

УДК 532.546

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ НЕФТИ В ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТОМ ПЛАСТЕ С ПОДОШВЕННОЙ ВОДОЙ

Р.Н. Дзяшев, В.М. Конюхов, В.В. Михайлов, А.Н. Чекалин

Аннотация

Рассматриваются вопросы численного моделирования двухфазной фильтрации при нестационарном воздействии на трещиновато-пористый пласт, содержащий неньютоновскую нефть и подошвенную воду. На основе анализа результатов вычислительных экспериментов изучены особенности процесса фильтрации, обусловленные обратимым характером разрушения структуры нефти в порах и трещинах при нестационарном режиме работы добывающей скважины.

Ключевые слова: численное моделирование, двухфазная фильтрация, трещиновато-пористый пласт, неньютоновская нефть, подошвенная вода.

Введение

В последние десятилетия в общем объеме добываемой нефти увеличивается доля трудноизвлекаемых запасов углеводородного сырья. К этой категории относятся пласты сложного строения (трещиновато-пористые, пористо-трещиноватые, двуимодальные, слоисто-неоднородные и т. д.). Разработка таких пластов еще более осложняется, если они содержат высоковязкие нефти с неньютоновскими свойствами и подошвенную воду. В этом случае на выбор дебита скважины оказывают влияние два взаимно противоположных фактора. С одной стороны, чем меньше дебит скважины, тем ниже конус воды, поднимающейся от водоносного слоя, тем медленнее она будет обводняться и, следовательно, тем больше будет нефтеотдача пласта. С другой стороны, чем больше дебит скважины, тем больше область, занятая нефтью с разрушенной структурой, имеющей существенно меньшую вязкость (по сравнению с нефтью с неразрушенной структурой), что положительно влияет на весь процесс фильтрации. Кроме того, для трещиновато-пористых пластов целесообразно использовать периодическое воздействие на пласт с достаточно большой амплитудой [1–4]. Поэтому математическое моделирование и численное исследование процесса фильтрации таких жидкостей имеют большое теоретическое и практическое значение (см., например, работы [5–10]).

1. Математическая модель

При фильтрации двухфазной смеси в трещиновато-пористых пластах, содержащих блоки небольшого размера, давление в блоках и трещинах выравнивается практически мгновенно [6, 7]. Поэтому давление в них можно считать одинаковым, а различие фильтрационно-емкостных параметров блоков и трещин будет приводить к перетокам между ними. Обозначим через Q величину суммарного перетока нефти и воды. Фазовые перетоки Q_i ($i = 1$ – вода, $i = 2$ – нефть) зададим

в виде $Q_i = \lambda_i Q$, где λ_i – доля фазы в потоке Q . При фильтрации жидкости из трещин в блоки коэффициенты λ_i определяются подвижностями воды и нефти в трещинах, а из блоков в трещины – их подвижностями в блоках.

Математическая модель двухфазной фильтрации в трещиновато-пористом пласте может быть описана системой уравнений [10]:

$$(\beta + \bar{\beta}) \frac{\partial P}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{V} + \bar{\mathbf{V}}) = 0, \quad \bar{\beta} \frac{\partial P}{\partial t} + \operatorname{div} \bar{\mathbf{V}} = -Q, \quad (1)$$

$$\bar{\mathbf{V}} = -\frac{\bar{K}}{\mu_1} \bar{K}^* (\nabla P + \rho \mathbf{g}), \quad \mathbf{V} = -\frac{K}{\mu_1} K^* (\nabla P + \rho \mathbf{g}), \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{V}_1 + \beta_1^* S \frac{\partial P}{\partial t} + m \frac{\partial S}{\partial t} = \lambda Q, \quad \operatorname{div} \bar{\mathbf{V}}_1 + \bar{\beta}_1^* \bar{S} \frac{\partial P}{\partial t} + \bar{m} \frac{\partial \bar{S}}{\partial t} = -\lambda Q, \quad (3)$$

$$\mathbf{V}_1 = f \mathbf{V} - K \rho_{1-2} \Psi \mathbf{g}, \quad \bar{\mathbf{V}}_1 = \bar{f} \cdot \bar{\mathbf{V}} - \bar{K} \rho_{1-2} \bar{\Psi} \mathbf{g}, \quad \lambda = \begin{cases} f(S), & Q \leq 0 \\ \bar{f}(\bar{S}), & Q > 0 \end{cases}, \quad (4)$$

$$\beta = \beta_1^* S + \beta_2^*(1 - S), \quad \bar{\beta} = \bar{\beta}_1^* S + \bar{\beta}_2^*(1 - \bar{S}), \quad \beta_i^* = \beta_c + m\beta_i, \quad \bar{\beta}_i^* = \bar{\beta}_c + \bar{m}\bar{\beta}_i,$$

$$K^* = K_1^* + \mu K_2^*, \quad \bar{K}^* = \bar{K}_1^* + \mu \bar{K}_2^*, \quad f(S) = K_1^*/K^*, \quad \bar{f}(\bar{S}) = \bar{K}_1^*/\bar{K}^*,$$

$$\Psi = f K_2^*/\mu_2, \quad \mu = \mu_1/\mu_2, \quad \rho = \rho_2 + \rho_{1-2} f, \quad \rho_{1-2} = \rho_1 - \rho_2,$$

где чертой сверху обозначены параметры блоков, без черты – трещин; t – время; P, S, \mathbf{V} – давление, водонасыщенность, скорость фильтрации суммарного потока; K, m – абсолютная проницаемость и пористость; $f(S)$ – доля воды в суммарном потоке; $\beta_i^*, K_i^*, \rho_i, \mu_i, \mathbf{V}_i$ – упругоэlasticность среды с i -й фазой, относительная фазовая проницаемость, плотность, вязкость и скорость фильтрации i -й фазы; $\beta_c, \bar{\beta}_c, \beta_i$ – коэффициенты упругоэlasticности трещин, поровой среды блоков и i -й фазы; \mathbf{g} – вектор ускорения силы тяжести.

