

УДК 523.64

## ИЗМЕНЕНИЕ НЕГРАВИТАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ КОМЕТЫ ЭНКЕ КАК СЛЕДСТВИЕ ЕЁ УГАСАНИЯ

*B.C. Усанин*

### Аннотация

Рассмотрены существующие модели реактивных негравитационных эффектов в движении комет. При объединении нескольких последовательных появлений наиболее широко применяется модель Марсдена. Для более длительных промежутков времени единого подхода не существует. Развиваются различные модификации модели Марсдена, преимущественно объясняющие изменение негравитационных параметров прецессией оси вращения кометного ядра и наличием на нём отдельных активных областей, при этом изменения массы и сублимирующей площади не учитываются. Особые затруднения встречают попытки построения теории движения кометы Энке. В статье показано, что изменение негравитационных параметров кометы Энке может быть качественно объяснено самосогласованными моделями потери массы без привлечения гипотезы о прецессии оси вращения ядра.

**Ключевые слова:** небесная механика, кометы, негравитационные силы, 2P, Энке, модель Марсдена.

---

### Введение

Комета, названная позже кометой Энке, впервые наблюдалась 17 января 1786 года П.Ф.А. Мешеном (Париж). В 1819 году И.Ф. Энке обнаружил, что её орбита не может быть параболической. Вскоре были объединены предыдущие четыре наблюдавшихся появления, и комета стала второй известной из периодических (2P). Элементы орбиты оказались настолько необычными, что комета Энке сыграла исключительную роль в развитии кометной астрономии. Подробный обзор разносторонних исследований кометы дал З. Секанина [1].

После следующего появления кометы в 1822 году подтвердилось подозрение, что одного только учёта возмущений от больших планет недостаточно для объяснения её движения. И.Ф. Энке предположил, что комета движется в сопротивляющейся среде, причём сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости кометы и обратно пропорциональна квадрату радиуса-вектора. Такого вида сила вызывает систематические изменения в первую очередь в большой полуоси (а следовательно, в периоде) и эксцентриситете орбиты. Большая полуось уменьшается, в результате чего скорость движения увеличивается (вековое ускорение). Изучению движения кометы И.Ф. Энке посвятил более 40 лет.

Обзоры работ по исследованию негравитационных эффектов в движении комет в период до середины XX века были составлены Ф.Л. Уипплом [2], С.Г. Маковером [3], Б.Д. Марсденом [4], З. Секаниной [1]. В течение XIX века вековое ускорение было заподозрено также у комет Фая и Понса – Виннеке. Найденные для этих комет коэффициенты сопротивления сильно различались, что заставило искать альтернативные гипотезы о природе негравитационных сил. Среди них нужно отметить предположение Ф.В. Бесселя о том, что к изменению элементов орбиты могли приводить выбросы вещества из кометы, если бы они происходили асимметрично по отношению к перигелию. С середины XIX века центром исследований движения

кометы Энке стал Санкт-Петербург: вначале Пулковская обсерватория, а затем Институт теоретической астрономии АН СССР. В Пулкове для этого был создан специальный вычислительный отдел, работа которого оплачивалась Э.Л. Нобелем. Э. фон Астен установил, что невозможно объединить появления 1819–1875 годов, принимая формулы Энке. Ему пришлось предположить, что расхождения обусловлены сближением кометы с неизвестным астероидом. О.А. Баклунд нашёл причину в том, что вековое ускорение уменьшается со временем. Это объяснялось рассеиванием сопротивляющейся среды. Он также варьировал степени скорости и гелиоцентрического расстояния в выражении для силы сопротивления, однако определённого результата в этом направлении получено не было. Кроме этого, О.А. Баклунд получил для возмущений от сопротивления среды разложения в ряды. За более чем 30 лет работы им были перепроверены вычисления предшественников по движению кометы Энке с применением новых методов учёта возмущений и предпринята попытка определения массы Меркурия. Петербургской Академией Наук было принято постановление именовать комету Энке кометой Энке–Баклунда.

В 1933 году М.М. Каменский установил, что комета Вольфа имеет вековое замедление. Таким образом, возникла необходимость полного отказа от гипотезы сопротивляющейся среды. Стало ясно, что причину негравитационных сил нужно искать в самих кометах. Однако общепринятого представления о природе ядер комет тогда не существовало. Начиная с 1948 года казанский астроном А.Д. Дубяго опубликовал серию работ о движении кометы Брукса 2 [5–7], где предложил вернуться к гипотезе Бесселя о реактивной силе. Считая, что выбрасываются газы, десорбируемые ядром, он заключил, что значительную часть силы должны составлять выбросы твёрдых частиц. Изменение в большой полуоси орбиты объяснялось асимметрией выбросов относительно радиуса вектора. Кроме того, эта же гипотеза объясняла и образование метеорных потоков. Что касается метода учёта негравитационных сил, то вначале А.Д. Дубяго использовал обычный коэффициент векового ускорения и его производную (то есть среднюю аномалию включала кубический член). В дальнейшем он предложил вычислять элементы орбиты (на момент прохождения перигелия) из каждой пары соседних по времени появлений кометы и их разность принимать за результат реактивной силы (которая действует кратковременно вблизи перигелия). Это позволяло не делать априорных предположений о характере изменений элементов. Однако, как отмечал сам А.Д. Дубяго, при этом нельзя судить об ошибках. С.Г. Маковер [3] также рассматривал негравитационные силы как импульсные, но изменения при прохождении перигелия вносил только в среднюю аномалию и среднее движение. Эти поправки легко сопоставить с использовавшимся ранее коэффициентом векового ускорения.

Независимо в 1950 году к идеи реактивной силы пришёл и Ф.Л. Уиппл [2]. Однако существенное отличие состояло в том, что источником газов он считал не десорбцию, а сублимацию льдов, что обеспечивало достаточную силу без значительного вклада твёрдых частиц. Именно ускорение кометы Энке стало причиной построения современной модели кометного ядра – модели Уиппла. Исключительное сочетание малых перигелийного и афелийного расстояний (а следовательно, и периода) кометы Энке обуславливает наибольшую интенсивность сублимации и делает её наилучшим объектом для исследования кометных негравитационных сил. Причиной асимметрии является запаздывание прогрева вращающегося ядра. Таким образом, прямое вращение приводит к вековому замедлению движения кометы, а обратное – к ускорению. Детальная разработка модели Уиппла применительно к негравитационным эффектам последовала в нескольких сериях статей.

В 7 статьях, датированных 1967–1968 годами, З. Секанина уделил основное внимание связи между характеристиками вращения ядра и негравитационными

силами. В первой статье [8] он выразил компоненты негравитационной силы в орбитальной системе координат через эйлеровы углы ориентации в случае постоянного направления оси вращения и непрерывного действия реактивного механизма. Начиная со второй статьи [9], рассматриваются негравитационные силы в форме «толчка». Устанавливается связь между изменениями элементов орбиты и углами ориентации оси вращения, а также направлением «толчка». В пятой статье [10] исследован общий случай, когда направление оси и скорость вращения изменяются вследствие воздействия реактивного импульса на ядро неправильной формы. Показано, что вращение может оказаться иррегулярным. Кроме того, найдено, что если вещество выбрасывается из отдельных активных областей, нет необходимости вводить запаздывание прогрева ядра. В последней статье серии [11] З. Секанина провёл статистический анализ изменений элементов, определённых методом Дубяго, и нашёл, что негравитационные импульсы происходят не точно в перигелии. Он указал также на корреляцию между коэффициентом векового ускорения и абсолютным блеском комет (в первую очередь – Энке).

Другая серия исследований того же автора [12–14] отличалась как от предыдущей, так и от всех других. Здесь З. Секанина представил формулы для оценки нижнего предела скорости потери массы по негравитационным параметрам и вычислил его для нескольких короткопериодических комет. Он отметил, что только для кометы Энке достаточно динамических данных для того, чтобы установить закон изменения скорости потери массы со временем. Теоретическое рассмотрение чисто ледяного ядра кометы дало возрастание негравитационного ускорения со временем в результате убывания его массы, что остро противоречило наблюдательным данным. Для преодоления этой проблемы было введено предположение о наличии в ядре нелетучих веществ. При этом З. Секанина сделал ничем не обоснованное утверждение, что эти вещества образуют пористый монолит. Ограничение на возможную плотность пористого вещества заставило предположить, что оно располагается лишь вблизи центра ядра, а мантия состоит из чистого льда. Были рассмотрены различные варианты переноса испаряющегося вещества через поры. Несмотря на введение не подтвердившейся далее модели «сердцевины-мантии», эти работы позволили с достаточной для того времени точностью представить ход векового ускорения кометы Энке, а также предсказать её полное угасание (превращение в астероидоподобное тело).

