УДК 530.145

ВРЕМЯ ЖИЗНИ НЕЙТРАЛЬНОГО ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОГО ВАКУУМА В ПРИСУТСТВИИ СВЕРХКРИТИЧЕСКОГО КУЛОНОВСКОГО ПОЛЯ

Р.Х. Гайнутдинов, А.А. Мутыгуллина, А.С. Петрова

Аннотация

Рассмотрено взаимодействие сверхкритического ядра с электрон-позитронным вакуумом. Для нахождения энергии этого взаимодействия использовано обобщенное динамическое уравнение. Выведено уравнение, позволяющее определить время жизни нейтрального вакуума в сверхкритическом поле.

Ключевые слова: нестабильный вакуум, сверхтяжелые ядра, поляризация вакуума, время жизни стабильного вакуума, сверхкритические поля.

Введение

Описание позитронных спектров, наблюдаемых при столкновении очень тяжелых ионов, до сих пор остается сложной физической проблемой, суть которой подробно изложена в [1]. Предполагается, что при столкновениях ионов с суммарным зарядом $Z > 173$ должна происходить генерация позитронов, обусловленная «погружением» вакантной K-оболочки в «море» Дирака. В стандартных экспериментах ($Z < 173$) основными механизмами рождения позитронов являются процессы внутренней конверсии и сильные переменные электромагнитные поля, а распределение позитронов по энергиям представляет собой непрерывный спектр шириной порядка 1 МэВ. Предполагается, что при $Z > 173$ должен дополнительно включаться механизм так называемой «спонтанной» эмиссии позитронов, обусловленной погружением K-оболочки, что приводит к появлению на фоне непрерывного спектра резких узких линий шириной порядка нескольких килоэлектронвольт. В первых экспериментах такого рода, проведенных на ускорителе тяжелых ионов в г. Дармштадте (Германия) [2], узкие линии действительно были обнаружены. Однако эти результаты не нашли подтверждения в ходе последующих, более точных, экспериментов, поставленных в Аргоннской национальной лаборатории (США) [3], и на данный момент происхождение узких пиков в энергетическом спектре позитронов, наблюдаемых при столкновениях тяжелых ионов, объясняется, как правило, погрешностью приборов и различными флуктуациями. И все же однозначное решение вопроса о возможности спонтанной эмиссии является принципиальным для физики и сопряжено с такими важными физическими задачами, как описание состояния электронного вакуума в присутствии сильных электромагнитных полей, нахождение времени жизни стабильного вакуума, определение островов стабильности для сверхтяжелых элементов и т. д. Существующие методы решения этой проблемы базируются на уравнении Дирака и потому не вполне удовлетворительны. Теория Дирака успешно применяется для решения многих задач, однако она не совсем верно принимает в расчёт взаимодействие с вакуумом, то есть рождение и уничтожение частиц. Именно рождение виртуальной электрон-позитронной пары с последующим захватом электрона в реальное связанное состояние на K-оболочке сверхкритического ядра является базовым процессом, приводящим к спонтанному излучению позитронов. Важной характеристикой является время жизни τ нейтрального электрон-позитронного вакуума в поле сверхкритического ядра, поскольку оно однозначно определяет ширину линии Γ в позитронном энергетическом спектре ($\Gamma = \hbar/\tau$). Кроме того, величина времени распада электронного вакуума в поле сверхкритического ядра имеет решающее значение в вопросе о принципиальной возможности наблюдения этого процесса в эксперименте по столкновению тяжелых ионов. В настоящей работе проблема рассматривается с точки зрения формализма обобщенной квантовой динамики (ОКД) [4], позволяющего последовательно описывать взаимодействие сверхкритического ядра с вакуумом. Показывается, что оценка времени жизни $\tau = 10^{-19}$ с, полученная на основе решения уравнения Дирака, не совсем корректна. Значение τ, полученное в рамках ОКД, имеет порядок 10^{-21} с, что существенно лучше согласуется с предсказаниями ядерной физики [5], которая оценивает время жизни сверхкритического ядра $\tau_{\text{nuclear}} \sim 10^{-21}$ с.