Фазовые проницаемости \bar{K}_i^* и K_i^* для блоков и трещин существенно различны. Это связано с тем, что в трещинах снижается роль капиллярных сил и (в силу значительной разницы вязкостей нефти и воды) создаются условия вытеснения нефти водой с развитым языкообразованием, что приводит к линейной зависимости фазовых проницаемостей K_i^* от насыщенности:

$$K_1^* = \begin{cases} 0, & 0 \leq S \leq S_*, \\ (S - S_*)/(1 - S_*), & S_* \leq S \leq 1, \end{cases} \quad K_2^* = \begin{cases} 1 - S/S^*, & 0 \leq S \leq S^*, \\ 0, & S^* \leq S \leq 1. \end{cases}$$

Относительные фазовые проницаемости блоков определим обычными кубическими зависимостями

$$\bar{K}_1^* = \begin{cases} 0, & 0 \leq \bar{S} \leq \bar{S}_*, \\ (\bar{S}/\bar{S}_* - 1)^3, & \bar{S}_* \leq \bar{S} \leq 1, \end{cases} \quad \bar{K}_2^* = \begin{cases} ((\bar{S}^* - \bar{S})/(\bar{S}^* - \bar{S}_*))^3, & 0 \leq \bar{S} \leq \bar{S}^*, \\ 0, & \bar{S}^* \leq \bar{S} \leq 1. \end{cases}$$

Характерный вид зависимости [11] обратной величины вязкости $\nu = 1/\mu_2$ нефти от модуля скорости фильтрации $\gamma = |\mathbf{V}|$ для высоковязкой неньютоновской нефти, представленной на рис. 1, может быть описан функцией

$$\nu(\gamma) = \begin{cases} \nu_2 + a\gamma^b e^{-c\gamma}, & \gamma \in (0, \gamma_A), \\ \nu_1, & \gamma > \gamma_A. \end{cases} \quad (5)$$

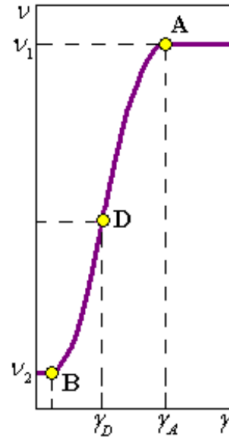


Рис. 1. Зависимость обратной величины ν вязкости нефти от модуля скорости фильтрации γ

Значения параметров $\nu_1 = 1/\mu_2^A$, $\nu_2 = 1/\mu_2^B$, a , b и c определяются из экспериментальных данных по величинам вязкости нефти с разрушенной (μ_2^A) и неразрушенной (μ_2^B) структурами, по координатам γ_D и γ_A точек перегиба и максимума функции $\nu(\gamma)$: $c = \gamma_A/(\gamma_A - \gamma_D)^2$, $b = c\gamma_A$, $a = (\nu_1 - \nu_2)\gamma_A^b \cdot e^{a\gamma_A}$.

В качестве примера рассмотрим двухфазную плоскорадиальную фильтрацию к вертикальной добывающей скважине радиусом R_c в разрезе горизонтального слоистого трещиновато-пористого пласта толщиной H и протяженностью $R_{\text{п}}$, схематично изображенного на рис. 2. Координатная ось Oz направлена вниз по оси скважины, а ось Or – вдоль кровли пласта, $H = \sum_{k=1}^N H_k$, где $H_k = Z_k - Z_{k-1}$ – толщина k -го слоя с границами $z = Z_{k-1}$ и $z = Z_k$. Здесь и в дальнейшем проницаемые участки границ области фильтрации изображаются штриховыми линиями, а непроницаемые – сплошными.

Решение задачи отыскивается в области $D = \{z \in [0, H], r \in [R_c, R_{\text{п}}]\}$ с непроницаемыми кровлей $Z_0 = 0$ и подошвой $Z_N = H$ пласта. На границах Z_k смежных слоев выполняются обычные условия сопряжения – непрерывность давления и нормальной к ней составляющей скорости фильтрации.

В начальный момент времени $t = 0$ все слои пласта, кроме N -го нижнего пропластка, содержат только подвижную нефть и связанную воду. Нижний слой заполнен водой, то есть $S(r, Z, 0) = \bar{S}(r, Z, 0) = 1$ при $r \in [R_c, R_{\text{п}}]$, $Z \in [Z_{N-1}, Z_N]$. Во всей области D задается гидростатическое распределение давления.

Добывающая скважина работает в режиме заданного дебита q

$$q(t) = \int_0^H (V_r|_{r=R_c} + \bar{V}_r|_{r=R_c}) dz, \quad (6)$$

где V_r – нормальная составляющая скорости фильтрации при $r = R_c$. Для единственности решения на этой границе необходимо задать дополнительное условие для давления. Будем полагать, что поток ортогонален к поверхности скважины. В этом случае давление гидростатически распределено вдоль скважины

$$P|_{r=R_c} = P_c + g\rho_{1-2} \int_0^Z \frac{KK_1^* + \overline{KK_1^*}}{KK^* + \overline{KK^*}} \Big|_{r=R_c} dz, \quad (7)$$

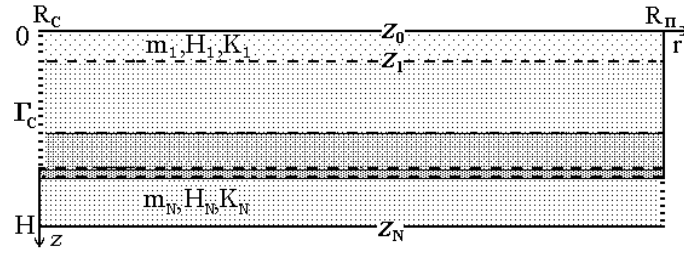


Рис. 2. Вертикальный разрез слоисто-неоднородного пласта

где неизвестная величина P_c определяется с помощью (6) в ходе решения задачи по заданному дебиту q . Условия непроницаемости кровли и подошвы при $z = 0$ и $z = H$ задаются равенствами: $V_{1z} = \bar{V}_{1z} = V_{2z} = \bar{V}_{2z} = 0$.

При моделировании периодического воздействия на пласт зависимость дебита скважины от времени имеет вид:

$$q(t) = \begin{cases} q_0, & 0 < t \leq t_0, \\ q_n, & t_{k-1} < t \leq t_{k-1} + \tau_1, \quad t_k = t_0 + k(\tau_1 + \tau_2), \\ 0, & t_{k-1} + \tau_1 < t \leq t_k, \end{cases} \quad (8)$$

где q_0 – начальный постоянный дебит скважины, q_n – ее дебит в периодическом режиме работы с полупериодом τ_1 , τ_2 – полупериод простоя скважины. На границе пласта при $r = R_n$ граничные условия для давления определяются соотношениями:

$$\frac{\partial P(r, z, t)}{\partial r} \Big|_{r=R_n} = 0, \quad 0 \leq z \leq Z_{N-1}, \quad (9)$$

$$P(r, z, t) \Big|_{r=R_n} = P_n + g\rho_{1-2}(Z - Z_{N-1}), \quad Z_{N-1} \leq z \leq Z_N,$$

где P_n – заданное давление на кровле водоносного слоя. В рассматриваемых задачах вода поступает в пласт на внешнем контуре через этот слой, поэтому для насыщенности при $Z_{N-1} \leq z \leq Z_N$ имеют место условия: $S(R_n, z, t) = \bar{S}(R_n, z, t) = 1$.

