

УДК 538.9(06)+539.2(06)

**ТРАНСПОРТНЫЕ СВОЙСТВА  
ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ  
ДВОЙНОЙ КВАНТОВОЙ ТОЧКИ  
С НИЗКИМИ ПОТЕНЦИАЛЬНЫМИ БАРЬЕРАМИ**

*А.О. Бадрутдинов, Ш.М. Хуанг, К. Оно, К. Коно, Д.А. Таюрский*

**Аннотация**

Представлены результаты исследований энергетического спектра вертикальной двойной квантовой точки на основе арсенида галлия. Особенностью исследуемого образца являются относительно низкие потенциальные барьеры между точками и прилежащими электронными резервуарами, что приводит к сильной туннельной связи, увеличенному перекрытию волновых функций и низкому сопротивлению. В результате ожидается, что квантовый транспорт через исследуемую двойную точку может иметь специфические особенности.

**Ключевые слова:** двойная квантовая точка, квантовый транспорт, кулоновская блокада, низкие температуры.

---

**Введение**

Полупроводниковые квантовые точки являются объектом интенсивных научных исследований в течение последних двух десятилетий [1, 2]. Физика квантовой точки заключается в следующем. В объеме полупроводника создается трехмерный потенциал, приводящий к пространственному перераспределению электронов проводимости таким образом, что образуется мезоскопическая область, отделенная от остального электронного газа потенциальными барьерами. Контроль над количеством электронов в этой области осуществляется подстройкой потенциального профиля, при этом, как правило, число электронов может быть точно измерено. Локализация в трехмерной потенциальной яме малых размеров приводит к тому, что энергетический спектр электронов в квантовой точке дискретен. Вследствие этого физика квантовых точек имеет много параллелей с атомной физикой, благодаря чему квантовые точки в литературе получили название «искусственных атомов» [3]. По аналогии с атомами, каждое разрешенное состояние электрона в квантовой точке имеет собственную энергию и волновую функцию, характеризующую пространственное распределение в области локализации. По мере увеличения числа электронов в квантовой точке заполнение состояний происходит в соответствии с правилами атомной физики, включая правило Хунда и принцип запрета Паули. При этом можно выделить ряд характерных особенностей квантовых точек. Локализующий потенциал в экспериментально реализованных квантовых точках имеет квазидвумерный характер, что приводит к наблюдению отличной от реальных атомов последовательности магических чисел 2, 6, 12, 20, ... [4]. Кроме того, пространственная протяженность электронных состояний в квантовой точке, на порядок большая по сравнению с реальными атомами, обуславливает повышенную чувствительность к магнитному полю. Внешнее магнитное поля порядка нескольких Тесла может вызвать кардинальное изменение спектра электронных состояний

в квантовой точке, в то время как в случае реального атома для этого необходимо поле порядка  $10^6$  Тл [5]. Помимо нетривиальных физических свойств, полупроводниковые квантовые точки имеют также интересные перспективы практического применения. Возможность манипуляции одиночными электронами привела к тому, что было предложено реализовать бит квантовой информации на основе спинового состояния электрона, локализованного в квантовой точке [6]. Последующие исследования продемонстрировали экспериментально возможность когерентного контроля над спиновым состоянием одно- и двухэлектронных конфигураций [7]. Пути дальнейшего исследования на сегодняшний день не определены, однако интерес к этой проблематике у широкой научной аудитории не ослабевает. В настоящей работе представлены результаты исследований энергетического спектра вертикальной двойной квантовой точки на основе арсенида галлия в интервале магнитных полей  $0 \div 12$  Тл. Схематическое изображение исследуемого образца приведено на рис. 1, а. Устройство представляет собой слоистую цилиндрическую структуру диаметром 500 нм, включающую в себя две потенциальные ямы, образующие квантовые точки ( $\text{In}_{0.05}\text{Ga}_{0.95}\text{As}$ ), три потенциальных барьера (GaAs), электронные резервуары, содержащие макроскопическое число электронов (n-GaAs), а также расположенный по периметру управляющий электрод, позволяющий регулировать потенциал точки. Профиль потенциала устройства вдоль оси, перпендикулярной характерной плоскости структуры, изображен на рис. 1, б. Потенциал в плоскости структуры определяется управляющим электродом и в большинстве случаев может быть аппроксимирован двумерным гармоническим потенциалом.

Класс вертикальных квантовых точек, к которому принадлежит исследуемый образец, изготавливается на основе гетероструктуры слоев арсенида галлия с различными примесями. Добавление примеси позволяет модулировать ширину запрещенной зоны, в результате чего потенциальный профиль гетероструктуры имеет четко выраженные потенциальные ямы и барьера [8]. В исследованных ранее вертикальных одиночных и двойных квантовых точках потенциальные барьеры были сделаны из арсенида галлия, допированного алюминием, что обеспечивало высоту потенциального барьера порядка 200 мэВ [2]. Отличительной особенностью исследуемого образца являются потенциальные барьера, изготовленные из чистого арсенида галлия, высота которых на порядок ниже и составляет около 20 мэВ. Таким образом, в настоящей работе впервые систематически изучены характерные свойства зарядового транспорта, присущие данному классу вертикальных квантовых точек, в случае относительно слабой локализации электронов.

## 1. Энергетический спектр двойной квантовой точки и явление сотуннелирования

Информацию об энергетическом спектре локализованных в квантовой точке электронов получают, измеряя проводимость точки в зависимости от различных регулируемых параметров системы. На рис. 2 приведены ток (а) и дифференциальная проводимость (б) исследуемого образца  $dI/dV_{SD}$  как функции напряжения истока-стока  $V_{SD}$  и управляющего напряжения  $V_G$ , измеренные при температуре 200 мК в нулевом магнитном поле. Подобные диаграммы в литературе называются «диаграммами зарядовой стабильности». Ромбовидные области белого цвета на диаграммах соответствуют пребыванию точки в состоянии со стабильным зарядом, когда число электронов в ней фиксировано, электронные переходы энергетически недоступны и ток через точку ничтожно мал. Стабильное зарядовое состояние называется режимом кулоновской блокады, так как в этом случае именно кулоновское взаимодействие препятствует проникновению в точку большего числа электронов. Помимо областей кулоновской блокады, на диаграмме также присут-

