УДК 537.525.7+621.762

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ЕМКОСТНОГО РАЗРЯДА ПРИ БОЛЬШИХ МЕЖЭЛЕКТРОДНЫХ РАССТОЯНИЯХ. I. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

И.Ш. Абдуллин, В.С. Желтухин, В.Ю. Чебакова, М.Н. Шнейдер

Аннотация

В работе построена одномерная математическая модель нестационарной высокочастотной плазмы пониженного давления, позволяющая рассчитать основные характеристики плазмы в высокочастотном емкостном разряде с большим межэлектродном расстоянием и описать поведение плазмы в приэлектродных областях с учетом нагрева газа.

Ключевые слова: математическое моделирование, высокочастотный емкостный разряд пониженного давления, напряженность электрического поля, электронная и газовая температура, концентрация электронов, ионов.

Введение

Интерес к плазме высокочастотных емкостных (ВЧЕ) разрядов пониженного давления вызван возможностями ее применения в технологических процессах, в том числе в задачах модификации материалов органической и неорганической природы. В настоящее время ВЧЕ-разряд при пониженном давлении ($p = 13.3 \div 133$ Па) эффективно применяется для обработки натуральных высокомолекулярных материалов таких, как текстиль, мех [1]. Отличительной особенностью такой обработки является большие размеры образцов (~ 1 м^2) и партионность, то есть обработка одновременно нескольких образцов (партии). Это требует разработки плазмотронов с большими размерами электродов (~ 0.5 м $\times$ 1.4 м) и большим межэлектродным расстоянием ($\sim 0.2 \div 0.3$ м).

Экспериментальные исследования высокочастотных (ВЧ) разрядов в аргоне показали, что при давлениях $p = 13.3 \div 133$ Па, частоте электромагнитного поля $f = 1.76$ мГц, мощности разряда $P_d = 0.5 \div 4$ кВт, расходе газа $G < 0.2$ г/с плазма обладает следующими характеристиками: концентрация электронов $n_e \sim 10^{15} \div 10^{19}$ м$^{-3}$, электронная температура $T_e \sim 1 \div 4$ эВ и температура атомов и ионов $T_a \sim 300 \div 700$ К [1].

В настоящее время создано достаточно много моделей ВЧ-разрядов, которые качественно и количественно удовлетворительно описывают процессы, протекающие как в области квазинейтральной плазмы, так и в приэлектродной зоне, на микро- и макро- уровнях [1–4]. Однако эти модели, как правило, описывают свойства плазмы, генерируемой в плазмотронах с межэлектродным расстоянием $3 \div 5$ см. Разряд в таких устройствах отличается от разряда в плазмотроне при межэлектродном расстоянии $d = 25 \div 50$ см. В частности, при небольших межэлектродных расстояниях $d = 3 \div 5$ см нагрев газа не играет существенной роли в балансе рождения и гибели заряженных и метастабильных частиц в разряде. Это не позволяет использовать указанные модели для расчета технологических процессов плазменной обработки в плазмотронах с большим межэлектродными расстояниями.

Свойства ВЧЕ-разряда при больших межэлектродных расстояниях ($d > 10$ см) практически не исследованы. В связи с этим в настоящей работе для определения диапазона устойчивого горения ВЧЕ-разряда пониженного давления в плазмотроне с большим межэлектродным расстоянием построена математическая модель в одномерном приближении, учитывающая перенос энергии электронами и нагрев газа.