2. Численная модель

Область $D = \{Z \in [0, H], r \in [R_c, R_n]\}$ покроем сеткой D_h с равномерным шагом $h_r = (R_n - R_c)/N_r$ по переменной r и с неравномерным шагом по направлению OZ . При этом в каждом слое толщиной H_k шаг по Z возьмем равномерным: $h_k = H_k/N_k$, $k = 1, \dots, N_k$, где N_k – число узлов в слое. С целью улучшения аппроксимации потоков \mathbf{V} , $\bar{\mathbf{V}}$ и \mathbf{V}_i , $\bar{\mathbf{V}}_i$ будем рассматривать сдвинутую на полшага сетку по r и Z . Тогда на границах области D и слоев будут располагаться не узлы сетки D_h , а границы элементарных ячеек $D_{i,k}$. Всего сетка будет содержать $N_r \cdot N_z$ внутренних узлов, где $N_z = \sum_{k=1}^N N_k$. Обозначим через h_τ временной шаг и запишем в области D_h консервативные разностные уравнения, аппроксимирующие уравнения системы (1)–(8) при $i = 1, \dots, N_r$, $k = 1, \dots, N_z$:

$$\Delta V_{i,k}^{t+h_\tau} = r_{i-1/2} h_r h_k \left(\beta_{i,k} P_{t,i,k} - Q_{i,k}^{t+h_\tau} \right), \quad (10)$$

$$\Delta \bar{V}_{i,k}^{t+h_\tau} = r_{i-1/2} h_r h_k \left(\bar{\beta}_{i,k} (P_{t,i,k} + Q_{i,k}^{t+h_\tau}) \right), \quad (11)$$

$$\Lambda V_{1,i,k}^{t+h_\tau} = m r_{i-1/2} h_r h_k \left(J_{t,i,k} + \frac{\beta_{1,i,k}^*}{m} J_{i,k}^{t,t+h_\tau} P_{t,i,k} - \frac{\lambda_{i,k}}{m} Q_{i,k}^{t+h_\tau} \right), \quad (12)$$

$$\Lambda \bar{V}_{1,i,k}^{t+h_\tau} = \bar{m} r_{i-1/2} h_r h_k \left(\bar{J}_{t,i,k} + \frac{\bar{\beta}_{1,i,k}^*}{\bar{m}} \bar{J}_{i,k}^{t,t+h_\tau} P_{t,i,k} + \frac{\lambda_{i,k}}{\bar{m}} Q_{i,k}^{t+h_\tau} \right), \quad (13)$$

$$J_{i,k} = \frac{1}{r_{i-1/2} h_r h_k} \int_{D_{i,k}} S r dr dz, \quad \bar{J}_{i,k} = \frac{1}{r_{i-1/2} h_r h_k} \int_{D_{i,k}} \bar{S} r dr dz, \quad (14)$$

$$V_{i+1/2,k}^{t+h_\tau} = h_k \zeta_i (K K^*)_{i+1/2,k} \left(P_{i+1,k}^{t+h_\tau} - P_{i,k}^{t+h_\tau} \right), \quad (15)$$

$$\bar{V}_{i+1/2,k}^{t+h_\tau} = h_k \zeta_i (\bar{K} \bar{K}^*)_{i+1/2,k} \left(P_{i+1,k}^{t+h_\tau} - P_{i,k}^{t+h_\tau} \right),$$

$$V_{i,k+1/2}^{t+h_\tau} = A_{i,k+1/2} \left\{ \left(P_{i+1,k}^{t+h_\tau} - P_{i,k}^{t+h_\tau} \right) - \gamma_{1-2} (f_{i,k+1} h_{k+1} + f_{i,k} h_k) \right\},$$

$$\bar{V}_{i,k+1/2}^{t+h_\tau} = \bar{A}_{i,k+1/2} \left\{ \left(P_{i+1,k}^{t+h_\tau} - P_{i,k}^{t+h_\tau} \right) - \gamma_{1-2} (\bar{f}_{i,k+1} h_{k+1} + \bar{f}_{i,k} h_k) \right\},$$

$$V_{1,i+1/2,k}^{t+h_\tau} = f_{i+1/2,k} V_{i+1/2,k}^{t+h_\tau}, \quad \bar{V}_{1,i+1/2,k}^{t+h_\tau} = \bar{f}_{i+1/2,k} \bar{V}_{i+1/2,k}^{t+h_\tau}, \quad (16)$$

$$V_{1,i,k+1/2}^{t+h_\tau} = f_{i,k+1/2} V_{i,k+1/2}^{t+h_\tau} - r_{i-1/2} \gamma_{1-2} h_r K_{i,k} \psi_{i,k+1/2},$$

$$\bar{V}_{1,i,k+1/2}^{t+h_\tau} = \bar{f}_{i,k+1/2} \bar{V}_{i,k+1/2}^{t+h_\tau} - r_{i-1/2} \gamma_{1-2} h_r \bar{K}_{i,k} \bar{\psi}_{i,k+1/2},$$

$$\zeta_i = \begin{cases} \ln^{-1} (h_r / (2R_C)), & i - 1/2 = 1/2, \\ \ln^{-1} ((2i + 1) / (2i - 1)), & 1 \leq i < i_0, \\ i, & i > i_0, \end{cases}$$

$$A_{i,k+1/2} = 2r_{i-1/2} h_r \left(h_k / (K_{i,k} K_{i,k}^*) + h_{k+1} / (K_{i,k+1} K_{i,k+1}^*) \right)^{-1},$$

$$\bar{A}_{i,k+1/2} = 2r_{i-1/2} h_r \left(h_k / (\bar{K}_{i,k} \bar{K}_{i,k}^*) + h_{k+1} / (\bar{K}_{i,k+1} \bar{K}_{i,k+1}^*) \right)^{-1},$$

где $y = y^t$ и y^{t+h_τ} – обозначения сеточных функций на временных слоях t и $t+h_\tau$, $y_t = (y^{t+h_\tau} - y)/h_\tau$ и $\Lambda y_{i,k} = y_{i+1/2,k} - y_{i-1/2,k} + y_{i,k+1/2} - y_{i,k-1/2}$ – разностные аналоги производной по времени и оператора дивергенции, ζ_i – поправочные коэффициенты [12], учитывающие логарифмический характер распределения в окрестности скважины при аппроксимации потоков $V_{i+1/2,k}^{t+h_\tau}$ и $\bar{V}_{i+1/2,k}^{t+h_\tau}$. При вычислении величин $K_{i+1/2,k}^*$ и $\bar{K}_{i+1/2,k}^*$ используются соответственно значения $S_{i+1/2,k} = 0.5 (J_{i+1,k} + J_{i,k})$ и $\bar{S}_{i+1/2,k} = 0.5 (\bar{J}_{i+1,k} + \bar{J}_{i,k})$.

Уравнения переноса (12), (13) используются для определения водонасыщенностей S и \bar{S} . При этом вводятся их среднеинтегральные значения (14) в элементарных ячейках. Для нахождения потоков (16) воды через границы элементарных ячеек необходимо вычислить значения функций S , \bar{S} в полуузлах сетки по их среднеинтегральным значениям $J_{i,k}$, $\bar{J}_{i,k}$. Точность разностных схемы для уравнений переноса существенно зависит от того, как находятся эти значения.

В трещинах насыщенность изменяется значительно быстрее, чем в блоках, в силу меньшей пористости, более высокой проницаемости и линейной зависимости относительных фазовых проницаемостей K_i^* , \bar{K}_i^* от насыщенности. Поэтому методы вычисления насыщенности в блоках и трещинах различны.

