

Критическое значение скорости:

$U_{кр} = [239{,}6\ (2n+1)(5n+3)[(3n+1)/n]^n/(3n + 1)/(4n +1)k/(\rho R^n)]^{1/(2-n)}$.

Перепад давления при ламинарном режиме течения степенной жидкости равен:

$\Delta p_c = (-dp/dx)L = [U_m\ (3n+1)/n]^n 2^{n+2} kL/d^{n+1}$.

Ламинарный режим течения сохраняется, если $U_m \leq U_{кр}$.

При ламинарном режиме течении вязкопластичной жидкости средняя скорость жидкости определяется из решения уравнения Бингама:

$U_m = [R^2(-dp/dx)/(8\ \mu_p)][1 – 4s_p/3 + s_p^4/3]$,

где $s_p = 2\ \tau_o/[R(-dp/dx)]$ – безразмерный радиус стержневой зоны течения.

Коэффициент гидравлического сопротивления вязкопластичной жидкости равен:

$\lambda_в = 8\ И_в^2/(\ s_p\ He_в)$,

где $И_в = 2R\tau_o/(\mu_p\ U_m)$ – число Ильюшина; $He_в = (2R)^2\ \rho\ \tau_o/\ \mu_p^2$ – число Хедстрема, а величина s_p рассчитывается из уравнения Букингема, представленного в виде

$s_p = (И_в/8)\ [1 – 4s_p/3 + s_p^4/3]$.

Критическая скорость определяется по формуле:

$U_{кр} = 28{,}75(0{,}4\tau_o/\rho)^{1/2}[(1 + 3s_p/4 + s_p^2/2 + s_p^3/4)/(\ s_p(1 + 58\ s_p/35 + 47\ s_p^2/47)]^{1/2}(1+2\ s_p/3 + s_p^2/3)$.

В случае вязкопластичной жидкости при ламинарном режиме перепад давления рассчитывается по интерполяционной зависимости:

$\Delta p_в = 32\tau_o L/(2R\ И_в)(0{,}71\ И_в^2/16 - 0{,}29\ И_в/3 - 2)/[0{,}71\ И_в/2 + 0{,}42 - (5{,}8564 + 1{,}7182\ И_в/3)]^{1/2}$.

Четыре последних выражения позволяют итеративным путем определить величину критической скорости, градиента давления и безразмерного радиуса стержневой зоны течения при средней скорости течения ниже критической. Если расчетная скорость перекачки ниже критического значения, то режим течения является ламинарным.

При турбулентном режиме течения степенной жидкости коэффициент гидродинамического сопротивления рассчитывается по формуле

$$\lambda^{-1/2} = 8^{-1/2}\{n/(3n+1)Re_c^{1/n}(\lambda/8)^{(2-n)/(2n)}[1\ (1-\underline{\delta})^{(3n+1)/n}] + \varphi(\underline{\delta})\},$$

где $\underline{\delta} = 11[Re_c(\lambda/8)^{(2-n)/n}]^{-1/n}$ – безразмерная толщина вязкого подслоя степенной жидкости; $\varphi(\underline{\delta}) = -5{,}71\ 4\ell g - 2{,}86$ – функция, аппроксимирующая численные расчеты; $Re_c = \rho\ U_m^{2-m}\ R^n/k$ – число Рейнольдса степенной жидкости.

При турбулентном режиме течения вязкопластичной жидкости коэффициент гидродинамического сопротивления рассчитывается по формуле:

$$\lambda^{-1/2} = 8^{-1/2}\{Re_в\ (\lambda/8)^{1/2}[1 - (1-\underline{\delta})^4]/4 + He/Re_в\ (8/\lambda)^{1/2}\ [(1-\underline{\delta})^3 - 1]/3 + \varphi(\underline{\delta})\},$$

где $\underline{\delta} = 11(1 - s_p)^{-1}\ Re_в^{-1}\ (\lambda/8)^{-1/2}$ – безразмерная толщина вязкого подслоя вязкопластичной жидкости; $Re_в = R\rho\ U_m/\mu_p$ – число Рейнольдса вязкопластичной жидкости; $He = R^2\rho\tau_0/\mu_p^2$ – число Хёдстрема вязопластичной жидкости; $s_p = 8\ He\ \lambda^{-1}\ Re_в^{-2}$ – условный безразмерный радиус стержневой зоны течения при турбулентном режиме течения.

Подземная гидравлика.

Фильтрацией называется движение жидкостей, газов и их смесей в пористых и трещиноватых средах, пронизанных сообщающихся между собой порами и микротрещинами. Пористая среда характеризуется коэффициентами пористости и просветности.

Коэффициент пористости m равен отношению объема сообщающихся пор $\tau_{пор}$ ко всему объему пористой среды τ, то есть $m = \tau_{пор}/\tau$.

Коэффициентом просветности n называется отношение площади сообщающихся между собой пор $s_{просв}$ ко всей площади s то есть $n = s_{просв}/ s$.

Среднее по длине пласта значение просветности n равно пористости, то есть $n = m$.

Скважина считается гидродинамически совершенной, если она вскрывает продуктивный пласт на всю толщину и забой скважины открытый, то есть вся вскрытая поверхность забоя является фильтрующей. Если вскрытие производится не на полную толщину или фильтрация происходит только на части толщины пласта через специальные отверстия в обсадной колонне, то скважина является гидродинамически несовершенной.

Упрощенной моделью пористой среды является модель фиктивного грунта, который состоит из сферических частиц одного диаметра уложенных в ромбоэдр, который получится, если центры восьми соприкасающихся частиц принять за вершины углов ромбоэдра. Пористость фиктивного грунта определяется по формуле Слихтера.

$$m = 1 - \pi/[6(1- \cos\theta)(1 + 2\cos\theta)^{1/2}],$$

в которой угол θ изменяется в пределах от 60^0 (наиболее плотная упаковка) до 90^0 (наиболее свободная).

Скоростью фильтрации w называется отношение объемного расхода жидкости ко всей площади $w = Q/s$.

Фактическая средняя скорость движения $v = Q/ s_{просв} = Q/ms$. Отсюда следует, что $v = w/m$.

Закон фильтрации Дарси устанавливает линейную зависимость между объемным расходом и удельной потерей полного напора

$$Q = c\,(H_1 – H_2)s/\ell = cis,$$

где $H_1 = p_1/(\rho g) + z_1$ и $H_2 = p_2/(\rho g) + z_2$ – полные напоры в начальном и конечном сечениях (скоростные напоры отброшены вследствие их малости); c – коэффициент фильтрации, зависящий от свойств среды и жидкости; $i = (H_1 – H_2)/\ell$ – гидравлический уклон.

Способность пористой среды пропускать сквозь себя жидкость и газы называется проницаемостью. Коэффициент проницаемости k зависит только от свойств пористой среды. Он измеряется в Дарси (*Д*) $1\ Д = 1{,}02 \cdot 10^{-12}\ м^2$. Коэффициенты фильтрации и проницаемости связаны соотношение
$k/\mu = c/(\rho g)$.

Закон Дарси может быть представлен в виде:

$Q = (k/\mu)(p_1^* - p_2^*)/\ell\, s$ или $w = (k/\mu)(p_1^* - p_2^*)/\ell = ci$,

где $p_1^* = p_1 + H_1\rho g$; $p_2^* = p_2 + H_2\rho g$ – давления, приведенные к плоскости отсчета геометрических высот.

В дифференциальной форме закон Дарси имеет вид $w = -(k/\mu)(d\,p^*/d\ell)$.

Пределы применимости закона Дарси.

Скорость фильтрации при которой нарушается закон Дарси, называется критической скоростью фильтрации $w_{кр}$. Однако нарушение линейного закона Дарси не всегда означает переход от ламинарного режима к турбулентному. Нарушение закона Дарси происходит за счет того, что при течении жидкости в извилистых каналах, сопровождающихся изменением площади поперечного сечения каналов, развивающиеся при этом силы инерции становятся при $w > w_{кр}$ соизмеримыми с силами трения. По Н. Павловскому число Рейнольдса при фильтрации жидкости, может быть представлено в виде

$Re = w\underline{a}\rho/\mu = wd_э\rho/(0{,}75m + 0{,}23)\mu$,

где линейный размер, характеризующий среднее сечение поровых каналов, определяется выражением $\underline{a} = d_э/(0{,}75m + 0{,}23)$, а $d_э$ – эффективный диаметр частиц грунта (фиктивного или определяемого по фактическому гранулометрическому составу). По Н. Павловскому критические значения числа Рейнольдса $Re_{кр} = 7{,}5 \div 9$.

По В. Щелкачеву $\underline{a} = 10k^{1/2}m^{2{,}3}$;

$Re = 10wk^{1/2}\rho/(\mu\, m^{2{,}3})$, а $Re_{кр} = 1 \div 12$.

По М. Миллионщикову, вместо w используется $v = w/m$, $\underline{a} = (k/m)^{1/2}$;

$Re = v\,(k/m)^{1/2}\,\rho/(\mu\, m^{1,5}) = w(k)^{1/22}\,\rho/(\mu\, m^{1,5})$; а $Re_{кр} = 0,022 \div 0,29$.

Нелинейные законы фильтрации.

При нарушении закона Дарси зависимость между скоростью фильтрации и градиентом давления лучше всего описывается двучленной формулой:

$-(dp^*/d\ell) = aw + вw^2$.

Коэффициенты a и $в$ можно рассчитать по формулам А. Ширковского

$a = \mu/k$; $в = 63*10^6/(k/m)^{3/2}$.

При нелинейной фильтрации возможно использование степенной зависимости:

$|w| = C\,[(sign\; dp/d\ell)dp/d\ell]^{1/n}$.

Величина C определяется выражением:

$C = [\,Re_{кр}/f(m)]^{(n-1)/n} k^{(3-n)/(2n)} \mu^{(n-2)/n} \rho^{(1-n)/n}$;

где $f(m) = 10m^{-2,3}$; а $1\; n \leq 2$.

