

**КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ ГЕОЛОГИИ И НЕФТЕГАЗОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

Л.Х. Бреслер

**ГИДРАВЛИКА И ГИДРОМЕХАНИКА НЕФТИ И ГАЗА
КУРС ЛЕКЦИЙ**

Часть 1

Гидростатика

Учебное пособие

**Казань
2024**

УДК 532 (075.8)
ББК 22.253

*Принято на заседании кафедры разработки и эксплуатации месторождений трудноизвлекаемых углеводородов ИГиНГТ КФУ
(протокол № 6 от 18 апреля 2024г.)*

Рецензенты:

канд.техн. наук, заместитель директора
Казанского филиала ФБУ «ГКЗ» **Бакиров А.И.**
кандидат наук, доцент **Ганиева Г.Р.**

Бреслер Л.Х.

Гидравлика и гидромеханика нефти и газа. Курс лекций. Часть 1.
Гидростатика: учебное пособие/ Л.Х. Бреслер. – Казань:КФУ, 2024. – 39с.

В пособии рассмотрены основные вопросы курса «Гидравлика и гидромеханика нефти и газа»: физические свойства жидкости; гидростатика; разновидности гидростатического давления и его свойства; давление жидкости на плоские и криволинейные поверхности и т.д.

Учебное пособие представляет собой 2-е издание, переработанное, и рекомендуется для закрепления теоретического материала по дисциплине «Гидравлика и гидромеханика нефти и газа» на практических занятиях, а также в процессе самостоятельного изучения студентами пройденного курса.

УДК 532 (075.8)
ББК 22.253

© Бреслер Л.Х., 2024

© Казанский университет, 2024

Оглавление

	Введение.....	4
Глава 1.	Жидкости	6
1.1	Основные свойства жидкости.....	6
1.2	Сплошная среда.....	7
Глава 2.	Гидростатика.....	10
2.1	Силы, действующие в жидкости.....	10
2.2	Гидростатическое давление и его свойства.....	11
2.3	Эпюры гидростатического давления.....	14
Глава 3	Основные уравнения гидростатики.....	16
3.1	Дифференциальные уравнения равновесия.....	16
3.2	Потенциал массовых сил.....	19
3.3	Основное уравнение гидростатики.....	19
3.4	Геометрическое и энергетическое понятие основного уравнения гидростатики.....	21
Глава 4	Определение величины силы давления.....	23
4.1	Поверхности равного давления.....	23
4.2	Относительный покой жидкости.....	24
4.3	Давление жидкости на твердые поверхности.....	27
4.4	Гидростатический парадокс.....	29
4.5	Давление жидкости на криволинейные поверхности.....	30
4.6	Закон Архимеда.....	31
4.7	Приборы для измерения давления.....	33
4.8	Определение толщины стенки.....	34
	Библиографический список.....	37

ВВЕДЕНИЕ

Согласно требованиям ФГОС ВПО «Требования к результатам освоения основных образовательных программ бакалавриата» в результате освоения дисциплины «Гидравлика и гидромеханика нефти и газа» выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями: способностью участвовать в разработке и реализации мероприятий в области увеличения нефтеотдачи.

Такие технологические процессы, как гидромеханические, теплообменные и массообменные, а также процессы с химическими превращениями, связаны с использованием жидкостей, газов или паров. Это касается таких отраслей промышленности, как химическая и нефтехимическая отрасли, включая добычу, транспортировку и переработку нефти и газа.

Закономерности, связывающие механические движения и взаимодействия тел, находящихся в твердом, жидком и газообразном состояниях, изучаются наукой, называемой механикой, являющейся частью физики. В зависимости от состояния тела механика разделяется на отдельные направления.

Решение различных технических проблем, связанных с вопросами движения жидкостей в открытых и закрытых руслах, а также с вопросами силового воздействия жидкости на стенки сосудов или обтекаемые жидкостью твердые тела привело к созданию обширной науки называемой гидромеханикой, которая делится на два раздела: техническая гидромеханика и теоретическая механика жидкости и газа.

Гидравлика представляет собой теоретическую дисциплину, изучающую вопросы, связанные с механическим движением жидкости в различных природных и техногенных условиях. Поскольку жидкость (и газ) рассматриваются как непрерывные и неделимые физические тела, то гидравлику часто рассматривают как один из разделов механики, так называемых сплошных сред, к каковым принято относить и особое физическое

тело – жидкость.

По этой причине гидравлику часто называют механикой жидкости или гидромеханикой; предметом её исследований являются основные законы равновесия и движения жидкостей и газов.

Объект изучения в гидравлике – жидкость – физическое тело, молекулы которого слабо связаны между собой. Поэтому при воздействии даже незначительной силы жидкость изменяет свою форму. Жидкость занимает промежуточное место между твердым телом и газом. Она способна сохранять свой объем и этим сходна с твердым телом, но не способна самостоятельно сохранять свою форму, что сближает ее с газом. Все жидкости при изменении давления и температуры изменяют свой объем. Жидкости сжимаются незначительно; например, при повышении давления от 0,1 до 10 МПа объем воды уменьшается лишь на 0,5 %.

Поэтому чаще всего в гидравлических расчетах жидкости считаются несжимаемыми. Однако при рассмотрении отдельных вопросов, например, гидравлического удара, сжимаемость жидкости следует учитывать. С увеличением температуры жидкости расширяются; например, при повышении температуры воды с 4 до 100°С ее объем увеличивается приблизительно на 4 %.

Широкое использование в практической деятельности человека различных гидравлических машин и механизмов ставят гидравлику в число важнейших дисциплин, обеспечивающих научно-технический прогресс. Большой практический интерес к изучению механики жидкости вызван рядом объективных факторов. Во-первых, наличие в природе значительных запасов жидкостей, которые легко доступны человеку. Во-вторых, жидкие тела обладают рядом полезных свойств, делающих их удобными рабочими агентами в практической деятельности человека. Немаловажным следует считать и тот фактор, что большинство жизненно важных химических реакций обмена протекают в жидкой фазе (чаще всего в водных растворах).

Глава 1. ЖИДКОСТИ

1.1. Основные свойства жидкостей

Гидравликой называется прикладная наука, в которой изучаются законы движения и равновесия жидкости и даются способы приложения этих законов к решению конкретных технических задач.