Значения водонасыщенности блоков в полуузлах определяются в рамках подхода [13] с учетом конечности скорости фронта вытеснения нефти водой с использованием дробно-линейной интерполяции среднеинтегральных значений $\bar{J}_{i,k}$. Например, при $V_{i+1/2,k} < 0$ для горизонтального потока жидкости на границе $\Gamma_{i+1/2,k}$,

направленного из ячейки $D_{i+1,k}$ в ячейку $D_{i,k}$, расчетные формулы для насыщенности имеют вид:

$$\bar{S}_{i+1/2,k} = \begin{cases} \bar{S}^*, & \bar{S}^* - \bar{\varepsilon}^* \leq \bar{J}_{i,k}, \\ \bar{F}, \quad \bar{F} \in [\bar{J}_{i+1,k}, \bar{J}_{i,k}], & \bar{S}_* + \bar{\varepsilon}_* \leq \bar{J}_{i,k} < \bar{S}^* - \bar{\varepsilon}^*, \\ \bar{J}_{i,k}, \quad \bar{F} \notin [\bar{J}_{i+1,k}, \bar{J}_{i,k}], & \bar{S}_* + \bar{\varepsilon}_* \leq \bar{J}_{i,k} < \bar{S}^* - \bar{\varepsilon}^*, \\ \bar{S}_*, & \bar{J}_{i,k} \leq \bar{S}^* + \bar{\varepsilon}_*, \end{cases} \quad (17)$$

$$\bar{F} = \begin{cases} 0.5 (\bar{J}_{i-1,k} + \bar{J}_{i,k}) \bar{J}_{i,k} / \bar{J}_{i-1,k}, & \bar{J}_{i-1,k} \geq \bar{J}_{i,k}, \\ 0.5 \left(1 + \bar{J}_{i,k} - (1 - \bar{J}_{i,k})^2 / (1 - \bar{J}_{i-1,k}) \right), & \bar{J}_{i-1,k} < \bar{J}_{i,k}, \end{cases}$$

где $\bar{\varepsilon}^*$, $\bar{\varepsilon}_*$ – малые величины, первая из которых не превышает предполагаемой погрешности вычисления $\bar{S}_{i,k}$, а вторая составляет не больше двух третей амплитуды скачка насыщенности. Аналогичным образом записываются соотношения при $V_{i+1/2,k} > 0$.

В вертикальном направлении абсолютная проницаемость имеет разрывы на границах слоев. В этом случае значения $\bar{S}_{i,k+1/2}$ вычисляются по схеме «против потока»:

$$\bar{S}_{i,k+1/2} = \begin{cases} \bar{S}_{i,k+1}, & \bar{V}_{i,k+1/2} > 0, \\ \bar{S}_{i,k}, & \bar{V}_{i,k+1/2} < 0. \end{cases}$$

Для определения значений насыщенности в трещинах по направлению переменной r используется формула

$$S_{i+0.5,k} = \begin{cases} S_*, & J_{i,k} \leq S_* + \varepsilon_*, \\ J_{i,k}, & S_* + \varepsilon_* < J_{i,k} < S^* - \varepsilon^*, \\ S^*, & J_{i,k} \geq S^* - \varepsilon^*, \end{cases} \quad (18)$$

в которой ε_* и ε^* – малые величины, характеризующие погрешность вычисления насыщенности в трещинах.

Принципиальным моментом расчета является правильный выбор значений насыщенности, при которых следует вычислять вертикальный поток $V_{1,i,k+1/2}^{t+h_\tau}$ воды. Схема с аппроксимацией «против потока» предписывает брать значения насыщенности из той ячейки, из которой вытекает водяная фаза. Однако здесь не только возникает неопределенность в выборе значения насыщенности на границе ячейки, когда $V_{1,i,k+1/2}^{t+h_\tau}$ имеет разные знаки при значениях S в соседних ячейках, но и само определение потока $V_{1,i,k+1/2}^{t+h_\tau}$ по значениям $J_{1,i,k\mp 1}$ может оказаться ошибочным. Кроме того, необходимо учитывать, что из-за наличия силы тяжести насыщенность S имеет скачок на границах разрыва абсолютной проницаемости. Поэтому для вычисления потока $V_{1,i,k+1/2}^{t+h_\tau}$ используются формулы, полученные численно-аналитическим методом [14, 15] с учетом характерных особенностей решения задачи:

$$V_{1,i,k+1/2}^{t+h_\tau} = \begin{cases} \min(V_{1,i,k}^{t+h_\tau}, V_1^{(m)}) & , & J_{i,k+1} < S^{(m)} & , & J_{i,k} < S^{(m)}, \\ \min(V_{1,i,k+1}^{t+h_\tau}, V_1^{(m)}) & , & J_{i,k+1} > S^{(m)} & , & J_{i,k} > S^{(m)}, \\ V_1^{(m)} & , & J_{i,k+1} < S^{(m)} & , & J_{i,k} > S^{(m)}, \\ \min(V_{1,i,k}^{t+h_\tau}, V_{1,i,k+1}^{t+h_\tau}) & , & J_{i,k+1} > S^{(m)} & , & J_{i,k} < S^{(m)}, \end{cases} \quad (19)$$

где $S^{(m)} = \max \{S_*; \min \{E, S^*\}\}$,

$$E = S_* + (S^* - S_*) \left[-\mu/(1 - \mu) + \sqrt{(\mu/(1 - \mu))^2 + \mu/(1 - \mu)(1 - V_{i,k+1/2}^{t+h_\tau}/A^{(m)})} \right],$$

$$A^{(m)} = r_{i-1/2} \gamma_{1-2} h_r \min \{K_{i,k}, K_{i,k+1}\}, V_1^{(m)} = f \left(S^{(m)} \right) V_{i,k+1/2}^{t+h_\tau} - A^{(m)} \psi \left(S^{(m)} \right).$$

3. Алгоритм решения задачи

Расчет на временном слое $t + h_\tau$ начинается с построения матрицы алгебраической системы уравнений для нахождения давления, полученных суммированием уравнений (10) и (11) с учетом соотношений (15). Элементы этой матрицы вычисляются по известным значениям $P_{i,k}$, $S_{i,k}$, $\bar{S}_{i,k}$ в момент времени t . Затем итерационным методом [14] определяется поле давления $P_{i,k}^{t+h_\tau}$. По найденным значениям $P_{i,k}^{t+h_\tau}$ рассчитываются потоки \mathbf{V}^{t+h_τ} и $\bar{\mathbf{V}}^{t+h_\tau}$ (15) двухфазной смеси в трещинах и блоках, а из разностного уравнения (10) – суммарный переток $Q_{i,k}^{t+h_\tau}$. Далее по формулам (16)–(19) находят скорости $\mathbf{V}_1^{t+h_\tau}$ и $\bar{\mathbf{V}}_1^{t+h_\tau}$ фильтрации воды в трещинах и блоках через границы элементарных ячеек $D_{i,k}$, а по явным схемам (12), (13) – среднеинтегральные значения водонасыщенностей $J_{i,k}^{t+h_\tau}$ и $\bar{J}_{i,k}^{t+h_\tau}$. По вычисленным значениям компонент скоростей \mathbf{V}^{t+h_τ} и $\bar{\mathbf{V}}^{t+h_\tau}$ в узлах сетки с учетом формулы (5) определяются величины вязкости нефти в трещинах и блоках. После вычисления давления и водонасыщенности рассчитываются все необходимые характеристики разработки (обводненность скважины, количество добытой нефти, текущая нефтеотдача пласта и т. д.) и производится балансовый контроль по каждой фазе.