Наибольшее значение в настоящее время имеет модель Марсдена, развитая в серии из 6 статей 1968–1974 годов. В первой статье [4] дан обзор прежних работ, показана необходимость учёта негравитационных эффектов в движении большинства комет. Б.Д. Марсден отметил, что, поскольку негравитационные силы регуляры (приблизительно постоянны на больших промежутках времени), он склоняется к тому, что они действуют непрерывно. Во второй статье [15] принят новый метод учёта негравитационных сил: их компоненты в орбитальной системе координат представлялись произведением постоянных параметров, функции гелиоцентрического расстояния и в некоторых случаях явной функции времени. Зависимость от гелиоцентрического расстояния была подобрана после нескольких численных экспериментов (модель стиля I). Функция времени была принята экспоненциальной (обычно затухающей) без какого-либо объяснения. В третьей статье [16] предпринималась также попытка использовать для кометы Энке двойную экспоненциальную функцию времени. Постоянные параметры были определены для нескольких комет (как коротко-, так и долгопериодических) методом дифференциального исправления. В большинстве случаев наиболее обусловленный нормальный параметр обычно полагался равным нулю. В пятой статье [17] по предложению её соавтора

3. Секанины функция гелиоцентрического расстояния заменена на поток испарения водного снега, вычисленный А.Ю. Дельземмом и Д.К. Миллером (модель стиля II). Это выражение используется и в настоящее время. Шестая статья [18] полностью посвящена комете Энке. На единой основе были обработаны данные за весь период наблюдений, негравитационные параметры определялись по 3–5 последовательным появлением. Выяснилось, что трансверсальный негравитационный параметр достиг пика в начале XIX века, после чего убывал по модулю. Страгого объяснения этому дано не было.

В дальнейшем большинство зарубежных каталогов орбит и эфемерид комет следовало модели Марсдена. При этом для активных комет семейства Юпитера лишь в исключительных случаях удавалось обойтись одним набором параметров на промежутке более полувека. Зарубежные теоретические исследования, обзоры которых даны Д.К. Йомансом и др. [19], а также Б.Д. Марсденом [20], по форме основывались на модели Марсдена (из исключений можно отметить работу Д.Л. Брейди и Э. Карпентер [21], где для кометы Галлея вводилось линейно возрастающее со временем ускорение, пропорциональное гравитационному и направленное от Солнца) и состояли в поиске зависимости негравитационных параметров от времени и модификациях функции гелиоцентрического расстояния.

Простейший способ учёта зависимости негравитационных параметров от времени – аппроксимация какой-либо элементарной функцией по отдельным значениям, полученным для наборов нескольких последовательных появлений. Так, В. Ландграф [22] представил параметры Марсдена для кометы Галлея линейными функциями времени. Г. Ситарский нашёл, что трансверсальный негравитационный параметр кометы и скорость негравитационного изменения большой полуоси её орбиты могут быть представлены одинаковыми функциями времени (то есть между ними существует линейная зависимость). Для кометы Энке вначале были получены аппроксимации почти равной точности синусоидой и кубической функцией [23] (предсказывали наименьшее по модулю значение в 1985–1995 годах, что в действительности не имело места), затем синусоидой с квадратичным аргументом [24]. Г. Ситарский [25] определил также коэффициенты квадратичного представления скорости негравитационного изменения большой полуоси орбиты кометы Галлея.

З. Секаниной были получены выражения, связывающие негравитационные параметры Марсдена с параметрами вращения ядра кометы. Большинство последующих работ исходило из того, что причиной изменения негравитационных параметров является изменение параметров вращения, то есть прецессия, а убывание массы ядра либо его экранирование пылью игнорировались. Одной из основополагающих в этом направлении является статья Ф.Л. Уиппла и З. Секанины [26], где выведены формулы для вынужденной прецессии сплюснутого сфероидального кометного ядра под действием момента реактивной силы и проведены вычисления для кометы Энке (дополнительно введена зависимость скорости сублимации от широты подсолнечной точки, то есть неоднородность поверхности, полученная из кривой блеска). Исходными данными вычислений служили значения трансверсального параметра Марсдена, величина сплюснутости ядра выбрана произвольно. Были найдены параметры: наклон экватора к орбите и долгота подсолнечной точки в перигелии – для исходного момента времени, угол запаздывания сублимации, отношение периода вращения к радиусу и нормирующий параметр. Экстраполяция модели показала, что около 1990 года комета должна перейти от обратного вращения к прямому, то есть сменить знак трансверсального негравитационного параметра, чего в действительности не произошло. Г. Ситарский [27] применил модель прецессии к комете Копфа и пришёл к выводу, что в изменениях наклона экватора к орбите и долготы подсолнечной точки в перигелии достаточно сохра-

нить лишь линейные члены. Начальные значения и скорости изменения этих углов, угол запаздывания сублимации и нормирующий множитель играли роль негравитационных параметров. С. Шутович привела формулы вынужденной прецессии к виду, более удобному для орбитальных вычислений, что позволило Г. Ситарскому [28] определить методом дифференциального исправления параметры кометы Григга – Скьюлерупа: наклон экватора к орбите и долготу подсолнечной точки в перигелии – для исходного момента времени, угол запаздывания сублимации, коэффициент прецессии, сплюснутость и нормирующий множитель.

З. Секанина [29] пересмотрел также свои прежние результаты по прецессии кометы Энке, введя модель дискретных источников сублимации на поверхности ядра (пятнистую модель). Путём обработки наблюдений направлений веерообразных выбросов в коме кометы и интенсивностей излучения гидроксила и атомарного водорода определены широты двух источников и скорости сублимации из них, а также соответствующее движение направления полюса. Относительные вклады источников в негравитационные силы оказались отличными от их вкладов в кривую блеска, чему было дано несколько объяснений. Кроме того, было отмечено, что в пятнистой модели сублимация в общем случае асимметрична относительно перигелия, вследствие чего нет однозначной зависимости между ускорением или замедлением кометы и направлением вращения ядра. В частности, вращение кометы Энке было найдено прямым за весь рассмотренный промежуток с 1868 года. С. Шутович [30] ввела формулы пятнистой модели в уравнения орбитального движения и, пользуясь только астрометрическими наблюдениями, определила негравитационные параметры кометы Вольфа – Харрингтона: наклон экватора к орбите, долготу подсолнечной точки в перигелии, угол запаздывания сублимации, а также кометоцентрические широты и нормирующие постоянные трёх источников сублимации. Каждый из источников предполагался действующим в течение определённого промежутка времени.

Неоднократно высказывалось предположение, что функция гелиоцентрического расстояния, используемая в модели Марсдена, получена для очень идеализированных условий. Особенно важно, что в действительности негравитационная сила может оказаться асимметричной относительно перигелия. Тогда изменения в элементах орбиты могут возникнуть независимо от угла запаздывания прогрева во вращательном движении (по сути, возвращение к гипотезе Бесселя). Асимметрия может быть вызвана запаздыванием прогрева в орбитальном движении, различиями в активности полушарий ядра и другими причинами. Попытки получить функцию гелиоцентрического расстояния теоретически из теплофизической модели кометного ядра не дали хороших результатов. Например, К. Фрёшле и Х. Рикман [31] пришли к выводу, что зависимости трёх орбитальных компонент негравитационной силы от гелиоцентрического расстояния должны различаться между собой, причём вид каждой из этих функций должен зависеть от неизвестных параметров ядра, какое-либо общее выражение найти не удалось. Для нескольких комет были построены наборы моделей с различными значениями параметров ядра. Нормирующие множители, аналогичные параметрам Марсдена, вычислялись таким образом, чтобы аппроксимировать наблюдаемое изменение периода обращения. Другой подход состоит в том, чтобы вместо теоретической модели использовать функции, аппроксимирующие наблюдаемую газопроизводительность. Как уже было указано, Ф.Л. Уиппл и З. Секанина [26] применяли кривую блеска в видимом диапазоне для построения модели прецессии. Однако М.Ф. А'Херн отметил, что излучение в видимом диапазоне создаётся лишь небольшими углеродсодержащими примесями, и для моделирования негравитационных сил нужно использовать излучение в линиях гидроксила (радиодиапазон) и водорода (ультрафиолет). З. Секанина [32]

повторил вычисления с учётом этого замечания и получил несколько лучшее представление трансверсального негравитационного параметра в XX веке, однако в несколько раз худшее за весь период наблюдений. Кроме того, оказались неприемлемыми значения некоторых параметров ядра. С. Шутович и Х. Рикман [33] исследовали движение кометы Д'Арре, применяя зависимость скорости сублимации воды от времени, полученную из кривой блеска с помощью полуэмпирического соотношения (для нормировки использовано несколько наблюдений излучения гидроксила и водорода). Так как орбита кометы подвергалась существенным возмущениям, а кривые блеска были получены не во всех появлениях, потребовалось также установить зависимость скорости сублимации в каком-либо появлении от перигелийного расстояния в нём. Поскольку вид функции гелиоцентрического расстояния не столь важен, как её асимметрия, З. Секанина [29] предложил использовать ту же функцию, что и в модели Марсдена, но подставлять в неё значение гелиоцентрического расстояния не текущее, а с некоторым постоянным запаздыванием или опережением. Эта идея была использована Д.К. Йомансом и П.У. Чодасом [34], которые для ряда периодических комет по нескольким появлениям определили вместе с радиальным и трансверсальным негравитационными параметрами время запаздывания (или опережения) максимума негравитационной силы относительно перигелия.

В СССР для регулярного построения эфемерид использовались модели с импульсными негравитационными эффектами, менее требовательные к вычислительной технике. Например, обзор работ, выполненных в Казанском университете методом Дубяго, дан Ю.В. Евдокимовым [35]. Подробнейшее исследование движения кометы Энке с 1901 по 1970 год выполнено с использованием модели Маковера Н.А. Бохан и Ю.А. Чернетенко [36], подтверждено убывание негравитационных параметров в этот период времени. Ещё одна импульсная модель предложена и применена к комете Брукса 2 Ю.Д. Медведевым [37]. В ней комета испытывает в перигелии импульсное изменение скорости, но координаты изменяются непрерывно, что, в отличие от метода Дубяго, налагает связи на изменения элементов орбиты. В дальнейшем по методу Медведева исследовано движение ещё нескольких комет.