Первый способ – аналитический. Он устанавливает зависимость между кинематическими и динамическими характеристиками жидкости. С этой целью пользуются уравнениями механики: в итоге получают уравнения движения и равновесия жидкости.

Второй способ – экспериментальный. Здесь используются модели, согласно теории подобий: при этом полученные данные применяются в практических условиях, что дает возможность уточнения аналитических результатов.

Гидромеханика (гидравлика) разделяется на: гидростатику и гидродинамику, включающую кинематику жидкости.

В гидростатике изучают условия равновесия (покоя) жидкостей и газов.

В гидродинамике - законы движения жидкостей и газов и устанавливают зависимости для основных факторов движения. Внешние силы, действующие на тело, считаются известными. Требуется определить давление и скорость движения среды.

Кинематика жидкости – раздел гидромеханики, в котором рассматривают виды и формы движения жидкостей, не выясняя причин этого движения (поступательное, деформационное, вращательное).

Жидкостями называют физические тела, легко изменяющие свою форму под действием поверхностных и массовых сил.

Различают два вида жидкостей:

- капельные (несжимаемые);
- газообразные (сжимаемые).

Капельные жидкости практически не оказывают заметного

сопротивления растягивающим усилиям, и оказывают существенное сопротивление сдвигающим силам, которое проявляется при движении жидкости в виде сил внутреннего трения.

1. 2. Сплошная среда

Для упрощения изучения жидкостей в гидравлике принимается гипотеза о сплошности среды, согласно которой все выделенное пространство непрерывно заполнено веществом без образования пустот и разрывов.

Условие сплошности выполняется в случае, если размеры рассматриваемых объемов жидкости значительно превосходят характеристики молекул и их движения (размеры, длина свободного пробега и др.).

Основными физическими свойствами жидкости являются: текучесть, испарение, кипение.

ТЕКУЧЕСТЬ – смещение жидкости в направлении действия силы.

ИСПАРЕНИЕ – процесс парообразования, происходящий на свободной поверхности жидкости. Испарение происходит при любой температуре и увеличивается при ее повышении. В результате испарения жидкость охлаждается.

КИПЕНИЕ – процесс интенсивного испарения жидкости по всему ее объему внутри образующихся пузырьков пара. Температура, при которой давление насыщенного пара равно внешнему давлению, называется температурой кипения, или точкой кипения.

Основной механической характеристикой жидкости является:

1. Плотность (ρ) – это отношение массы жидкости к ее объему.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (\text{кг/м}^3) \quad (1.1)$$

Плотность жидкости уменьшается с ростом температуры (для воды это справедливо только с 4°C , при увеличении температуры выше 4°C плотность воды уменьшается) и ростом давления. Измеряется плотность ариометром.

2. Удельный вес жидкости (γ) – отношение веса жидкости к ее объему.

$$\gamma = \rho \cdot g \quad (\text{Н/ м}^3) \quad (1.2)$$

где g – ускорение свободного падения (м/с^2).

На полюсе $g=9,831$ (м/с^2), на экваторе $g=9,781$ (м/с^2).

3. Температурное расширение (β_t) - относительное увеличение объема жидкости при увеличении температуры на 1°C и постоянном давлении.

$$\beta_t = \frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dt} \quad (^\circ\text{C}^{-1}) \quad (1.3)$$

4. Сжимаемость (β_v) – свойство жидкости изменять свой объем под действием давления.

$$\beta_v = -\frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dP} \quad (\text{Па}^{-1}, \text{ т.е. Н/м}^2) \quad (1.4)$$

5. Давление насыщенных паров (упругость паров) (Па) – давление, при котором пары жидкости находятся в равновесии с жидкостью, т.е. жидкость не испаряется, а пары не конденсируются.

6. Поверхностное натяжение (σ) (Н/м) – обусловлено силами взаимного притяжения молекул поверхностного слоя, стремящихся сократить свободную поверхность жидкости. Поверхностное натяжение характеризуется коэффициентом, представляющим собой силу, которая действует на единицу длины поверхности и зависит как от природы жидкости, так и от температуры.

На практике широко используются ПАВ, которые добавляют к рабочим жидкостям для уменьшения поверхностного натяжения, что приводит к снижению потерь давления на трение на различных этапах технологического процесса.

7. Вязкость – способность жидкости оказывать сопротивление сдвигающим усилиям. Это свойство проявляется лишь при ее движении.

Коэффициент, характеризующий сопротивляемость жидкости сдвигу, называется динамической (абсолютной) вязкостью (μ) ($\text{Па}\cdot\text{с}$ – в системе СИ или Пуаз – в физической системе).

Ньютон выдвинул гипотезу о силе трения, возникающей между двумя слоями жидкости на поверхности их раздела, согласно которой:

Сила внутреннего трения в жидкости не зависит от давления, прямо пропорциональна градиенту скорости (быстроте изменения скорости в направлении, перпендикулярном направлению движения слоев), площади соприкосновения слоев и динамической вязкости (закон внутреннего трения Ньютона).

Жидкости, подчиняющиеся закону Ньютона, называют ньютоновскими. Существуют жидкости, не подчиняющиеся этому закону. Их называют неньютоновскими (аномальными). К их числу относятся различного рода эмульсии, коллоидные растворы, представляющие собой неоднородные тела, состоящие из двух фаз (твердой и жидкой), глинистые растворы.

Отношение динамической вязкости жидкости к ее плотности называется кинематической (относительной) вязкостью (ν) ($\text{м}^2/\text{с}$ – в системе СИ или Стокс – в физической системе):

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{м}^2/\text{с}) \quad (1.5)$$

Название «кинематическая вязкость» не имеет особого физического смысла, т.к. название было предложено потому, что размерность ее похожа на размерность скорости.

Вязкость жидкости почти не зависит от давления, но значительно уменьшается с увеличением температуры. Вязкость определяется приборами вискозиметрами.

Учет внутреннего трения (вязкости) значительно усложняет изучение законов движения жидкости, в связи с этим вводится понятие идеальной (невязкой) жидкости.

Идеальная жидкость характеризуется абсолютной подвижностью, т.е. она не сопротивляется сдвигающим усилиям.