На основе построенных алгоритмов разработан пакет программ для расчета процесса двухфазной плоскорадиальной фильтрации неньютоновской нефти в вертикальном разрезе горизонтального слоистого трещиновато-пористого пласта при наличии в нем подошвенной воды. С помощью этого пакета проведены многовариантные вычислительные эксперименты.

4. Результаты исследований

Особенности изучаемого процесса демонстрируются на примере, типичном для условий разработки 303-й залежи Протвинского горизонта Республики Татарстан. Фильтрационно-емкостные характеристики пласта, состоящего из пяти слоев, приведены в табл. 1. Параметры фаз соответствуют данным по вертикальной добывающей скважине №38234, работающей в режиме заданного суммарного дебита q и вскрывающей три верхних пропластка: $\rho_1 = 1000$ кг/м³, $\rho_2 = 800$ кг/м³, $\mu_1 = 1$ мПа·с, $\mu_2^A = 20$ мПа·с, $\mu_2^B = 100$ мПа·с, $\gamma_A = 0.02$ м/сут, $\gamma_D = 0.01$ м/сут, $\beta_1 = 2.8 \cdot 10^{-4}$ МПа⁻¹, $\beta_2 = 6 \cdot 10^{-4}$ МПа⁻¹, $\beta_c = \bar{\beta}_c = 1.5 \cdot 10^{-4}$ МПа⁻¹. В начальный момент времени $t = 0$: $S(r, z, 0) = S_{*i}$, $\bar{S}(r, z, 0) = \bar{S}_{*i}$, $i = 1, \dots, 5$.

Рассмотрим сначала результаты вычислительных экспериментов по изучению режимов работы скважины с постоянным дебитом q . На рис. 3 приведена зависимость объема Q_2 (м³) извлеченной из пласта нефти от величины дебита q (м³/сут) скважины для двух значений суммарного количества $Q_{ж}$ (м³) жидкости, добытой из пласта. Нетрудно видеть, что эта зависимость является немонотонной. Как и следовало ожидать, наибольший отбор нефти из пласта имеет место при малых дебитах. Наименьшее значение Q_2 достигается в окрестности $q = 100$ м³/сут. Рост функции $Q_2(q)$ при $q > 100$ м³/сут обусловлен тем, что положительный фактор – увеличение размера области D_p фильтрации с разрушенной структурой нефти –

Табл. 1

Параметры слоев пятислойного трещиновато-пористого пласта

№	$H_i, \text{м}$	m_i	\bar{m}_i	$K_i, \text{мкм}^2$	$\bar{K}_i, \text{мкм}^2$	S_{*i}	\bar{S}_{*i}	S_i^*	\bar{S}_i^*
1	5	0.02	0.10	1.1	0.10	0.1	0.4	0.9	0.8
2	5	0.02	0.16	1.1	0.40	0.1	0.3	0.9	0.8
3	4	0.02	0.11	1.1	0.10	0.1	0.4	0.9	0.8
4	4	0.02	0.10	0.1	0.01	0.1	0.4	0.9	0.8
5	4	0.10	0.10	0.5	0.50	0.0	0.0	1.0	1.0

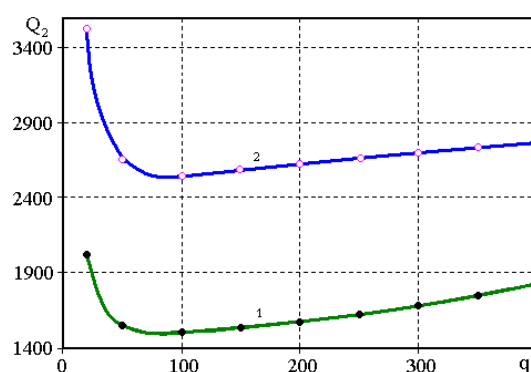


Рис. 3. Зависимость количества Q_2 (м^3) добытой из пласта нефти от суммарного дебита q ($\text{м}^3/\text{сут}$) скважины: 1 - $Q_{ж} = 10^4 \text{ м}^3$, 2 - $Q_{ж} = 2 \cdot 10^4 \text{ м}^3$

начинает преобладать над отрицательным – высотой поднятия конуса подошвенной воды в окрестности скважины.

При $q = 10 \text{ м}^3/\text{сут}$ область D_p весьма мала и локализована в окрестности скважины. С ростом величины q размер D_p увеличивается (см. рис. 4). Зона перехода, в которой вязкость нефти изменяется от μ_2^A до μ_2^B , является весьма узкой и локализована вблизи границы области D_p . Эта зона изображена на рисунке зеленовато-коричневой полоской. Как показал анализ результатов расчетов, толщина переходной зоны практически не зависит как от величины дебита q , так и от значений параметров $\gamma_A, \gamma_D, \mu_2^A, \mu_2^B$.

Интересной особенностью области D_p является ее вытянутость вдоль границы Z_3 слабо- и высокопроницаемого слоев, обусловленная спецификой совместного движения разноплотностных фаз под действием силы тяжести – растеканием водяной фазы по кровле Z_3 слабопроницаемого пропластка. Повышение водосодержания в окрестности границы Z_3 приводит к увеличению скорости фильтрации и формированию вытянутой конфигурации области D_p .

Численные исследования показали также, что качественная картина распределения насыщенности в пласте мало зависит от дебита скважины. Характерный вид карт водонасыщенности в блоках (а) и трещинах (b) на момент отбора из пласта $Q_{ж} = 3 \cdot 10^4 \text{ м}^3$ жидкости иллюстрирует рис. 5. Хорошо видны конусы воды, поднимающиеся из нижнего водоносного пропластка. Различие распределений водонасыщенности \bar{S} и S обусловлено неоднородностью структуры пласта по блокам и трещинам: растекание водяной фазы по границе Z_3 происходит из-за низкой абсолютной проницаемости блоков в четвертом слое. Небольшой подъем

воды по блокам и трещинам происходит также в окрестности внешней границы пласта. Он связан с наличием вертикальной составляющей потока, возникающей из-за непроницаемости верхних четырех слоев на внешнем контуре при $0 \leq z \leq Z_4$.