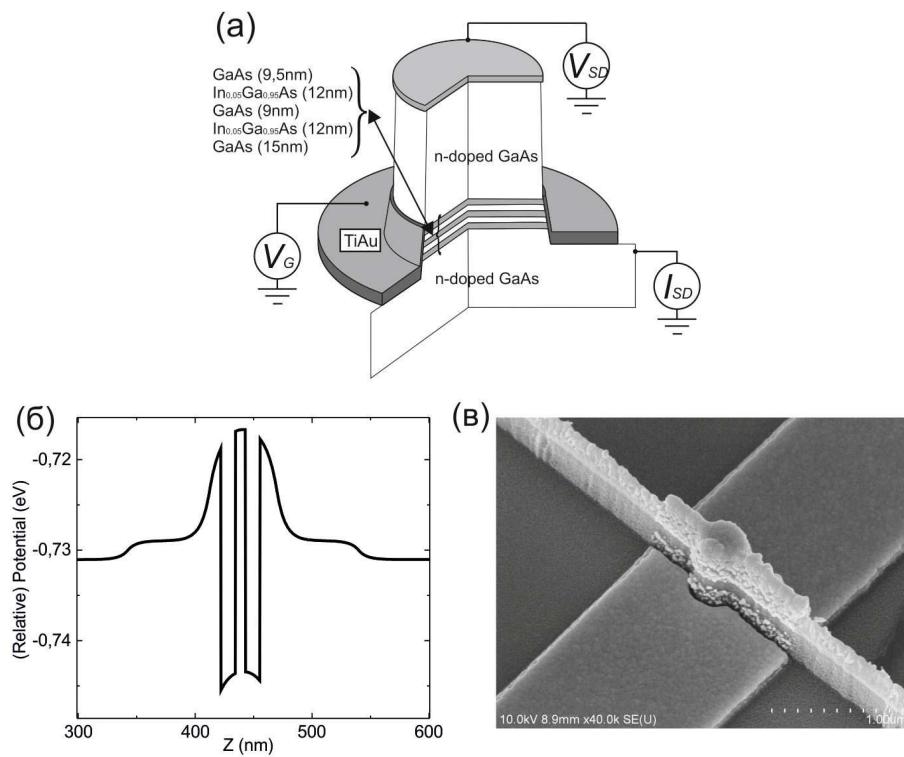


Рис. 1. (а) Схематическое изображение исследованной двойной квантовой точки. Потенциальные ямы образуются в слоях In<sub>0.05</sub>Ga<sub>0.95</sub>As, слои чистого GaAs образуют потенциальные барьеры. (б) Рассчитанный потенциальный профиль исходной гетероструктуры, на основе которой была изготовлена квантовая точка, вдоль вертикального направления. Асимметрия относительно центрального барьера отражает влияние приложенного между истоком и стоком напряжения 4 мВ. (в) Фотография устройства, аналогичного исследованному, на сканирующем электронном микроскопе

ствуют области, соответствующие туннелированию второго порядка. Эти области являются характерными для двойных квантовых точек и соответствуют такому относительному расположению по энергии уровней двойной точки, при котором только одна из двух последовательно расположенных между истоком и стоком точек участвует в протекании тока, вторая же представляет собой потенциальный барьер для электронов. Области туннелирования второго порядка на диаграмме примыкают к областям кулоновской блокады и характеризуются относительно малой величиной протекающего тока.

Отметим, что, как правило, удобнее использовать диаграмму, показывающую дифференциальную проводимость. Проводимость точки определяется теми ее электронными состояниями, химический потенциал которых находится в энергетическом зазоре между химическими потенциалами истока и стока. Появление каждого нового уровня в зазоре сопровождается скачкообразным изменением тока, величина которого не всегда существенна, тем не менее производная при этом велика и позволяет отследить соответствующую линию.

Анализ диаграммы зарядовой стабильности выполняется в рамках модели постоянного взаимодействия. Мы не будем останавливаться на ее подробном изложении (его можно найти в [9]), а сконцентрируемся непосредственно на применении для извлечения количественной информации об энергетическом спектре двойной

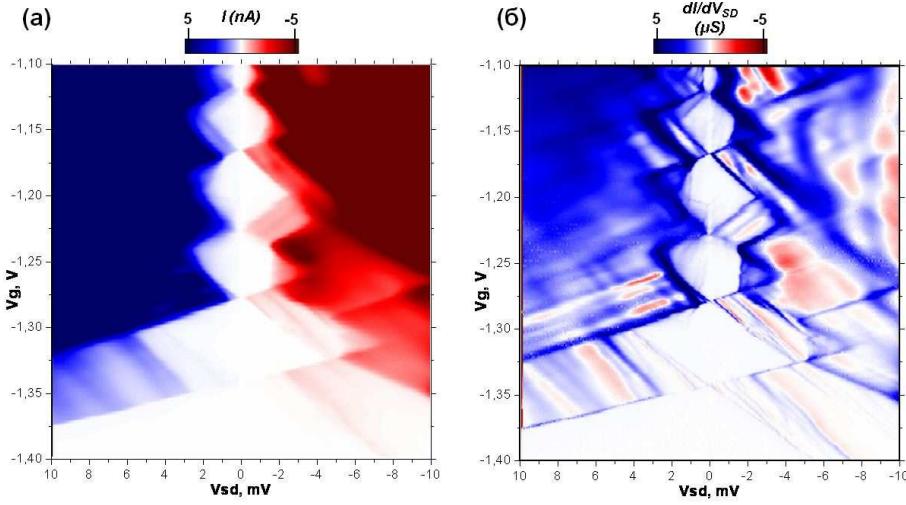


Рис. 2. Ток (а) и дифференциальная проводимость (б) исследуемой квантовой точки в зависимости от управляющего напряжения  $V_G$  и напряжения истока-стока  $V_{SD}$

точки.

Для химических потенциалов электронных переходов в двойной квантовой точке в самом общем случае имеем следующие выражения:

$$\begin{aligned} \mu_1(N_1, N_2) &= U(N_1, N_2) - U(N_1 - 1, N_2) = \\ &= \left( N_1 - \frac{1}{2} \right) E_{C1} + N_2 E_{Cm} - \frac{E_{C1}}{|e|} (C_S V_S + C_{11} V_{G,1} + C_{12} V_{G,2}) - \\ &\quad - \frac{E_{Cm}}{|e|} (C_D V_D + C_{22} V_{G,2} + C_{21} V_{G,1}) + E_{N1}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \mu_2(N_1, N_2) &= U(N_1, N_2) - U(N_1, N_2 - 1) = \\ &= \left( N_2 - \frac{1}{2} \right) E_{C2} + N_1 E_{Cm} - \frac{E_{C2}}{|e|} (C_D V_D + C_{22} V_{G,2} + C_{21} V_{G,1}) - \\ &\quad - \frac{E_{Cm}}{|e|} (C_S V_S + C_{11} V_{G,1} + C_{12} V_{G,2}) + E_{N2}. \end{aligned}$$