Прямолинейно-параллельное движение несжимаемой жидкости.

Прямолинейно-параллельное движение происходит в случае, если векторы скоростей фильтрации параллельны между собой. В соответствии с уравнением Дарси:

$Q = (k/\mu)(\,p_к - p_с)\, s/\ell$ или $w = (k/\mu)(\,p_к - p_с)/\ell$,

где $p_к$ и $p_с$ – давление на внешнем контуре пласта и дренажной галереи (скважине), соответственно; $s = Bh$ – площадь сечения пласта, нормального к направлению движения; B – ширина пласта; h – мощность (толщина) пласта.

Распределение давления в пласте:

$p = p_к - (\,p_к - p_с)x/\ell$.

Время прохождения пути x равно $t = x/v = xm/w$.

В случае идеального газа при $k = const$, $\mu = const$ и $\rho = \rho(p)$, вышеприведенные зависимости преобразуются к виду. Объемный расход газа, приведенный к атмосферному давлению:

$Q_{ат} = k(p_к^2 – p_c^2)s/(2\mu\ell p_{ат})$ или $w = k(pк\ 2– pc\ 2)/(2\mu\ell p)$,

а распределение давления:

$p = [p_к^2 – (p_к^2 – p_c^2)x/\ell]^{1/2}$.

Плоскорадиальное напорное движение несжимаемой жидкости. Формула Дюпюи.

В соответствии законом фильтрации Дарси объемный дебит скважины рассчитывается по формуле Дюпюи:

$Q = 2\pi hk(p_к - p_c)/[\mu\ell n(R_к/r_c)]$.

Распределение давления в пласте, называемое депрессионной характеристикой, определяется выражением

$p = p_к - (p_к – p_c) \ell n(R_к/r)/ \ell n(R_к/r_c)$.

Время прохождения пути от r_0 – положение объема жидкости в момент времени $t = 0$ до текущего с радиусом r, равно

$t = \pi hm\mu(r_0^2 – r^2)/Q = m\mu\ell n(R_к/r_c) (r_0^2 – r^2)/[2k(p_к – p_c)]$.

В случае идеального газа, вышеприведенные зависимости преобразуются к виду:

$Q_{ат} = \pi k(h\ p_к^2 – p_c^2)/[\mu p_{ат}\ \ell n(R_к/r_c)]$ или

$w = k(p_к^2 – p_c^2)[(2\mu rp\ \ell n(R_к/r_c)]$.

$p = \{p_к^2 - (p_к – p_c) \ell n(R_к/r)/ \ell n(R_к/r_c)\}^{1/2}$.

Радиально-сферическое движение несжимаемой жидкости.

В соответствии законом фильтрации Дарси объемный дебит полусферической скважины радиуса r_c, рассчитывается по формуле:

$Q = 2\pi\ r_c k\ (p_к^* - p_c^*)/\mu$.

Приведенное давление внутри пласта:

$p^* = p_к^* - (p_к^* - p_c^*)(1/r -1/R_к)/(1/r_c – 1/R_к)$.

Время прохождения пути от r_0 – положение объема жидкости в момент времени $t = 0$ до текущего с радиусом r, равно

$t = 2\pi m(r_0^3 – r^3)/(3Q)$.

Приведенные выше формулы для установившейся фильтрации несжимаемой жидкости по закону Дарси, можно использовать и для установившейся фильтрации сжимаемого флюида (газа), заменив переменные следующим образом.

Несжимаемая жидкость	Сжимаемый флюид (газ)
Объемный расход	Массовый расход
Давление	Функция Лейбензона
Объемная скорость фильтрации	Массовая скорость фильтрации

Функция Лейбензона $P_л$ для идеального газа имеет вид

$P_л = p^2\rho_{am}/(2p_{am}) + C$

где ρ_{am} – плотность при атмосферном давлении p_{am} , причем под давлением p или p_{am} понимается абсолютное давление; C – постоянная интегрирования, которая выпадает при определении разности значений функции Лейбензона.

Примеры решения задач.

Задачи 1 и 2 связаны с основными свойствами жидкости.

Задача 1. Канистра, заполненная бензином и не содержащая воздуха, нагрелась на солнце до температуры $t_к = 50^0C$. На сколько повысилось бы давление бензина внутри канистры, если бы она была абсолютно жесткой? Начальная температура бензина $t_н = 20^0C$. Модуль объемной упругости бензина $E_ж = 1300$ *МПа*, коэффициент температурного расширения $\beta_t = 8*10^{-4}$ *1/град.*

Решение.

При нагревании происходит увеличение объема, занимаемого жидкостью:

$\Delta V_t = \beta_t\, V\, (t_к - t_н) = \beta_t\, V\, \Delta t.$

При сжатии происходит уменьшение объема, занимаемого жидкостью:

$\Delta V_p = - \beta_p\, V\, (p_к - p_н) = - \beta_p\, V\, \Delta p = - V\, \Delta p\, /\, E_ж.$

где: $\beta_p = 1/\, E_ж$ – коэффициент объемного сжатия.

Так как канистра абсолютно жесткая, то суммарное изменения объема равно нулю, то есть:

$\Delta V_t + \Delta V_p = 0$ или $\beta_t\, V\, \Delta t - V\, \Delta p\, /\, E_ж = 0$

Откуда:

$\Delta p = \beta_t\, \Delta t\, E_ж = 1300*8*10^{-4}\, (50 - 20) = 31{,}2$ *МПа.*

Задача 2. Определить объемный модуль упругости жидкости, если под действием груза *A* массой $m = 250$ *кг* поршень опустился на расстояние $\Delta h = 5$ *мм*. Начальная высота положения поршня (без груза) $H = 1{,}5$ *м*, диаметр поршня $d = 80$*мм*, а резервуара $D = 300$ *мм*, высота резервуара $h = 1{,}3$ *м*. Весом поршня пренебречь. Резервуар считать абсолютно жестким (Рис.1).

Решение.

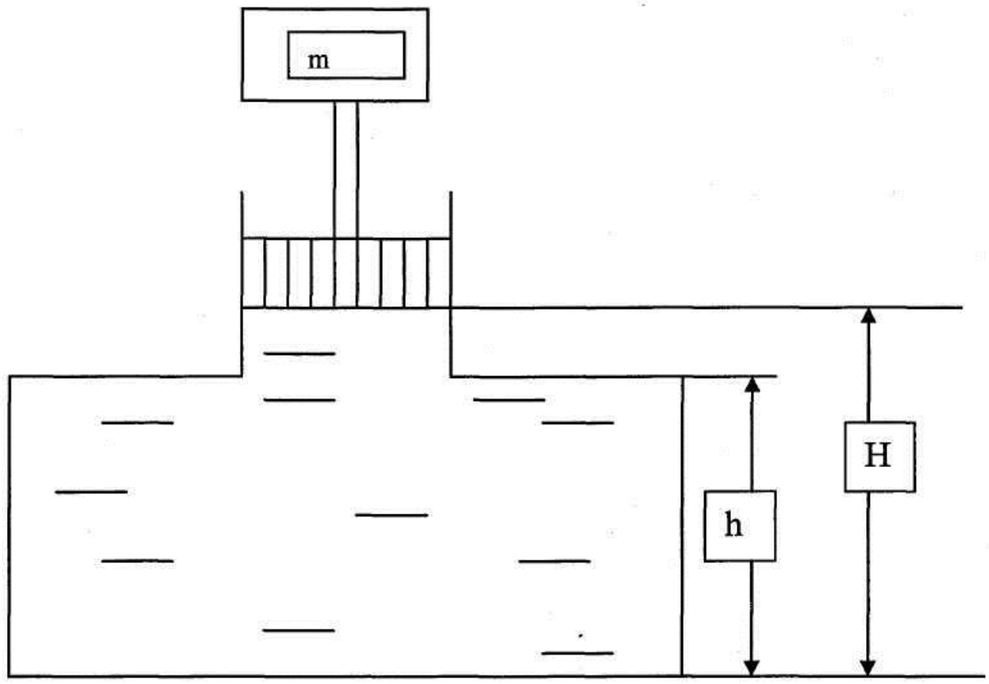

Рис. 1

Согласно определению объемного модуля сжатия жидкости:

$E_{ж} = - V \Delta p / \Delta V_p$.

Объем резервуара, содержащего жидкость, равен:

$V = \pi D^2 h/4 + \pi d^2 (H-h)/4 = 3,14*0,3^2*1,3/4 + 3,14*0,08^2*(1,5 - 1,3)/4 =$
$=9,085*10^{-2}$ $м^3$.

Изменение объема ΔV_p:

$\Delta V_p = - \pi\, d^2\, \Delta h /4 = 3,14*0,08^2*0,005/4 = - 2,51*10^{-5}$ $м^3$.

Приращение давление под поршнем Δp, создаваемое грузом массой m, равно отношению веса груза к площади поршня:

$\Delta p = mg / (\pi\, d^2/4) = 250*9,81 /(3.14*0,08^2/4) = 4,88*10^5$ *Па.*

Подставляя найденные величины V, ΔV_p и Δp в формулу, определяющую величину $E_{ж}$, получим:

$E_{ж} = - V \Delta p / \Delta V_p = - 9,085*10^{-2} *4,88* 10^{-2} / (- 2,51*10^{-5}) = 1766$ *МПа.*

Задачи 3, 4 связаны с расчетом движения газа по трубопроводу.

Задача 3. Воздух поступает в горизонтальную трубу с внутренним диаметром $d = 152$ *мм* под давлением $p_1 = 2{,}86$ *МПа* при температуре $t = 22^0\ C$ со скоростью $v_1 = 58$ *м/с*. Предполагая газ идеальным, а течение изотермическим, найти скорость и расстояние от входа до того сечения, где давление $p_2 = 1{,}07$ *МПа*. Принять, что величина коэффициента гидравлического сопротивления постоянна и равна $\lambda = 0{,}16$.

Решение.