Кроме того, в СССР проводились многообразные теоретические исследования в области негравитационных сил, хотя и не систематические, но зачастую не имеющие аналогов за рубежом.

Неоднократно предпринимались попытки получить выражение для негравитационных сил из теплофизических моделей кометного ядра: О.В. Добровольским и М.З. Марковичем [38], В.Н. Лебединцом и др. [39–42], Р.А. Посудиевским и А.А. Шмукиным [43], М.Я. Маровым и др. [44], В.С. Стрельницким и др. [45], Ю.Д. Медведевым [46], а также В.С. Сазоновым и Е.В. Дмитриевым [47]. Ни одна из этих моделей не была в полной мере применена к исследованию движения какой-либо реальной кометы.

Работы В.Н. Лебединца и др. [39–42] интересны тем, что в них учитывалось изменение массы ядра кометы и площади его поверхности. Однако было сделано допущение, что кометное ядро почти ледяное и относительно небольшая доля твёрдых примесей не влияет на скорость испарения. Как уже было показано [12], при таких условиях негравитационные эффекты могут только возрастать со временем, что противоречит тенденции, наблюдавшейся у ряда комет. Поскольку эта модель применялась только для объяснения структуры метеорных роёв, а не движения комет, ошибка не была замечена.

Р.З. Сагдеев и др. [48], используя уникальные наблюдения кометы Галлея, проведённые с советских космических аппаратов «Вега», определили расход массы,

объём и температуру ядра, угол запаздывания и коэффициент асимметрии потока вещества. Объединение этих данных с величиной негравитационной силы позволило им осуществить давно высказывавшуюся идею нахождения полной массы и плотности кометы. Для зависимости скорости выброса газа от температуры использовалась модель В.С. Стрельницкого и др. [45]. Однако ввиду суммирования всех погрешностей точность окончательного результата имела тот же порядок, что и сама величина.

Модель, построенная Ю.Д. Медведевым [46], характеризует поступательно-вращательное движение кометы 6 параметрами вращения ядра и 16 коэффициентами полинома по сферическим функциям, представляющей его поверхность. В качестве исходных данных использовались астрометрические наблюдения кометы Галлея с 1909 по 1986 год. Задача определения всех параметров оказалась плохо обусловленной, поэтому определялись значения только 8 негравитационных параметров, а остальные были приняты априорно.

В.С. Сazonов и Е.В. Дмитриев [47] предложили в случае обнаружения опасной для Земли кометы использовать искусственное усиление негравитационных эффектов для предотвращения столкновения. Однако отмечалось также [49], что вращение ядра кометы может зависеть от его структуры. И поскольку реальная структура ядра неизвестна, может возникнуть дополнительная составляющая вращения, делающая непредсказуемым направление тяги.

М.З. Маркович [50] установил, что относительная потеря массы ядра кометы на некотором гелиоцентрическом расстоянии, используемая при расчёте негравитационной силы, пропорциональна скорости векового изменения блеска на том же гелиоцентрическом расстоянии.

А.А. Гырдыков и Ю.В. Евдокимов [51] обнаружили связь негравитационных эффектов в больших полуосях орбит комет Джакобини–Циннера и Брукса 2 с числом Вольфа, характеризующим солнечную активность. С другой стороны, Ю.А. Чернетенко [52] нашла для кометы Энке наличие линейной зависимости негравитационной силы от индекса рекуррентных корпускулярных потоков по наблюдениям 1895–1914 годов, но отсутствие такой зависимости по наблюдениям 1901–1941 годов.

Е.Н. Поляхова [53] получила выражения для негравитационной силы и соответствующих изменений элементов орбиты, считая, что эта сила обусловлена не только реактивным давлением, предполагавшимся обратно пропорциональным квадрату гелиоцентрического расстояния, но и давлением излучения, изменяющимся вследствие изменения парусности. Скорость увеличения парусности (отношения площади поперечного сечения к массе), то есть по сути уменьшения размера кометы, считалась связанной с интенсивностью фотонной и корпускулярной радиации, вследствие чего также обратно пропорциональной квадрату гелиоцентрического расстояния. Таким образом, была выполнена верная с точностью до порядка оценка негравитационного ускорения кометы Энке, однако непосредственное исследование движения кометы не проводилось.

И.Э. Залькалне [54], считая, что негравитационные изменения за период обращения в величине, обратной большой полуоси орбиты, являются случайными величинами одного знака, распределёнными по нормальному закону, и используя эмпирическое распределение больших полуосей орбит комет, нашла, что дисперсии этих случайных величин должны уменьшаться обратно пропорционально полуторной степени числа обращений.

Ю.А. Чернетенко [52] исследовала влияние на точность представления наблюдений функции гелиоцентрического расстояния в модели негравитационной силы путём возведения функции Марсдена в некоторую степень, а также смещения относительно перигелия. Для кометы Энке в 1921–1934 и 1968–1980 годы наилучшие

результаты получены при показателе степени 0.5. Аналогично для кометы Цзыциньшань 2 почти одинаково точные решения получены при показателях 0.5 и 2.0 [55].

А.Ф. Заусаев [56] представил вектор негравитационного ускорения в виде произведения вектора скорости кометы, отношения текущего времени к фиксированному времени и постоянной величины, играющей роль единственного негравитационного параметра. Несмотря на отсутствие физического обоснования, модель удовлетворительно представила моменты прохождения через перигелий кометы Галлея с 1759 по 1986 и кометы Энке – с 1895 по 1994 год.

О.Ф. Григорьян и др. [57] показали, что комета Харрингтона–Абеля, вероятно, испытывала действие дополнительной негравитационной силы при сближении с Юпитером. Ускорение было принято обратно пропорциональным квадрату йовицентрического расстояния. Определялись радиальный и трансверсальный параметры в системе координат, связанной с йовицентрической орбитой. Природа этой силы осталась неизвестной.

Были получены аппроксимации долгосрочного изменения параметров Марсдена. В.В. Емельяненко [58] для исследования динамики кометы Энке в прошлом представил изменение трансверсального параметра Марсдена синусоидой с минимумом по модулю около 1977 года (в действительности минимум до сих пор не имел места). В российско- словацких кометных каталогах [59] для интерполяции и экстраполяции орбитальной эволюции ряда комет трансверсальный параметр Марсдена представлялся линейной либо квадратичной (комета Энке) функцией времени. При этом период наблюдений кометы Энке делился на три части, а кометы Джакобини–Циннера – на две. А.А. Заусаев [60] для согласования вычисленных и наблюдавшихся времён прохождения через перигелий нескольких комет аппроксимировал их радиальные и трансверсальные негравитационные параметры полиномами от 0 до 4 степени (наибольшая – для кометы Энке). Ю.С. Бондаренко и Ю.Д. Медведев [61] представили все три негравитационных параметра Марсдена кометы Копфа кубическими функциями времени, однако при этом потребовалось предположить наличие импульсных изменений скорости кометы в двух сближениях с Юпитером.

Для обеспечения возможности сравнения результатов советских исследований с зарубежными возникла необходимость найти соотношения между параметрами методов с импульсной и непрерывной негравитационной силой. К.П. Мацулов [62] интегрировал численно уравнения Эйлера–Ньютона, в которых роль возмущающих ускорений играли негравитационные ускорения из модели Марсдена стиля I с параметрами, полученными Б.Д. Марсденом для кометы Шомасса, и таким образом получил полные изменения элементов орбиты за период. Далее он нашёл те же величины методом Дубяго и заключил, что поправки к большой полуоси и эксцентриситету орбиты согласуются удовлетворительно, а к другим элементам – определяются ненадёжно в обеих моделях. Аналогичную работу по кометам Брукса 2, Джакобини–Циннера и Копфа провели Н.А. Беляев и Ю.А. Чернетенко [63] с той разницей, что использовалась модель Марсдена стиля II и уравнения Эйлера–Ньютона были приведены к более удобному виду. Обратную задачу – определение параметров Марсдена обоих стилей по параметрам Дубяго – решили А.А. Гырдыков и Ю.В. Евдокимов [64]. Применительно к комете Джакобини–Циннера получено удовлетворительное сходство с результатами Б.Д. Марсдена. Е.Н. Полякова [65], используя вместо функции Марсдена обратно пропорциональную зависимость от квадрата гелиоцентрического расстояния, значительно упростила уравнения Эйлера–Ньютона и по негравитационному изменению периода обращения кометы Энке оценила скорость выброса газа.