Здесь  $N_1, N_2$  – количество электронов, локализованных в точках 1 и 2,  $C_{S(D)}$  – емкость между точкой и истоком (стоком),  $C_{i,j}$  – емкость между точкой  $i$  и управляющим электродом  $j$ ,  $V_{S(D)}$  – напряжение истока (стока),  $V_{G,i}$  – напряжение  $i$ -го управляющего электрода,  $E_{Ni}$  – энергия электронного состояния, занимаемого  $N$ -м электроном в  $i$ -й точке,  $e$  – элементарный заряд. Значения  $E_{C1}, E_{C2}, E_{Cm}$  соответствуют зарядовым энергиям точки 1, точки 2 и взаимной энергии двух точек и записываются в случае двойной квантовой точки как

$$\begin{aligned} E_{C1} &= \frac{e^2}{C_1} \left( \frac{1}{1 - C_m^2/C_1 C_2} \right), \quad E_{C2} = \frac{e^2}{C_2} \left( \frac{1}{1 - C_m^2/C_1 C_2} \right), \\ E_{Cm} &= \frac{e^2}{C_m} \left( \frac{1}{1 - C_1 C_2/C_m^2} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

В исследуемой двойной точке находится один управляющий электрод, расположенный симметрично относительно двух точек. Поэтому записанные выше выражения

для химических потенциалов можно переписать в виде:

$$\begin{aligned}
 \mu_1(N_1, N_2) &= \left( N_1 - \frac{1}{2} \right) E_{C1} + N_2 E_{Cm} - \frac{E_{C1}}{|e|} (C_S V_S + C_{11} V_{G,1} + C_{12} V_{G,2}) - \\
 &\quad - \frac{E_{Cm}}{|e|} (C_D V_D + C_{22} V_{G,2} + C_{21} V_{G,1}) + E_{N1} = \\
 &= \left( N_1 - \frac{1}{2} \right) E_{C1} + N_2 E_{Cm} - \alpha_1 V_S - \beta_1 V_D - \gamma_1 V_G + E_{N1} + \delta, \\
 \mu_2(N_1, N_2) &= \left( N_2 - \frac{1}{2} \right) E_{C2} + N_1 E_{Cm} - \frac{E_{C2}}{|e|} (C_D V_D + C_{22} V_{G,2} + C_{21} V_{G,1}) - \\
 &\quad - \frac{E_{Cm}}{|e|} (C_S V_S + C_{11} V_{G,1} + C_{12} V_{G,2}) + E_{N2} = \\
 &= \left( N_2 - \frac{1}{2} \right) E_{C2} + N_1 E_{Cm} - \alpha_2 V_D - \beta_2 V_S - \gamma_2 V_G + E_{N2}.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Определение спектра электронных состояний квантовой точки фактически сводится к экспериментальному нахождению параметров  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , входящих в выражения для химических потенциалов. Рис. 3 иллюстрирует анализ диаграммы зарядовой стабильности. На диаграмме зарядовой стабильности (рис. 3, а) отмечены линии, соответствующие характерным относительным расположениям химических потенциалов точки и резервуаров (истока и стока). Покажем, как могут быть количественно определены параметры спектра на примере рассмотрения области диаграммы, ограниченной линиями  $\mu_D = \mu_2(0, 1)$  и  $\mu_S = \mu_2(0, 1)$ . Внутри этой области выполняется неравенство  $\mu_S < \mu_2(0, 1) < \mu_D$  и имеет место наиболее простая для рассмотрения ситуация, когда в электронном транспорте участвует одно единственное электронное состояние одной из точек  $\mu_2(0, 1)$ . На рис. 3, б данная область изображена крупным планом.

Запишем уравнения для химических потенциалов в характерных точках диаграммы. В точке пересечения линий  $\mu_D = \mu_2(0, 1)$  и  $\mu_S = \mu_2(0, 1)$  напряжение истока-стока равно нулю и

$$\mu_S = \mu_D = \mu_2(0, 1) = \frac{1}{2} E_{C2} - \gamma_2 V_G^{(1)} + E_1 = \text{const.} \tag{4}$$

Здесь const означает химический потенциал истока (стока) при нулевом значении напряжения истока-стока, который удобно использовать как точку отсчета,  $V_G^{(1)}$  – значение управляющего напряжения, соответствующее пересечению. При отрицательном  $V_{SD} = -V < 0$  имеем  $\mu_S - \mu_D = |e|V$ . Вдоль прямой  $\mu_D = \mu_2(0, 1)$  можно записать

$$\mu_2(0, 1) = \frac{1}{2} E_{C2} + \beta_2 V - \gamma_2 \left( V_G^{(1)} + \delta V_G' \right) + E_1 = \text{const} = \frac{1}{2} E_{C2} - \gamma_2 V_G^{(1)} + E. \tag{5}$$

Выражение для const известно из предыдущего уравнения, и после сокращения остается

$$\beta_2 V = \gamma_2 \delta V_G'. \tag{6}$$

Вдоль прямой  $\mu_S = \mu_2(0, 1)$  аналогично запишем

$$\begin{aligned}
 \mu_2(0, 1) &= \frac{1}{2} E_{C2} + \beta_2 V - \gamma_2 \left( V_G^{(1)} + \delta V_G'' \right) + E_1 = \\
 &= \text{const} + |e|V = \frac{1}{2} E_{C2} - \gamma_2 V_G^{(1)} + E + |e|V.
 \end{aligned} \tag{7}$$