Так как течение изотермическое и труба имеет постоянное сечение, то из уравнений состояния и неразрывности

$p_1/\rho_1 = p_2/\rho_2$; $v_1\, \rho_1\, S = v_2\, \rho_2\, S$

следует, что $v_2 = v_1\, p_2/p_1 = 58*2{,}86/1{,}07 = 155$ *м/с*.

При изотермическом течении, частном случае политропного течения с показателем политропы равным единице, распределение давления по длине трубопровода L определяется выражением

$(\rho_1/ p_1)((\rho_1\, v_1)^2)/2 – (\rho_1\, v_1)^2\, \ell n(p_1/p_2) = \lambda\, L(\rho_1\, v_1)^2/(2d)$.

С учетом того, что при изотермическом течении $p_1/\rho_1 = RT$, где $R = 287$ *Дж/(кг*К)* - газовая постоянная воздуха, $T = 295$ *К*, из последнего выражения следует

$L = (d/\ \lambda)\{\ (RT/\ v_1^2)[1 - (p_2/p_1)^2] - 2\ \ell n(p_1/p_2)\} = (0{,}152/0{,}016)\{(287*295/58^2)[1 – (1{,}07/2{,}80)^2] – 2\ \ell n(2{,}86/1{,}07)\} = 187$ м.

Задача 4. Найти распределение температуры и давления по длине газопровода при установившемся изотермическом в поперечном сечении течении идеального газа (метана), если объемный расход газа приведенный к нормальным условиям $Q_{ат} = 10$ *млн м³/сут*, плотность $\rho_{ат} = 0{,}714$ *кг/м³*, температура газа при подаче в трубопровод $T_н = 323$ *К*, давление $p_н = 5{,}4$ *МПа*. Длина газопровода $L = 220$ *км*, диаметр $d = 720$ *мм*. Температура грунта $T_г = 275$ *К*, коэффициент теплопередачи $\alpha = 1{,}5$ *Вт/м² град*; коэффициент гидравлического сопротивления $\lambda = 0{,}01$. Газовая постоянная метана $R_г = 519{,}625$ *Дж/кг град*, теплоемкость $c_p = 2{,}31$ *кДж/кг град*.

Решение.

Определим секундный массовый расход газа

$Q_м = Q_{ат}\,\rho_{ат}/t = 10^7 *0,714/ 86400 = 82,8$ *кг/с*.

где $t = 24*3600 = 86400$ *с* – продолжительность суток в секундах.

Распределение температуры по длине газопровода определяется по формуле Шухова

$T(x) = T_г + (T_н - T_г)\,exp[-(\alpha\pi d)/(c_p\, Q_м)x] =$

$= 275 + (323 – 275)\ exp[-(1,5*3,14*0,72)/(2310*82,8)] = 275 + 48exp[-1,77*10^{-5}x]$.

Распределение давления по длине трубопровода определяется по формуле

$p(x) = \{p_н^2 – (16\lambda\, Q_м^2\, R_г)/(\pi^2 d^5)[\, xT_г + (T_н - T_г)\, c_p\, Q_м/(\alpha\pi d)*$

$*(1 - exp[-(\alpha\pi d)/(c_p\, Q_м)x])\}^{1/2} =$

$\{(5,4*10^6)^2 – (16*0,01* 82,8^2 519,625)/(3,14^2 0,72^5)[\ 275x + (323 - 275)\ 2310*82,8/(1,5*3,14*0,72)(1 - exp[-(1,5*3,14*0,72)/(2310*82,8)x]\}^{1/2} =$

$= \{29,2*10^{12} – 3*10^5[\ 275x + 27,1*10^5\ (1 - exp[-1,77*10^{-5}x]\}^{1/2}$.

Расчеты сведем в таблицу

x, км	*0*	*60*	*120*	*180*	*220*
p, МПа	*5,4*	*4,87*	*4,31*	*3,67*	*3,19*
T, К	*323*	*292*	*281*	*277*	*276*

Задачи 5 – 7 связаны с расчетом движения неньютоновских жидкостей.

Задача 5. Определить режим течения и потери давления на трение при перекачке неньютоновской (степенной) жидкости со степенным реологическим законом $\tau = k(du/dr)^n$ при величине меры консистенции жидкости $k = 1,2$ *Па* $с^{0,9}$ и степени нелинейности $n = 0,9$. Плотность жидкости $\rho = 1200$ *кг/м*^{3}. Длина горизонтального трубопровода $L = 1000$ *м*, внутренний диаметр трубопровода $d = 0,5$ *м*, средняя скорость перекачки $u = 1$*м/с*. Труба – гидравлически гладкая.

Решение.

Определяем величину критической скорости перекачки, ниже которой имеет место ламинарный режим течения

$U_{кр} = \{239,6(2n+1)(5n+3)/(3n+1)/(4n+1)[(3n+1)/n]^n k/\rho(2/d)^n\}^{1/(2-n)} =$
$=\{239,6(2*0,9+1)(5*0,9+3)/(3*0,9+1)/(4*0,9+1)[(3*0,9+1)/0,9]^{0,9}*$
$*1,2/1200/0,25^{0,9}\}^{1/(2-0,9)} = 3,27$ *м/с.*

Поскольку $u < U_{кр}$ - режим течения ламинарный.

Для заданных условий перекачки определяем число Рейнольдса степенной жидкости

$Re_c = 9,6\{(3n+1)/(4n+1)/(2n+1)/(5n+3)\ )[n/(3n+1)]^n\ \rho(d/2)^n u^{2-n}/k =$
$= 9,6\{(3*0,9+1)/(4*0,9+1)/(20,9+1)/(5*0,9+3)\ )[0,9/(30,9+1)]^{0,9}*$
$*1200*1^{2-0,9}*0,25^{0,9}1^{2-0,9}/1,2 = 625,45.$

Коэффициент гидравлического сопротивления степенной жидкости рассчитывается по формуле

$\lambda_c = 64/\ Re_c = 64/625,45 = 0,102.$

Эффективный коэффициент гидравлического сопротивления

$\lambda_э = 6/5(3n+1)(4n+1)/(2n+1)/(5n+3)\ \lambda_c =$
$= 6/5(3*0,9+1)(4*0,9+1)/(2*0,9+1)/(5*0,9+3)\ 0,102 = 0,0995.$

Потери давления рассчитываются по формуле

$\Delta p = \lambda_э\ L/d\ \rho\ u^2/2 = 0,0995*1000/0,5*1200*1^2/2 = 11,94$ *кПа.*

Задача 6. Определить режим течения и потери давления на трение при перекачке неньютоновской (степенной) жидкости со степенным реологическим законом $\tau = k(du/dr)^n$ при величине меры консистенции жидкости $k = 0,6$ *Па* $с^{0,9}$ и степени нелинейности $n = 0,9$. Плотность жидкости $\rho = 1200$ *кг/м*^{3}. Длина горизонтального трубопровода $L = 1000$ *м*, внутренний диаметр трубопровода $d = 1$ *м,* средняя скорость перекачки u = 1,7м/с. Труба – гидравлически гладкая.

Решение.

Определяем величину критической скорости перекачки, ниже которой имеет место ламинарный режим течения

$U_{кр} = \{239,6(2n+1)(5n+3)/(3n+1)/(4n+1)[(3n+1)/n]^n k/\rho(2/d)^n\}^{1/(2-n)} =$
$=\{239,6(2*0,9+1)(5*0,9+3)/(3*0,9+1)/(4*0,9+1)[(3*0,9+1)/0,9]^{0,9}*$
$*0,6/1200/0,5^{0,9}\}^{1/(2-0,9)} = 0,975$ *м/с*.

Поскольку $u > U_{кр}$ режим течения турбулентный.

Коэффициент гидравлического сопротивления рассчитывается по формуле

$$1/\lambda^{1/2} = (1/8^{1/2})\{n/(n+1)Re_c^{1/n}(/\lambda/8)^{(2-n)/n}[1-(1-\underline{\delta})^{(3n+1)/n}] + \varphi(\underline{\delta})\}.$$

где

$Re_c = (d/2)^n \rho u^{2-n}/k$ – число Рейнольдса степенной жидкости;

$\underline{\delta} = 11[Re_c^{1/n}(/\lambda/8)^{(2-n)/n}]$ - безразмерная толщина вязкого подслоя степенной жидкости;

$\varphi(\underline{\delta}) = -5,714\ell n\ \underline{\delta} - 2,86$ – аппроксимирующая численные расчеты турбулентная составляющая зависимости коэффициента гидравлического сопротивления от безразмерной толщины вязкого подслоя. Величина коэффициента сопротивления рассчитывается методом последовательных приближений.

Задача 7. Определить перепад давления при движении по трубопроводу длиной $L = 1$ *км* диаметром $d = 1$*м* вязкопластичной жидкости с начальным напряжением сдвига $\tau_0 = 7,5$ *Па*, пластической вязкостью $\mu_p = 0,95$ *Па*с* и плотностью $\rho = 1200$ *кг/м*^{3}, перекачиваемой со средней скоростью $v = 2,83$ *м/с*. Принять, что режим течения – турбулентный.

Решение.

При турбулентном режиме течения коэффициент гидравлического сопротивления зависит от числа Рейнольдса и числа Хёдстрема, которые определяются выражениями

$$Re = d\rho v/(2\mu_p) = 1*1200*2,83/(2*0,95) = 1787,4$$

$$He = \tau_0\, \rho d^2/\mu_p^2 = 7,5*1200*1^2/0,95^2 = 9972,3.$$

Коэффициент гидравлического сопротивления рассчитывается по формуле

$$1/\lambda^{1/2} = 1/8^{1/2}\{Re\,(\lambda/8)^{1/2}[1-(1-\underline{\delta})^4]/4 + He(2/\lambda)^{1/2}/(3Re)[(1-\underline{\delta})^3 - 1] + \varphi(\underline{\delta})\},$$

$\varphi(\underline{\delta}) = -5{,}714\ell n\ \underline{\delta} - 2{,}86$ – аппроксимирующая численные расчеты турбулентная составляющая зависимости коэффициента гидравлического сопротивления от безразмерной толщины вязкого подслоя δ, которая определяется выражением

$$\underline{\delta} = 11(\lambda/8)^{1/2}\ Re^{-1}\ (1 - \xi_p)^{-1}$$

где $\xi_p = 8He\ Re^{-2}\ \lambda^{-1}$ – безразмерный радиус условной стержневой зоны течения.