1. Постановка задачи

Оценки элементарных процессов в плазме ВЧ-разрядов пониженного давления показывают, что длина свободного пробега электронов $l_e \leq 10^{-3}$ м, толщина дебаевского слоя $\lambda_d \approx 10^{-5}$ м, толщина колебательной части слоя положительного заряда (СПЗ), определяемая амплитудой колебаний электронов относительно центра равновесия, $A \approx 10^{-2}$ м [1]. Это означает, что математическая модель ВЧЕ-разряда пониженного давления может быть удовлетворительно описана в приближении сплошной среды [6]. Существенным для построения математической модели является тот факт, что в указанном режиме поддержания ВЧ-разряд является диффузным. При изучении процессов взаимодействия низкотемпературной плазмы пониженного давления с материалами предполагается, что рабочий газ является инертным (в нашей модели – Ar) и плазма состоит из частиц четырех сортов: нейтральные атомы, электроны, положительные однозарядные ионы, метастабильные атомы. Так как массы атома и иона практически совпадают и при их столкновениях в случае одноатомного газа не происходит преобразования кинетической энергии во вращательную или колебательную, то можно считать, что температура ионов и метастабилей совпадает с температурой атомов в основном состоянии. Таким образом, уравнения переноса тепла ионами и метастабилями можно не рассматривать.

2. Классическая модель

При небольших межэлектродных расстояниях математическая модель ВЧЕ-разряда пониженного давления описывается следующей системой начально-краевых задач [2, 5]:

- уравнение Пуассона для распределения потенциала электрического поля φ

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\varphi(x,t)}{\partial x}\right) = \frac{e}{\varepsilon_0}\big(n_+(x,t) - n_e(x,t)\big), \quad 0 < x < l, \quad t > 0, \tag{1}$$

с граничными условиями

$$\varphi(0,t) = 0, \quad \varphi(l,t) = V_a \sin(\omega t), \tag{2}$$

где l – расстояние между электродами, n_e и n_+ – концентрации электронов и положительно заряженных ионов соответственно, e – заряд электрона, ε_0 – электрическая постоянная, ω – круговая частота электромагнитного поля, V_a – амплитуда колебания напряжения, точка $x = 0$ соответствует заземленному электроду, $x = l$ – нагруженному;

- уравнение непрерывности для электронного газа

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(-n_e\,\mu_e\,E - D_e\,\frac{\partial n_e}{\partial x}\right) = n_e\,\nu_i - \beta\,n_+\,n_e, \quad 0 < x < l, \quad t > 0, \tag{3}$$

с граничными условиями

$$\begin{cases} \Gamma_e = -\gamma\Gamma_+, & \text{если поле направлено в электрод} \\ & (E \le 0 \ \text{ при } x = 0,\ \ E > 0 \ \text{ при } x = l), \\ \dfrac{\partial \Gamma_e}{\partial x} = 0, & \text{если поле направлено от электрода} \\ & (E > 0 \ \text{ при } x = 0,\ \ E \le 0 \ \text{ при } x = l), \end{cases} \tag{4}$$

где μ_e и μ_+ – подвижности электронов и ионов, $D_e = D_e\,(T_e)$ – коэффициент диффузии электронов, $\beta = \beta(n_e, T_e)$ – эффективный коэффициент рекомбинации, $\nu_i = \nu_i(E/p)$ – частота ионизации, γ – коэффициент вторичной эмиссии, $\Gamma_e = -n_e\,\mu_e\,E - D_e\,(\partial n_e/\partial x)$ – плотность потока электронов, $\Gamma_+ = n_+\,\mu_+\,E - D_+\,(\partial n_+/\partial x)$ – плотность потока ионов, $D_+ = D_+(T_a)$ – коэффициент диффузии ионов, $E = -\partial\varphi/\partial x$ – напряженность электрического поля, T_e – электронная температура, T_a – газовая температура;

- уравнение непрерывности для ионного газа

$$\frac{\partial n_+}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(n_+\,\mu_+\,E - D_+\,\frac{\partial n_+}{\partial x}\right) = n_e\,\nu_i - \beta\,n_+\,n_e, \quad 0 < x < l, \quad t > 0, \tag{5}$$

с граничными условиями

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \Gamma_+}{\partial x} = 0, & \text{если поле направлено в электрод} \\ & (E \le 0 \ \text{ при } x = 0,\ \ E > 0 \ \text{ при } x = l), \\ \Gamma_+ = 0, & \text{если поле направлено от электрода} \\ & (E > 0 \ \text{ при } x = 0,\ \ E \le 0 \ \text{ при } x = l). \end{cases} \tag{6}$$

В качестве начальных условий для уравнений (3) и (5) берутся постоянные значения

$$n_e(x, 0) = n_+(x, 0) = \text{const}\,, \quad 0 < x < l.$$

Отметим, что в приведенной выше постановке считается, что электронная T_e и газовая T_a температуры от времени t не зависят.