1. Спонтанная эмиссия позитронов и уравнение Дирака

Поляризация вакуума связана с возможностью рождения частиц всех сортов – электрон-позитронных, мюон-антимюонных пар и т. д. Однако в первом приближении каждый тип частиц вносит вклад, обратно пропорциональный квадрату массы частицы, так что фактически к наблюдаемым эффектам приводят только электрон-позитронные пары. Если говорить о поляризации вакуума в кулоновском поле ядра, необходимо отметить следующее. Голое ядро, взаимодействуя с фоном, окружается виртуальным облаком электрон-позитронных пар. На больших расстояниях проявляется действие перенормированного заряда Ze, тогда как на расстояниях, меньших $\hbar/m_e c^2$ (m_e – масса покоя электрона), эффективный заряд оказывается бóльшим Ze, и наблюдается отклонение от закона Кулона. Заряд ядра в сверхкритических атомах настолько велик, что энергия связи основного электронного уровня по модулю превышает энергию рождения электрон-позитронной пары. Физически это означает возможность рождения реальных пар: электроны из виртуального облака пар могут захватываться в связанное состояние, приобретая при этом огромную отрицательную энергию, оставшийся позитрон удаляется на бесконечность, испытывая отталкивающий потенциал ядра. Таким образом, происходит рождение реальных частиц. Этот процесс возможен, так как он не противоречит закону сохранения энергии

$$E_{\text{св}} = -2m_e - E_{\text{п}}, \tag{1}$$

где $E_{\text{св}}$ – энергия электрона в $1s$-состоянии, $E_{\text{п}}$ – кинетическая энергия свободного позитрона, $2m_e$ – энергия покоя электрон-позитронной пары (в естественных единицах). В общем случае происходит рождение двух пар, электроны которых занимают два возможных спиновых состояния основного уровня. В результате рождения реальной пары электростатическое поле вблизи ядра понижается, энергии E_n оставшихся незанятых уровней по модулю не превосходят $2m_e$, и дальнейшее рождение реальных пар становится невозможным. Как показано в [1], критический заряд составляет $Z_{\text{cr}} = 173$ (при этом константа связи $Z\alpha > 1$). На больших расстояниях система «ядро + 2 вакуумных электрона» ведет себя как система с эффективным зарядом $Z_{\text{eff}} = Z_{\text{cr}} - 2 = 137$, то есть квантовая электродинамика (КЭД) не допускает существования голого ядра с зарядом выше критического. Получившееся состояние представляет собой заряженный вакуум, характеризующийся наличием двух заряженных электронов и стабильный в силу принципа

Паули. Ядра с таким зарядом можно создавать в ускорителях путем столкновения ионов очень тяжелых элементов, например ядер урана ($^{238}_{92}\mathrm{U} + {}^{238}_{92}\mathrm{U}$). В рамках стандартного подхода к решению задачи о нахождении энергетического распределения связанного состояния в поле сверхкритического ядра вектор погруженного одноэлектронного состояния $|\psi_E(\mathbf{x})\rangle$ раскладывается по собственным векторам гамильтониана Дирака $H_{\mathrm{cr}} = i\gamma^\mu(\partial/\partial x_\mu) + m + V(Z_{\mathrm{cr}})$, включающего кулоновский потенциал критического ядра $V(Z_{\mathrm{cr}})$ [1]

$$\psi_E(\mathbf{x}) = a_{1s}(E)\psi_{1s}^{(\mathrm{cr})}(\mathbf{x}) + \int\limits_{-\infty}^{-mc^2} h_{E'}(E)\varphi_{E'}^{(\mathrm{cr})}(\mathbf{x})\,dE', \tag{2}$$