Глава 2. ГИДРОСТАТИКА

2.1. Силы, действующие в жидкости

Если на выделенную массу жидкости не действуют внешние силы, то все частицы этой массы остаются неподвижными относительно выбранной системы координат, т.е. находятся в покое или движутся прямолинейно с одинаковой для всех частиц скоростью, при этом взаиморасположение частиц остается постоянным. Такое состояние жидкости называется равновесным. В случае воздействия внешних сил равновесное состояние жидкости либо сохраняется, либо жидкость переходит в состояние движения.

Силы, действующие на жидкость принято делить на:

1. Внутренние (представляющие собой взаимодействие между отдельными частицами рассматриваемого объема жидкости);

2. Внешние, которые делятся на поверхностные и массовые.

Поверхностные - силы, действующие на поверхности выделенного объема. К таким силам относятся силы давления (нормаль к поверхности), силы трения (касательны к поверхности). Поверхностная сила, отнесенная к единице площади поверхности, называется напряжением.

Массовые – силы, распределенные по массе. К таким силам относятся силы тяжести и силы инерции.

Для того чтобы жидкость находилась в состоянии покоя (равновесия), необходимо, чтобы силы, действующие в точках ее граничной поверхности, были направлены под углом 90° к этой поверхности. Приложенная сила будет нормальной и сжимающей, поскольку в состоянии покоя жидкость не воспринимает растягивающих и касательных усилий.

Сила и напряженность, всегда направлены вдоль нормали к площадке. В противном случае силу P можно было бы разложить на две составляющие: нормальную и касательную, и последняя из-за свойств текучести жидкости привела бы ее в движение.

Действительно, т.к. жидкости сопротивляются сжимающим усилиям и в силу свойства текучести не могут сопротивлятьсядвигающим усилиям, сила N должна быть направлена нормально (под углом 90°) к поверхности, ограничивающей объем жидкости, и не может быть направлена под другим углом, как, например, сила F , стремящаяся сдвинуть частицу жидкости, находящуюся в точке M . (Силу F можно разложить на две составляющие - N и T).

В то же время сила F не может быть направлена от поверхности, т.к. жидкости не сопротивляются растягивающим усилиям.

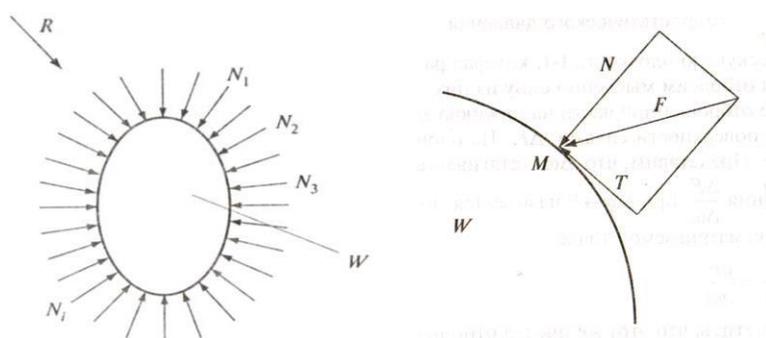
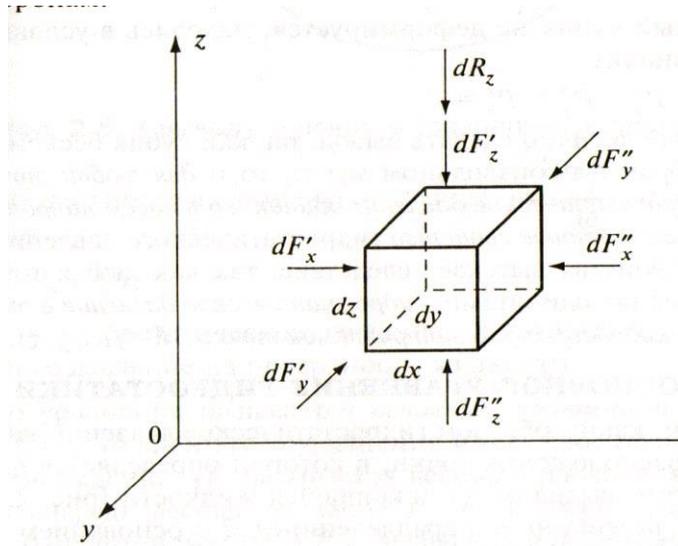


Рис. 2.1. Силы, действующие в жидкости

2.2. Гидростатическое давление и его свойства

Одним из основных понятий гидростатики является понятие гидростатического давления. Гидростатическое давление в рассматриваемой точке есть упругое напряжение сжатия (сжимающее напряжение), возникающее в жидкости под действием внешних сил. Рассмотрим небольшой объем жидкости, находящейся в равновесии.



Рис/ 2. 3. Действие внешних сил на объем жидкости

Оси координат направим параллельно сторонам. Так как кубик находится в равновесии, значит, уравновешены поверхностные и массовые силы, действующие на кубик по всем трем осям x, y, z .

$$dF_x^1 = dF_x^{11} \quad dF_y^1 = dF_y^{11} \quad dF_z^1 = dF_z^{11} - dR_z, \quad (2.1)$$

где $dR_z = mg = \rho dV \cdot g = \rho d \cdot dV = \gamma \cdot dx \cdot dy \cdot dz$ массовая сила, т.к. для условий земли единственной массовой силой является сила тяжести.

Так как $P = \frac{\Delta F}{\Delta \sigma}$, то систему уравнений можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} P_x^1 dydz &= P_x^{11} dydz \\ P_y^1 dx dz &= P_y^{11} dx dz \\ P_z^1 dx dy &= P_z^{11} dx dy - \gamma dx dy dz \end{aligned} \quad (2.2)$$

Сократив равенства, получим

$$\begin{aligned} P_x^1 &= P_x^{11} \\ P_y^1 &= P_y^{11} \\ P_z^1 + \gamma dz &= P_z^{11} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Членом $\gamma \cdot dz$ по сравнению с P_z^1 можно пренебречь как величиной

бесконечно малой. Получаем

$$\begin{aligned} P_x^I &= P_x^{II} \\ P_y^I &= P_y^{II} \\ P_z^I &= P_z^{II} \end{aligned} \quad \text{т.к. кубик не деформируется, то}$$
$$P_x^I = P_x^{II} = P_y^I = P_y^{II} = P_z^I = P_z^{II} \quad (2.4)$$

Таким образом доказано второе свойство гидростатического давления.