3. Модель с учетом переноса энергии электронами и нагрева газа

При $d \sim 10$ см и более существенную роль в поддержании разряда играет нагрев газа. В связи с этим для определения диапазона устойчивого горения ВЧЕ-разряда пониженного давления в плазмотроне с большим межэлектродным расстоянием математическая модель должна быть дополнена следующими уравнениями, учитывающими перенос энергии электронами и нагрев газа:

- уравнение электронной теплопроводности

$$\frac{\partial}{\partial t}\Big(\frac{3}{2}\,n_e\,k\,T_e\Big) + \frac{\partial}{\partial x}\Big(\frac{5}{2}\,n_e\,k\,T_e\,V_e - \lambda_e\,\frac{\partial T_e}{\partial x}\Big) = \\ = -e\,n_e\big(E\,V_e\big) - \frac{3}{2}\,n_e\,k\,\big(T_e - T_a\big)\delta\,\nu_m - IR_1 n_e \nu_i \tag{7}$$

с граничными условиями

$$T_e(0, t) = T_{\text{эл}}(0), \quad T_e(l, t) = T_{\text{эл}}(l), \tag{8}$$

где I – потенциал ионизации, $V_e = \Gamma_e/n_e$ – электронная скорость дрейфа, λ_e – коэффициент электронной теплопроводности, $\nu_m = e/(\mu_e\,m)$ – эффективная частота столкновений электронов с атомами и ионами, $T_{\text{эл}}$ – температура электрода,

k – постоянная Больцмана, $\delta = 2\,m/M$, m – масса электрона, M – масса атома аргона;

- уравнение теплопроводности атомно-ионного газа

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_a \frac{\partial T_a}{\partial x}\right) = \langle j_i\,E\rangle + \frac{3}{2}\,n_e\,k\,\delta\,\nu_m\,\big(\langle T_e\rangle - T_a\big) \tag{9}$$

с граничными и начальными условиями

$$T_a(0,t) = T_{\text{эл}}(0), \quad T_a(l,t) = T_{\text{эл}}(l), \quad T_e(x,0) = T_a(x,0) = T_{\text{эл}}(x,0)\,, \tag{10}$$

где $j_i = e\,\Gamma_+$ – ионный ток, $\lambda_a = 1.78\cdot 10^{-2}\,(T/300)^{0.66}$ Дж/(м·с·К) – коэффициент теплопроводности атомно-ионного газа [7, с. 61], через $\langle\cdot\rangle$ обозначено усреднение соответствующей величины за период времени, равный $2\,\pi/\omega$.

Коэффициенты переноса D_e, D_+ и частота ионизации ν_i аппроксимировались аналитическими зависимостями

$$D_e = \frac{k\,\mu_e\,T_e}{e}, \quad D_+ = \frac{k\,B\,\mu_+\,T_a}{e}, \quad \nu_i = \alpha\,\mu_e\,|E|,$$

где $\alpha = \alpha(E/p)$ – коэффициент Таунсенда.

В выражении для коэффициента рекомбинации учитывались фоторекомбинация и тройная ударно-радиационная рекомбинация [5]

$$\beta = 2.7\cdot 10^{-19}\,T_e^{-0.75} + 8.75\cdot 10^{-39}\,T_e^{-4.5}\,n_e\,,$$

где T_e измеряется в электрон-вольтах.