где $H_{\mathrm{cr}}|\psi_n^{(\mathrm{cr})}\rangle = E_n|\psi_n^{(\mathrm{cr})}\rangle$ – состояния дискретного спектра ($E_n \in (-m, m)$), нормированные на единицу; $H_{\mathrm{cr}}|\varphi_{E'}^{(\mathrm{cr})}\rangle = E|\varphi_{E'}^{(\mathrm{cr})}\rangle$ – состояния непрерывного спектра ($E < -m$), нормированные на дельта-функцию Дирака. Было показано, что коэффициент $a_{1s}(E)$, определяющий вероятность обнаружить электрон в $1s$-состоянии $|\psi_{1s}^{(\mathrm{cr})}\rangle$, представляет собой брейт-вигнеровское энергетическое распределение шириной Γ в несколько кэВ и с максимумом вблизи энергии $E_{\mathrm{res}} = E_{1s} + \langle\psi_{1s}^{(\mathrm{cr})}|V(Z')|\psi_{1s}^{(\mathrm{cr})}\rangle$, где $V(Z') = V(Z) - V(Z_{\mathrm{cr}})$. Согласно теореме Фока–Крылова [6] отсюда следует, что рассматриваемое состояние $\psi_E(\mathbf{x})$ является нестабильным и имеет время жизни $\tau = \hbar/\Gamma \sim 10^{-19}$ с. В [1] нестабильность одноэлектронного уровня отождествляется с нестабильностью вакуума и делается вывод о том, что время $\tau = 10^{-19}$ с является временем рождения из вакуума электрон-позитронной пары. Однако обоснованность такого переноса свойств одноэлектронного состояния на состояние вакуума весьма сомнительна. Во-первых, потому что уравнение Дирака включает электроны и виртуальные электрон-позитронные пары и не описывает состояние вакуума. Во-вторых, если погруженный уровень уже занят, как это предполагается при выводе (2), то рождение пар из вакуума запрещено принципом Паули, и энергетическое распределение характеризует именно одноэлектронное состояние.

2. Подход обобщенной квантовой динамики

В нашем подходе к исследованию эффектов поляризации вакуума в интенсивных полях мы используем обобщенное динамическое уравнение (ОДУ) [4], которое было выведено как прямое следствие первых принципов квантовой физики. Это уравнение формулируется в терминах оператора $\widetilde{S}(t_2, t_1)$, описывающего вклады в оператор эволюции от процессов, в которых взаимодействие начинается в момент времени t_1 и заканчивается в момент времени t_2:

$$(t_2 - t_1)\widetilde{S}(t_2, t_1) = \int\limits_{t_1}^{t_2} dt_4 \int\limits_{t_1}^{t_4} dt_3\,(t_4 - t_3)\widetilde{S}(t_2, t_4)\widetilde{S}(t_3, t_1). \tag{3}$$

ОДУ позволяет получить операторы $\widetilde{S}(t_2, t_1)$ для любых времен t_1 и t_2, если известны вклады от процессов с бесконечно малой длительностью взаимодействия $t_2 - t_1$. В пределе при $t_2 \to t_1$ наибольший вклад в оператор эволюции дают процессы, связанные с фундаментальным взаимодействием в системе. Обозначив эти вклады $H_{\mathrm{int}}(t_2, t_1)$, получим граничное условие для ОДУ

$$\widetilde{S}(t_2, t_1) \underset{t_2 \to t_1}{\longrightarrow} H_{\mathrm{int}}(t_2, t_1). \tag{4}$$

ОДУ (3) эквивалентно уравнению Шредингера, когда взаимодействие является мгновенным во времени, то есть когда оператор взаимодействия имеет вид $H_{\text{int}}(t_1, t_2) = -2i\delta(t_2 - t_1)H_I(t_1)$. В то же время ОДУ позволяет обобщить квантовую динамику на случай нелокальных во времени взаимодействий.