3 свойство

Гидростатическое давление в точке зависит от ее координат в пространстве, т.е.

$$P=f(x, y, z)$$

Для покоящейся жидкости возможны три случая действия внешнего давления:

- абсолютное (полное), т.е. давление, при определении которого во внимание принимается и атмосферное, действующее на свободную поверхность жидкости. Абсолютный нуль давления соответствует отсутствию сжимающих напряжений

- избыточное (манометрическое), определяемое без учета атмосферного давления, т.е. давление сверх атмосферного; $P_{ман} = P_{абс} - P_{атм}$

- вакуумметрическое, когда избыточное давление отрицательно. Вакуум – это недостаток давления в данной точке до атмосферного. $P_{вак} = P_{атм} - P_{абс}$.

2.3. Эпюры гидростатического давления

Диаграммы (графическое изображение) распределения давления жидкости по поверхности называют эпюрами давления.

Для многих задач расчета строительных конструкций требуется знать нагрузку со стороны жидкости на эту конструкцию, т.е. знать как действует гидростатическое давление в каждой точке поверхности конструкции.

В общем случае, чтобы построить эпюры давления следует определить избыточное давление в характерных точках.

Избыточное давление изменяется с глубиной по закону прямой, проходящей через начало координат.

Для построения эпюры давления воды на плоскую поверхность в крайних точках этой поверхности восстанавливают перпендикуляры в виде стрелок, направленных со стороны жидкости к поверхности и имеющих длину, выраженную в масштабе рассматриваемого давления в этих точках.

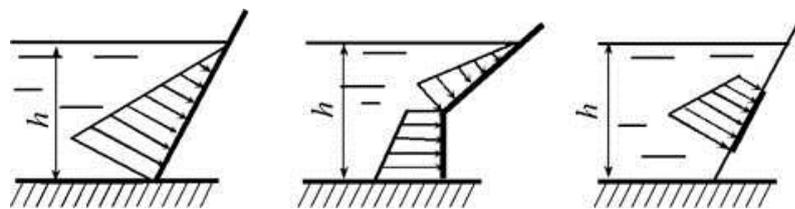


Рис. 2. 4. Эпюры давления

Чаще всего откладывают величину избыточного давления (как отмечалось ранее). Концы перпендикуляров соединяют прямой линией (изменение давления вдоль плоской поверхности имеет линейный характер, т.к. $P=\gamma h$). Получается геометрическая фигура, внутри которой осуществляют штриховку стрелками, направленными к рассматриваемой поверхности. Каждая такая стрелка изображает в масштабе значение гидростатического давления в точке, к которой направлена стрелка.

Глава 3. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ГИДРОСТАТИКИ

3.1. Дифференциальные уравнение равновесия

Выделим в несжимаемой идеальной жидкости, находящейся в равновесии, элементарный параллелепипед с ребрами dx , dy , dz , параллельными осям координат x, y, z .

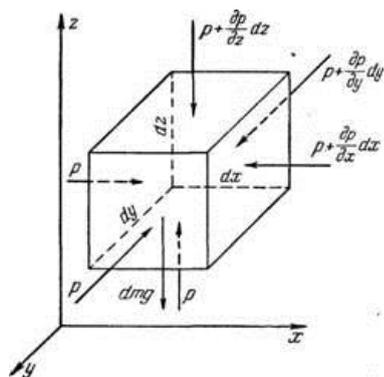


Рис. 3.1. К выводу дифференциального уравнения равновесия Эйлера

Поскольку он находится в равновесии, то сумма проекций сил на каждую из указанных осей $= 0$. Запишем условие равновесия сил, действующих на элементарный параллелепипед, в проекции на ось x . На выделенный объем действуют силы:

- поверхностные (силы давления);
- массовые (объемные):

$$F_1 - F_2 + F_m = 0 \quad (3.1)$$

- F_1 и F_2 - поверхностные силы, действующие по оси Ox на противоположные площадки выделенного параллелепипеда, т.е. гидростатическое давление в центрах тяжести этих площадок

- F_m массовые (объемные) силы.

Давления на гранях также можно также записать в виде отношения силы к площади:

$$F_1 = dP = p dy dz \quad \text{и} \quad F_2 = dP^1 = p^1 dy dz ,$$

где P и P^1 - средние гидростатические давления на противоположные стороны параллелепипеда.

Так как гидростатическое давление является функцией координат, среднее гидростатическое давление на площадке $A'B'C'D'$:

$$P^1 = p + \frac{\partial p}{\partial x} dx ,$$

потому что при переходе от площадки $ABCD$ к площадке $A'B'C'D'$ изменяется только координата x , следовательно

$$dP^1 = \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dydz .$$

Объемную силу для массы $dm = \rho \cdot dV = \rho \cdot dx dy dz$ можно выразить следующим образом:

$$F_m = dm \cdot X = \rho \cdot dx dy dz \cdot X,$$

где X – проекция на ось Ox объемной силы, отнесенной к единицы массы.

Подставим в (3.1) выражение для каждого из слагаемых:

$$p \cdot dydz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dydz + \rho X \cdot dx dy dz = 0$$

Раскрыв скобки и выполнив соответствующие преобразования, получим уравнения проекций сил на ось ox :

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho X = 0 . \tag{3.2}$$

Аналогично выводятся уравнения проекций сил на оси Oy , Oz и в результате получим систему трех уравнений равновесия жидкости:

$$\begin{aligned} \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \\ \rho Y - \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \\ \rho Z - \frac{\partial p}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Эти уравнения носят название уравнений Эйлера (1755г.) и показывают, что давление действует на рассматриваемую точку жидкости, одинаково в любом направлении и зависит только от координат данной точки, т.е. $P = f(x, y, z)$.

Уравнения Эйлера позволяют решить основную задачу гидростатики - распределение давления в покоящейся жидкости. Зная закон такого распределения, можно найти давление на стенки сосудов, содержащих жидкость, и полное давление на тела, погруженные в покоящейся жидкости.