Построенная математическая модель позволяет оценить в первом приближении основные характеристики положительного столба и СПЗ в плазмотроне с большим межэлектродным расстоянием: концентрации электронов, ионов и метастабильных атомов, электронную и газовую температуру, напряженность электрического поля.

4. Модель ВЧЕ-разряда с большим межэлектродном расстоянием

Описанная система краевых и начально-краевых задач не учитывает в полной мере особенности ВЧЕ-разряда. В частности, таунсендовский режим ионизации, согласно [8, 9], не учитывает потери энергии на возбуждение атомов и нагрев газа. Кроме того, эта модель неприменима в случае сильных полей, так в этом случае частота ионизации монотонно нарастает с ростом E/p, тогда как в очень сильных полях ионизационная способность с ростом поля падает.

В достаточно сильно ионизированной плазме с максвелловской функцией распределения электронов по энергиям частоту ионизации в плазме аргона можно задать в виде [2]

$$\nu_{im} = N_a\,\overline{\nu}\,C_i\,\big(15.76 + 2kT_e\cdot 6.2\cdot 10^{18}\big)\exp\big(-2.4\cdot 10^{-18})/(kT_e)\big)\,T_e^{-4.5}n_e,$$

где $N_a = p/(kT_a)$ – концентрация нейтральных атомов, $\overline{\nu} = (8kT_e/(\pi m))^{1/2}$ – средняя тепловая скорость, C_i – константа, характеризующая наклон сечения ионизации у порога (для аргона $C_i = 2\cdot 10^{-21}$ м^2/эВ [5, с. 59]).

В области, где действуют неупругие столкновения, спектр значительно обедняется по сравнению с максвелловским, и фактически частота ионизации является значительно меньшей [10]:

$$\nu_i = 0.89\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{1/3}\cdot\left(\frac{l}{N_a\nu_i\sigma_i}\right)^{2/3}\delta^{\,2/3}\nu_{im}, \quad \text{где} \quad \sigma_i = C_i I, \quad \nu_{im} = \sqrt{\frac{2I}{m}}.$$

Табл. 1

Коэффициенты R_q

Номер q процесса	Процесс	Коэффициент скорости процесса R_q	Источник
1	$\mathrm{Ar}^* + \mathbf{e} \to \mathrm{Ar}^+ + 2\,\mathbf{e}$	10^{-13} см$^3\cdot$ с$^{-1}$	[13]
2	$\mathrm{Ar}^* + \mathrm{Ar}^* \to \mathrm{Ar}^+ + \mathrm{Ar}^* + \mathbf{e}$	10^{-9} см$^3\cdot$ с$^{-1}$	[13]
3	$\mathrm{Ar} + \mathbf{e} \to \mathrm{Ar}^* + \mathbf{e}$	$3.1 \cdot 10^{-11}$ см$^3\cdot$ с$^{-1}$	[13]
4	$\mathrm{Ar}^* + \mathrm{Ar} \to 2\ \mathrm{Ar}$	$3 \cdot 10^{-15}$ см$^3\cdot$ с$^{-1}$	[12]
5	$\mathrm{Ar}^* + 2\ \mathrm{Ar} \to \mathrm{Ar}_2 + \mathrm{Ar}$	$1.1 \cdot 10^{-31}$ см$^6\cdot$ с$^{-1}$	[12]
6	$\mathrm{Ar}^* \to \mathrm{Ar} + h\nu$	$(2.5 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4)$ с$^{-1}$	[14]
7	$\mathrm{Ar}^* + \mathbf{e} \to \mathrm{Ar}^r + \mathbf{e}$	$2 \cdot 10^{-7}$ см$^3\cdot$ с$^{-1}$	[12]
8	Диффузия метастабилей D_m	$1.9 \cdot 10^{18}/N$ см$^2\cdot$ с$^{-1}$	[15]

Здесь Ar^r, Ar^*, Ar^+, Ar_2 – резонансный и метастабильный атомы, положительный и молекулярный ионы аргона соответственно, $\mathbf{e}$ – электрон, N – концентрация нейтральных атомов, рассчитываемая из уравнения $p = NT_a k$, $h\nu$ – энергия испущенного атомом кванта.