В представлении Шредингера оператор эволюции может быть записан в виде [7]

$$U_s(t, 0) = \frac{i}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} dz \exp(-izt) G(z), \tag{5}$$

где

$$G(z) = G_0(z) + G_0(z)T(z)G_0(z). \tag{6}$$

Здесь $G_0(z) = (z - H_0)^{-1}$, H_0 – свободный гамильтониан, оператор $T(z)$ определяется следующим образом:

$$T(z) = i \int\limits_0^{\infty} d\tau \exp(-iz\tau) \widetilde{T}(\tau), \tag{7}$$

где $\widetilde{T}(t_2 - t_1) = \exp(-iH_0 t_2)\widetilde{S}(t_2, t_1)\exp(iH_0 t_1)$. В терминах оператора $T(z)$ ОДУ (3) и граничное условие (4) примут вид [4]

$$\frac{d}{dz} T(z) = -T(z)(G_0(z))^2 T(z), \tag{8}$$

$$T(z) \underset{|z|\to\infty}{\longrightarrow} B(z) \equiv i \int\limits_0^{\infty} d\tau \exp(iz\tau) \widetilde{B}(\tau),$$

где $\widetilde{B}(\tau) = \exp(-iH_0 t_2) H_{\text{int}}(t_2, t_1) \exp(iH_0 t_1)$. Вклад в оператор Грина $G(z)$ от процессов, связанных с самодействием частиц, имеет такую же структуру, как свободный гриновский оператор $G_0(z)$. По этой причине естественно заменить свободный оператор $G_0(z)$ на пропагатор $\widetilde{G}_0(z)$, который описывает эволюцию частиц, взаимодействующих с вакуумом, а следовательно,

$$\widetilde{G}_0(z) = (z - H_0 - C(z))^{-1}. \tag{9}$$

Оператор $C(z)$ определяется уравнением $C(z)|n\rangle = C_n(z)|n\rangle$, где $|n\rangle$ – собственные векторы свободного гамильтониана $H_0|n\rangle = E_n|n\rangle$. Условие $z - E_n - C_n(z) = 0$ определяет физические массы частиц. Соответственно, оператор $T(z)$ необходимо заменить оператором $M(z)$, описывающим взаимное действие частиц. Эти операторы связаны соотношением [8]

$$G_0(z) + G_0(z)T(z)G_0 = \widetilde{G}_0(z) + \widetilde{G}_0(z)M(z)\widetilde{G}_0,$$

используя которое, можно переписать ОДУ (8) в терминах операторов $M(z)$ и $C_n(z)$

$$\frac{d}{dz}\langle n_2|M(z)|n_1\rangle = -\langle n_2|D_r(z)|n_1\rangle - \\ - \langle n_2|M(z)|n_1\rangle \Big(\langle n_1|D_\delta(z)|n_1\rangle + \langle n_2|D_\delta(z)|n_2\rangle \Big), \tag{10}$$

$$\frac{d}{dz} C_n(z) = -\langle n|D_\delta(z)|n\rangle, \tag{11}$$

где $\langle n_1|D_\delta(z)|n_1\rangle$ и $\langle n_2|D_r(z)|n_1\rangle$ связаны с $M(z)$ и $\widetilde{G}_0(z)$ соотношениями [9]

$$\langle n_2|D(z)|n_1\rangle = \langle n_2|n_1\rangle\langle n_1|D_\delta(z)|n_1\rangle + \langle n_2|D_r(z)|n_1\rangle, \tag{12}$$

$$D(z) = M(z)\widetilde{G}_0^2(z)M(z). \tag{13}$$

Первый член в правой части выражения (12) содержит множитель $\langle n_2|n_1\rangle$ и описывает сингулярную часть $\langle n_2|D(z)|n_1\rangle$. Граничные условия для уравнений (10), (11) имеют вид

$$\langle n_2|M(z)|n_1\rangle = \langle n_2|B_r(z)|n_1\rangle, \tag{14}$$

$$C_n(z) \xrightarrow[|z|\to\infty]{} \langle n_2|B_\delta(z)|n_2\rangle, \tag{15}$$

где $B_\delta(z)$ и $B_r(z)$ описывают соответственно сингулярную и регулярную части оператора взаимодействия

$$\langle n_2|B(z)|n_1\rangle = \langle n_2|n_1\rangle\langle n_2|B_\delta(z)|n_1\rangle + \langle n_2|B_r(z)|n_1\rangle. \tag{16}$$

Здесь $B_r(z)$ – регулярная часть оператора взаимодействия, описывающая взаимодействие между частицами, а $B_\delta(z)$ – сингулярная часть оператора взаимодействия, описывающая их самодействие.