Величина λ, рассчитываемая методом последовательных приближений с использованием трех последних зависимостей, равна $\lambda = 0{,}052$.

Потери давления равны

$$\Delta p = \lambda\ L\ \rho v^2/(2d) = 0{,}052*1000*1200*2{,}83^2/(2*1) = 0{,}25\ МПа.$$

Задачи 8 – 11 по характеристикам подземного грунта и скоростям фильтрации жидкости.

Задача 8. Сопоставить число частиц диаметром d, заключенных в $1\ м^3$ фиктивного грунта, при наиболее свободном расположении частиц $(\theta_1 = 90^0)$ и при наиболее тесном расположении $(\theta_2 = 60^0)$.

Решение.

Пористость фиктивного грунта определяется по формуле Слихтера

$$m = 1 - \pi/[6(1- \cos\theta)(1 + 2\cos\theta)^{1/2}].$$

При $\theta_1 = 90^0$ $m_1 = 1 - 3{,}14/[6(1-\cos 90^0)(1 + 2\cos 90^0)^{1/2}] = 0{,}4767$.

При $\theta_2 = 60^0$ $m_2 = 1 - 3{,}14/[6(1-\cos 60^0)(1 + 2\cos 60^0)^{1/2}] = 0{,}2599$.

Обозначим число частиц в 1 м^3 фиктивного грунта при $\theta_1 = 90^0$ через N_1, а при $\theta_2 = 60^0$ через N_2. Тогда

$$N_1 = 6(1 - m_1)/(\pi d^2) = 6(1- 0{,}4767)/(3{,}13*d^2) = 6*0{,}5233/(3{,}13*d^2).$$

$$N_2 = 6(1 - m_2)/(\pi d^2) = 6(1- 0{,}2599)/(3{,}13*d^2) = 6*0{,}7401/(3{,}13*d^2).$$

Отсюда получим

$$N_2 / N_1 = 0{,}7401/0{,}5233 = 1{,}4143.$$

Задача 9. Определить коэффициент проницаемости пористой среды (в Дарси), если известно, что коэффициент фильтрации $c = 0,3*10^{-4}$ *см/с*, а кинематический коэффициент вязкости фильтрующейся жидкости $\nu = 10^{-6}$ $м^2/с$. Фильтрация жидкости происходит по закону Дарси.

Решение.

Коэффициент проницаемости k и коэффициент фильтрации c связаны соотношением $k = c\ \nu/g$. С учетом того, что $1Д = 1,02*10^{-8}$ $см^2$, получим (все единицы переведены в *см* и *с*)

$$k = c\ \nu/g = 0,3*10^{-4}*10^{-6}*10^4/981 = 3,06*10^{-10}\ см^2 = 3*10^{-2} Д = 30\ мД.$$

Задача 10. Определить коэффициенты проницаемости и фильтрации для цилиндрических горизонтальных образцов пористой среды диаметром $d = 5$ *см*, длиной $\ell = 20$ *см*, если разность давлений на концах образца составляет $p_1 - p_2 =$ *300 мм рт. ст.*, расход жидкости $Q = 1,70$ *л/ч*, динамическая вязкость жидкости $\mu = 5$ *мПа*с*, плотность $\rho = 0,85$ $г/см^3$. Найти также скорость фильтрации.

Решение.

Из закона фильтрации Дарси получим, что коэффициент фильтрации определяется выражением

$$c = Q\ \ell/(H_1 - H_2)/S$$

где $H_1 = p_1/(\rho g) + z_1$, $H_2 = p_2/(\rho g) + z_2$, – полные напоры в начальном и конечном сечениях образца; $S = \pi d^2/4$ - площадь поперечного сечения образца.

С учетом того, что $z_1 = z_2$, а плотность ртути $\rho_{рт} = 13,6$ $г/см^3$, получим

$$c = Q\ \ell\ (\rho g)/(p_1 - p_2)/(\pi d^2/4) =$$

$$= (1,7*10^3/3600)*20*(0,85*981)/(30*13,6*981)/(3,14*5^2/4) = 10^{-3} см/с.$$

Коэффициент проницаемости *k* и коэффициент фильтрации c связаны соотношением $k = c\ (\mu/\rho)/g$. С учетом того, что $1Д = 1,02*10^{-8}$ $см^2$, получим (все единицы переведены в *см* и *с*)

$$k = c\ (\mu/\rho)/g = 10^{-3}*(5*10^{-3}*10^4/850)/981 = 5,99*10^{-8}\ см^2 = 5,87 Д.$$

Скорость фильтрации определяется выражением

$$w = k(p_1 - p_2)/(\mu\ \ell) = 5,99*10^{-8}*(30*13,6*981)/(5*10^{-3}*10^2*20) = 0,024\ см/с.$$

Задача 11. Определить по формуле Щелкачева, происходит ли фильтрация в пласте по закону Дарси, если известно, что дебит нефтяной скважины $Q = 200\ м^3/сут$, мощность пласта $h = 5\ м$, коэффициент пористости $m = 16\ \%$, коэффициент проницаемости $k = 0,2\ Д$, плотность нефти $\rho = 0,8\ г/см^3$, динамическая вязкость $\mu = 5\ мПа*с$. Скважина гидродинамически совершенна, радиус её $r_c = 0,\ 1\ м$.

Решение.

Определим скорость фильтрации

$w = Q/(T2\pi hr_c)=200/(24*3600*2*3,14*5*0,1) = 7,372*10^{-4} м/с = 7,372*10^{-2}$ $см/с$.

Здесь $T = 24*3600\ с$ – продолжительность суток в секундах.

Используя величину кинематической вязкости $\nu = \mu/\rho$ в размерности $см^2/с$, определяем число Рейнольдса по Щелкачеву

$Re=10wk^{1/2}/(m^{2,3}\nu)=10*7,372*10^{-2}*(0,2*1,02*10^{-8})^{1/2}/(0,16^{2,3}*5,88*10^{-2}) =0,038.$

Поскольку $Re = 0,038 < Re_{кр} = 1\div 12$, режим течения является ламинарным, а значит, фильтрация в пласте происходит по закону Дарси.

Задачи 12 – 19 по расчету дебита и характеристик скважин.

Задача 12. Определить дебит дренажной галереи шириной $B = 100\ м$, если мощность пласта $h = 10\ м$, расстояние до контура питания $\ell = 10\ км$, коэффициент проницаемости пласта $k = 1\ Д$, динамический коэффициент вязкости жидкости $\mu= 1\ сП$, давление на контуре питания $p_к = 9,8\ МПа$ и давление в галерее $p_г = 7,35\ МПа$. Движение жидкости напорное, подчиняется закону Дарси.

Решение.

С учетом того, что величина дебита Q определяется в размерности $м^3/сутки$, переведем величины k и μ в соответствующую размерность $k = 1,02*10^{-12} м^2$, $\mu = 1м{+}{+}Па*с$, продолжительность суток составит $T = 8,64*10^4\ с$. Тогда

$Q = k(p_к - p_г)/(\mu\ \ell)\ S\ T= 1,02*10^{-12}(9,8*10^6 – 7,35*10^6)/(10^{-3}*10^4)*$

$*100*10*8{,}64*10^4 = 21{,}\ 6\ м^3/сут.$

Задача 13. Определить дебит нефтяной скважины (в *т/сут*) в случае установившейся плоскорадиальной фильтрации по закону Дарси, если известно, что давление на контуре питания $p_к = 9{,}8\ МПа,$ давление на забое скважины $p_c = 7{,}35\ МПа$, коэффициент проницаемости пласта $k = 0{,}5\ Д,$ мощность пласта $h = 15\ м,$ диаметр скважины $D_c = 24{,}8\ см$, радиус контура питания $R_к = 10\ км$, динамический коэффициент вязкости жидкости $\mu = 6\ мПа*с$ и плотность жидкости $\rho = 850\ кг/м^3$.

Решение.

С учетом того, что величина дебита Q определяется в размерности *т/сут*, переведем величины k и μ в соответствующую размерность $k = 0{,}51*10^{-12}м^2$, $\mu = 6*10^{-3}\ Па*с$, продолжительность суток составит $T = 8{,}64*10^4\ с$, а радиус скважины $r_c = D_c/2 = 0{,}124\ м$. Тогда

$Q_м = Q_\rho = 2\pi hk(p_к - p_c)\rho T/[\mu \ell n(R_к/r_c)] = 2*3{,}14*15*0{,}51*10^{-12} *850*8{,}64*10^4(9{,}8*10^6 - 7{,}35*10^6)/[6*10^{-3}\ \ell n(10^4/0{,}124)] = 127\ т/сут.$

Задача 14. Определить время отбора нефти из призабойной зоны скважины радиусом $r_0 = 100\ м$, если мощность пласта $h = 10\ м$, коэффициент пористости пласта $m = 20\ \%$, массовый дебит нефти $Q_м = 40\ т/сут$, плотность нефти $\rho = 920\ кг/м^3$, радиус скважины r_c = 0,1 м.

Решение.

С учетом продолжительности суток $T = 8{,}64*10^4 с$, определим секундный объемный дебит скважины

$Q = Q_м/(\rho T) = 40*10^3/(920*8{,}64*10^4) = 0{,}5032*10^{-3} м^3/с.$

Время отбора нефти определяется промежутком времени, в течении которого происходит перемещения бесконечно малого объема нефти из точки с координатой r_0 в точку с координатой r, в данном случае $r = r_c$.

$t = \pi\ h\ m\ (r_0^2 - r_c^2)/Q = 3{,}14*10*0{,}2(100^2 – 0{,}1^2)/\ (0{,}5032*10^{-3}) = 12{,}48*10^7 с$ $=1444$ *сут*.