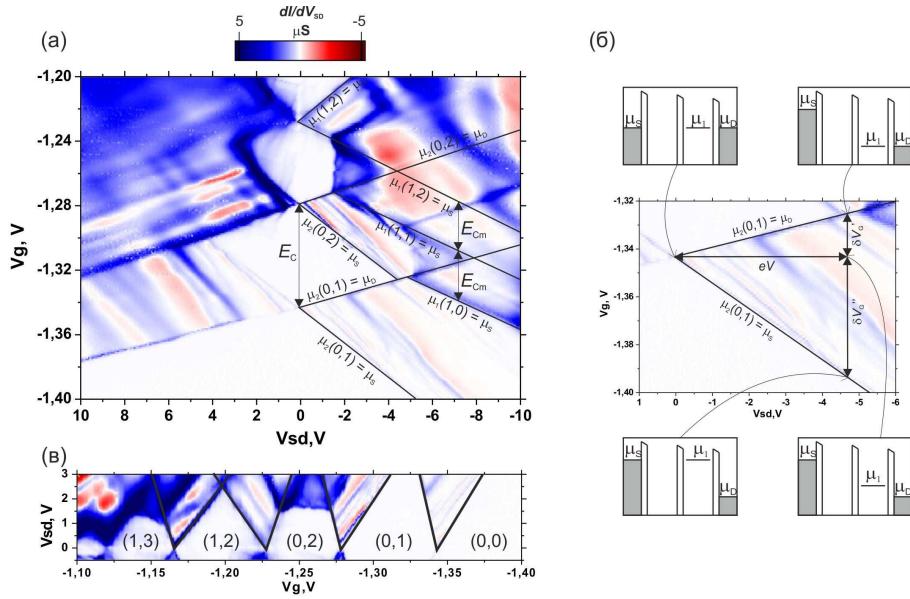


Рис. 3. (а) Диаграмма зарядовой стабильности исследуемой двойной квантовой точки в отсутствие магнитного поля. На диаграмме обозначены линии, соответствующие характерным относительным расположениям химических потенциалов точки и истока, стока, а также параметры  $E_C$ ,  $E_{Cm}$ , входящие в выражение для химических потенциалов точки. (б) V-образная область диаграммы, образованная прямыми  $\mu_D = \mu_2(0,1)$  и  $\mu_S = \mu_2(0,1)$ , в увеличенном масштабе. Параметры  $eV$ ,  $V'_G$ ,  $V''_G$  используются для численного определения величин, входящих в выражение для химического потенциала точки (см. текст). Показано также относительное расположение химических потенциалов в характерных точках диаграммы. (в) Область диаграммы, демонстрирующая связь между наклоном образующих линий диаграммы и порядком заполнения точки электронами

После сокращения останется

$$\beta_2 V - \gamma_2 \delta V''_G = |e|V. \quad (8)$$

Найденные выражения после подстановки определенных по диаграмме значений  $V$ ,  $V'_G$ ,  $V''_G$  образуют систему двух уравнений с двумя неизвестными, что позволяет определить параметры  $\beta_2$ ,  $\gamma_2$ . Параметр  $\alpha_2$  можно определить, рассматривая аналогичным образом часть диаграммы, соответствующую  $V_{SD} > 0$ . Однако сделать это можно из более общих соображений. Принимая во внимание, что параметр  $\beta(\alpha)$  фактически означает долю напряжения истока-стока, падающего между точкой и истоком (стоком), имеем соотношение  $\beta + \alpha = 1$ . В результате были получены следующие значения параметров:

$$\alpha_2 = 0.74|e|, \quad \beta_2 = 0.26|e|, \quad \gamma_2 = 0.07|e|. \quad (9)$$

Сравнивая значения  $\alpha$  и  $\beta$ , приходим к выводу, что влияние стока на химический потенциал точки существенно сильнее, чем влияние истока, что подразумевает нахождение электрона в точке, ближней к стоку. Исходя из этого выше записаны выражения для  $\mu_2(0,1)$ , где индекс 2 соответствует химическому потенциальному электрону, локализующегося в точке 2 (ближней к стоку в наших условных обозначениях). Химический потенциал  $\mu_1(1,0)$  отличается от  $\mu_2(0,1)$  при нулевом напряжении истока-стока на величину  $\delta$  (примерно 3 мэВ в исследуемой точке),

что является вполне обычным для данного класса вертикальных двойных квантовых точек как следствие геометрии структуры. Параметры  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\gamma_1$  определяются аналогичным образом при рассмотрении области диаграммы, ограниченной линиями  $\mu_D = \mu_1(1, 2)$  и  $\mu_S = \mu_1(1, 2)$ . В пределах погрешности измерения можно полагать, что  $\alpha_1 = \beta_2$ ,  $\beta_1 = \alpha_2$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ , что является следствием симметричной относительно истока, стока и управляющего электрода геометрии точки. Однако необходимо отметить, что погрешность определения параметров существенна и составляет примерно 30%. Связь между коэффициентами  $\alpha$  и  $\beta$  и параметрами диаграммы  $\delta V'_G$ ,  $\delta V''_G$  имеет общий характер для любого электронного состояния квантовой точки. На примере рассмотрения области диаграммы  $\mu_S < \mu_2(0, 1) < \mu_D$  видно, что для состояния электрона, локализованного в точке 2, будет выполняться соотношение  $\delta V'_G < \delta V''_G$ . Соответственно, для состояния электрона, локализованного в точке 1, справедливо соотношение  $\delta V'_G > \delta V''_G$ . Данное обстоятельство позволяет определить очередность заполнения точки электронами. Рис. 3, *с* иллюстрирует, что наклон образующих линий первой, второй и четвертой областей соответствует  $\delta V'_G < \delta V''_G$ , в то время как для третьей области  $\delta V'_G > \delta V''_G$ . Это свидетельствует о последовательности заполнения в порядке  $(0,0)-(0,1)-(0,2)-(1,2)-(1,3)$ . Благодаря изначальному отличию значений энергии электрона в точках 1 и 2 первые два электрона локализуются в точке 2 и только третий электрон заходит в точку 1. Значение зарядовой энергии  $E_{C2} = \mu_2(0, 2) - \mu_2(0, 1) = \gamma(V_G^{(2)} - V_G^{(1)})$  пропорционально разности управляющих напряжений, соответствующих первым двум кулоновским пикам и определяется по диаграмме зарядовой стабильности непосредственно (рис. 3, *a*). В исследуемом образце  $E_{C2}$  равно 4.5 мэВ. Определение аналогичным образом  $E_{C1}$  представляется затруднительным, однако симметрия коэффициентов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  позволяет полагать, что  $E_{C1} = E_{C2}$ . Параметр  $E_{Cm} = \mu_1(1, 1) - \mu_1(1, 0) = \mu_1(1, 2) - \mu_1(1, 1)$  может быть определен также непосредственно из диаграммы и составляет 2 мэВ.