Весьма интересны зависимости дебитов q_i жидкости из отдельных вскрытых слоев ($i = 1, 2, 3$) от дебита $q = q_1 + q_2 + q_3$ скважины. На рис. 6 представлены графики $q_i = q_i(q)$ на момент времени, соответствующий отбору из пласта количества жидкости $Q_{ж} = 3 \cdot 10^4 \text{ м}^3$. Дебит q_1 первого слоя составляет около 7% от величины q , и эта доля слабо зависит от q . Вклад второго слоя в дебит q значительно больше: с увеличением q он возрастает от 10% при $q = 10 \text{ м}^3/\text{сут}$ до 40% при $q = 400 \text{ м}^3/\text{сут}$. На третий слой приходится более половины дебита скважины, хотя его толщина H_3 в три раза меньше ее длины, равной $H_1 + H_2 + H_3$. Доля величины q_3 снижается от 82% при $q = 10 \text{ м}^3/\text{сут}$ до 52% при $q = 400 \text{ м}^3/\text{сут}$. Дебиты q_i изменяются со временем в процессе разработки пласта. В рассматриваемом примере $q_1(t)$ слабо зависит от времени t , а $q_2(t)$ и $q_3(t)$ являются монотонно возрастающей и убывающей функциями t соответственно.

Обводненность дебитов q_i скважины по отдельным слоям существенно различается. Так, при $Q_{ж} = 3 \cdot 10^4 \text{ м}^3$ из третьего слоя в скважину поступает практически одна вода, из второго – сильно обводненная смесь, а из первого – только нефть. Это значит, что конус подошвенной воды, образующийся в пласте во время работы скважины, на момент отбора из пласта указанного количества жидкости $Q_{ж}$ не достигает первого слоя (см. рис. 7, а).

Очевидно, что если прекратить отбор жидкости из пласта, то за счет разности удельных весов нефти и воды под действием силы тяжести будет происходить оседание конуса. В результате после завершения полупериода простоя скважины с возобновлением ее работы можно ожидать снижения обводненности дебита q . Безусловно, из-за высокой вязкости нефти полупериод простоя должен быть достаточно продолжительным. Особенности фильтрационного процесса при гравитационном расслоении фаз демонстрирует рис. 7, на котором приведены карты водонасыщенности и поля направлений вектора скорости фильтрации в трещинах на момент остановки t_0 работающей скважины, когда объем добытой из пласта продукции составляет $Q_{ж} = 3 \cdot 10^4 \text{ м}^3$, и на момент $t_n = t_0 + 90$ сут полупериода простоя. Нанесенные на карту стрелки показывают направление движения жидкости в пласте.

Перед остановкой скважины (рис. 7, а) верхняя часть границы конуса располагается в первом пропластке. Обводненность $\Theta|_{t_0} = 95\%$. После остановки скважины водяной конус начинает опускаться. Вначале снижение происходит относительно быстро с существенным замедлением. Поэтому в дальнейшем процесс растекания конуса становится весьма медленным. Так, например, граница конуса воды покидает второй слой через 90 сут. Как видно на рис. 7, б, после остановки скважины формируется «вращательный» характер движения, при котором в середине пласта поток направлен вверх, а по краям – вниз. Такое движение обусловлено гравитационными силами, стремящимися сделать межфазную границу горизонтальной. Отметим, что после повторного ввода скважины при $t = t_n$ в эксплуатацию с тем же дебитом $400 \text{ м}^3/\text{сут}$ его обводненность Θ снизилась до 78%.

Перейдем теперь к некоторым результатам изучения циклического воздействия на трещиновато-пористый пласт, которое, как известно, применяется для повышения эффективности выработки блоков. После остановки скважины во время полупериода простоя τ_2 происходит интенсивный массообмен между блоками и трещинами за счет работы упругих сил, которые достаточно быстро затухают. Для выбора оптимальных параметров воздействия нужно решить вопрос о соотношении полупериодов работы τ_1 и простоя τ_2 .

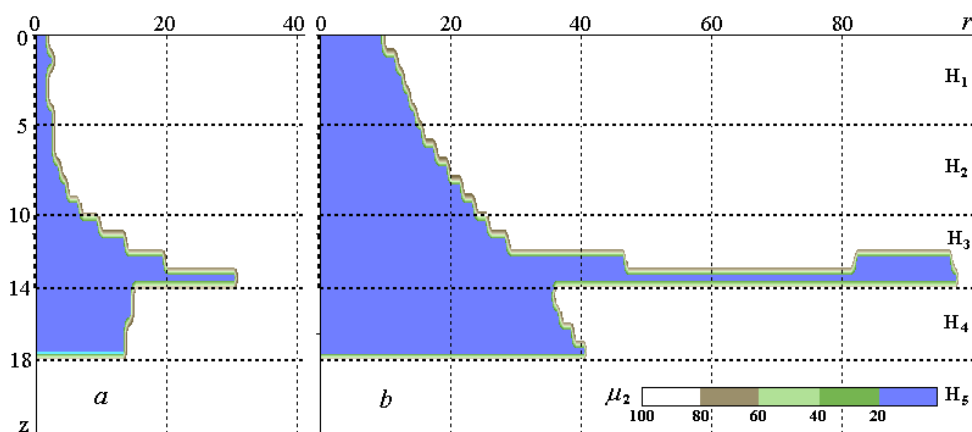


Рис. 4. Конфигурация области D_p с разрушенной структурой нефти в пласте для двух вариантов работы скважины с постоянным дебитом: a и b - $q = 50$ и $q = 400$ м³/сут

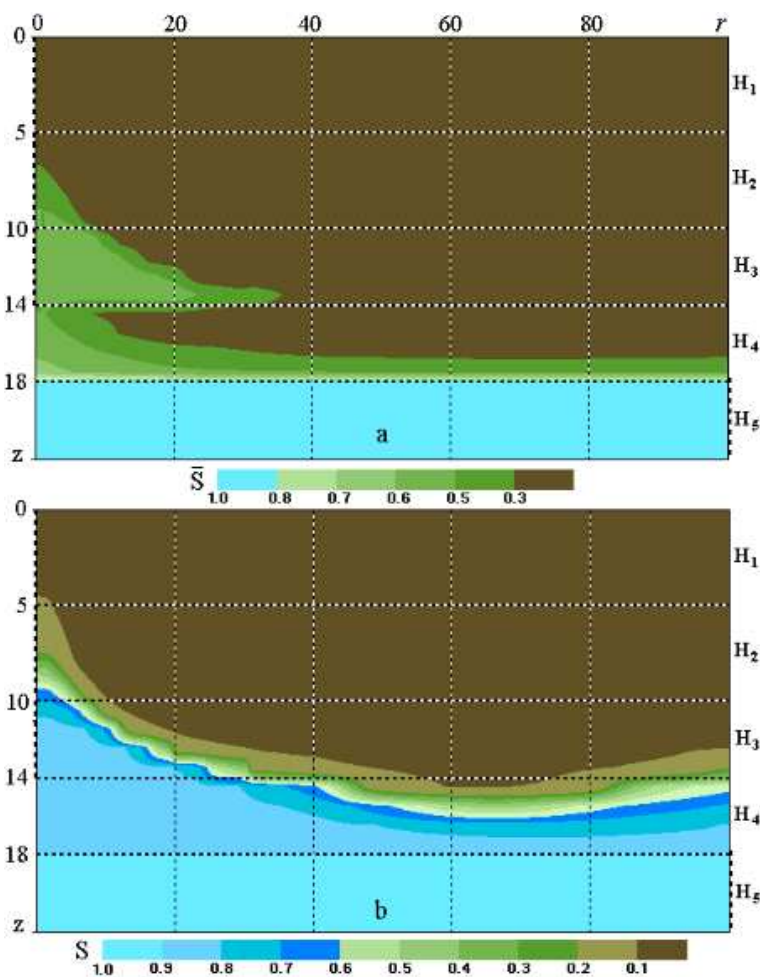


Рис. 5. Распределения насыщенности в блоках (a) и трещинах (b) при $q = 50$ м³/сут