Задача 15. Определить приведенное давление в точках, отстоящих на r = *20 м, 10 м, 5 м, 1,5 м* и *1 м* от центра забоя скважины, вскрывшей пласт бесконечной мощности на величину b = 0,5 м. На расстоянии $R_к = 1000$ *м* приведенное давление $p^*_к = 9{,}8$ *МПа,* на забое скважины $p^*_с = 7{,}35$ *МПа*, радиус скважины $r'_c = 12{,}4$ *см.* Фильтрация к скважине происходит по закону Дарси.

<u>*Указание*</u>: Представить забой скважины в виде полусферы, равновеликой по площади поверхности забою действительной скважины, определяя радиус полусферы r_c $(2\pi\ r_c' b = 2\pi\ r_c^2)$.

Решение.

В соответствии с указанием, определим радиус полусферы r_c

$r_c = (r_c' b)^{1/2} = (0{,}124*0{,}5)^{1/2} = 0{,}249$ *м*.

Приведенное давление в любой точке пласта определяется по формуле

$p^* = p^*_к – (p^*_к - p^*_c)(1/r – 1/\ R_к)/(1/\ r_c – 1/\ R_к)$.

При $r = 20$ *м* получим

$p^* = 9{,}8*10^6 – (9{,}8*10^6 - 7{,}35*10^6)(1/20 – 1/1000)/(1/0{,}249 – 1/1000) =$ *9,77МПа*.

Аналогично при *r = 10 м, 5 м, 1,5 м* и *1 м* получим p^* *= 9,74МПа, 9,68МПа, 9,39 МПа, 9,19 МПа*.

Задача 16. Дебит газовой скважины, приведенный к атмосферному давлению при пластовой температуре $Q_{ат} = 2*10^6$ $м^3/сут$, абсолютное давление на забое $p_c = 7{,}84$ *МПа*, мощность пласта $h = 10$ *м*, коэффициент пористости пласта $m = 18$ *%*, коэффициент проницаемости пласта $k = 1{,}2$ *Д*, средняя молярная масса газ $M = 18$ *кг /кмоль*, динамический коэффициент вязкости газа в пластовых условиях $\mu = 0{,}015$ *мПа*с*, температура пласта $t_c = 45^0$ *С*. Определить, имеет ли место фильтрация по закону Дарси в призабойной зоне совершенной скважины радиусом $r_c = 0{,}1$*м*.

Решение.

Определим плотность газа у забоя скважины. Поскольку киломоль любого газа при нормальных условиях ($p_н = 0,1013$ *МПа*, $T_н = 273,15$ *К*) занимает объем $V_{мн} = 22,41$ *м*^{3}*/кмоль*, плотность газа ρ_0 равна

$\rho_н = M/ V_{мн} = 18/22,41 = 0,803$ *кг/м*^{3},

а при условиях на забое

$\rho = \rho_н\ T_н\ p_c/(T_c\ p_н) = 0,803*273,15*7,84/[(273,15 + 45)*0,1013] = 53,36$ *кг/м*^{3}.

Скорость фильтрации на забое скважины равна

$w_c=Q_{am}\ p_н/(2\pi\ r_c h p_c)=(2*10^6/0,864*10^5)0,1013/(6,28*0,1*10*7,84)=0,0476$ *м/с*.

Число Рейнольдса по Щелкачеву

$Re_щ=10w_c k^{1/2}\rho/(\mu m^{2,3})=10*0,0476(1,2*1,02*10^{-12})^{1/2}53,36/(0,015*10^{-3}*0,18^{2,3}) = 96,5 > R_{кр} = 12.$

Число Рейнольдса по Миллионщикову

$Re_м=w_c\ k^{1/2}\rho/(\mu m^{1,5})=0,0476(1,2*1,02*10^{-12})^{1/2}53,36/(0,015*10^{-3}*0,18^{1,5})=2,46 > R_{кр} = 0,29.$

Таким образом, по обоим критериям, в призабойной зоне закон Дарси нарушается.

Задача 17. Неоднородный по толщине нефтяной пласт состоит из трех пропластков, которые имеют толщины *3,6*; *0,4*; *6,0 м* и проницаемости *0,05*; *0,3*; *0,1 мкм*^{2}. Пласт вскрыт скважиной радиусом *0,1 м* и расстоянием до контура питания *250 м*. Давления на контуре питания и скважине равны $p_к = 35$ *МПа*; $p_c = 18$ *МПа*. Динамическая вязкость пластовой нефти $\mu_н = 25$ *мПа*с*, а пластовой воды – $\mu_в = 1,2$ *мПа*с*. Определить: среднюю проницаемость пласта; дебит скважины; обводненность скважины, если обводнится высокопроницаемый пропласток.

Решение.

Вся толщина пласта равна сумме толщин пропластков:

$h = h_1 + h_2 + h_3 = 3,6 + 0,4 + 6 = 10$ *м*.

Средняя проницаемость неоднородного по толщине пласта и для скважины и для галереи определяется по формуле:

$k_{ср}=1/h\sum k_i h_i=1/10(0{,}05*3{,}6+0{,}3*0{,}4+0{,}1*6)=0{,}09$ *мкм*$^2=0{,}09*10^{-12}$ *м*^{2}

Дебит скважины рассчитывается по формуле однородного пласта, в которой проницаемость пласта заменена на среднюю проницаемость:

$$Q = \frac{2\pi k_{ср}\, h\,(p_k - p_c)}{\mu_н \ln(\frac{R_k}{r_c})} = \frac{2\cdot 3{,}14\cdot 0{,}09\cdot 10^{-12}\cdot 10\cdot (35-18)\cdot 10^6}{25\cdot 10^{-3}\ \ln(\frac{250}{0{,}1})} = 4{,}91\cdot 10^{-4}\ м^3/с.$$

Пронумеруем пропластки сверху вниз. В этом случае самым высокопроницаемым пропластком является второй пропласток. Именно он обводнится первым и именно по этому пропластку пойдет вода, дебит которой равен:

$$Q_в = \frac{2\pi k_2 h_2 (p_k - p_c)}{\mu_в \ln(\frac{R_k}{r_c})}.$$

Остальные два пропластка будут давать нефть. Дебит нефти равен сумме дебитов по пропласткам:

$$Q_н = Q_{н1} + Q_{н3} = \frac{2\pi (k_1 h_1 + k_3 h_3)(p_k - p_c)}{\mu_н \ln(\frac{R_k}{r_c})}.$$

Коэффициентом обводненности скважины называется отношение дебита воды к дебиту жидкости

$$\nu = \frac{Q_в}{Q_в + Q_н} = \frac{k_2 h_2/\mu_в}{k_2 h_2/\mu_в + (k_1 h_1 + k_3 h_3)/\mu_н} = \frac{1}{1 + \frac{\mu_в}{\mu_н}\frac{(k_1 h_1 + k_3 h_3)}{k_2 h_2}} =$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{1{,}2}{25}\frac{(0{,}05\cdot 3{,}6 + 0{,}1\cdot 6)}{0{,}3\cdot 0{,}4}} = 0{,}76 = 76\%.$$

Как видно из расчетов (хотя большая часть пласта по толщине (9,6 м) занята нефтью) обводненность скважины в этом примере равна 76%.

Задача 18. Нефтяной пласт толщиной *12 м* и проницаемостью *0,27 мкм*^{2} разрабатывается скважиной радиусом *0,1 м*. Радиус контура питания *150 м*. Давления на контуре питания и скважине равны: $p_к$ = *27 МПа*, p_c = *13 МПа*. Динамическая вязкость пластовой нефти μ = *13 мПа·с*. Через некоторое время призабойная область пласта засорилась. Вокруг скважины образовались две зоны внешними радиусами R_1 = *0,3* и R_2 = *1 м*, проницаемости которых k_1 = *0,05* и k_2 = *0,1 мкм*^{2}. Определить: среднюю проницаемость пласта; дебит скважины; давления на границах зон.

Решение.

По условиям задачи пласт является зонально-неоднородным и имеет три зоны ($n = 3$). Внешний радиус третьей зоны равен радиусу контура питания и имеет первоначальную проницаемость ($R_3 = R_k$ = *150 м*; $k_3 = k$ = *0,27 мкм*^{2}). Внутренний радиус первой зоны равен радиусу скважины ($R_0 = r_c$ = *0,1 м*).

Средняя проницаемость зонально-неоднородного пласта в случае притока к скважине определяется по формуле:

$$k_{cp} = \frac{ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}{\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{1}{k_i}\,ln\left(\frac{R_i}{R_{i-1}}\right)} = \frac{ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}{\left(\frac{1}{k_1}\,ln\left(\frac{R_1}{R_0}\right) + \frac{1}{k_2}\,ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) + \frac{1}{k_3}\,ln\left(\frac{R_3}{R_2}\right)\right)} =$$

$$= \frac{ln\left(\frac{150}{0,1}\right)}{\left(\frac{1}{0,05}\,ln\left(\frac{0,3}{0,1}\right) + \frac{1}{0,1}\,ln\left(\frac{1}{0,3}\right) + \frac{1}{0,27}\,ln\left(\frac{150}{1}\right)\right)} = 0,139\ мкм^2.$$

Дебит скважины рассчитывается по формуле однородного пласта, в которой проницаемость пласта заменена на среднюю проницаемость:

$$Q = \frac{2\pi\,k_{cp}\,h\,(p_k - p_c)}{\mu\,ln(\frac{R_k}{r_c})} =$$

$$= \frac{2\cdot 3,14\cdot 0,139\cdot 10^{-12}\ \cdot 12\cdot\ (27 - 13)\cdot 10^6}{13\cdot 10^{-3}\ \ ln(\frac{150}{0,1})} = 1,54\cdot 10^{-3}\ м^3/с.$$