Интересной особенностью диаграммы зарядовой стабильности исследуемой квантовой точки является форма областей кулоновской блокады, отличная от характерной для полупроводниковых квантовых точек ромбической формы. Особенность четко это видно на примере  $(0,2)$  области кулоновской блокады (рис. 4), в правом углу которой имеет место четко выраженная область ненулевой проводимости треугольной формы. Модель постоянного взаимодействия, использованная нами для предшествующего анализа диаграммы, не может объяснить природу этой области. Объяснение наблюдаемого явления может быть дано в рамках механизма сотуннелирования, описанного прежде в одиночных вертикальных квантовых точках [10]. Вдоль границы между областями А и В диаграммы (рис. 4) выполняется условие  $\mu_S - \mu_D = \mu_1(1, 1) - \mu_2(0, 2)$ . В области А имеем  $\mu_S - \mu_D > \mu_1(1, 1) - \mu_2(0, 2)$ , в области В имеем  $\mu_S - \mu_D < \mu_1(1, 1) - \mu_2(0, 2)$ . Механизмы сотуннелирования оказывают определяющее влияние на величину тока при относительном расположении химических потенциалов, таком, как в области А. Расположение соответствует состоянию кулоновской блокады, и туннелирование первого порядка невозможно. Однако энергетически возможен процесс, при котором одновременно происходят переход электрона из точки 2 в сток и переход электрона из истока в точку 1. Условие  $\mu_S - \mu_D > \mu_1(1, 1) - \mu_2(0, 2)$  обеспечивает выполнение закона сохранения энергии для этого процесса, таким образом, процесс возможен в области А, но невозможен в области В. Существенным отличием сотуннелирования в двойной квантовой точке от случая одиночной точки является асимметрия относительно знака напряжения истока-стока. Для зарядового состояния  $(0, 2)$  видно, что на диаграмме имеется область сотуннелирования при отрицательном напряжении истока-стока; при этом наблюдается вполне обычная форма области кулоновской

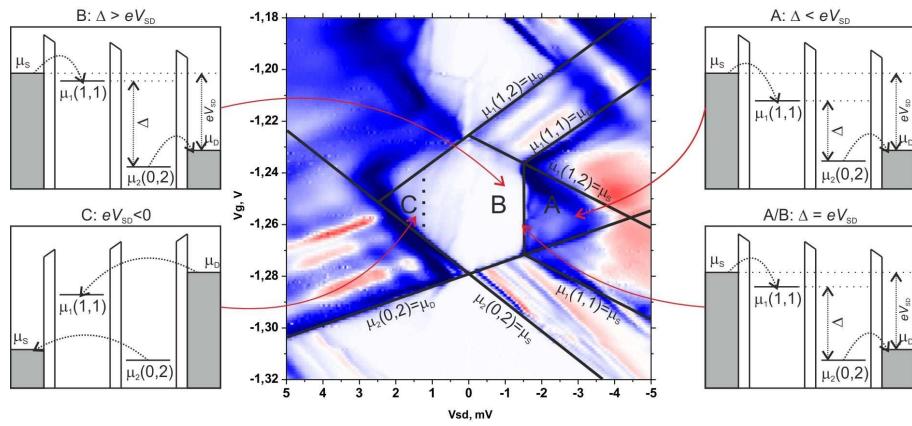


Рис. 4. Область диаграммы зарядовой стабильности исследуемой двойной точки, демонстрирующая протекание тока за счет эффектов сотуннелирования. Вдоль вертикальной прямой, разделяющей области А и В, выполняется условие  $\mu_s - \mu_D = \mu_1(1,1) - \mu_2(0,2)$ . В области А выполняется  $\mu_s - \mu_D > \mu_1(1,1) - \mu_2(0,2)$  и зарядовый транспорт осуществляется за счет одновременного туннелирования электронов из точки 2 в сток и из истока в точку 1. В области В  $\mu_s - \mu_D < \mu_1(1,1) - \mu_2(0,2)$ , и закон сохранения энергии для описанного процесса не выполняется. В области С при положительном напряжении исток-стока для реализации процесса сотуннелирования электронам необходимо преодолевать широкие потенциальные барьеры, что делает процесс неэффективным. Таким образом, в двойной квантовой точке область сотуннелирования наблюдается только с одной стороны области кулоновской блокады

блокады при положительном напряжении истока-стока. В случае же одиночной точки наблюдаемые области сотуннелирования были симметричны относительно знака напряжения. Причина подобного наблюдения заключается в том, что относительное расположение уровней химических потенциалов состояний двойной точки, участвующих в сотуннелировании, при положительном и отрицательном напряжении истока-стока различно. При положительном напряжении каждая точка представляет собой потенциальный барьер для электрона, туннелирующего из другой точки. Вероятность такого перехода по всей видимости невелика, что делает процесс сотуннелирования неэффективным. В случае одиночной точки положение уровней, участвующих в сотуннелировании, симметрично относительно истока и стока. Интересным следствием обсуждаемой асимметрии является корреляция между расположением области сотуннелирования и порядком заполнения двойной точки электронами. Исследуемая двойная точка заполняется электронами в последовательности  $(0,1)-(0,2)-(1,2)-(1,3)-\dots$ , что было показано выше при анализе геометрии линий, ограничивающих области кулоновской блокады. В случае 1-й, 2-й и 4-й областей кулоновской блокады электрон, зашедший в двойную точку последним и имеющий наибольшую энергию, локализован в точке 2. Как следствие, относительное расположение уровней химических потенциалов, характерное для механизма сотуннелирования, реализуется при отрицательном напряжении истока-стока. В случае же 3-й области кулоновской блокады аналогичный электрон локализован в точке 1 и область сотуннелирования наблюдается при положительном напряжении истока-стока. Стоит также отметить, что первая наблюдаемая область сотуннелирования расположена не внутри области кулоновской блокады, а в прилегающей к ней области туннелирования второго порядка. В данной области сотуннелирования относительное расположение уровней таково,

что зарядовое состояние (0,2) также энергетически доступно, и ток осуществляется за счет механизма сотуннелирования через зарядовые состояния (1,0) и (0,1), и туннелирования второго порядка через зарядовое состояние (0,2).

## 2. Влияние магнитного поля

Магнитное поле, приложенное перпендикулярно плоскости квантовой точки, оказывает существенное влияние на одночастичный спектр электронных состояний. В случае вертикальной квантовой точки с радиально симметричным управляющим электродом локализующий потенциал, определяющий спектр электронных состояний, можно аппроксимировать двумерным гармоническим потенциалом. Данная аппроксимация позволяет аналитически решить уравнение Шредингера для электрона, локализованного в квантовой точке, и найти собственные значения энергии и волновые функции. Решение носит название спектра Фока–Дарвина и записывается в виде:

$$E_{nl} = \left(2n + |l| + 1\right)\hbar \left(\omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4}\right)^{1/2} - \frac{1}{2}l\hbar\omega_c, \quad (10)$$

$$\psi_{n,l}(\rho, \varphi) = \frac{e^{il\varphi}}{\sqrt{2\pi}l_B} \sqrt{\frac{n!}{(n+|l|)!}} e^{-r^2/4l_B^2} \left(\frac{r}{\sqrt{2}l_B}\right)^{|l|} L_n^{|l|} \left(\frac{r^2}{2l_B^2}\right), \quad (11)$$