Были рассмотрены также особенности, вносимые негравитационными силами в динамическую эволюцию кометных орбит совместно с планетными возмущениями. В.В. Емельяненко [66] исследовал движение комет Темпеля – Тутля и Ольберса, находящихся в резонансах с Юпитером, без учёта и с учётом негравитационных сил по модели Марсдена. Оказалось, что негравитационные эффекты мало влияют на характер либрации, но определяют конкретные обстоятельства сближений с планетами, вследствие чего приходится рассматривать сближения как случайные явления. Н.Ю. Емельяненко [67] рассмотрела влияние негравитационных сил на эволюцию орбит 11 комет, тесно сближающихся с Юпитером, и установила, что ими можно пренебречь на промежутке времени, включающем одно медленное или два быстрых сближения. В.В. Вечеславов и Б.В. Чириков [68] нашли, что попечерная составляющая негравитационной силы заметно уменьшает динамическое время жизни кометы Галлея вперёд по времени, делая его близким ко времени испарения кометы. В.В. Радзиевский и В.П. Томанов [69] обнаружили, что величина постоянной Радзиевского – Тиссерана, следующей из критерия Тиссерана в ограниченной круговой задаче трёх тел и имеющей смысл большой полуоси орбиты основной возмущающей планеты, для некоторых комет оказалась отрицательной либо много больше афелийного расстояния. Был сделан вывод, что в данном случае основная часть возмущений имеет негравитационную природу. Кроме того, В.В. Радзиевский и др. [70] нашли, что остаточные изменения в долготах восходящих узлов и аргументах перигелиев комет, необъяснимые воздействием известных планет, происходят преимущественно в прямом направлении, и поэтому не могут быть объяснены также и нормальным негравитационным параметром, для которого положительные и отрицательные значения должны быть равновероятны. На этом основании был сделан вывод о существовании в Солнечной системе неизвестной планеты.

Итак, из огромного числа моделей негравитационных эффектов в движении комет лишь немногие получили развитие и применение. Имеется необходимость в улучшении в первую очередь наиболее широко применяемой модели Марсдена. Развиваемые в настоящее время модели с прецессией не являются самосогласованными, так как не учитывают вековое угасание комет вследствие потери массы либо роста нелетучей корки. Кроме того, в прецессионную модель входят тригонометрические функции, что затрудняет варьирование в изначально плохо обусловленной задаче определения параметров вращения [71]. Для хорошей обусловленности модель негравитационных эффектов должна содержать минимально возможное число параметров.

## 1. Математические модели

Как видно из анализа рассмотренных выше работ, наблюдаемое убывание негравитационных параметров не может быть объяснено сублимацией однородного ядра, при которой всё поверхностное вещество одновременно удаляется с кометы, так как требуется убывание отношения эффективной испаряющей площади к массе. Такая неоднородность может достигаться двумя принципиально различными путями: накоплением значительной нелетучей массы (см. [12]), либо образованием на ядре сокращающей эффективную площадь корки. Ясно, что в действительности существует некоторая комбинация этих вариантов: какова бы ни была природа нелетучего вещества, оно будет составлять дополнительную массу и некоторым образом изменять скорость сублимации. Тем не менее если накопленная масса значительна, то можно сделать вывод, что в процессе накопления она почти не ограничивала сублимацию. И если корка достаточно быстро сокращает сублимацию, то в её

состав не должна войти большая масса. Поэтому можно рассматривать эти два случая раздельно, что значительно сокращает количество свободных параметров. Во втором случае нужно конкретизировать отношение эффективной испаряющей площади к геометрической (то есть коэффициент ослабления сублимации) как функцию толщины корки. Предпринимались попытки найти эту важную для кометной астрономии функцию как теоретическим (например, [72, 73]), так и экспериментальным (например, [74]) путём. Эти исследования давали совершенно различные результаты. Кроме того, заявленная в [74] обратно пропорциональная зависимость приводит для чистого льда к бесконечно быстрой сублимации. В данной работе будут рассмотрены две элементарные функции: линейная (это эквивалентно предположению Л.М. Шульмана [72] о том, что образование корки завершается, когда полностью испаряется объём, содержащий кроющую площадь, равную площади ядра) и экспоненциально затухающая (как замена обратной пропорциональности из [74]). Геометрическая площадь зависит не только от размера, но и от формы ядра. Согласно исследованию Ю.Д. Медведева [46], форма ядер комет, движущихся по эллиптическим орбитам, остаётся почти постоянной. Это также позволяет обойтись меньшим числом неизвестных параметров.

Так как выброс массы кометой не строго направлен, уравнение Мещерского даёт для реактивной силы  $\vec{F}_r$ , действующей на комету массы  $m$ :

$$\vec{F}_r = \lambda \vec{u} \frac{dm}{dt}, \quad (1)$$

причём в модели Марсдена [17] показатель анизотропии  $\lambda$  и вектор скорости выброса относительно кометы в орбитальной системе координат  $\vec{u}$  считаются постоянными. Количество частиц

$$N = \frac{m N_A}{M} \quad (2)$$

(где  $N_A$  – число Авогадро,  $M$  – молекулярная масса), выбрасываемых в единицу времени с единичной чистой площади, даётся в модели Марсдена как

$$-\frac{1}{\beta S} \frac{dN}{dt} \equiv Z = Z_0 g(r(t)), \quad (3)$$

где  $S$  – геометрическая площадь,  $0 \leq \beta \leq 1$  – отношение к ней эффективной площади,  $r(t)$  – гелиоцентрическое расстояние кометы (в а. е.),

$$g(r) = 0.111262 \cdot 10^{-8} (r/2.808)^{-2.15} (1 + (r/2.808)^{5.093})^{-4.6142}. \quad (4)$$

В предварительных вычислениях можно заменить  $g(r)$  средним значением, зависящим от размера и формы орбиты:  $\langle g(r(t)) \rangle = g(a, e)$ . Получаем составляющие реактивного ускорения  $w_i$  в орбитальной системе координат ( $i = 1; 2; 3$  – радиальное, трансверсальное и нормальное направления):

$$w_i = -\frac{\lambda u_i M Z_0 \beta S}{N_A m} g(r). \quad (5)$$

По определению выделим параметры Марсдена (единицы а. е. /  $(10^4$  сут) $^2$ ):

$$A_i = -\frac{\lambda u_i M Z_0 \beta S}{N_A m}. \quad (6)$$

**Модель 1.** Предположим накопление значительной нелетучей массы, не ослабляющей сублимацию. Тогда действительны формулы (1)–(6) при  $\beta = 1$ . Если ядро не меняет форму, то

$$\frac{S}{m_{\text{glac}}} = \frac{\phi}{\rho_{\text{glac}} R}, \quad (7)$$

где  $\phi$  зависит от формы (для шара  $\phi = 3$ ),  $\rho_{\text{glac}}$  и  $m_{\text{glac}}$  – плотность и масса льда,  $R$  – его средний радиус, определяемый как

$$R = \sqrt[3]{\frac{3m_{\text{glac}}}{4\pi\rho_{\text{glac}}}}. \quad (8)$$

Определим аналогично через массу нелетучих веществ  $m_{\text{fin}} = m - m_{\text{glac}}$ :

$$R_{\text{fin}} = \sqrt[3]{\frac{3m_{\text{fin}}}{4\pi\rho_{\text{fin}}}}.$$

Запишем отсюда параметры Марсдена:

$$A_i = -\frac{\lambda u_i M Z_0 \phi}{N_A \rho_{\text{glac}}} \frac{R^2}{R^3 + (\rho_{\text{fin}} R_{\text{fin}}^3 / \rho_{\text{glac}})},$$

а также, обозначив значения  $A_i$  и  $R$  в некоторый фиксированный момент  $t_0$  соответственно через  $A_{i0}$  и  $R_0$ , отношение:

$$\frac{A_i}{A_{i0}} = \frac{R^2}{R_0^2} \frac{R_0^3 + (\rho_{\text{fin}} R_{\text{fin}}^3 / \rho_{\text{glac}})}{R^3 + (\rho_{\text{fin}} R_{\text{fin}}^3 / \rho_{\text{glac}})}. \quad (9)$$

Объединяя (2), (3), (7) и (8) при  $\beta = 1$ , получим:

$$\frac{dR}{dt} = -\frac{\phi M Z_0}{3N_A \rho_{\text{glac}}} g(r). \quad (10)$$

Обозначая в (9) и (10)  $\sqrt[3]{\frac{\rho_{\text{glac}}}{\rho_{\text{fin}} R_{\text{fin}}^3}} R = \chi \geq 0$  и  $\frac{\phi M Z_0}{3N_A \rho_{\text{glac}}^{2/3} \rho_{\text{fin}}^{1/3} R_{\text{fin}}} = \alpha \geq 0$ , запишем окончательно систему:

$$\begin{cases} A_i = A_{i0} \frac{\chi^2(\chi_0^3 + 1)}{\chi_0^2(\chi^3 + 1)}, \\ \frac{d\chi}{dt} = -\alpha g(r(t)), \\ \alpha = \text{const.} \end{cases} \quad (11)$$

Поскольку второе уравнение системы (11) является дифференциальным, при численном решении может быть удобнее использовать эквивалентную дифференциальную запись и для первого уравнения:

$$\begin{cases} \frac{dA_i}{d\chi} = A_i \left( \frac{2}{\chi} - \frac{3\chi^2}{1 + \chi^3} \right), \\ \frac{d\chi}{dt} = -\alpha g(r(t)), \\ \alpha = \text{const.} \end{cases} \quad (12)$$

Естественно, при использовании этих уравнений нужно учитывать, что отрицательные значения  $\chi$  не имеют смысла. По достижении  $\chi = 0$  (и, следовательно,  $A_i = 0$ ) изменение  $\chi$  (и, следовательно,  $A_i$ ) прекращается.