3. Время жизни нейтрального вакуума в сверхкритическом поле

В [10] было проведено рассмотрение погруженного уровня в рамках ОКД. Решение ОДУ (11) для состояния одного электрона в поле сверхкритического ядра было рассмотрено в [11]. Было показано, что в лидирующем порядке (разложение по малому параметру $\lambda = (Z - Z_{\rm cr})/Z_{\rm cr}$) энергетическое распределение основного электронного уровня является брейт-вигнеровским, что совпадает с решением, полученным в [1]. Однако более точное решение, полученное в следующем порядке, имеет отклонение от брейт-вигнеровского распределения (порядка 1%). Отметим еще раз, что эти выводы относятся именно к связанному состоянию электрона в поле ядра и не затрагивают эволюцию вакуумного состояния.

В [11] также был предложен способ вычисления поправок на поляризацию вакуума для связанного состояния, учитывающий тот факт, что это состояние является энергетическим распределением. Для описания процесса рождения электрон-позитронной пары из вакуума необходимо рассмотреть эволюцию состояния электрон-позитронного вакуума в поле сверхкритического ядра. Обозначим это состояние как $|E_N, \mathbf{q}\rangle$, подразумевая под E_N полную энергию ядра, а под $\mathbf{q}$ – трехмерный импульс кулоновского фотона. Эволюция описывается оператором Грина

$$\langle E_N, \mathbf{q}|\widetilde{G}_0^{(\rm cr)}(z)|E_N, \mathbf{q}\rangle = \frac{1}{z - C_N(z)}, \tag{17}$$

где энергия голого ядра принята за начало отсчета. Поправка $C_N(z) = \langle E_N, \mathbf{q}|C(z)|E_N, \mathbf{q}\rangle$ характеризует энергию взаимодействия ядра с электрон-позитронным вакуумом и подчиняется ОДУ (11). Под взаимодействием с вакуумом подразумеваются в первую очередь вакуум-поляризационные эффекты, которые с точностью до $Z\alpha^2$ сводятся к распаду кулоновского фотона на электрон-позитронную пару. В случае обычных атомов эти эффекты описываются однопетлевой диаграммой, включающей виртуальные частицы, и приводят к поправке к энергии связанного состояния, называемой поправкой Юлинга. В специфическом случае сверхкритического ядра именно этот эффект играет ключевую роль, так как существует вероятность перехода виртуального электрона в реальное связанное состояние $|\psi_E(\mathbf{x})\rangle$, что фактически означает рождение реальной пары из вакуума.

В качестве базиса представления Фарри для оператора Грина, входящего в (11), удобно выбрать векторы состояний, содержащих ядро с энергией E_N, и электрон-позитронную пару. Обозначим это состояние через $|E_N;\mathbf{p}_1,\mathbf{s}_1;\mathbf{p}_2,\mathbf{s}_2\rangle$, где $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{s}_1$ – импульс и спин электрона, находящегося в связанном 1s-состоянии в поле ядра $|\psi_{1s}^{(\mathrm{cr})}(\mathbf{p}_1,\mathbf{s}_1)\rangle$, $\mathbf{p}_2$, $\mathbf{s}_2$ – импульс и спин позитрона в поле ядра. Следовательно, оператор Грина $\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z)$ в этом представлении имеет вид

$$\langle E_N;\mathbf{p}_1,\mathbf{s}_1;\mathbf{p}_2,\mathbf{s}_2|\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z)|E_N;\mathbf{p}_1,\mathbf{s}_1;\mathbf{p}_2,\mathbf{s}_2\rangle = \\ = \sum_{\mathbf{s}_1,\mathbf{s}_2}\int\frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^3}\int\frac{d\mathbf{p}_2}{(2\pi)^3}\frac{1}{z-E_{1s}-E_{\mathbf{p}_2}-C(z-E_{1s}-E_{\mathbf{p}_2})}. \quad (18)$$