В процессе (6) учитываются переходы электронов как с резонансных, так и с метастабильных уровней, поэтому в третьем столбце указана сумма двух констант.

Концентрация метастабильных атомов аргона играет важную роль в кинетике разряда. Энергии данных состояний достаточно для того, чтобы через различные процессы возбуждения и девозбуждения метастабильных атомов, а также через процессы ступенчатой и пеннинговой ионизации влиять на нагрев газа и электронную температуру, что, свою очередь, может привести к изменению остальных параметров плазмы. Коэффициенты R_q скорости соответствующих процессов (с номером q) приведены в табл. 1.

С учетом сделанных замечаний относительно частоты ионизации и вклада столкновительных процессов математическая модель нестационарной высокочастотной плазмы пониженного давления в плазмотроне с большим межэлектродным расстоянием включает в себя следующие начально-краевые задачи.

1. Краевая задача для уравнения Пуассона (1), (2), описывающая распределение потенциала электрического поля.

2. Модифицированное уравнение непрерывности для электронного газа

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(-n_e\mu_e E - D_e\,\frac{\partial n_e}{\partial x}\right) = \\ = n_e\nu_i - \beta n_+ n_e + R_1 n_m n_e + R_2 n_m^2, \quad 0 < x < l, \quad t > 0 \qquad (11)$$

с граничными условиями (4).

3. Модифицированное уравнение непрерывности для ионного газа

$$\frac{\partial n_+}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(n_+\mu_+ E - D_+\,\frac{\partial n_+}{\partial x}\right) = \\ = n_e\nu_i - \beta n_+ n_e + R_1 n_m n_e + R_2 n_m^2, \quad 0 < x < l, \quad t > 0 \qquad (12)$$

с граничными условиями (6).

4. Уравнение (7) заменяется на уравнение относительно скорости нагревания движущейся частицы электронного газа

$$\frac{3}{2}\,n_e k\,\frac{dT_e}{dt} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_e\,\frac{\partial T_e}{\partial x}\right) - \frac{\partial(p_e V_e)}{\partial x} - \\ - e n_e(EV_e) - \frac{3}{2}\,n_e k(T_e - T_a)\delta\nu_m - \left(I - \frac{3}{2}\,kT_e\right) n_e\nu_i + I_1 n_m n_e \qquad (13)$$

с граничными условиями (8).

Здесь $\dfrac{dT_e}{dt} = \dfrac{\partial T_e}{\partial t} + V_e \dfrac{\partial T_e}{\partial x}$ – субстанциональная производная, $p_e = k n_e T_e$ – электронное давление, I_1 – энергия возбуждения первого уровня.

5. Уравнение теплопроводности атомно-ионного газа (9) с граничными и начальными условиями (10).

6. Уравнение баланса метастабильных атомов

$$\frac{\partial n_m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(-D_m \frac{\partial n_m}{\partial x}\right) = R_3 N n_e - R_4 N n_m -$$

$$- R_5 N^2 n_m - R_6 n_m - R_1 n_m n_e - R_2 n_m^2 - R_7 n_m n_e \quad 0 < x < l, \quad t > 0 \quad (14)$$

с граничными условиями

$$n_m(0,t) = n_m(l,t) = 0. \qquad (15)$$

В качестве начального условия берутся постоянные значения

$$n_m(x,0) = \text{const}, \quad 0 < x < l.$$

Константа для начального приближения концентрации ионов и электронов рассчитывается из предположения, что в начальный момент времени амбиполярная область примкнула к нагруженному электроду, напряженность электрического поля задается линейно и на нагруженном электроде равна нулю.

5. Особенности математической модели

Построенная система краевых и начально-краевых задач характеризуется несколькими особенностями, осложняющими разработку алгоритма и численного метода ее решения.