**Модель 2.** Предположим наличие роста маломассивной корки, сокращающей эффективную площадь линейно по толщине. Тогда остаются действительными формулы (1)–(6). Аналогично (7),

$$\frac{S}{m} = \frac{\phi}{\rho R}, \quad (13)$$

где  $\rho$  – плотность кометы (полагаемой первоначально однородной),  $R$  – её средний радиус, определяемый как

$$R = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}}. \quad (14)$$

Запишем отсюда параметры Марсдена:

$$A_i = -\frac{\lambda u_i M Z_0 \phi \beta}{N_A \rho R}, \quad (15)$$

а также, обозначив значения  $A_i$ ,  $R$  и  $\beta$  в некоторый фиксированный момент  $t_0$  соответственно через  $A_{i0}$ ,  $R_0$  и  $\beta_0$ , составим комбинацию:

$$\frac{A_i}{A_{i0}} = \frac{R_0 \beta}{\beta_0 R}. \quad (16)$$

Согласно нашему предположению

$$\beta = 1 - h/H, \quad (17)$$

где  $H$  – толщина корки, прекращающая испарение,

$$h = \frac{f(m_{\text{init}} - m)/\rho}{S} \quad (18)$$

– её текущая толщина,  $m_{\text{init}}$  – исходная масса,  $f$  – объёмная доля нелетучих веществ. Учитывая в (18) (13) и (14), имеем:

$$h = \frac{f}{\phi} \frac{(R_{\text{init}}^3 - R^3)}{R^2}. \quad (19)$$

Подставляя в (17) (19) и  $R_{\text{init}}$ , выраженный из них же при  $t = t_0$ , получим:

$$\beta = 1 + \frac{f}{\phi H} \frac{R^3 - R_0^3}{R^2} - \frac{R_0^2(1 - \beta_0)}{R^2}. \quad (20)$$

Комбинируя (2), (3), (13) и (14), имеем:

$$\frac{dR}{dt} = -\frac{\phi M Z_0}{3 N_A \rho} \beta g(r). \quad (21)$$

Обозначая в (16), (20) и (21)  $\frac{3f}{\phi H} R = \chi$  и  $\frac{M Z_0 f}{N_A \rho H} = \alpha$ , запишем систему:

$$\begin{cases} A_i = A_{i0} \frac{\chi_0 \beta}{\beta_0 \chi}, \\ \beta = 1 + \frac{\chi^3 - \chi_0^3}{3\chi^2} - \frac{\chi_0^2(1 - \beta_0)}{\chi^2}, \\ \frac{d\chi}{dt} = -\alpha \beta g(r(t)), \\ \alpha = \text{const.} \end{cases} \quad (22)$$

Соответствующая (22) дифференциальная запись имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{dA_i}{d\chi} = A_i \left( \frac{1}{\beta} + \frac{2}{\beta\chi} - \frac{3}{\chi} \right), \\ \frac{d\beta}{d\chi} = 1 + \frac{2(1 - \beta)}{\chi}, \\ \frac{d\chi}{dt} = -\alpha \beta g(r(t)), \\ \alpha = \text{const.} \end{cases} \quad (23)$$

При использовании этих уравнений нужно учитывать, что значения  $\beta > 1$  не имеют смысла. Если модель построена правильно, то к моменту прихода кометы на короткопериодическую орбиту с перигелием внутри пояса астероидов комета должна иметь  $\beta \leq 1$ , а до этого момента испарение льдов недостаточно, чтобы наращивать корку, и изменения в  $\beta$  незначительны. Однако такие резкие изменения орбиты происходят при тесном сближении с большой планетой, где движение неустойчиво, и трудно определить, откуда комета пришла. Не имеют смысла и отрицательные значения  $\beta$  и  $\chi$ .

**Модель 3.** Предположим образование маломассивной корки, сокращающей эффективную площадь экспоненциально по толщине:

$$\beta = \exp\left(-\frac{h}{H}\right),$$

где  $H$  – характерная толщина сокращения испарения. Остаются действительны формулы (1)–(6). Кроме того, остаются в силе и формулы (13)–(16), (18)–(19) из модели 2. Преобразовывая аналогично (20)–(22), получаем:

$$\begin{cases} A_i = A_{i0} \frac{\chi_0 \beta}{\beta_0 \chi}, \\ \beta = \exp\left(\frac{\chi^3 - \chi_0^3 + 3\chi_0^2 \ln \beta_0}{3\chi^2}\right), \\ \frac{d\chi}{dt} = -\alpha \beta g(r(t)), \\ \alpha = \text{const}. \end{cases} \quad (24)$$

Эквивалентная (24) дифференциальная запись:

$$\begin{cases} \frac{dA_i}{d\chi} = A_i \left(1 - \frac{1 + 2 \ln \beta}{\chi}\right), \\ \frac{d\beta}{d\chi} = \beta \left(1 - \frac{2 \ln \beta}{\chi}\right), \\ \frac{d\chi}{dt} = -\alpha \beta g(r(t)), \\ \alpha = \text{const}. \end{cases} \quad (25)$$

На значения  $\beta$  и  $\chi$  действуют те же ограничения, что и в модели 2.

## 2. Исходные данные и результаты расчётов

Наиболее точным способом определения различных параметров движения небесных тел в настоящее время считается метод дифференциального исправления с непосредственным использованием астрометрических наблюдений. При этом число наблюдений может быть от нескольких десятков до нескольких тысяч. Если наблюдения проводились в существенно различные эпохи, им необходимо назначить веса в соответствии с уровнем точности, обусловленным техникой тех времён. Поскольку негравитационные параметры комет изменяются достаточно медленно, а их значения, полученные из объединения нескольких появлений, широко представлены в каталогах, можно получить для них предварительное решение по значительно упрощённой схеме. Далее это решение может быть использовано в процедуре дифференциального исправления в качестве начальных значений для запуска итераций.

Табл. 1

## Исходные данные

Годы	$A_2$	$\sigma_{A_2}$	Источник
1786–1805	−0.03608	0.00030	[18]
1795–1819	−0.03847	0.00014	[18]
1805–1822	−0.03962	0.00011	[18]
1819–1832	−0.03996	0.00006	[18]
1832–1845	−0.03759	0.00016	[18]
1845–1858	−0.03503	0.00006	[18]
1858–1871	−0.03170	0.00004	[18]
1871–1885	−0.02657	0.00005	[18]
1885–1895	−0.02263	0.00005	[18]
1891–1905	−0.02109	0.00004	[18]
1901–1911	−0.01683	0.00008	[18]
1911–1924	−0.01461	0.00003	[18]
1924–1937	−0.01144	0.00004	[18]
1937–1951	−0.00822	0.00011	[18]
1951–1964	−0.00589	0.00007	[18]
1947–1967	−0.006	(0.0005)	[17]
1957–1971	−0.00474	0.00004	[18]
1964–1974	−0.0035	(0.00005)	[59]
1970–1985	−0.00303	0.00002	[75]
1977–1980	−0.0030	(0.00005)	[59]
1973–1987	−0.00228	0.00004	[76]
1973–1989	−0.00229	0.00003	[77]
1982–1994	−0.00182	(0.000005)	[78]
1984–1995	−0.001643	0.000029	[79]
1982–1996	−0.00164	0.00002	[80]
1982–1995	−0.0017	(0.00005)	[81]
1984–1997	−0.0016	(0.00005)	[59]
1982–1998	−0.00132	0.00002	[82]
1986–1998	−0.001228	0.000029	[83]
1986–1999	−0.00122	0.00002	[84]
1982–2001	−0.0013	(0.00005)	[85]
1989–2005	−0.00102	0.00001	[86]
1989–2003	−0.0009	(0.00005)	[87]
1996–2007	−0.00063	0.00002	[88]

Рассмотрение известных параметров Марсдена для кометы Энке показывает, что  $A_2$  изменяется плавно, в то время как для  $A_1$  приводятся как большие отрицательные, так и большие положительные значения, зачастую чередующиеся в смежных появлениях. Это не имеет какого-либо физического истолкования, так как во всех существующих моделях  $A_1$  представляет собой основную составляющую реактивной силы и должен быть гораздо более устойчивым к изменениям параметров кометного ядра, чем  $A_2$ . С другой стороны, хорошо известно, что влияние  $A_1$  на движение сводится в основном лишь к изменению периода обращения на постоянную величину, а потому значения  $A_1$  сильно коррелируют со значениями большой полуоси орбиты, для их разделного определения требуются длительные наблюдения. Таким образом,  $A_1$ , полученные по 3–5 появлениям, скорее всего, просто ошибочны, поэтому в настоящей работе моделируется только  $A_2$ .

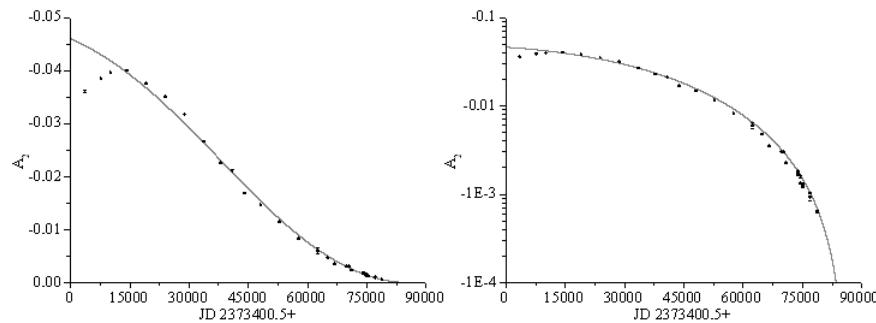


Рис. 1. Формальное решение систем (11), (12) в линейном и логарифмическом масштабах

Табл. 2

Параметры решения на рис. 1 для начальной и конечной дат модели

Год	$A_2$	$\alpha, \text{сут}^{-1}$	$\chi$
1786	-0.0461	$3.24 \cdot 10^{-5}$	0.945
2032	0		0

Собранные из различных источников значения  $A_2$  для кометы Энке, а также их среднеквадратические ошибки приведены в табл. 1. В случаях, когда  $\sigma_{A_2}$  не дана в источнике явно, считалось, что она равна половине последнего приведённого знака (в таблице обозначены круглыми скобками). Как неоднократно отмечалось (см., например, [12, 18]), значения негравитационных параметров должны быть отнесены к серединам интервалов наблюдений, из которых они получены.