В векторной форме эти уравнения имеют вид:

$$F - \frac{1}{\rho} \text{grad } P = 0, \quad (3.4)$$

где $F = Xi + Yj + Zk$, где i, j, k – орты координатных осей,

$$\text{grad } P = \frac{\partial p}{\partial x} i + \frac{\partial p}{\partial y} j + \frac{\partial p}{\partial z} k.$$

Каждое уравнение Эйлера в отдельности позволяет определить гидростатическое давление вдоль соответствующей оси;

- совокупность двух уравнений - распределение давления в соответствующей плоскости;

- совокупность трех уравнений – в объеме.

Переписав уравнения Эйлера несколько в другом виде, получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \rho X \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= \rho Y \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= \rho Z \end{aligned} \quad (3.5)$$

Умножим каждое из этих уравнений соответственно на dx , dy , dz и произведя сложение левых и правых частей уравнений, получим:

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz = \rho X dx + \rho Y dy + \rho Z dz. \quad (3.6)$$

Левая часть этого уравнения представляет собой полный дифференциал функции, т.к. $P=f(x,y,z)$ давление зависит только от трех независимых переменных координат x,y,z .

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz, \text{ тогда имеем}$$

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz) \quad (3.7)$$

Данное уравнение является основным дифференциальным уравнением гидростатики и показывает, что объемные силы, действующие на жидкость, уравниваются соответствующими поверхностными силами.

3.2. Потенциал массовых сил

Равенство (3.7) имеет смысл лишь в том случае, если правая его часть есть также полный дифференциал какой-то функции. Обозначим эту функцию через $U=U(x,y,z) = f$ - плотность силы масс, т.е. поля массовых сил. Тогда полный дифференциал ее будет

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz. \quad (3.8)$$

Примем $dp = -\rho \cdot dU$. Из сопоставления равенств, получим

$$X = -\frac{\partial U}{\partial x}; \quad Y = -\frac{\partial U}{\partial y}; \quad Z = -\frac{\partial U}{\partial z}. \quad (3.9)$$

Функцию $U=U(x,y,z)$ называют потенциальной, а силы, для которых эта функция существует - силами, имеющими потенциал.

Отсюда вывод: жидкость может находиться в равновесии только под действием массовых сил, имеющих потенциал, так как только такие силы удовлетворяют уравнениям равновесия Эйлера.

3.3. Основное уравнение гидростатики

В случае равновесия жидкости в поле земного тяготения $X=0, Y=0, Z=-g$. Поэтому основное дифференциальное уравнение гидростатики приобретает вид

$$dp = -\rho g \cdot dz. \quad (3.10)$$

Разделив обе части этого уравнения на $\gamma = \rho g$, где γ - удельный вес данной жидкости, запишем его в следующем виде

$$\frac{dp}{\gamma} + dz = 0.$$

После интегрирования получим (при $\gamma = \text{const}$)

$$\frac{P}{\gamma} + z = C = \text{const}. \quad (3.11)$$

Чтобы определить постоянную интегрирования C , рассмотрим наполненный водой резервуар со свободной поверхностью (атмосферное давление).

Для точки А, лежащей на свободной поверхности,

$$P = P_0$$

$$z = z_0$$

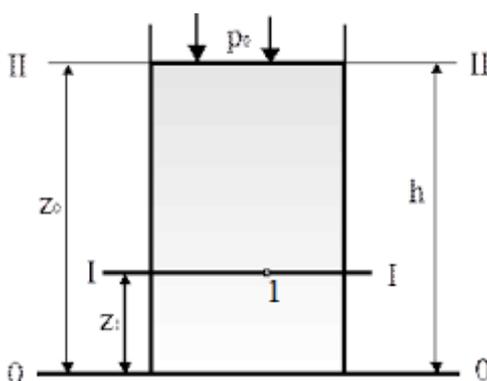


Рис. 3. 2. К выводу основного уравнения гидростатики

Подставив эти значения, получим: $C = \frac{P_0}{\gamma} + z_0.$

Тогда уравнение (3.11) можно записать в виде

$$\frac{P}{\gamma} + z = \frac{P_0}{\gamma} + z_0 \quad \text{или} \quad P = P_0 + \gamma(z_0 - z). \quad (3.12)$$

Полученное уравнение называется основным уравнением гидростатики. Из него следует, что давление возрастает по линейному закону с увеличением глубины погружения в несжимаемую жидкость.

В случае изменения внешнего давления P_0 во всех точках жидкости, находящейся в равновесии, давление P изменится на ту же величину.

Это свойство жидкости определяет закон Паскаля, который можно сформулировать следующим образом: давление, приложенное к внешней поверхности жидкости, передается всем точкам этой жидкости и по всем направлениям одинаково.

Для водоемов больших объемов или поверхности следует уточнить: сонаправлен ли \vec{g} (\vec{g} - вектор ускорения) радиусу Земли в данной точке; насколько горизонтальна рассматриваемая поверхность.

3.4. Геометрическое и энергетическое понятия основного уравнения гидростатики

Это уравнение можно представить как уравнение высот, т.к. каждый член этого уравнения имеет размерность метр, в котором:

z – высота положения точки;

$\frac{P}{\gamma}$ – высота, соответствующая давлению (напор).

Т.к. величины z_0 и P_0 для рассматриваемого примера – величины конкретные, можно записать

$$\frac{P}{\gamma} + z = \frac{P_0}{\gamma} + z_0 = H = const \quad (3.13)$$

Величину H называют гидростатическим (потенциальным) напором. Эта величина одинакова для любой точки жидкости, находящейся в рассматриваемом резервуаре с постоянными z_0 и P_0 .

Но уравнение (3.13) легко выразить в единицах энергии, для этого достаточно умножить каждый член уравнения на 1Н (ньютон), тогда все слагаемые будут выражены в единицах энергии (Дж=Н·м). Значит, каждое слагаемое уравнения представляет собой вид потенциальной энергии, т.к. жидкость находится в покое:

z – удельная потенциальная энергия положения;

$\frac{P}{\gamma}$ – удельная потенциальная энергия давления;

H – полный запас удельной потенциальной энергии.

Слово «удельная» означает энергию, приходящуюся на единицу веса жидкости. В гидравлике слово «напор» означает удельную энергию жидкости и может применяться наряду со словом «высота», т.к. имеет ту же размерность.