Величина $C(z-E_{1s}-E_{\mathbf{p}_2})$ определяет энергию взаимодействия с вакуумом электронов и позитронов в состоянии $|E_N;\mathbf{p}_1,\mathbf{s}_1;\mathbf{p}_2,\mathbf{s}_2\rangle$, содержащем связанный электрон и свободный позитрон. Эта величина с точностью до $Z\alpha^2$ также определяется диаграммой, описывающей процесс рождения пары виртуальным фотоном, с тем отличием, что теперь эта диаграмма описывает рождение пары фотоном с захватом электрона на оставшийся свободный уровень K-оболочки, и спин этого второго электрона фиксирован. Следовательно, если в величину $C_N(z) = \langle E_N,\mathbf{q}|C(z)|E_N,\mathbf{q}\rangle$ дают вклад две вероятные ориентации спина электрона, то в $C(z-E_{1s}-E_{\mathbf{p}_2})$ остается одно слагаемое, а значит, она должна войти с множителем $1/2$. Учитывая это и подставляя (18) в ОДУ (11), получим

$$\frac{dC_N(z)}{dz} = -\sum_{\mathbf{s}_1,\mathbf{s}_2}\int\frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^3}\times \\ \times\int\frac{d\mathbf{p}_2}{(2\pi)^3}\frac{\langle E_N,\mathbf{q}|M(z)|E_N;\mathbf{p}_1,\mathbf{s}_1;\mathbf{p}_2,\mathbf{s}_2\rangle\langle E_N;\mathbf{p}_1,\mathbf{s}_1;\mathbf{p}_2,\mathbf{s}_2|M(z)|E_N,\mathbf{q}\rangle}{\left(z-E_{1s}-E_{\mathbf{p}_2}-\frac{1}{2}C(z-E_{1s}-E_{\mathbf{p}_2})\right)^2}. \quad (19)$$

В первом приближении с точностью до α^2 уравнение (10) для матричных элементов $\langle E_N,\mathbf{q}|M(z)|E_N;\mathbf{p}_1,\mathbf{s}_1;\mathbf{p}_2,\mathbf{s}_2\rangle$ и $\langle E_N;\mathbf{p}_1,\mathbf{s}_1;\mathbf{p}_2,\mathbf{s}_2|M(z)|E_N,\mathbf{q}\rangle$ будет иметь следующее решение:

$$\langle E_N,\mathbf{q}|M(z)|E_N;\mathbf{p}_1,\mathbf{s}_1;\mathbf{p}_2,\mathbf{s}_2\rangle = \langle E_N,\mathbf{q}|H_I|E_N;\mathbf{p}_1,\mathbf{s}_1;\mathbf{p}_2,\mathbf{s}_2\rangle = \\ = -\frac{Ze^2}{\mathbf{q}^2}\overline{\psi}_{1s}^{(\mathrm{cr})}(\mathbf{p}_1,\mathbf{s}_1)\gamma^0\nu(\mathbf{p}_2,\mathbf{s}_2)\delta(\mathbf{q}-\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_2); \quad (20)$$

$$\langle E_N;\mathbf{p}_1,\mathbf{s}_1;\mathbf{p}_2,\mathbf{s}_2|M(z)|E_N,\mathbf{q}\rangle = \langle E_N;\mathbf{p}_1,\mathbf{s}_1;\mathbf{p}_2,\mathbf{s}_2|H_I|E_N,\mathbf{q}\rangle = \\ = -\frac{Ze^2}{\mathbf{q}^2}\overline{\nu}(\mathbf{p}_2,\mathbf{s}_2)\gamma^0\psi_{1s}^{(\mathrm{cr})}(\mathbf{p}_1,\mathbf{s}_1)\delta(\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2-\mathbf{q}), \quad (21)$$