Выведенные выше системы уравнений позволяют интерпретировать изменение  $A_2$  со временем по общепринятому правилу – путём подбора дополнительных параметров  $\alpha, \beta, \chi$ , минимизирующих сумму квадратов отношений отклонений кривой  $A_2(t)$  от значений табл. 1 к их среднеквадратическим ошибкам. Можно ещё упростить задачу, учтя, что все возмущения орбиты кометы Энке, хотя и сильно повлияли на видимые положения, не были существенны для изменения теплового режима. Тогда элементы орбиты  $a, e$  заменяются некоторыми средними значениями (в настоящей работе соответственно 2.21723 а.е. и 0.84772) и вычисляется среднее по времени значение функции  $g(r)$  вдоль этого эллипса, заменяющее её во всех вычислениях.

За начало отсчёта принята дата JD 2373400.5 (18 января 1786 г.).

Нужно отметить, что со временем точность наблюдений росла, а следовательно, росла и точность определения  $A_2$ . В случае кометы Энке на этот же период пришлось уменьшение значения  $A_2$ . При таком сочетании более правильное представление о взвешенной точности модели даёт график  $A_2(t)$  в логарифмическом масштабе.

**Модель 1.** Построенное вышеуказанным способом решение систем (11), (12) дано на рис. 1, его параметры – в табл. 2.

Как видно, модель адекватно представляет  $A_2$  на промежутке более 170 лет, вплоть до настоящего времени. Значительные отклонения имеют место только для конца XVIII – начала XIX века. Экстраполяция модели в будущее показывает, что около 2022 года  $A_2$  обратится в нуль, то есть комета полностью угаснет. Это близко как к результату З. Секанины [12], полученному схожим динамическим методом (2022–2036 годы в различных моделях), так и к результату И. Феррина [89], полученному принципиально другим фотометрическим методом (2053–2059 годы).

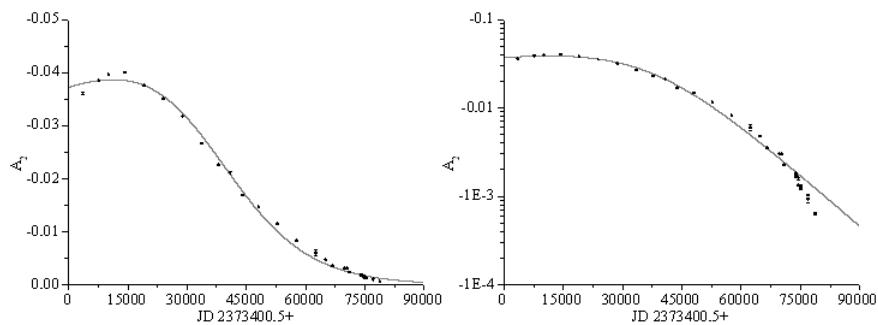


Рис. 2. Формальное решение систем (22), (23) в линейном и логарифмическом масштабах

Табл. 3

Параметры решения на рис. 2 для начальной и конечной дат модели

Год	$A_2$	$\alpha, \text{сут}^{-1}$	$\beta$	$\chi$
1786	-0.0372	$3.32 \cdot 10^{-5}$	0.99	0.637
2032	-0.000455		0.00547	0.288

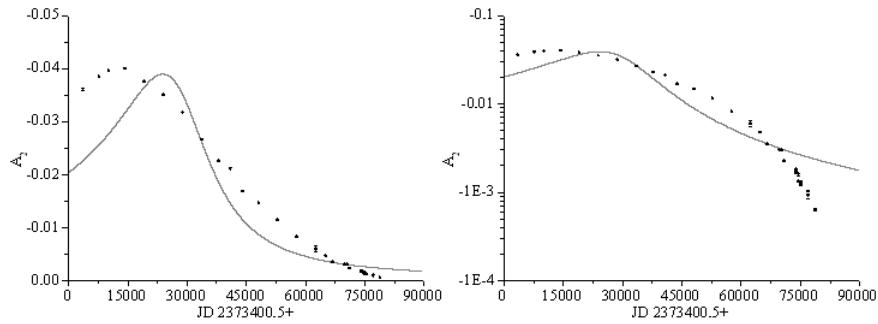


Рис. 3. Формальное решение систем (24), (25) в линейном и логарифмическом масштабах

Табл. 4

Параметры решения на рис. 3 для начальной и конечной дат модели

Год	$A_2$	$\alpha, \text{сут}^{-1}$	$\beta$	$\chi$
1786	-0.0203	$1.21 \cdot 10^{-5}$	0.99	0.127
2032	-0.00177		0.00910	0.0134

**Модель 2.** Решение систем (22), (23) дано на рис. 2, его параметры – в табл. 3. При поиске решения налагалось условие  $\beta \leq 1$ , в противном случае модель не имела бы физического смысла.

Модель адекватно представляет  $A_2$  за более чем 150 лет. Существенные отклонения имеют место в современную эпоху, причём переход на более быстрое изменение параметра имеет вид излома. Это можно объяснить, например, следя Л.М. Шульману [72], застреванием в нарастающей коре более мелких частиц. В начальный период значения  $\beta$  были предельно велики, то есть в этой модели поверхность ядра оказалась изначально почти полностью чистой.

**Модель 3.** Решение систем (24), (25) дано на рис. 3, его параметры – в табл. 4. Так же, как и в модели 2, необходимо было задействовать ограничение  $\beta \leq 1$ .

Как видно, модель отражает изменение  $A_2$  лишь качественно (выраженный пик и замедляющийся спад), и с большой вероятностью должна быть отброшена.

### Заключение

Две из построенных моделей отражают изменение негравитационного параметра  $A_2$  кометы Энке на длительном промежутке времени достаточно надёжно, но всё-таки остаются некоторые систематические отклонения от значений, приведённых в литературе. Хотя формальное решение для модели с дополнительной массой несколько лучше, пока нельзя отбросить и вариант с линейным ослаблением испарения корой. Окончательный выбор должен быть сделан на основании дифференциального исправления параметров по астрометрическим наблюдениям за весь период с конца XVIII века по настоящее время. Что касается причин отклонений, то они могут быть не только внутренними по отношению к модели (сделанные при её построении допущения), но и внешними. Случайные ошибки в  $A_2$  могут быть в несколько раз больше заявленных (как отмечали Ф.Л. Уиппл и З. Секанина [26]) в результате корреляции с плохо определяемым  $A_1$ . Возможно, дополнительные расхождения возникают также из-за упрощённого способа решения систем. Вообще не следует требовать абсолютно точного решения, если задача связана с кометной активностью, так как подобные процессы принципиально стохастичны.

Необходимо отметить, что построенные модели применимы не ко всем кометам. Они предполагают, что физическая эволюция ядра происходит спокойно, без сбросов значительных масс нелетучего вещества и отделения крупных фрагментов. Кроме того, невозможно объяснить одним только угасанием смену знака негравитационных параметров, хорошо известную, например, для кометы Понса – Виннеке [90]. Возможно, в данном случае в модель нужно ввести либо прецессию оси вращения, либо орбитальную асимметрию негравитационной силы. Подобная комбинированная теория гораздо более сложна, для обусловленности дополнительных параметров требует гораздо большего числа наблюдений. Поэтому маловероятно, что она будет построена в полном объёме в ближайшее время.

Автор благодарен Марине Геннадьевне Ишмухаметовой (КФУ) за общее руководство, Екатерине Дмитриевне Кондратьевой (КФУ) за полезное обсуждение на всех этапах работы, а также Юлии Андреевне Чернетенко (ИПА РАН) за представление необходимой литературы.

### Summary

*V.S. Usanin.* Variation of Nongravitational Parameters of Comet Encke as a Result of Its Decay.

Existing models for nongravitational effects in cometary motion are reviewed. Marsden's model is the most extensively used for linkage of few successive apparitions. For linkage of numerous apparitions, there is not any unified method yet. Various modifications of Marsden's model were developed explaining the variation of nongravitational parameters mainly through the precession of the cometary nucleus rotation axis and the outgassing from discrete surface sources. However, the mass loss and the shrinking of the sublimating area were not considered. The construction of the theory of motion for comet Encke presents particular difficulties. In the present paper, it is shown that the variation of the nongravitational parameters of comet Encke may be qualitatively explained by self-consistent models of the mass loss without reference to a hypothesis of the nucleus rotation axis precession.

