Theorem. Let M be the dyadic net in $\mathbb{R}^n$, $0 < \bar{p}_1 = (p_1^1, ..., p_n^1) < \bar{p}_0 = (p_1^0, ..., p_n^0) < \infty$, $0 < \bar{q_0}, \bar{q}, \bar{q_1} \leq \infty$, $0 < \bar{\theta} = (\theta_1, ..., \theta_n) < 1$ then

$$(N_{\bar{p}_0,\bar{q}_0}(M), N_{\bar{p}_1,\bar{q}_1}(M))_{\bar{\theta},\bar{q}} = N_{\bar{p},\bar{q}}(M), \tag{1}$$

where $\frac{1}{\bar{p}} = \frac{1-\bar{\theta}}{\bar{p}_0} + \frac{\bar{\theta}}{\bar{p}_1}$.

Acknowledgments This research was supported by the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (project no. AP14870758).

[1] Bashirova A.N., Kalidolday A.H., Nursultanov E. D. Interpolation theorem for anisotropic net spaces. Russian Mathematics (Izvestiya VUZ. Matematika), 8 (2021), 1–13.

[2] Bashirova A.N., Nursultanov E. D. On the inequality of different metrics for multiple Fourier-Haar series. Eurasian Math. J., 12 (2021), no. 3, 90–93.

[3] Nursultanov E.D. On the coefficients of multiple Fourier series in L_p -spaces. Izv. Math., 64 (2000), no. 1, 93–120.

О классах симметричных и асимметричных логик множеств

Бикчентаев А.М., Мохамед Али М., Фауаз Хаттаб

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, г. Казань, Россия

Пусть Ω – непустое множество. Обозначим через 2^Ω множество всех подмножеств множества Ω. Семейство $\mathcal{E} \subseteq 2^\Omega$ называется *логикой множеств* на Ω, если выполнены условия: (i) $\Omega \in \mathcal{E}$; (ii) $A \in \mathcal{E} \Rightarrow A^c := \Omega \setminus A \in \mathcal{E}$; (iii) $A \cup B \in \mathcal{E}$ для всех $A, B \in \mathcal{E}$ с $A \cap B = \emptyset$.

Логика множеств $\mathcal{E}$ называется *σ-классом*, если $\{A_n\}_{n=1}^\infty \subset \mathcal{E}$, $A_n \cap A_m = \emptyset$ $(n \neq m) \Rightarrow \cup_{n=1}^\infty A_n \in \mathcal{E}$. *Зарядом* на логике множеств $\mathcal{E}$ называется отображение $\nu : \mathcal{E} \to \mathbb{R}$ такое, что $A, B \in \mathcal{E}$, $A \cap B = \emptyset \Rightarrow \nu(A \cup B) = \nu(A) + \nu(B)$. *Мерой* на $\mathcal{E}$ называется заряд ν такой, что $\nu(A) \geq 0$ для всех $A \in \mathcal{E}$. Если $\nu(\Omega) = 1$, то мера ν называется *состоянием* (или *вероятностной мерой*). Изучаемые нами σ-классы, а также заряды и меры на них относятся к “обобщенной теории меры”, которую можно рассматривать как самую близкую к классической (здесь “классическая” означает на “σ-алгебрах множеств”) версию теории меры на квантовых логиках. О квантово-логическом подходе в аксиоматике физических систем см. [1, гл. VI, §5]. Если $\mathcal{E}$ – логика множеств, то множество $\mathcal{S}$ всех состояний на $\mathcal{E}$ полно и пара $(\mathcal{E}, \mathcal{S})$ удовлетворяет всем требованиям к модели физической системы [1, гл. VI, §6].

В [2] мы продолжили исследования, проведенные многими авторами в 1994–2023 гг., уделяя особое внимание классам a) симметричных и b) асимметричных логик множеств. Нами уточнена аксиоматика асимметричных логик. Для логик $X(km, k)$ – семейств всех подмножеств km-элементного множества X, число элементов которых кратно k – полностью описаны случаи, когда $X(km, k)$ a) симметрична или b) асимметрична. Для бесконечного множества Ω и натурального числа $n \geq 2$ построены логики множеств $\mathcal{E}_{\Omega}^{n}$ и полностью описаны случаи, когда эти логики асимметричны. Для асимметричной логики $\mathcal{E}$ определено, когда и множество $A \in \mathcal{E}$, и A^c одновременно являются атомами логики $\mathcal{E}$. Пусть симметричная логика $\mathcal{E}$ подмножеств конечного множества Ω не является булевой алгеброй, пусть $\mathcal{A}$ – алгебра подмножеств Ω и $\mathcal{E} \subset \mathcal{A}$. Тогда существует мера на $\mathcal{E}$, которая не продолжается до меры на $\mathcal{A}$.

[1] Луговая Г.Д., Шерстнев А.Н., *Функциональный анализ: специальные курсы.* М.: Editorial URSS, 2019.

[2] Бикчентаев А.М., Мохамед Али М., Фауаз Х. О классах симметричных и асимметричных логик множеств // Математика и теоретические компьютерные науки, 2 (1), 16–30 (2024)

Payne nodal set conjecture for the fractional p-Laplacian in Steiner symmetric domains

Бобков В.Е.

Институт математики с ВЦ УНЦ РАН, г.Уфа, Россия

Let $s \in (0,1)$ and $p \in (1, +\infty)$. Consider the fractional Sobolev space

$$W^{s,p}(\mathbb{R}^N) = \{u \in L^p(\mathbb{R}^N) : \ [u]_p < +\infty\},$$

where $[\,\cdot\,]_p$ stands for the Gagliardo seminorm:

$$[u]_p = \left(\int_{\mathbb{R}^N} \int_{\mathbb{R}^N} \frac{|u(x) - u(y)|^p}{|x - y|^{N+ps}} \, dxdy \right)^{1/p},$$

and let $\widetilde{W}_0^{s,p}(\Omega)$ be the completion of $C_0^\infty(\Omega)$ with respect to the norm $\|\cdot\|_p + [\,\cdot\,]_p$ of $W^{s,p}(\mathbb{R}^N)$, where $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ is a bounded open set, $N \geq 1$. It is known that the embedding $\widetilde{W}_0^{s,p}(\Omega) \hookrightarrow L^p(\Omega)$ is compact, and hence one can