Глава 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ СИЛЫ ДАВЛЕНИЯ

4.1. Поверхности равного давления

Поверхностью равного давления называется поверхность, в каждой точке которой величина гидростатического давления одинакова и зависит только от глубины точки погружения в жидкость. Любая горизонтальная поверхность в пределах жидкости является поверхностью равного давления или поверхностью уровня.

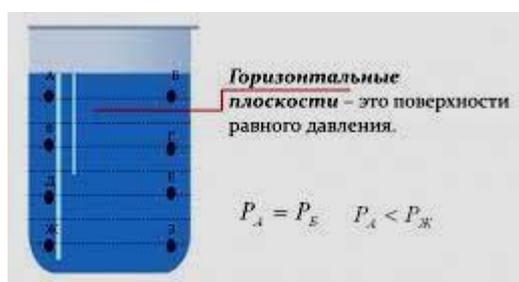


Рис. 4.1. Поверхности равного давления

Поскольку во всех точках поверхности уровня $P_{ст}$ одинаково, т.е. $P=const$, то $dp=0$ и из основного уравнения гидростатики имеем

$$\rho(Xdx + Ydy + Zdz) = 0, \text{ а т.к. } \rho \neq 0, \text{ то}$$

$$(Xdx + Ydy + Zdz) = 0 \quad (4.1)$$

Это уравнение поверхности уровня (4.1)

Составим уравнение поверхности уровня, учитывая, что для данного случая равновесия жидкости единичные массовые силы X, Y, Z входящие в общее дифференциальное уравнение поверхности уровня, будут следующими:

$$\begin{aligned} X &= g_x = 0 \\ Y &= g_y = 0 \\ Z &= g_z = -g \end{aligned} ,$$

где g_x, g_y, g_z – проекции вектора ускорения \vec{g} на соответствующие координатные оси.

Подставив эти значения в уравнение (4.1), получим дифференциальное уравнение поверхности уровня для рассматриваемых условий.

$$g \cdot dz = 0 \text{ или } dz = 0 \quad (4.2)$$

Проинтегрировав это уравнение, получим

$$-gz = \text{const} \text{ или } z = C \text{ (} C \text{ - произвольная постоянная } C = \text{const}). \quad (4.3)$$

Таким образом, последнее уравнение является уравнением семейства горизонтальных плоскостей (параллельных плоскости xOy).

Поверхности равного давления обладают следующими свойствами:

- они не имеют общих точек, т.е. не пересекаются одна с другой;
- всегда нормальны к направлению равнодействующей внешних объемных сил, приложенных к жидкости.

4.2. Относительный покой жидкости

Относительный покой жидкости – покой жидкости относительно сосуда, в котором она содержится, в то время, когда сам сосуд находится в движении.

1. Пусть жидкость находится в емкости, которая движется прямолинейно и равноускоренно по горизонтальной плоскости с ускорением a .

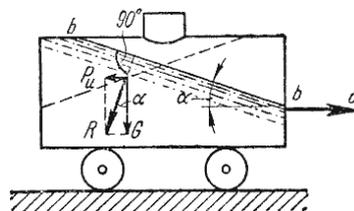


Рис. 4. 2. Относительный покой жидкости при прямолинейном движении сосуда

Жидкость при движении находится под действием массовой силы тяжести и силы инерции от горизонтального перемещения. Направление сил инерции всегда противоположно направлению ускорения.

Соответствующие проекции массовых сил будут равны

$$X = -a$$

$$Y = 0$$

$$Z = -g$$

тогда дифференциальное уравнение поверхности равного давления:

$$-adx-gdz=0 \quad \text{или} \quad ax+gz=const. \quad (4.4)$$

Оно представляет собой уравнение наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол α :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dx}{dz} = \frac{a}{g}, \quad \text{отсюда} \quad \alpha = \operatorname{arctg} \left(-\frac{a}{g} \right) \quad (4.5)$$

Поскольку значение этого угла определяется только ускорениями, приходим к выводу, что положение свободной поверхности не будет зависеть от рода находящейся в цистерне жидкости. Любая другая поверхность уровня в жидкости также будет плоскостью, наклоненной к горизонту под углом α .

2. Жидкость находится в цилиндрической емкости, вращающейся вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью (сепараторы, центрифуги, применяемые для раздела жидкости).

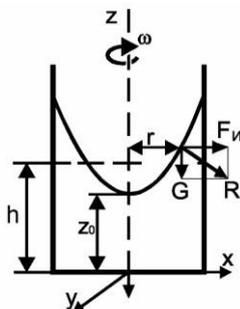


Рис. 4. 3. Относительный покой жидкости в цилиндрической емкости На

любую частицу жидкости при ее относительном равновесии действуют объемные силы:

- сила тяжести $G=mg$;

- сила инерции $P_{ин} = m \cdot \omega^2 \cdot r$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, ω – частота вращения сосуда.

Проекция ускорений этих сил на оси координат будут равны:

$$X = \omega^2 \cdot x \quad Y = \omega^2 \cdot y \quad Z = -g.$$

Для нахождения поверхностей равного давления положим, что $dP=0$, тогда будем иметь следующее дифференциальное уравнение:

$$\omega^2 x dx + \omega^2 y dy - g dz = 0.$$

Интегрирование этого уравнения дает

$$\begin{aligned} \frac{\omega^2 x^2}{2} + \frac{\omega^2 y^2}{2} - g dz &= 0 \\ \frac{\omega^2}{2} (x^2 + y^2) - g z &= \frac{\omega^2 r^2}{2} - g z = const \end{aligned} \quad (4.6)$$

Поверхности равного давления, в том числе и свободная поверхность жидкости, описываемые этим уравнением, представляют собой параболоиды вращения относительно оси z , которые в сечении вертикальными плоскостями дают параболы, а в горизонтальных плоскостях - окружности.

Рассмотрим распределение давления в жидкости. Для данного случая имеем:

$$dp = \rho (\omega^2 x dx + \omega^2 y dy - g dz) \quad (4.7)$$

Интегрируя, получается

$$p = \rho \omega^2 \left(\frac{x^2 + y^2}{2} \right) - \rho g z + C = \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} - \gamma z + C, \quad (4.8)$$

где C – постоянная интегрирования.