**Key words:** celestial mechanics, comets, nongravitational forces, 2P, Encke, Marsden's model.

**Литература**

1. *Sekanina Z.* Encke, the comet // J. Roy. Astron. Soc. Can. – 1991. – V. 85, No 6. – P. 324–376.
2. *Whipple F.L.* A comet model. I. The acceleration of comet Encke // Astrophys. J. – 1950. – V. 111, No 2. – P. 375–394.
3. *Маковер С.Г.* Комета Энке–Баклунда. Сообщение первое: движение за 1937–1951 гг. // Труды Ин-та теоретической астрономии. – 1955. – Вып. IV. – С. 133–204.
4. *Marsden B.G.* Comets and Nongravitational Forces // Astron. J. – 1968. – V. 73, No 5, Part I. – P. 367–379.
5. *Дубяго А.Д.* О вековом ускорении движения периодических комет // Астроном. журн. – 1948. – Т. XXV, № 6. – С. 361–368.
6. *Дубяго А.Д.* Движение периодической кометы Брукса с 1883 по 1946 г. // Учен. зап. Казан. гос. ун-та. – 1950. – Т. 110, Кн. 8. – С. 5–44.
7. *Дубяго А.Д.* Движение периодической кометы Брукса 1925–1960 // Учен. зап. Казан. гос. ун-та. – 1956. – Т. 116, Кн. 6. – С. 3–31.
8. *Sekanina Z.* Non-gravitational effects in comet motions and a model of an arbitrarily rotating comet nucleus. I. Hypothesis // Bull. Astron. Inst. Czechoslovakia. – 1967. – V. 18, No 1. – P. 15–19.
9. *Sekanina Z.* Non-gravitational effects in comet motions and a model of an arbitrarily rotating comet nucleus. II. Push-Effect // Bull. Astron. Inst. Czechoslovakia. – 1967. – V. 18, No 1. – P. 19–23.
10. *Sekanina Z.* Non-gravitational effects in comet motions and a model of an arbitrarily rotating comet nucleus. V. General Rotation of Comet Nuclei // Bull. Astron. Inst. Czechoslovakia. – 1967. – V. 18, No 6. – P. 347–355.
11. *Sekanina Z.* Non-gravitational effects in comet motions and a model of an arbitrarily rotating comet nucleus. VII. Short-period Comets. Analysis // Bull. Astron. Inst. Czechoslovakia. – 1968. – V. 19, No 2. – P. 54–63.
12. *Sekanina Z.* Dynamical and Evolutionary Aspects of Gradual Deactivation and Disintegration of Short-Period Comets // Astron. J. – 1969. – V. 74, No 10. – P. 1223–1234.
13. *Sekanina Z.* A core-mantle model for cometary nuclei and asteroids of possible cometary origin // Physical studies of minor planets, Proc. IAU Coll. 12, held in Tucson, AZ, March 6–10, 1971 / Ed. T. Gehrels. – Washington: National Aeronautics and Space Administration, 1971. – P. 423–428.
14. *Sekanina Z.* A model for the nucleus of Encke's comet // The Motion, Evolution of Orbits, and Origin of Comets: Proc. IAU Symp. 45, held in Leningrad, U.S.S.R., August 4–11, 1970 / Eds. G.A. Chebotarev, E.I. Kazimirchak-Polonskaia, B.G. Marsden. – Dordrecht: Reidel, 1972. – P. 301–307.
15. *Marsden B.G.* Comets and Nongravitational Forces. II // Astron. J. – 1969. – V. 74, No 5. – P. 720–734.
16. *Marsden B.G.* Comets and Nongravitational Forces. III // Astron. J. – 1970. – V. 75, No 1. – P. 75–84.
17. *Marsden B.G., Sekanina Z., Yeomans D.K.* Comets and nongravitational forces. V. // Astron. J. – 1973. – V. 78, No 2. – P. 211–225.
18. *Marsden B.G., Sekanina Z.* Comets and nongravitational forces. VI. Periodic comet Encke 1786–1971 // Astron. J. – 1974. – V. 79, No 3. – P. 413–419.

19. *Yeomans D.K., Chodas P.W., Sitarski G., Szutowicz S., Królikowska M.* Cometary Orbit Determination and Nongravitational Forces // Comets II / Eds. M.C. Festou, H.U. Keller, H.A. Weaver. – Tucson: Univ. Arizona Press, 2004. – P. 137–151.
20. *Marsden B.G.* Orbital properties of Jupiter-family comets // Planet. Space Sci. – 2009. – V. 57, No 10. – P. 1098–1105.
21. *Brady J.L., Carpenter E.* The Orbit of Halley's Comet and the Apparition of 1986 // Astron. J. – 1971. – V. 76, No 8. – P. 728–739.
22. *Landgraf W.* On the motion of comet Halley // Astron. Astrophys. – 1986. – V. 163. – P. 246–260.
23. *Sitarski G.* Linkage of the 53 Observed Perihelion Times of the Periodic Comet Encke // Acta Astronom. – 1987. – V. 37, No 1. – P. 99–113.
24. *Sitarski G.* Long-Term Motion of Comet P/Encke // Acta Astronom. – 1988. – V. 38, No 3. – P. 269–282.
25. *Sitarski G.* On the Nongravitational Motion of Comet P/Halley // Acta Astronom. – 1988. – V. 38, No 3. – P. 253–268.
26. *Whipple F.L., Sekanina Z.* Comet Encke: Precession of the spin axis, nongravitational motion, and sublimation // Astron. J. – 1979. – V. 84, No 12. – P. 1894–1909.
27. *Sitarski G.* Determination of Angular Parameters of a Rotating Cometary Nucleus Basing on Positional Observations of the Comet // Acta Astronom. – 1990. – V. 40, No 4. – P. 405–417.
28. *Sitarski G.* On the Rotating Nucleus of Comet P/Grigg-Skjellerup // Acta Astronom. – 1992. – V. 42, No 1. – P. 59–65.
29. *Sekanina Z.* Outgassing asymmetry of periodic comet Encke. II. Apparitions 1868–1918 and a study of the nucleus evolution // Astron. J. – 1988. – V. 96, No 4. – P. 1455–1475.
30. *Szutowicz S.* Active regions on the surface of Comet 43P/Wolf-Harrington determined from its nongravitational effects // Astron. Astrophys. – 2000. – V. 363. – P. 323–334.
31. *Froeschlé C., Rickman H.* Model calculations of nongravitational forces on short-period comets I. Low-obliquity case // Astron. Astrophys. – 1986. – V. 170. – P. 145–160.
32. *Sekanina Z.* Effects of the law for nongravitational forces on the precession model of comet Encke // Astron. J. – 1986. – V. 91, No 2. – P. 422–431.
33. *Szutowicz S., Rickman H.* Orbital linkages of Comet 6P/d'Arrest based on its asymmetric light curve // Icarus. – 2006. – V. 185, No 1. – P. 223–243.
34. *Yeomans D.K., Chodas P.W.* An asymmetric outgassing model for cometary nongravitational accelerations // Astron. J. – 1989. – V. 98, No 3. – P. 1083–1093.
35. *Евдокимов Ю.В.* Исследование движения комет и метеорных потоков в Казанском университете (обзор) // Труды Казан. гор. астроном. обсерватории. – 1986. – Вып. 50. – С. 110–125.
36. *Бохан Н.А., Чернегенко Ю.А.* Исследование движения кометы Энке–Баклунда за период 1901–1970 гг. // Астроном. журн. – 1974. – Т. 51, Вып. 3. – С. 617–626.
37. *Медведев Ю.Д.* Орбита кометы Брукса 2 на интервале 1889–1933 гг. // Кинематика и физика небесных тел. – 1986. – Т. 2, № 2. – С. 83–84.
38. *Dobrovolskij O.V., Markovich M.Z.* On nongravitational effects in two classes of models for cometary nuclei // The Motion, Evolution of Orbits, and Origin of Comets: Proc. IAU Symp. 45, held in Leningrad, U.S.S.R., August 4–11, 1970 / Eds. G.A. Chebotarev, E.I. Kazimirchak-Polonskaia, B.G. Marsden. – Dordrecht: Reidel, 1972. – P. 287–293.