где  $4\hbar\omega_0$  – электростатическая энергия,  $\hbar\omega_c = \hbar eB/m^*$  – циклотронная энергия (для арсенида галлия  $\hbar\omega_c = 1.76$  мэВ при 1 Тл),  $l_B = (\hbar/m^*\Omega)^{1/2}$  – характеристическая длина с  $\Omega = \omega_0^2 + \omega_c^2/4$ ,  $L_n^{|l|}$  – обобщенные полиномы Лаггера. Циклотронная энергия  $\hbar\omega_c$ , входящая в оба выражения, отражает влияние магнитного поля, перпендикулярного плоскости точки, на электронные состояния. При этом магнитное поле, приложенное параллельно плоскости точки, существенного влияния не оказывает. На рис. 5 (слева) приведена зависимость  $E_{nl}$  от магнитного поля, рассчитанная для случая одиночной квантовой точки. Видно, что по мере возрастания поля линии спектра пересекаются, вызывая электронные переходы между различными орбитальными состояниями. Если перейти от одночастичных электронных состояний к химическим потенциалам квантовой точки, то с учетом зарядовой энергии, необходимой для добавления каждого последующего электрона, рассчитанная зависимость от магнитного поля будет такой, как показано на рис. 5 (справа). Пересечениям одночастичных электронных состояний соответствуют изломы кривых химических потенциалов.

Диаграмму химических потенциалов точки, изображенную на рис. 5, возможно получить экспериментально. Если измерить ток через точку в зависимости от управляющего напряжения при малом значении напряжения истока-стока, то полученная зависимость будет выглядеть, как показано на рис. 6 (слева). Каждый наблюдаемый пик тока соответствует нахождению определенного уровня химического потенциала точки в (малом) энергетическом зазоре между химическими потенциалами истока-стока  $dE = eV_{SD}$ . Выполнив подобное измерение при различных значениях магнитного поля, можно построить диаграмму в координатах управляющего напряжения и магнитного поля (рис. 6 (справа)), которая полностью соответствует диаграмме рис. 5.

Анализ диаграммы (рис. 6) позволяет извлечь информацию об эволюции спектра одночастичных электронных состояний исследуемой двойной точки в магнитном поле. Рассмотрим последовательность заполнения двойной точки электронами, а также ее изменение по мере увеличения магнитного поля. Для одного электрона, локализованного в двойной точке, наиболее низкоэнергетическим является  $1s$ -орбитальное состояние точки 2. Второй электрон также локализуется

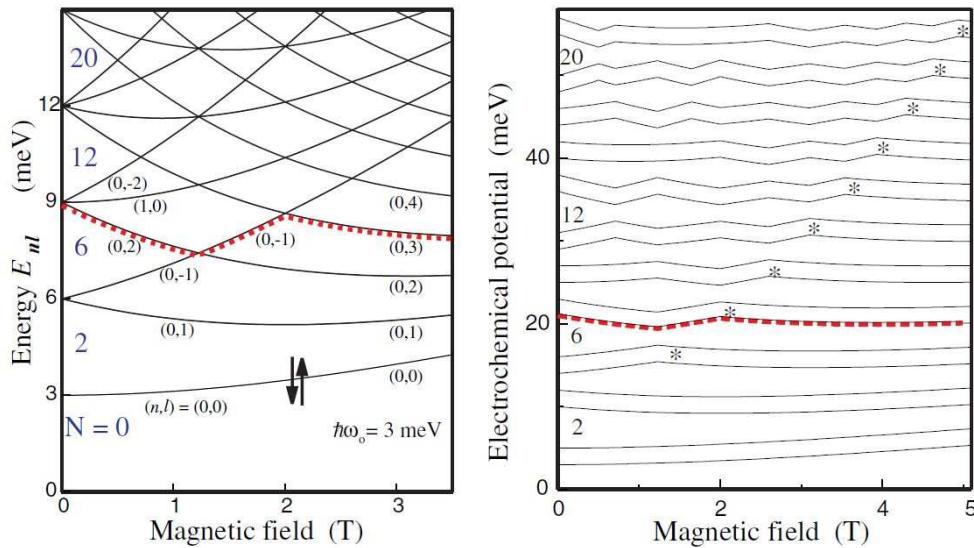


Рис. 5. Спектр Фока – Дарвина для одиночной квантовой точки в параболическом потенциале с  $\hbar\omega_0 = 3$  мэВ. Каждое орбитальное состояние двукратно вырождено по спину. Пунктирная линия указывает на изменение состояния седьмого электрона с увеличением магнитного поля (слева). Рассчитанные кривые химического потенциала, соответствующие спектру Фока – Дарвина, с учетом зарядовой энергии ( $E_c = 2$  мэВ для данного рисунка) (справа). Химические потенциалы нечетного  $N$  и четного  $N + 1$  электронов имеют идентичную полевую зависимость и отличаются только на значение зарядовой энергии. Воспроизведено из [2]

в точке 2 и в нулевом поле занимает состояние  $2s$ . Однако по мере увеличения магнитного поля возрастает величина зарядовой энергии  $E_C$  для двух электронов, находящихся на одной орбитали. Это связано с искажением формы волновых функций орбитальных состояний магнитным полем; по мере возрастания поля волновые функции сжимаются к центру точки, увеличивая таким образом силу кулоновского отталкивания между электронами. При определенном значении поля орбитальное состояние  $1s1p$  становится энергетически более выгодным, чем  $2s$ , и происходит  $s-p$ -переход основного состояния. Спиновое состояние при этом также изменяется:  $2s$ -орбитальное состояние соответствует спиновому синглету, в то время как  $1s1p$ -орбитальное состояние – спиновому триплету (по правилу Хунда). Изменение основного состояния двойной точки приводит к излому кривой зависимости химического потенциала от магнитного поля. В исследуемом об разце для  $s-p$ -перехода двухэлектронного основного состояния это наблюдается при значении поля примерно 5 Тл. Эволюция 3-электронного основного состояния отслеживается по ходу третьей по счету кривой химического потенциала. В нулевом поле 3-й электрон локализуется в точке 1, однако при значении поля около 2 Тл энергетически более выгодной становится  $p$ -орбиталь точки 2 и происходит  $(1s, 2s)-(0, 2s1p)$ -переход. В полях выше 2 Тл зарядовое состояние точки  $(0,3)$ . Дальнейшие изгибы по ходу возрастания поля определяются пересечением  $2s$ -,  $1p$ - и  $1d$ -состояний точки 2. Можно продолжить анализ кривых химического потенциала 4, 5, . . . -электронных основных состояний аналогичным образом, однако по мере увеличения числа электронов в точке увеличивается количество изломов и возможность их наблюдения ограничивается разрешающей способностью измерения. Результаты анализа приведены на рис. 7, а. На диаграмме отмечены