Предположим, что давление в некоторой точке на оси вращения обозначим как p_0 (при $x=0$, $y=0$, $z=z_0$), то согласно основному уравнению гидростатики

$$p_0 = -\gamma z_0 + C.$$

Отсюда C равно:

$$C = p_0 + \gamma z_0.$$

Тогда
$$p = \left(\rho \frac{\omega^2 r^2}{2} - \gamma z \right) + (p_0 + \gamma z_0) = p_0 + \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} + \gamma (z_0 - z). \quad (4.9)$$

Отсюда видно, что при вращении сосуда давление в жидкости оказывается больше обычного гидростатического давления в неподвижном сосуде и будет тем больше, чем больше радиус и угловая скорость.

4.3. Давление жидкости на твердые поверхности

Задача по определению полной силы давления на стенки и дно сосуда сводится к определению:

- силы давления (по величине и направлению);
- точки ее приложения (центр давления).

Для определения силы давления на плоскую, наклоненную к горизонту, стенку используют основное уравнение гидростатики. Над поверхностью находится жидкость. Плоскость стенки поворачивается на 90° вокруг оси oz' и совмещается с плоскостью чертежа.

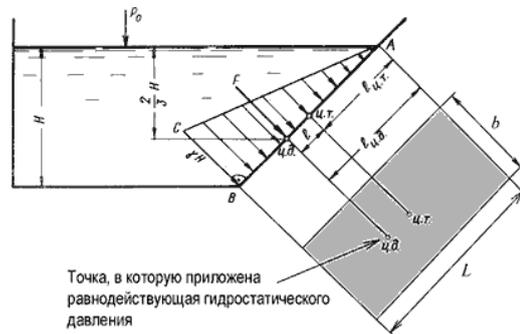


Рис. 4. 4. Давление жидкости на плоскую стенку

Различные точки плоскости испытывают различное давление. Разделим всю площадь на ряд элементарных площадок $d\sigma$. Сила, с которой жидкость действует на элементарную площадку $d\sigma$, будет равна

$$dP = p d\sigma . \quad (4.10)$$

Аналогично определяется сила давления жидкости на любую другую элементарную площадку.

Суммарная (полная) сила давления жидкости на плоскую фигуру (всю площадку) будет:

$$P = \int_{\sigma} dP = \int_{\sigma} p \cdot d\sigma.$$

В любой точке давление определяется формулой

$$p = p_0 + \gamma h$$

где p_0 - давление на свободной поверхности жидкости;

h – глубина погружения рассматриваемой точки.

Поэтому

$$P = \int_{\sigma} (p_0 + \gamma h) d\sigma \quad (4.11)$$

Если $h = z' \sin \alpha$, тогда

$$P = \int_{\sigma} (p_0 + \gamma h) d\sigma = \int_{\sigma} (p_0 + \gamma \cdot z' \sin \alpha) d\sigma = p_0 \sigma + \gamma \cdot \sin \alpha \int_{\sigma} z' d\sigma. \quad (4.12)$$

Рассмотрим интеграл $\int_{\sigma} z' d\sigma$. Подынтегральное выражение

представляет собой статический момент площади смоченной поверхности стенки $d\sigma$ относительно оси ox' . Следовательно, сам интеграл представляет собой *сумму статических моментов площади σ* относительно той же оси ox' .

$$\int_{\sigma} z' d\sigma = z'_c \sigma$$

где z'_c - расстояние от центра тяжести площади (точки C) до оси ox' .

(т.к. известно, что статический момент площади относительно любой оси, лежащей в той же плоскости, равен произведению этой площади на расстояние от ее центра тяжести до оси моментов).

Сделав соответствующие подстановки в формулу (4.12), получим:

$$P = p_0 \sigma + \gamma \cdot \sin \alpha z'_c \cdot \sigma \quad (4.14)$$

- первое слагаемое представляет собой силу атмосферного давления на свободную поверхность, передаваемого жидкостью по закону Паскаля;

- второе - силу давления, оказываемого уже *самой* жидкостью (можно сказать - избыточного давления).

Приведем эту формулу в более простой для расчетов вид.

$z_c^1 \sin \alpha = h_c$, где h_c - глубина погружения центра тяжести площади

σ относительно уровня свободной поверхности. Поэтому первое слагаемое в формуле (4.14) значительно меньше второго, им можно пренебречь. Тогда получаем:

$$P = \gamma h_c \cdot \sigma \quad (4.15)$$

Сила давления жидкости на плоскую стенку равна произведению величины смоченной площади стенки на гидростатическое давление в ее центре тяжести.

4.4. Гидростатический парадокс

В частном случае горизонтальной прямоугольной стенки будем иметь

$$P = (p_0 + \gamma h) \sigma_z.$$

Эта формула не содержит ни одной величины, которая характеризовала бы форму сосуда. Она показывает, что суммарное давление на плоскую фигуру определяется лишь глубиной погружения центра тяжести и площадью самой фигуры.

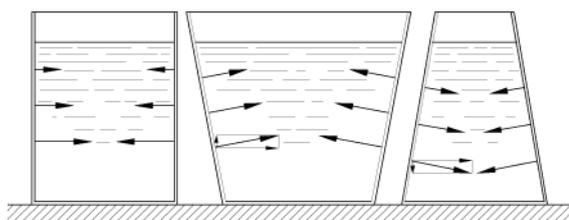


Рис. 4. 5. Гидростатический парадокс

Из этой формулы следует вывод, называемый гидравлическим (гидростатическим) парадоксом - при разных формах сосудов, если на свободную поверхность оказывается одинаковое давление P_0 , то при равенности плотностей, площадей и высот налитых жидкостей, оказываемое на горизонтальное дно давление, одно и то же.

Раскрытие парадокса заключается в том, что сила веса жидкости действует в действительности не только на дно, но еще и на другие стенки сосуда:

-в случае расширяющегося вверх сосуда очевидно, что вес жидкости больше силы, действующей на дно. Однако в данном случае, часть силы веса действует на наклонные стенки. Эта часть есть вес тела давления;

-в случае сужающегося вверх сосуда вес тела давления отрицателен и действует на сосуд вверх.

В случае наклонной плоскости дна имеет место смачивание поверхности σ . Поэтому, в отличие от предыдущего случая, нельзя сказать, что давление постоянно.