Во-первых, она состоит из задач разного типа: начально-краевых задач для уравнений с частными производными параболического типа, к которым относятся задачи (11), (4) и (12), (6), а также (14), (15), и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, то есть задач (1), (2) и (9), (10), в которых время входит как параметр. Причем если в уравнении Пуассона (1) решение осциллирует с частотой ω, то газовая температура характеризуется очень медленным изменением во времени.

Во-вторых, установившиеся состояние ВЧ-разряда пониженного давления в данной модели характеризуется периодическим быстро осциллирующим решением в области СПЗ для задач (1), (2) и (11), (4).

В-третьих, характерной особенностью задачи является большие градиенты плотности заряженных частиц и напряженности электрического поля в приэлектродных слоях на границах расчетной области, то есть если в квазинейтральной области для задач мы имеем процесс с доминированием диффузии (регулярно возмущенная задача), то в приэлектродных областях наблюдается случай сильного доминирования конвекции (сингулярно возмущенная задача).

В-четвертых, представленная система задач является нелинейной как по отдельным входящим в нее уравнениям, так и в целом. Например, начально-краевые задачи (13), (8), (9), (10) сильно нелинейны, поскольку коэффициенты при главных членах λ_e, λ_a зависят от искомых функций T_e, T_a. Диффузионно-дрейфовые уравнения для n_e, n_m являются нелинейными по правой части. Это накладывает определенные ограничения на выбор начального приближения из-за отсутствия гарантии глобальной сходимости.

Алгоритм и численный метод решения должны учитывать эти особенности.

Заключение

Таким образом, в результате анализа математических моделей ВЧЕ-разряда пониженного давления в классической постановке (учитывающей потенциал электрического поля, концентрацию электронов и ионов) и с учетом переноса энергии электронами и нагрева нейтральных атомов установлено, что они не дают адекватного описания состояния плазмы в плазмотроне с большим межэлектродным расстоянием. В связи с этим построена математическая модель высокочастотного емкостного разряда пониженного давления, в которой, в отличие от предложенных ранее, учитываются процессы ступенчатой ионизации, передачи энергии от электронов атомам в основном и возбужденном (метастабильном) состояниях, а также влияние метастабильных атомов на распределения заряженных частиц и электронной температуры, поскольку изменение последней оказывает существенное влияние на остальные характеристики плазмы.

Построенная модель характеризуется большим количеством специфических особенностей: наличием областей медленного и быстрого изменения решения как по пространству, так и во времени, сильной нелинейностью и наличием уравнений разного типа (параболических и эллиптических, с параметрической зависимостью от времени). Численные методы решения задачи должны разрабатываться с учетом этих особенностей.

Следует отметить, что предложенная модель актуальна и в случае плазмотронов с небольшим межэлектродным расстоянием, так как позволяет провести более точные расчеты и с различной степенью приближения:

а) при отсутствии физической диффузии;

б) без учета нагрева электронного и атомно-ионного газов (классическая диффузионно-дрейфовая модель);

в) с учетом изменяющихся по пространственной переменной электронной и газовой температур;

г) с учетом процессов нагрева газа и образования возбужденных атомов, процессов ударной и ступенчатой ионизации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 13-01-00908а, 11-01-00864а) и Министерства образования РФ (соглашение № 14.B37.21.1948).

Summary

I.Sh. Abdullin, V.S. Zheltukhin, V.Yu. Chebakova, M.N. Shneider. Modeling of a High-Frequency Capacitive Discharge with a Large Inter-Electrode Distance. I. Statement of the Problem.

We construct a one-dimensional mathematical model of a transient high-frequency low-pressure plasma, which makes it possible to determine the basic characteristics of the plasma in a high-frequency low-pressure capacitive discharge with a large inter-electrode distance and describe the plasma's behavior in the near-electrode regions taking into account the heating of the gas.