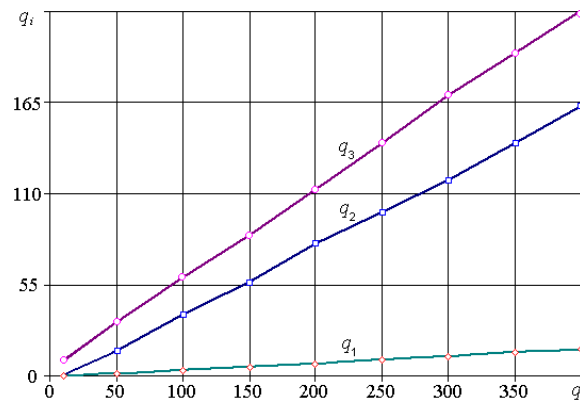


Рис. 6. Зависимость дебитов q_1 , q_2 , q_3 слоев от величины q при $Q_{ж} = 3 \cdot 10^4 \text{ м}^3$

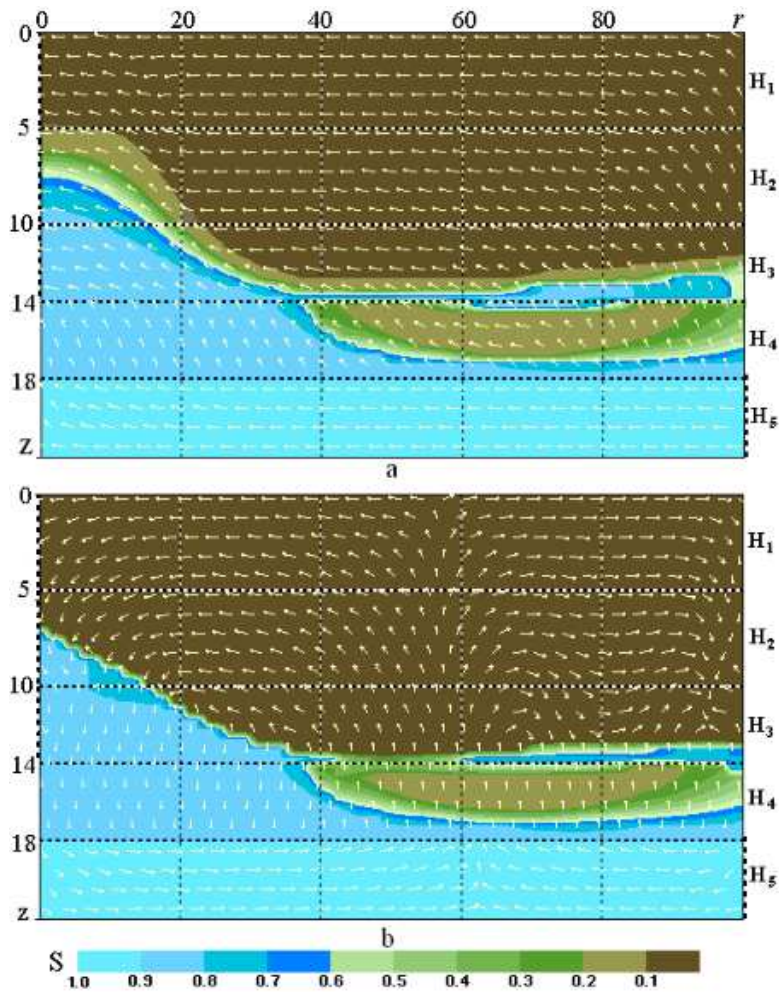


Рис. 7. Распределение насыщенности S и поле направлений скорости \mathbf{V} в трещинах при $q = 400 \text{ м}^3/\text{сут}$: a – в один из моментов этапа оседания конуса воды после остановки скважины, b – в момент отбора из пласта количества жидкости $Q_{ж} = 3 \cdot 10^4 \text{ м}^3$

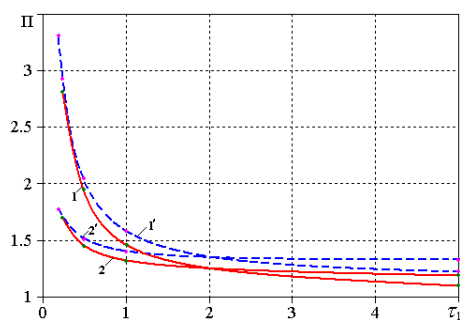


Рис. 8. Зависимости относительных перетоков Π_c и Π_2 двухфазной смеси (вода+нефть) (1, 1') и нефтяной фазы (2, 2') из блоков в трещины от полупериода τ_1 работы скважины. Кривые 1, *frm-e* и 1', 2' – варианты I и II соответственно

Гравитационные силы могут оказать определенное влияние на выбор времени простоя τ_2 . Однако в данном случае оседание конуса происходит достаточно медленно из-за высокой вязкости нефти с неразрушенной структурой. Поэтому на выбор соотношения между τ_1 и τ_2 существенно большее влияние оказывает неньютоновское свойство нефти. В самом деле, действие упругих сил, как известно, распространяется в пласте на расстояние, пропорциональное величине $\sqrt{K\tau_1(K_1^* + \mu K_2^*)/\beta}$. Так как $\mu_2 = \mu_2(|V|)$, то во время работы скважины радиус воздействия будет определяться вязкостью нефти с разрушенной структурой μ_2^B , а при остановке скважины – вязкостью μ_2^A с неразрушенной структурой. В рассматриваемом примере эти величины отличаются в 5 раз. Следовательно, для того чтобы радиусы воздействия при пуске и остановке скважин были близки между собой, должно выполняться соотношение $\tau_2 > 2\tau_1$.

На рис. 8 показано влияние полупериода τ_1 работы скважины на суммарный переток Π_c (линии 1, 1') и на переток Π_2 нефти из блоков в трещины (линии 2, 2'), нормированные на соответствующие значения перетоков при постоянном дебите скважины. Варианты I и II соответствуют периодическому воздействию на пласт при $\tau_2 = 2\tau_1$ и $\tau_2 = 4\tau_1$.

Замечание. В процессе фильтрации происходит перетекание нефти как из блоков в трещины, так и из трещин в блоки, но в меньшем объёме. За переток нефти из блоков в трещины принимается разность между количеством вытекшей из блоков в трещины и поступившей из трещин в блоки нефти.