где учтено, что основной вклад в эффект дают кулоновские фотоны. Подставляя это выражение в уравнение (11), получим

$$\frac{dC_N(z)}{dz} = -\int\frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3}\int\frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^3}\int\frac{d\mathbf{p}_2}{(2\pi)^3}\times \\ \times\left(\frac{Ze^2}{\mathbf{q}^2}\right)^2\frac{\sum\limits_{\mathbf{s}_1,\mathbf{s}_2}\overline{\psi}_{1s}^{(\mathrm{cr})}(\mathbf{p}_1,\mathbf{s}_1)\gamma^0\nu(\mathbf{p}_2,\mathbf{s}_2)\overline{\nu}(\mathbf{p}_2,\mathbf{s}_2)\gamma^0\psi_{1s}^{(\mathrm{cr})}(\mathbf{p}_1,\mathbf{s}_1)}{\left(z-E_{1s}-E_{\mathbf{p}_2}-\frac{1}{2}C(z-E_{1s}-E_{\mathbf{p}_2})\right)^2}\delta(\mathbf{q}-\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_2). \quad (22)$$

Уравнение (22) позволяет найти функцию $C_N(z) = \langle E_N, \mathbf{q}|C(z)|E_N, \mathbf{q}\rangle$, которая с точностью до $Z\alpha^2$ описывает энергию взаимодействия голого сверхкритического ядра с электрон-позитронным вакуумом. Эта функция полностью определяет энергетическое распределение состояния $|E_N, \mathbf{q}\rangle$ и позволяет определить время распада вакуума в сверхкритическом поле. Решение уравнения (22) довольно сложно с математической точки зрения, но уже сейчас по виду самого уравнения можно сделать некоторые выводы. Существуют точки, в которых знаменатель уравнения (22) обращается в нуль, а следовательно, функция $C_N(z)$ будет иметь мнимую и действительную части: $C_N(z) = E + i(\Gamma/2)$. Это означает, что оператор Грина (17) имеет вид

$$\langle E_N, \mathbf{q}|\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z)|E_N, \mathbf{q}\rangle = \frac{1}{z - E - i(\Gamma/2)}$$

и описывает нестабильное состояние с шириной Γ.

Размерный анализ показывает, что функция $C_N(z)$, являющаяся решением уравнения (22), будет иметь тот же порядок, что и энергия покоя электрона: $C_N(z) \sim m_e$, что соответствует времени жизни нестабильного состояния $\tau = \hbar/\Gamma \sim \sim 10^{-21}$ с. Это означает, что нет необходимости заниматься поиском дополнительных специфических механизмов, удерживающих ядра вместе на время 10^{-19} с. Это означает также существенное уширение позитронных линий по сравнению со значением, полученным в [1].

Заключение

В рамках формализма ОКД рассмотрено взаимодействие сверхкритического ядра с электрон-позитронным вакуумом и записано уравнение для энергии этого взаимодействия, описываемой функцией $C_N(z)$. Преимущество используемого подхода заключается в том, что он допускает последовательный учет вакуум-поляризационных эффектов, что невозможно в рамках подхода, основанного на решении уравнения Дирака. Размерный анализ уравнения (22) приводит к выводу о том, что рассматриваемая энергия по порядку величины будет соответствовать энергии покоя электрона. Кроме того, наличие у функции $C_N(z)$ мнимой части означает, что состояние нейтрального электрон-позитронного вакуума в сверхкритическом поле является нестабильным и распадается в течение некоторого времени $\tau \sim 10^{-21}$ с. Это значение оказывается на два порядка меньше времени жизни, полученного в рамках стандартного подхода к решению проблемы. Полученное нами значение, в свою очередь, лучше согласуется с выводами ядерной физики о том, что время жизни сверхкритического ядра не превышает 10^{-21} с. Таким образом, показана принципиальная возможность наблюдения спонтанной эмиссии позитронов в экспериментах по столкновению очень тяжелых ионов.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ (НШ-5289.2010.2) и Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (ГК № 02.740.11.0428).

Summary

R.Kh. Gainutdinov, A.A. Mutygullina, A.S. Petrova. The Lifetime of a Neutral Electron-Positron Vacuum in the Presence of a Supercritical Coulomb Field.

The paper deals with the interaction of a supercritical nucleus with an electron-positron vacuum. The generalized dynamic equation is used to find the energy of this interaction.

An equation is derived which allows one to determine the lifetime of a neutral electron-positron vacuum in the presence of a supercritical Coulomb field.