39. *Лебединец В.Н., Сорокин Н.А., Хабибов З.Р.* Реактивное торможение кометных ядер и их отношение к структуре метеорных роёв // Докл. АН СССР. – 1983. – Т. 269, № 5. – С. 1069–1072.
40. *Лебединец В.Н.* О происхождении метеорных роёв типа Ариетид и Геминид // Астроном. вестн. – 1985. – Т. XIX, № 2. – С. 152–158.
41. *Пивненко Е.А.* Реактивное торможение комет – фактор формирования тонкой и сверхтонкой структуры молодых метеорных роёв // Кометный циркуляр. – 1989. – № 408. – С. 8–10.
42. *Лебединец В.Н., Куликова Н.В., Пивненко Е.А.* Влияние реактивного торможения комет на структуру метеорных роёв // Астроном. вестн. – 1990. – Т. 24, № 1. – С. 3–17.
43. *Посудиевский Р.А., Шмукин А.А.* Оценка негравитационных сил, действующих на ядра комет // Докл. АН УССР. Сер. А. Физ.-мат. и техн. науки. – 1986. – № 6. – С. 58–61.
44. *Маров М.Я., Колесниченко А.В., Скоров Ю.В.* Тепловая и фотометрическая модель ядра кометы // Астроном. вестн. – 1987. – Т. XXI, № 1. – С. 47–60.
45. *Стрельницкий В.С., Бисикало Д.В., Шематович В.И.* К расчёту негравитационных сил в кометах // Астроном. циркуляр. – 1987. – № 1488. – С. 5–8.
46. *Медведев Ю.Д.* Эффекты сублимации в орбитальном и вращательном движении кометного ядра: Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. – СПб.: ИПА РАН, 1996. – 30 с.
47. *Сазонов В.С., Дмитриев Е.В.* О предотвращении столкновений с Землёй опасных тел кометной природы с помощью инициирования на их поверхности эффекта сублимации // Астроном. вестн. – 1998. – Т. 32, № 4. – С. 380–391.
48. *Сагдеев Р.З., Эльяшберг П.Е., Мороз В.И.* Оценка массы и плотности ядра кометы Галлея // Письма в АЖ. – 1987. – Т. 13, № 7. – С. 621–629.
49. Угроза с неба: рок или случайность? / Под ред. А.А. Боярчука. – М: Космосинформ, 1999. – 220 с.
50. *Маркович М.З.* О функции  $\lambda(r)$ , определяющей относительную потерю массы ядра кометы // Кометы и метеоры. – 1982. – № 34. – С. 36–38.
51. *Гырдымов А.А., Ебоджимов Ю.В.* О связи негравитационных эффектов в движении комет Джакобини-Циннера и Брукса 2 с активностью Солнца // Кометы и метеоры. – 1982. – № 33. – С. 35–38.
52. *Чернетенко Ю.А.* Движение кометы Энке: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. – СПб.: ГАО РАН, 1992. – 12 с.
53. *Поляхова Е.Н.* Решение линейных уравнений орбитального движения кометы с учётом негравитационных эффектов // Астроном. вестн. – 1987. – Т. XXI, № 3. – С. 233–241.
54. *Залькалне И.Э.* Иррегулярные силы в движении комет: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Л.: ГАО АН СССР, 1971. – 14 с.
55. *Серова С.В., Чернетенко Ю.А.* Движение кометы Цыцзиньшань 2: негравитационные эффекты и смещение фотоцентра // Астроном. вестн. – 1996. – Т. 30, № 3. – С. 276–279.
56. *Заусаев А.Ф.* Учёт негравитационных сил в уравнениях движения короткопериодических комет // Математическое моделирование и краевые задачи, Труды IV Всерос. науч. конф. с междунар. участием. – Самара, 2007. – Ч. 3. – С. 103–107.
57. *Григорьян О.Ф., Медведев Ю.Д., Томанов В.П.* Гипотеза дополнительного ускорения в движении кометы Харрингтона-Абеля от Юпитера // Астроном. вестн. – 2004. – Т. 38, № 5. – С. 452–461.

58. Емельяненко В.В. О динамике кометы Энке // Кометный циркуляр. – 1990. – № 411. – С. 6.
59. Kozlov E.A., Medvedev Yu.D., Zamarashkina M.D., Pittichová J., Pittich E.M. Catalogue of short-period comets. – Bratislava: Astron. Inst., Slovak Academy of Sciences, 2005. – 300 p.
60. Заусаев А.А. Математическое моделирование движения небесных тел на основе высокоточных разностных схем: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2005. – 149 с.
61. Бондаренко Ю.С., Медведев Ю.Д. Долгосрочные численные теории движения комет // Астроном. вестн. – 2010. – Т. 44, № 2. – С. 158–166.
62. Мацуков К.П. О сопоставлении двух методов учёта негравитационных эффектов в движении комет // Астроном. вестн. – 1977. – Т. XI, № 3. – С. 144–149.
63. Беляев Н.А., Чернетенко Ю.А. Сопоставление двух методов учёта негравитационных сил в движении комет // Бюл. Ин-та теоретической астрономии. – 1979. – Т. XIV, № 8 (161). – С. 455–462.
64. Гырдымов А.А., Ебоджимов Ю.В. Определение негравитационных параметров Марсдена по изменению элементов орбит, полученных методом Дубяго // Труды Казан. гор. астроном. обсерватории. – 1985. – Вып. 49. – С. 127–132.
65. Поляхова Е.Н. Усреднение уравнений орбитального движения кометы с учётом негравитационных эффектов // Астроном. вестн. – 1984. – Т. XVIII, № 3. – С. 235–239.
66. Емельяненко В.В. Движение комет в резонансе с Юпитером // Письма в АЖ. – 1985. – Т. 11, № 12. – С. 924–929.
67. Емельяненко Н.Ю. Влияние негравитационных сил на эволюцию орбит комет, тесно сближающихся с Юпитером // Кинематика и физика небесных тел. – 1993. – Т. 9, № 5. – С. 22–26.
68. Вечеславов В.В., Чириков Б.В. Хаотическая динамика кометы Галлея // Письма в АЖ. – 1988. – Т. 14, № 4. – С. 357–363.
69. Радзивеский В.В., Томанов В.П. Новые применения критерия Тиссерана // Астроном. журн. – 1986. – Т. 63, Вып. 1. – С. 198–200.
70. Радзивеский В.В., Артемьев А.В., Айзатулова М.Х., Иванов В.А., Кислицин А.Б., Кокурина Л.Н., Подковырин С.М. Анализ невязок в движении короткопериодических комет // Кинематика и физика небесных тел. – 1992. – Т. 8, № 5. – С. 41–49.
71. Медведев Ю.Д., Свешников М.Л., Сокольский А.Г., Тимошкова Е.И., Чернетенко Ю.А., Черных Н.С., Шор В.А. Астероидно-кометная опасность / Под ред. А.Г. Сокольского. – СПб.: Изд-во ИТА РАН, 1996. – 244 с.
72. Шульман Л.М. Динамика кометных атмосфер. Нейтральный газ. – Киев: Наукова думка, 1972. – 244 с.
73. Скоров Ю.В., Маров М.Я., Королёв А.Е. Массоперенос в приповерхностном слое кометного ядра. Газокинетический подход // Астроном. вестн. – 2002. – Т. 36, № 2. – С. 99–109.
74. Ibadinov Kh.I. Covering of cometary nucleus by refractory crust and its evolution into asteroid-like body // Evolution and Source Regions of Asteroids and Comets: Proc. IAU Coll. 173 / Eds. J. Svoreň, E.M. Pittich, H. Rickman. – Astron. Inst. Slovak Acad. Sci., Tatranská Lomnica. – 1999. – P. 365–370.
75. Nakano S. Periodic Comet Encke 1971 II = 1974 V = 1977 XI = 1980 XI = 1984 VI // OAA Computing Section Circular NK. – 1985. – No 485. – P. 1–4.

76. Nakano S. Periodic Comet Encke 1974 V = 1977 XI = 1980 XI = 1984 VI // OAA Computing Section Circular NK. – 1987. – No 519. – P. 1–4.
77. Nakano S. Periodic Comet Encke // OAA Computing Section Circular NK. – 1990. – No 545. – P. 1–4.
78. Nakano S. 2P/Encke // OAA Computing Section Circular NK. – 1994. – No 618. – URL: <http://www.oaa.gr.jp/~oaacs/nk/nk618.htm>, свободный.
79. Keesey M.S.W. 2P/Encke. Epoch=1995-10-10.0 J944/1 // JPL Small-Body Database Browser. – 2003. – URL: <http://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb.cgi?soln=J944%2F1&cad=0&cov=0&sstr=2P&orb=1&log=0>, свободный.
80. Nakano S. 2P/Encke // OAA Computing Section Circular NK. – 1997. – No 658. – URL: <http://www.oaa.gr.jp/~oaacs/nk/nk658.htm>, свободный.
81. Muraoka K. 2P/Encke (2000). Orbital Elements // S. Yoshida's Comet Catalog. – 2003. – URL: <http://www.aerith.net/comet/catalog/0002P/2000.html>, свободный.
82. Muraoka K. 2P/Encke (1997). Orbital Elements // S. Yoshida's Comet Catalog. – 2003. – URL: <http://www.aerith.net/comet/catalog/0002P/1997.html>, свободный.
83. Keesey M.S.W. 2P/Encke. Epoch=1998-11-03.0 J974/1 // JPL Small-Body Database Browser. – 2003. – URL: <http://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb.cgi?soln=J974%2F1&cov=0&cad=0&sstr=2P&orb=1&log=0>, свободный.
84. Nakano S. 2P/Encke // OAA Computing Section Circular NK. – 1999. – No 719. – URL: <http://www.oaa.gr.jp/~oaacs/nk/nk719.htm>, свободный.
85. Muraoka K. 2P/Encke (2003). Orbital Elements // S. Yoshida's Comet Catalog. – 2004. – URL: <http://www.aerith.net/comet/catalog/0002P/2003.html>, свободный.
86. Nakano S. 2P/Encke // OAA Computing Section Circular NK. – 2005. – No 1279. – URL: <http://www.oaa.gr.jp/~oaacs/nk/nk1279.htm>, свободный.
87. Bowell E., Chernykh N.S., Foglia S., Goffin E., Kretlow M., Marsden B.G., Nakano S., Smalley K.E., Spahr T.B., Williams G.V., Sansatario M.E. Orbital elements // Minor Planet Circulars. – 2004. – M.P.C. 51818–51824.
88. Nakano S. 2P/Encke // OAA Computing Section Circular NK. – 2007. – No 1462. – URL: <http://www.oaa.gr.jp/~oaacs/nk/nk1462.htm>, свободный.
89. Ferrín I. Secular light curve of 2P/Encke, a comet active at aphelion // Icarus. – 2008. – V. 197, No 1. – P. 169–182.
90. Резников Е.А. Построение численной теории движения кометы Понса-Виннеке (1819 III) с 1819 по 1970 год и исследование метеорного потока Понс–Виннекид: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Казань: Казан. гос. ун-т, 1977. – 14 с.

Поступила в редакцию  
22.06.10

---

**Усанин Владимир Сергеевич** – инженер метеорного отдела Астрономической обсерватории им. В.П. Энгельгардта, аспирант кафедры астрономии и космической геодезии Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: *Vladimir.Usanin@ksu.ru*