Давление на границе первой зоны рассчитаем по формуле:

$$p(R_1) = p_c + (p_k - p_c)\frac{k_{cp}}{ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} \sum_{i=1}^{1}\frac{1}{k_i}\, ln\left(\frac{R_i}{R_{i-1}}\right) =$$

$$= p_c + (p_k - p_c)\frac{k_{cp}}{ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}\, \frac{1}{k_1}\, ln\left(\frac{R_1}{R_0}\right) =$$

$$= 13 + (27 - 13)\frac{0{,}139}{ln\left(\frac{150}{0{,}1}\right)}\, \frac{1}{0{,}05}\, ln\left(\frac{0{,}3}{0{,}1}\right) = 18{,}8\ МПа.$$

Давление на границе второй зоны рассчитаем по формуле:

$$p(R_1) = p_c + (p_k - p_c)\frac{k_{cp}}{ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} \sum_{i=1}^{1}\frac{1}{k_i}\, ln\left(\frac{R_i}{R_{i-1}}\right) =$$

$$= p_c + (p_k - p_c)\frac{k_{cp}}{ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}\left(\frac{1}{k_1}\, ln\left(\frac{R_1}{R_0}\right) + \frac{1}{k_1}\, ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)\right) =$$

$$= 13 + (27 - 13)\frac{0{,}139}{ln\left(\frac{150}{0{,}1}\right)}\left(\frac{1}{0{,}05}\, ln\left(\frac{0{,}3}{0{,}1}\right) + \frac{1}{0{,}1}\, ln\left(\frac{1}{0{,}3}\right)\right) = 22{,}0\ МПа.$$

Задача 19. Пласт толщиной *h = 12 м* разрабатывается скважиной радиусом $r_c = 0{,}1$ *м* и вскрывающей пласт на *b = 3 м*. Давления на контуре питания и скважине равны $p_к = 42$ *МПа*; $p_c = 33$ *МПа*. Пласт имеет проницаемость $k = 170 \cdot 10^{-15}$ *м*^{2}. По пласту фильтруется нефть с коэффициентом динамической вязкости $\mu = 14$ *мПа·с* и плотностью *850 кг/м*^{3}. Радиус контура питания находится на расстоянии $R_k = 100$ *м*. Скважина несовершенна по характеру вскрытия. Глубина проникновения перфорационного канала в породу $l_п = 2$ *см*, диаметр перфорационного канала $d_п = 1$ *см*, число перфорационных отверстий на один метр длины скважины $n_п = 10$ *отв./м*. Определить: коэффициенты учитывающие несовершенства скважины; приведенный радиус скважины; дебит скважины; коэффициент совершенства скважины.

Решение.

По условиям задачи скважина является одновременно несовершенной и по степени и по характеру вскрытия. Для учета несовершенства по степени вскрытия пласта найдем отношение толщины скважины к диаметру скважины:

$h/D_c = 12/0,2 = 60$

и относительное вскрытие пласта:

$\check{h} = b/h = 3/12 = 0,4 = 40\%$

По графику Шурова для нахождения C_1 (см. рисунок П.1) выбираем ближайшую линию к найденому значению $h/D_c = 60$. Ближайшая линия № 6 имеет значение 80. На оси абцисс выбираем вычисленное значение относительного вскрытия пласта $\check{h} = 0,4$ и ведем до пересечения с выбранной линией, а потом – на шкалу значений C_1.

Если значение степени вскрытия пласта меньше $\check{h} < 0,4$, то ведем на левую шкалу C_1, если же $\check{h} > 0,4$, то на правую шкалу. По графику находим $C_1 = 5,5$.

Для учета несовершенства по характеру вскрытия пласта найдем отношение глубины проникновения перфорационного канала в породу к диаметру скважины:

$l_n/D_c = 0,02/0,2 = 0,1$;

отношение диаметра перфорационного канала к диаметру скважины:

$d_n/D_c = 0,01/0,2 = 0,05$;

произведение число перфорационных отверстий на один метр длины скважины на диаметр скважины:

$n_n\ D_c = 10*0,2 = 2$.

По графикам Шурова для нахождения C_2 (см. рисунки П.2 – П.5) выбираем график с ближайшим значением l_n/D_c к найденому значению. В данном случае это график со значением $l_n/D_c = 0,1$.

По значению d_n/D_c выбираем номер линии на графике. Значение $d_n/D_c = 0,05$ лежит между линиями № 2 и № 3.

На оси абцисс выбираем вычисленное значение $n_n\ D_c = 2$ и ведем до пересечения с выбранной линией, а потом – на шкалу значений C_2. По графику находим $C_2 = 7,5$.

Приведенный радиус скважины r_{np} рассчитаем по формуле:

$$r_{np}=r_c*exp(-(C_1 + C_2))=0,1*exp(-(5,5 + 7,5))=0,1*exp(-13) = 2,26*10^{-7}\ м.$$

Дебит несовершенной скважины рассчитаем по формуле:

$$Q = \frac{2\pi k h}{\mu} \frac{(p_k - p_c)}{ln\left(\frac{R_k}{r_{np}}\right)} =$$

$$= \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 170 \cdot 10^{-15} \cdot 12}{14 \cdot 10^{-3}} \frac{(42 - 33) \cdot 10^6}{ln\left(\frac{100}{2{,}26 \cdot 10^{-7}}\right)} = 4{,}14 \cdot 10^{-4}\ м^3/с.$$

Коэффициентом совершенства скважины δ называется отношение дебита несовершенной скважины к дебиту совершенной скважины:

$$\delta = \frac{Q}{Q_{сов}} = \frac{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}{\ln\left(\frac{R_k}{r_{пр}}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{100}{0{,}1}\right)}{\ln\left(\frac{100}{2{,}2610^{-7}}\right)} = 0{,}347 = 34{,}7\%.$$

Контрольные задания.

Цель контрольных заданий – способствовать более глубокому изучению основных положений дисциплины и лучшему усвоению приемов использования этих положений для решения инженерных задач.

Прежде чем приступить к выполнению контрольного задания, необходимо хорошо изучить соответствующие разделы курса. Сталкиваясь с той или иной расчетной формулой, студент должен понять те закономерности, которые она отражает, проанализировать размерности входящих в нее величин и научиться применять эту формулу для расчета.

Ответы на контрольные вопросы должны быть краткими, но не в ущерб ясности и полноте изложения. Следует обращать внимание на правильность терминологии и четкость ответов, которые необходимо писать лишь после того, как проработана вся тема в целом, но отнюдь не в процессе ее изучения, так как законченный и четкий ответ можно дать только после изучения всей темы.

Вопросы к контрольной работе

Дайте определение указанной величине или поясните, что она означает. Укажите ее размерность. При необходимости поясните примерами.

1. Силы, действующие в жижкости.
2. Равновесие жидкостей и газов.
3. Кинетика жидкости.
4. Ламинарный режим течения жидкости.
5. Турбулентный режим течения жидкости.
6. Гидравлическое сопротивление.
7. Истечение жижкости через отверстия и насадки.
8. Потеря наора в трубопроводе.
9. Гидравлический удар.
10. Физические свойства газов.
11. Основные законы статики и динамики.
12. Ньютоновские и неньютоновские жидкости.

13. Критическая скорость.
14. Фильтрация.
15. Пористость.
16. Просветность.
17. Объемный расход.
18. Массовый расход.
19. Поперечное сечение.
20. Скорость фильтрации.
21. Действительная скорость.
22. Идеальный грунт.
23. Линейный закон фильтрации.
24. Галерея.
25. Скважина.
26. Водонапорный режим.
27. Газонапорный режим.
28. Режим растворенного газа.
29. Упругий водонапорный режим.
30. Гравитационный режим.
31. Коэффициент объемного сжатия жидкости.
32. Коэффициент объемного сжатия породы.
33. Начальные условия.
34. Граничные условия.
35. Депрессионная воронка.
36. Индикаторная диаграмма (для нефти).
37. Коэффициент продуктивности нефтяной скважины.
38. Как проводится исследование скважин на стационарных режимах.
39. Коэффициент гидропроводности пласта.
40. Аналогия между фильтрацией жидкости и газа.
41. Функция Лейбензона.
42. Индикаторная диаграмма (для газа).

43. Коэффициент продуктивности газовой скважины.
44. Неоднородный по толщине пласт.
45. Зонально-неоднородный пласт.
46. Совершенная скважина.
47. Скважина несовершенная по степени вскрытия.
48. Скважина несовершенная по характеру вскрытия.
49. Приведенный радиус скважины.
50. Интерференция скважин.
51. Метод суперпозиции решений.
52. Удаленный контур питания.
53. Метод отражения для прямолинейной непроницаемой границы.
54. Метод отражения для прямолинейного контура питания.
55. Метод эквивалентных фильтрационных сопротивлений Борисова.

Библиографический список

1. Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Розенберг Г.Д. Нефтегазовая гидромеханика. – М.- Ижевск: ИКС. 2005.

2. Нигматулин Рс.И., Соловьев А.А. Физическая гидромеханика. – М.: 2005.

3. Стулов В.П. Лекции по газовой динамике. – М.: Физматгиз., 2004.

4. Швыдкий В.С., Ярошенко Ю.Г., Гордон Я.М., Шаврин В.С. Механика жидко-сти и газа. – М.: ИКЦ «Академия». 2003.

5. Шейпак А.А Гидравлика и гидропневмопривод. Часть 1. Основы механики жидкости и газа. М: 2007.

6. Евдокимова В.А., Кочина И.Н. Сборник задач по подземной гидравлике.- М.: 2005.

7. Кондратьев А.С.. Овсянников В.М., Олофинский Е.П. и др. Транспортирова-ние водоугольных суспензий: гидродинамика и температурный режим. – М.: Недра. 1988.

8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука. 1987.

9. Некрасов Б.В., Фатеев И.В., Беленков Ю.А. и др. Задачник по гидравлике, гидромашинам и гидроприводу. Под ред. Б.В. Некрасова. - М.: Высшая школа. 1989.

10. Технология переработки нефти. В 2-х частях. Часть первая. Первичная переработка нефти / Под ред. О.Ф. Глаголевой и В.М.Капустина.- М.: Химия, Колосс, 2006.-400 с.

Приложение.