Keywords: mathematical modeling, high-frequency low-pressure capacitive discharge, electric field strength, electronic and gas temperature, concentration of electrons, ions.

Литература

1. *Абдуллин И.Ш., Желтухин В.С., Кашапов Н.Ф.* Высокочастотная плазменно-струйная обработка материалов при пониженных давлениях. Теория и практика применения. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2000. – 348 с.

2. *Райзер Ю.П., Шнейдер М.Н., Яценко Н.А.* Высокочастотный емкостный разряд: Физика. Техника эксперимента. Приложения. – М.: Изд-во МФТИ, 1995. – 320 с.
3. *Леонтович М.А.* Вопросы теории плазмы. Выпуск 1. – М.: Госатомиздат, 1963. – 290 с.
4. *Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П.* Математическое моделирование плазмы. – М.: Наука, 1993. – 336 с.
5. *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. – М.: Наука, 1987. – 592 с.
6. *Митчнер М., Кругер Ч.* Частично ионизованные газы. – М.: Мир, 1976. – 496 с.
7. *Фастовский В.Г., Ровинский А.Е., Петровский Ю.В.* Инертные газы. – М.: Атомиздат, 1972. – 352 с.
8. *Лисовский В.А., Харченко Н.Д.* Моделирование зажигания разряда низкого давления в комбинированных электрических полях // Вестн. Харьк. нац. ун-та. Сер. физ.: ядра, частицы, поля. – 2010. – Т. 887, № 1 (45). – С. 81–87.
9. *Ткачев А.Н., Феденев А.А., Яковленко С.И.* Коэффициент Таунсенда, кривая ухода и эффективность формирования пучка убегающих электронов в аргоне // Журн. техн. физики. – 2007. – Т. 77, Вып. 6. – С. 22–27.
10. *Райзер Ю.П., Шнейдер М.Н.* Продольная структура катодных частей тлеющего разряда // Теплофизика высоких температур. – 1991. – Т. 29, Вып. 6 – С. 1041–1052.
11. *Lauro-Taroni L., Turner M.M., Braithwaite N.St.J.* Analysis of the excited argon atoms in the GEC RF reference cell by means of one-dimensional PIC simulations // J. Phys. D: Appl. Phys. – 2004. – V. 37, No 16. – P. 2216–2222.
12. *Lymberopoulos D.P., Economou D.J.* Fluid simulations of glow discharges: Effect of metastable atoms in argon // J. Appl. Phys. – 1993. – V. 73, No 8. – P. 3668–3679.
13. *Байсова Б.Т., Струнин В.И., Струнина Н.Н., Худайбергенов Г.Ж.* Абсолютные заселенности метастабильных состояний аргона в плазме высокочастотного разряда // Журн. техн. физики. – 2003. – Т. 73, Вып. 8. – С. 30–33.
14. *Дятко Н.А., Ионих Ю.З., Мещанов А.В., Напартович А.П.* Исследование «темной фазы» на стадии развития положительного столба тлеющего разряда в аргоне // Физика плазмы. – 2005. – Т. 31, № 10. – С. 939–953.
15. *Смирнов Б.М.* Возбужденные атомы. – М.: Энергоиздат, 1982. – 232 с.

Поступила в редакцию
03.04.13

Абдуллин Ильдар Шаукатович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой плазмо-химических и нано-технологий высокомолекулярных материалов, Казанский национальный исследовательский технологический университет, г. Казань, Россия.

E-mail: *abdullin_i@kstu.ru*

Желтухин Виктор Семенович – доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой математической статистики, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия.

E-mail: *vzheltukhin@gmail.com*

Чебакова Виолетта Юрьевна – ассистент кафедры математической статистики, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия.

E-mail: *vchebakova@mail.ru*

Шнейдер Михаил Наумович – доктор физико-математических наук, профессор-исследователь, Принстонский университет, г. Принстон, США.

E-mail: *shneyder@princeton.edu*