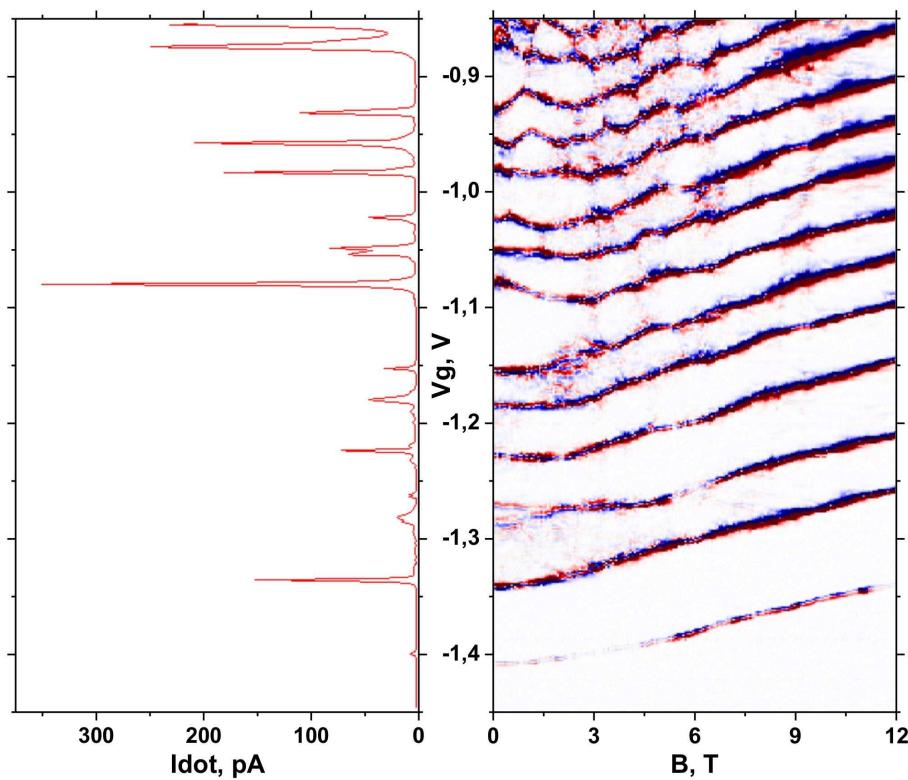


Рис. 6. Дифференциальная проводимость исследуемой двойной квантовой точки в зависимости от управляющего напряжения и внешнего магнитного поля при напряжении истока-стока  $V_{SD} = 20$  мкэВ (справа). Наблюдаемые линии ненулевой проводимости отражают ход зависимости от магнитного поля кривых химического потенциала. Ток через исследуемую двойную точку в зависимости от управляющего напряжения в нулевом магнитном поле (слева). Положение пиков соответствует положению линий при  $B = 0$  на диаграмме справа

характерные изломы кривых зависимости химических потенциалов точки от магнитного поля. Показаны также электронные состояния двойной квантовой точки, до 4-электронного состояния включительно. Видно, что магнитное поле приводит к существенным изменениям в основном состоянии системы. На рис. 7, б качественно воспроизведен спектр Фока–Дарвина исследуемой точки. На диаграмме показаны взаимные пересечения пяти различных орбитальных состояний точки 2 и одного орбитального состояния точки 1. Отметим, что в пределе высоких полей точка становится одиночной по крайней мере в малоэлектронном режиме за счет существенного увеличения энергии электростатического взаимодействия электронов, локализованных на  $s$ -орбиталях. Кроме того, спиновое состояние точки становится поляризованным, так как заполнение различных орбитальных состояний происходит в соответствии с правилом Хунда. Отметим также одну нетривиальную черту измеренного спектра. Из рис. 7, а видно, что линия химического потенциала, соответствующая 3-электронному основному состоянию, при низких значениях магнитного поля расщепляется на две. Ход зависимости обеих линий свидетельствует о том, что нижняя линия соответствует  $(1s, 2s)$  состоянию двойной точки, а верхняя, по всей видимости, состоянию  $(0, 2s1p)$ , которое в данном интервале значений магнитного поля является возбужденным состоянием. Факт наблюдения

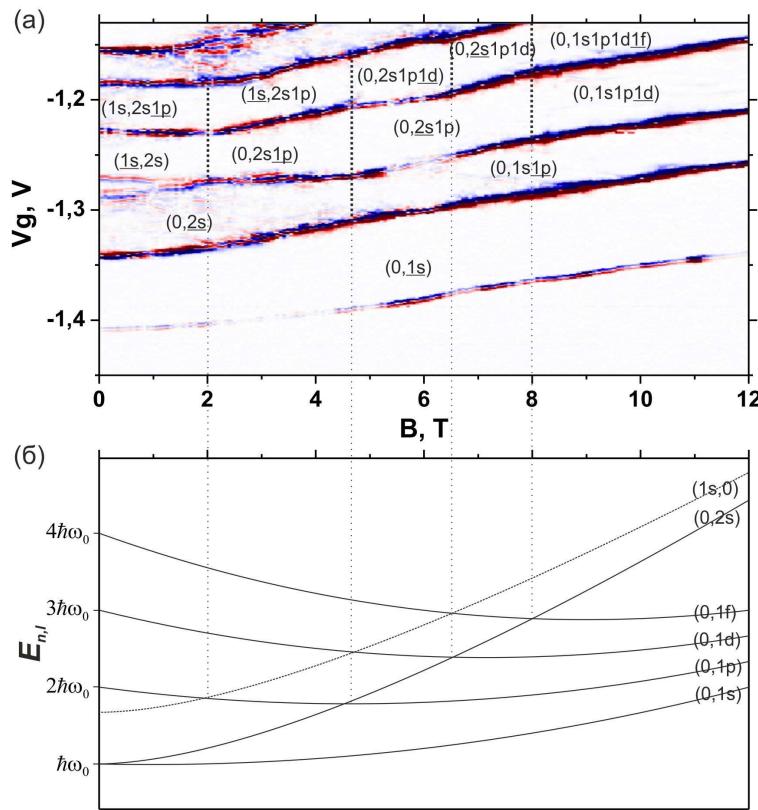


Рис. 7. (а) Дифференциальная проводимость исследуемой двойной квантовой точки в зависимости от управляющего напряжения и внешнего магнитного поля при напряжении истока-стока  $V_{SD} = 20$  мкэВ. Наблюдаемые линии ненулевой проводимости отражают ход зависимости от магнитного поля кривых электрохимического потенциала. На диаграмме обозначены также заселенности орбитальных состояний квантовой точки, при этом подчеркнуто состояние, в котором находится электрон наивысшей энергии. (б) Качественный вид спектра Фока – Дарвина точки, воспроизведенный на основе анализа экспериментальной диаграммы