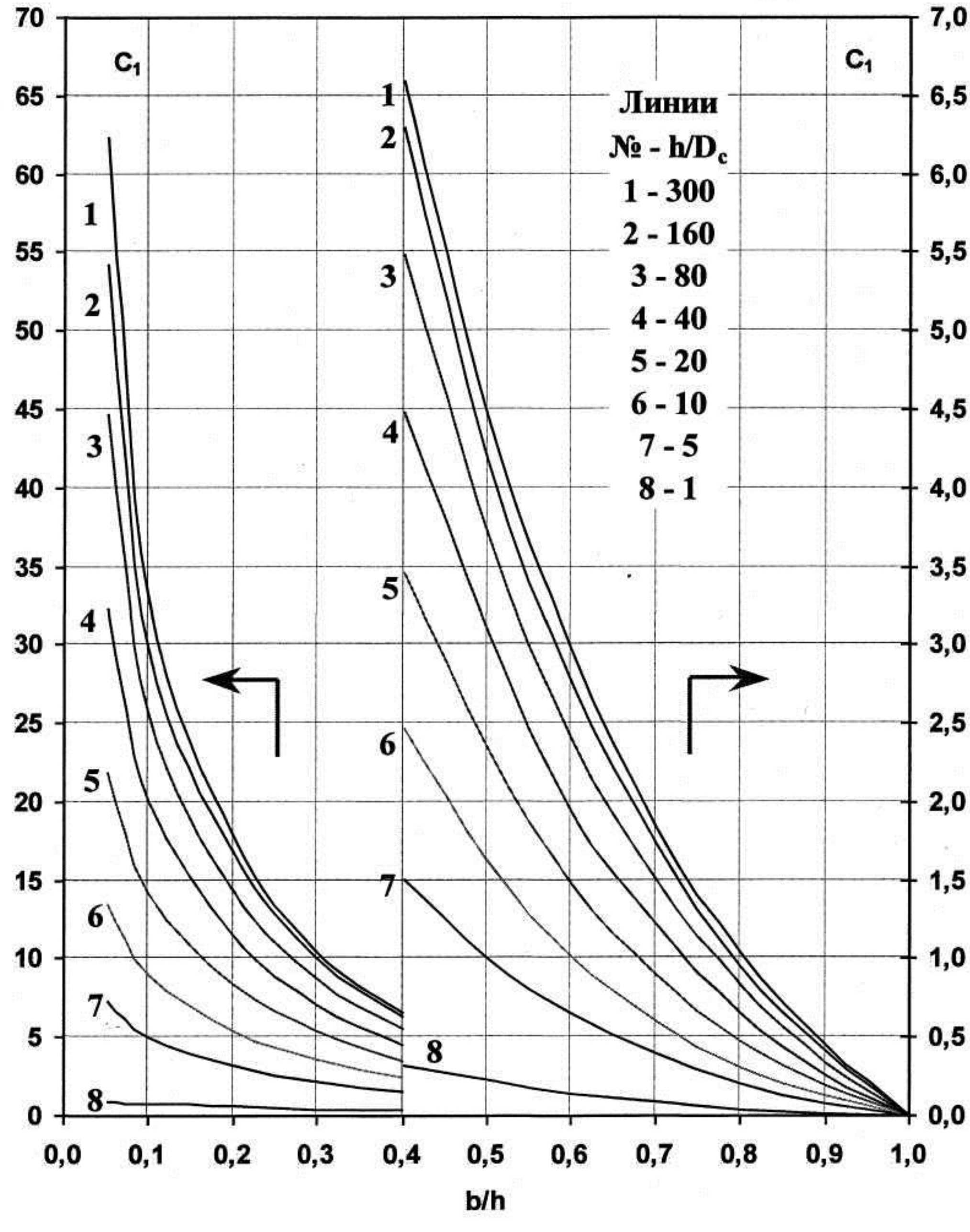

Рисунок П. 1 - График для определения коэффициента C_1, учитывающего несовершенство скважин по степени вскрытия пласта

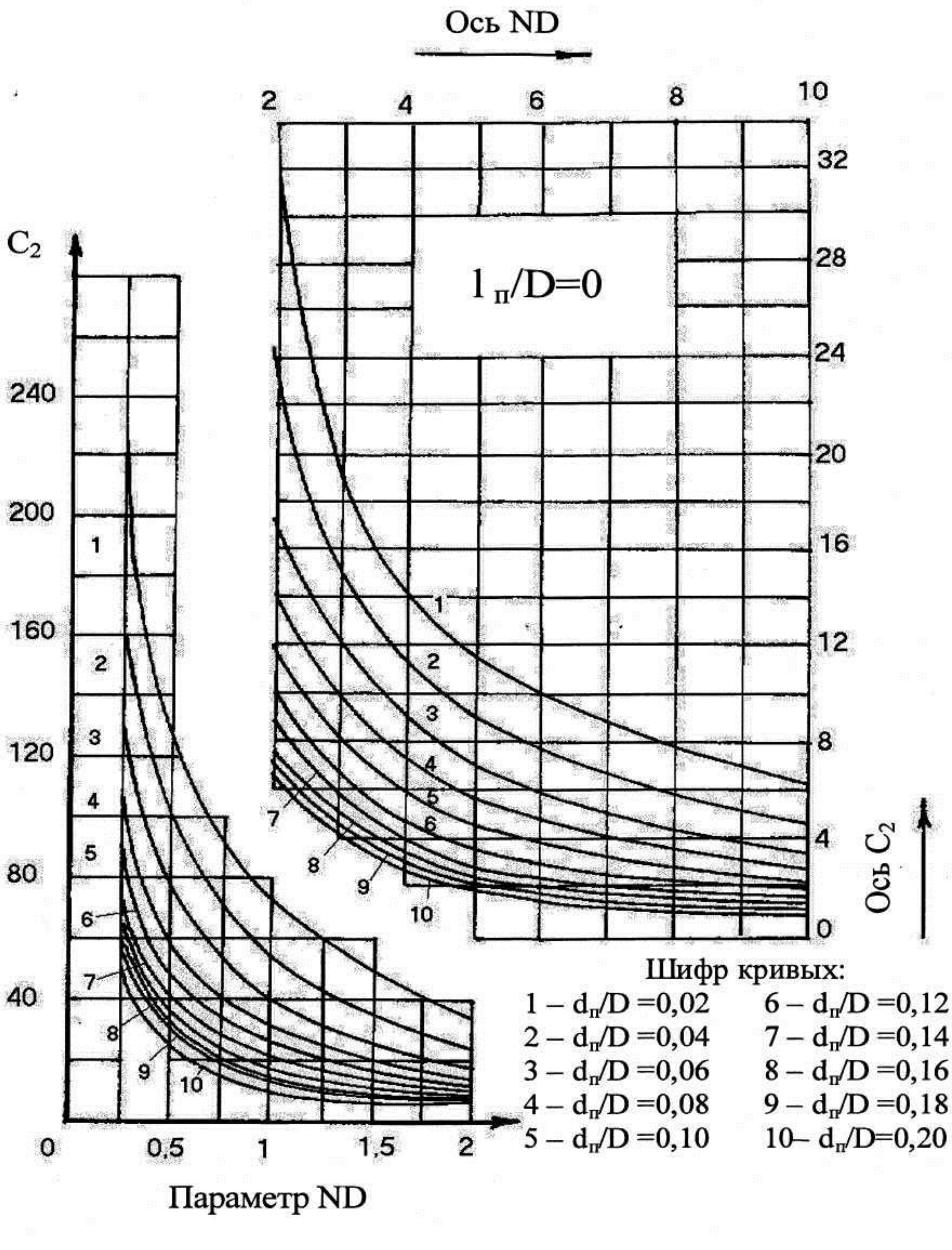

Рисунок П. 2 - График для определения безразмерного коэффициента C_2, учитывающего несовершенство скважин по характеру вскрытия пласта, при $1_п/D = 0$