Из рисунка видно, что перетоки весьма сильно зависят от частоты циклического режима работы скважины (особенно при $\tau_1 < 2$). Например, в первом варианте суммарные перетоки выросли в 1.11 раза при $\tau_1 = 5$ сут и в 2.82 раза при $\tau_1 = 0.25$ сут, а во втором – в 1.22 и в 3.3 раза соответственно. Перетоки нефти выросли с 1.19 до 1.70 и с 1.32 до 1.77 раз в I и во II вариантах соответственно.

Таким образом, циклический режим работы скважины с коротким периодом интенсифицирует перетоку из блоков в трещины, что приводит к повышению нефтеотдачи пласта. Такое увеличение обусловлено работой упругих сил.

5. Выводы

В рамках модели двухфазной фильтрации дано математическое описание нестационарных процессов в трещиновато-пористом пласте, содержащем неньютоновскую нефть и подошвенную воду. Построены численная и алгоритмическая модели, реализованные в соответствующем программном комплексе, для решения

задачи разработки пласта добывающей скважиной при нестационарном эксплуатационном режиме. Программное обеспечение позволяет не только изучать особенности фильтрационного процесса, но и проводить вычислительные эксперименты с целью выбора оптимального режима работы скважины, обеспечивающего наибольшую нефтеотдачу пласта [5]. В частности, показано, что нефтеотдача пласта немонотонно зависит от дебита скважины. Наибольшая эффективность разработки месторождения достигается при таком периодическом режиме работы добывающей скважины, когда отношение периодов ее работы и простоя согласуется с изменением вязкости неньютоновской нефти в пласте.

Summary

R.N. Diyashev, V.M. Konyukhov, V.V. Mikhailov, A.N. Chekalin. Simulation of Two-Phase Filtration in a Fissured and Porous Reservoir with Non-Newtonian Oil and Bottom Water.

Mathematical modeling and numerical simulation of two-phase filtration in a fissured-porous reservoir with non-Newtonian oil and bottom water under non-stationary action are considered. The principal features of the filtration flow associated with a reversible destruction of oil structure in pores and fractures under unsteady operation of a production well are studied based on analysis of computational experiments.

Key words: numerical simulation, two-phase filtration, fissured-porous reservoir, non-Newtonian oil, bottom water.

Литература

1. *Муслимов Р.Х.* Основные итоги и перспективы дальнейшего применения методов увеличения нефтеотдачи пластов на месторождениях республики Татарстан // Материалы семинара-дискуссии «Концепция развития методов увеличения нефтеизвлечения». – Казань, 1997. – С. 9–24.
2. *Муслимов Р.Х., Десятков В.К., Евтушенко С.П.* Дальнейшее развитие теоретических и экспериментальных промысловых исследований по отработке гидродинамических методов повышения нефтеотдачи на месторождениях Татарстана // Материалы семинара-дискуссии «Концепция развития методов увеличения нефтеизвлечения». – Казань, 1997. – С. 99–110.
3. *Молокович Ю.М., Марков А.И., Давлетшин А.А. и др.* Периодическое гидродинамическое воздействие – определяющий элемент технологической схемы выработки трещиновато-пористых коллекторов // Труды науч.-практ. конф. «Приоритетные методы увеличения нефтеотдачи пластов и роль супертехнологий». – Казань: Новое Знание, 1998. – С. 119–122.
4. *Молокович Ю.М., Чекалин А.Н.* Численное моделирование процесса взаимодействия системы блоков и системы трещин карбонатного коллектора при периодическом режиме дренирования // Труды науч.-практ. конф. «Приоритетные методы увеличения нефтеотдачи пластов и роль супертехнологий». – Казань: Новое Знание, 1998. – С. 122–125.
5. *Дияшев Р.Н., Хисамов Р.С., Чекалин А.Н., Копылов В.М.* Форсированный отбор жидкости из трещиновато-пористого пласта с неньютоновской нефтью и подошвенной водой. // Георесурсы. – 2009. – № 2(30). – С. 37–41.
6. *Егоров А.Г., Костерин А.В., Скворцов Э.В.* Консолидация и акустические волны в насыщенных пористых средах. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1990. – 102 с.
7. *Костерин А.В., Егоров А.Г.* Упругий режим фильтрации в трещиновато-пористых пластах // Изв. РАЕН. Сер. ММИУ. – 1997. – Т. 1, № 4. – С. 60–74.

8. *Гарнышев М.Ю., Егоров А.Г., Мазо А.Б.* Модель двухфазной фильтрации в пластах с подошвенной водой // Труды Матем. центра им. Н.И. Лобачевского. – Казань: Казан. матем. о-во, 2010. – Т. 42. – С. 91–99.
9. *Гарнышев М.Ю., Егоров А.Г., Мазо А.Б.* Упрощенные модели двухфазной фильтрации в пластах с подошвенной водой // Материалы VIII Всерос. конф. «Сеточные методы для краевых задач и приложения». – Казань: Казан. ун-т, 2010. – С. 157–164.
10. *Чекалин А.Н., Конюхов В.М., Костерин А.В.* Двухфазная многокомпонентная фильтрация в нефтяных пластах сложной структуры. – Казань: Казан. гос. ун-т, 2009. – 180 с.
11. *Дияшев Р.Н., Зейгман Ю.В., Рахимов Р.Л.* Исследование аномалий вязкости пластовых нефтей месторождений республики Татарстан // Георесурсы. – 2009. – № 2(30). – С. 44–48.
12. *Чекалин А.Н.* Численные решения задач фильтрации в водонефтяных пластах. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1982. – 208 с.
13. *Чекалин А.Н., Кудрявцев Г.В., Михайлов В.В.* Исследование двух- и трехкомпонентной фильтрации в нефтяных пластах. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1990. – 148 с.
14. *Конюхов В.М., Храмченков М.Г., Чекалин А.Н.* Миграция разноплотностных жидкостей в водоносных пластах сложной структуры. – Казань, 2005. – 160 с.
15. *Конюхов В.М., Чекалин А.Н.* Численно-аналитический метод решения задачи переноса рассола в водоносном пласте // Вопр. атом. науки и техники. Сер. Матем. моделирование физ. процессов. – 2006. – Вып. 1. – С. 61–76.

Поступила в редакцию
04.04.11

Дияшев Расим Нагимович – доктор технических наук, профессор, советник генерального директора ООО «ТНГ-Групп».

E-mail: *Diyashev@tngf.tatneft.ru*

Конюхов Владимир Михайлович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры прикладной математики Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: *Vladimir.Konyukhov@ksu.ru*

Михайлов Валерий Владимирович – кандидат физико-математических наук, заместитель начальника Управления научно-исследовательской деятельностью Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: *Valera.Mikhailov@ksu.ru*

Чекалин Анатолий Николаевич – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник НИИММ им. Н.Г. Чеботарева Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: *Anatolii.Chekalin@ksu.ru*