линии возбужденного состояния достаточно удивителен, учитывая, что измерение диаграммы на рис. 7, а проводилось при очень малом значении напряжения истока-стока. Теоретически линия возбужденного  $N$ -электронного состояния может быть видна только в том случае, если основное  $N$ -электронное состояние также находится в энергетическом зазоре истока-стока. В данном случае это условие не выполняется и точка должна находиться в режиме кулоновской блокады. Объяснить наблюдение двойной линии в рамках механизма сотуннелирования, описанного выше, также не представляется возможным в связи с тем, что из-за малости напряжения истока-стока закон сохранения энергии не выполняется в обсуждаемой области диаграммы зарядовой стабильности. Возможно, наблюдаемый эффект является следствием относительно невысоких потенциальных барьеров исследуемой точки. В режиме кулоновской блокады вероятность туннелирования из точки в резервуар не является пренебрежимо малой величиной, что применительно к рассматриваемому случаю означает возможность освобождения состояния  $(1s, 2s)$  и переход двойной точки в состояние  $(0, 2s)$ . При этом условии ток через состояние  $(0, 2s1p)$  оказывается возможен. Однако здесь необходимо принимать во внимание

соотношение вероятностей туннелирования из резервуара в рассматриваемые состояния точки. Интересным является тот факт, что наблюдение двойной линии экспериментально, в совокупности с приведенным феноменологическим объяснением, приводит к выводу, что вероятность туннелирования в состояние  $(0, 2s1p)$  должна быть больше, чем в состояние  $(1s, 2s)$ . На данный момент сложно делать однозначные выводы, возможно, дальнейшие исследования помогут прояснить вопрос.

### **Заключение**

Проведены систематические исследования энергетического спектра вертикальной двойной квантовой точки с низкими потенциальными барьерами. На диаграмме зарядовой стабильности отчетливо наблюдались все черты, присущие вертикальным квантовым точкам. Кроме того, отмечены специфические области, являющиеся результатом механизмов сотуннелирования, эффективных благодаря малости потенциальных барьеров. Наблюдение эволюции химических потенциалов электронных состояний в магнитном поле позволило однозначно определить зарядовые и орбитальные состояния двойной точки, а также очередьность их заполнения.

Экспериментальные измерения выполнены в лаборатории физики низких температур РИКЕН в рамках программы совместной аспирантуры между Казанским (Приволжским) федеральным университетом и Институтом физических и химических исследований РИКЕН (Япония).

Работа поддержана Министерством образования и науки Российской Федерации (госконтракт № 02.740.11.0797).

### **Summary**

*A.O. Badruttinov, Sh.M. Huang, K. Ono, K. Kono, D.A. Tayurskii. Transport Properties of Semiconductor Double Quantum Dots.*

The results of energy spectrum investigations in GaAs vertical double quantum dot are presented. Specific feature of the investigated sample was a rather low value of the potential barriers between dots and leads, which caused strong tunneling coupling, increased overlapping of wave functions and low resistance. As the result it is expected that quantum transport through this double quantum dot should demonstrate some peculiarities.

**Key words:** double quantum dot, quantum transport, Coulomb blockade, low temperatures.

### **Литература**

1. *Hanson R., Kouwenhoven L.P., Petta J.R., Tarucha S., Vandersypen L.M.K. Spins in few-electron quantum dots // Rev. Mod. Phys. – 2007. – V. 79, No 4. – P. 1217–1265.*
2. *Kouwenhoven L.P., Austing D.G., Tarucha S. Few-electron quantum dots // Rep. Prog. Phys. – 2001. – V. 64, No 6. – P. 701–736.*
3. *Chakraborty T. Physics of the artificial atoms: Quantum dots in a magnetic field // Comments Cond. Mat. Phys. – 1992. – V. 16, No 1. – P. 35–68.*
4. *Tarucha S., Austing D.G., Honda T., van der Hage R.J., Kouwenhoven L.P. Shell Filling and Spin Effects in a Few Electron Quantum Dot // Phys. Rev. Lett. – 1996. – V. 77, No 17. – P. 3613–3616.*
5. *Wagner M., Merkt U., Chaplik A.V. Spin-singlet-spin-triplet oscillations in quantum dots // Phys. Rev. B. – 1992. – V. 45, No 4. – P. 1951–1954.*

6. *Loss D., DiVincenzo D.P.* Quantum computation with quantum dots // Phys. Rev. A. – 1998. – V. 57, No 1. – P. 120–126.
7. *Koppens F.H.L., Buizert C., Tielrooij K.J., Vink I.T., Nowack K.C., Meunier T., Kouwenhoven L.P., Vandersypen L.M.K.* Driven coherent oscillations of a single electron spin in a quantum dot // Nature. – 2006. – V. 442. – P. 766–771.
8. *Austing D.G., Honda T., Tarucha S.* A new design for submicron double-barrier resonant tunnelling transistors // Semicond. Sci. Technol. – 1996. – V. 11, No 3. – P. 388–391.
9. *van der Wiel W.G., De Franceschi S., Elzerman J.M., Fujisawa T., Tarucha S., Kouwenhoven L.P.* Electron transport through double quantum dots // Rev. Mod. Phys. – 2002. – V. 75, No 1. – P. 1–22.
10. *De Franceschi S., Sasaki S., Elzerman J.M., van der Wiel W.G., Tarucha S., Kouwenhoven L.P.* Electron Cotunneling in a Semiconductor Quantum Dot // Phys. Rev. Lett. – 2001. – V. 86, No 5. – P. 878–881.

Поступила в редакцию  
27.09.10

---

**Бадрутдинов Александр Олегович** – аспирант Института физики Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: [alexbadr@riken.jp](mailto:alexbadr@riken.jp)

**Хуанг Шу Мин** – стажер-исследователь Института физических и химических исследований РИКЕН (Япония).

**Оно Кейджи** – научный сотрудник Института физических и химических исследований РИКЕН (Япония).

**Коно Кимитоши** – заведующий лабораторией Института физических и химических исследований РИКЕН (Япония), приглашенный профессор Института физики Казанского (Приволжского) федерального университета.

**Таюрский Дмитрий Альбертович** – профессор, заместитель директора Института физики Казанского (Приволжского) федерального университета, заведующий кафедрой общей физики Института физики Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: [dtayursk@gmail.com](mailto:dtayursk@gmail.com)