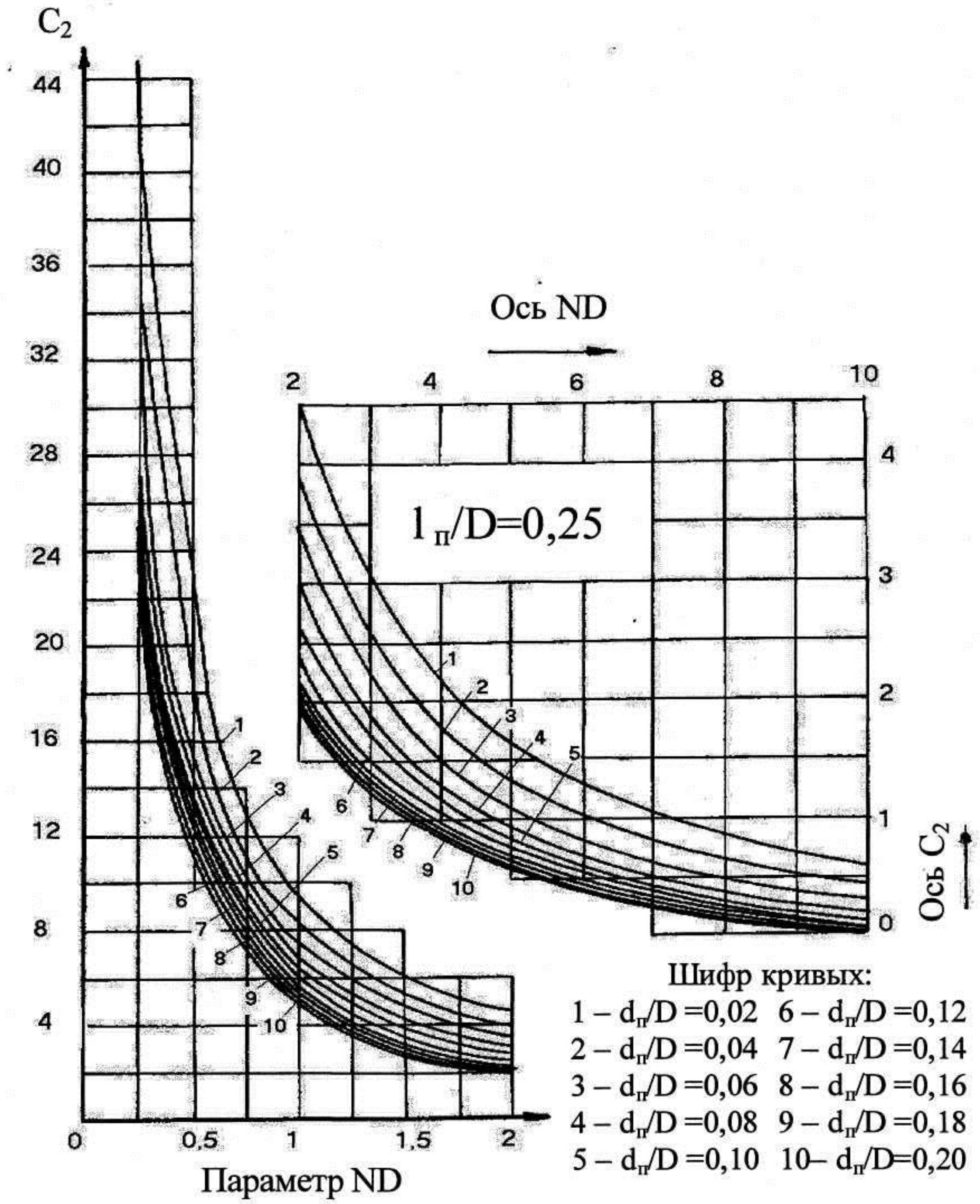

Рисунок П. 3 - График для определения безразмерного коэффициента C_2, учитывающего несовершенство скважин по характеру вскрытия пласта, при $1_n/D = 0,25$

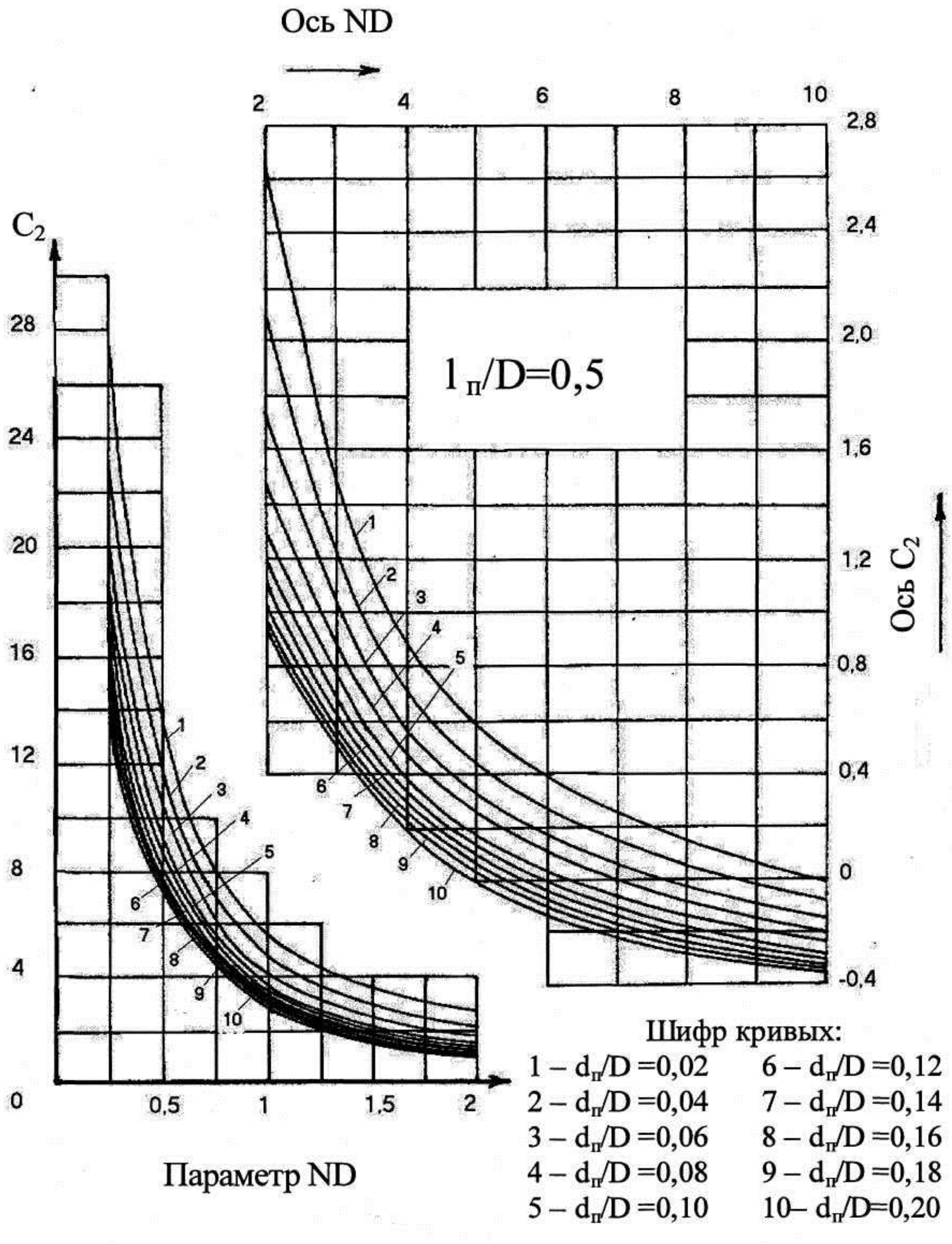

Рисунок П. 4 - График для определения безразмерного коэффициента C_2, учитывающего несовершенство скважин по характеру вскрытия пласта, при $1_п/D=0,5$

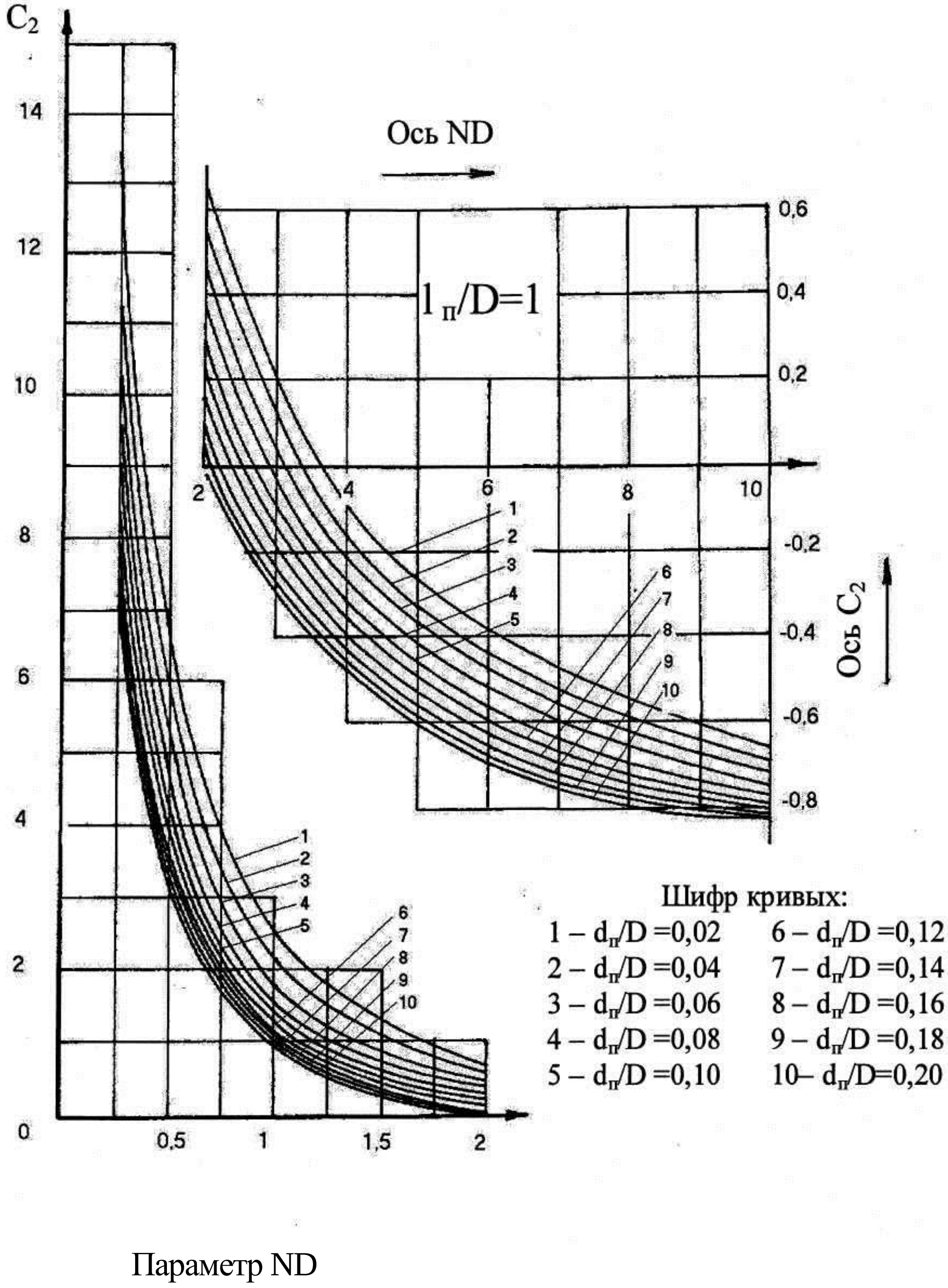

Рисунок П. 5 - График для определения безразмерного коэффициента C_2, учитывающего несовершенство скважин по характеру вскрытия пласта, при $1_п/D = 1$

Учебное издание

Гладий Евгений Александрович
Абдрафикова Ильмира Маратовна

ГИДРАВЛИКА И НЕФТЕГАЗОВАЯ ГИДРОМЕХАНИКА

.