Keywords: unstable vacuum, superheavy nuclei, vacuum polarization, lifetime of a stable vacuum.

Литература

1. *Greiner W., Müller B., Rafelski J.* Quantum Electrodynamics of strong field. – Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 1985. – 594 p.

2. *Schweppe J., Gruppe A., Bethge K., Bokemeyer H., Cowan T., Folger H., Greenberg J.S., Grein H., Ito S., Schule R., Schwalm D., Stiebing K.E., Trautmann N., Vincent P., Waldschmidt M.* Observation of a peak structure in positron spectra from U + Cm collisions // Phys. Rev. Lett. – 1983. – V. 51, No 25. – P. 2261–2264.

3. *Ahmad I., Austin Sam.M., Back B.B., Betts R.R., Calaprice F.P., Chan K.C., Chishti A., Conner C.M., Dunford R.W., Fox J.D., Freedman S.J., Freer M., Gazes S.B., Hallin A.L., Happ Th., Henderson D., Kaloskamis N.I., Kashy E., Kutschera W., Last J., Lister C.J., Liu M., Maier M.R., Mercer D.M., Mikolas D., Perera P.A., Rhein M.D., Roa D.E., Schiffer J.P., Trainor T.A., Wilt P., Winfield J.S., Wolanski M., Wolfs F.L., Wuosmaa A.H., Young A.R., Yurkon J.E.* Positron-electron pairs produced in heavy-ion collisions // Phys. Rev. C. – 1999. – V. 60, No 6. – P. 064601-1–064601-14.

4. *Gainutdinov R.Kh.* Nonlocal interactions and quantum dynamics // J. Phys. A: Math. Gen. – 1999. – V. 32, No 30. – P. 5657–5677.

5. *Backe H., Senger P., Bonin W., Kankeleit E., Kramer M., Krieg R., Metag V., Trautmann N., Wilhelmy J.B.* Estimates of the nuclear time delay in dissipative U + U and U + Cm collisions derived from the shape of positron and δ-ray spectra // Phys. Rev. Lett. – 1983. – V. 50, No 23. – P. 1838–1841.

6. *Крылов Н.С., Фок В.А.* О двух основных толкованиях соотношения неопределенности для энергии и времени // Журн. эксперим. и теорет. физики. – 1947. – Т. 17, Вып. 2. – P. 93–107.

7. *Gainutdinov R.Kh., Mutygullina A.A.* Nonlocality of the NN interaction in an effective field theory // Phys. Rev. C. – 2002. – V. 66, No 1. – P. 014006-1–014006-13.

8. *Гайнутдинов Р.Х.* Естественное уширение спектральных линий многозарядных ионов и проблема поверхностных расходимостей // Журн. эксперим. и теорет. физики. – 1995. – Т. 108, Вып. 5. – С. 1600–1613.

9. *Gainutdinov R.Kh., Iyudin A.S., Mutygullina A.A.* Description of the polarization effects in the muonic atoms within the framework of generalized quantum dynamics // Proc. SPIE. – 2006. – V. 6181. – P. 618113-1–618113-10.

10. *Гайнутдинов Р.Х., Мутыгуллина А.А., Петрова А.С.* Энергетические распределения электронных связанных состояний в поле сверхтяжелого ядра // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2008. – Т. 150, кн. 2. – С. 104–111.

11. *Гайнутдинов Р.Х., Мутыгуллина А.А., Петрова А.С.* Связанные состояния в суперкритических полях и обобщенная квантовая динамика // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. – 2009. – Т. 151, кн. 1. – С. 74–81.

Поступила в редакцию
21.06.11

Гайнутдинов Ренат Хамитович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры оптики и нанофотоники, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия.

E-mail: *Renat.Gainutdinov@kpfu.ru*

Мутыгуллина Айгуль Ахмадулловна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия.

E-mail: *Aigul.Mutygullina@kpfu.ru*

Петрова Александра Сергеевна – аспирант кафедры оптики и нанофотоники, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия.

E-mail: *Aleksandra.Petrova@kpfu.ru*