4.5. Давление жидкости на криволинейные поверхности

Сила суммарного давления жидкости на цилиндрическую поверхность может быть выражена геометрической суммой ее составляющих: горизонтальной P_x и вертикальной P_z :

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2} \quad (4.16)$$

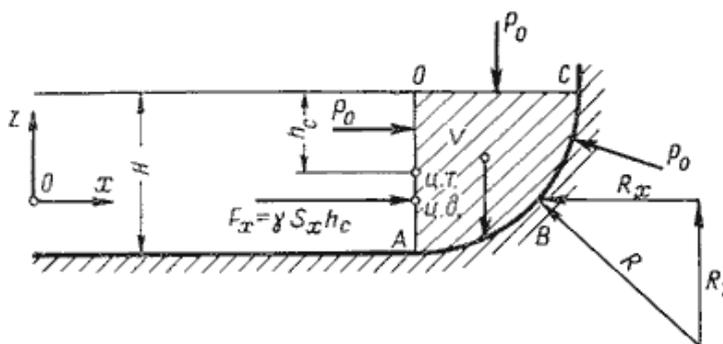


Рис. 4. 6. Давление жидкости на криволинейную поверхность

Горизонтальная составляющая силы суммарного давления жидкости равна силе суммарного давления жидкости на площадь вертикальной проекции этой стенки:

$$P_z = \gamma h_c \cdot \sigma = P_{cm} \sigma \quad (4.17)$$

Вертикальная составляющая равна весу жидкости в объеме тела давления:

$$P_v = \rho g V \quad (4.18)$$

Телом давления называется объем жидкости, ограниченный вертикальной призмой, восстановленной по контуру цилиндрической поверхности.

Направление силы суммарного давления определяется углом α , образуемым вектором P и горизонтальной плоскостью.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{P_v}{P_z}$$

4.6. Закон Архимеда

На тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, направленная вверх и равная весу вытесненной им жидкости.

Эту силу называют поддерживающей. Она является равнодействующей сил давления, с которыми жидкость, находящаяся в покое, действует на покоящееся в ней тело.

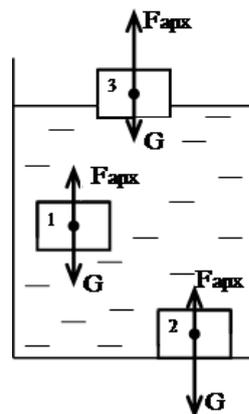


Рис. 4. 7. Закон Архимеда

Определим давление жидкости на полностью погруженное в нее тело. Составляющие R_x и R_y (силы давления R на всю поверхность погруженного

тела) равны нулю и остаются неуравновешенными только составляющие, действующие по оси z:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = \sqrt{R_z^2} = R_z \quad (4.20)$$

Определим значение R_z . Проведя контурную линию АВ, разделим поверхность тела на две части – верхнюю и нижнюю. На верхнюю часть поверхности жидкость давит с силой R_z^1 , а на нижнюю – с силой R_z^{11} . При этом $R_z = R_z^1 - R_z^{11}$. Поскольку

$$R_z^1 = \gamma \cdot V_{AA'B'BCA}$$

$$R_z^{11} = \gamma \cdot V_{AA'B'BDA} \quad , \text{ то } \quad R_z = \gamma (V_{AA'B'BCA} - V_{AA'B'BDA}) = -\gamma \cdot V_{ACBDA}$$

Объем V_{ACBDA} есть не что иное, как объем погруженного тела V , поэтому где γ – удельный вес жидкости, в которую погружено тело.

Наибольший практический интерес представляет исследование условий равновесия тел, частично погруженных в жидкость, т.е. при плавании тел.

В этом случае сила вытеснения определяется следующим образом:

$$P_{\text{выт}} = -\rho g \cdot V_{\text{погр}},$$

где $V_{\text{погр}}$ – объем части тела, погруженной в жидкость;

ρ – плотность жидкости.

Способность плавающего тела, выведенного из состояния равновесия, вновь возвращаться в это состояние называется остойчивостью.

Вес жидкости, взятой в объеме погруженной части судна называют *водоизмещением*.

Различают два вида остойчивости: поперечную (когда один борт превышает другой) и продольную (когда один конец судна, нос или корма, находится выше другого).

В плавающем на поверхности жидкости теле (кроме центра тяжести)

различают еще два центра:

- центр водоизмещения – точка приложения равнодействующей выталкивающих сил (или центр тяжести объема погруженной части тела);

- метациентр (метацентрическая высота) – точка пересечения равнодействующей выталкивающих сил с осью плавания 00.

Чем ниже расположен центр тяжести и, чем больше метацентрическая высота, тем больше будет остойчивость судна.

4.7. Приборы для измерения давления

Приборы для измерения давления классифицируются по различным признакам, главным из них является вид измеряемого давления.

1. Приборы для измерения атмосферного давления – барометры.

2. Приборы для измерения избыточного давления – манометры и вакуумметры, для измерения малого избыточного давления и измерений повышенной точности – микроманометры.

3. Приборы для измерения разности давлений – дифференциальные манометры.

По принципу действия различают приборы: жидкостные, пружинные (механические), электрические, комбинированные и др.

Жидкостные приборы - (пьезометры и жидкостные вакуумметры) работают, используя гидростатический принцип действия, когда измеряемое давление уравнивается высотой столба жидкости. Пьезометры обычно представляют собой прямые или U-образные прозрачные трубки (диаметром около 5-10 мм), присоединяемые к месту, где требуется измерить давление, другой конец остается открытым. Высота жидкости в пьезометре характеризует

не истинное давление в точке, а избыток этого давления над атмосферным (или барометрическим). Чтобы уменьшить ошибку в величине измеряемого давления за счет капиллярного поднятия жидкости в пьезометре, его

внутренний диаметр должен быть не менее 10 мм. Пружинные манометры - используют для измерения больших давлений.

4.8. Определение толщины стенок цилиндрических резервуаров и труб

Рассмотрим действие давления со стороны жидкости на трубы круглого поперечного сечения. Ось трубы расположена горизонтально, т.е. перпендикулярно плоскости чертежа.

L – длина трубы;

d - ее внутренний диаметр;

δ – толщина стенки, которую требуется определить.

По всей длине трубы находится жидкость под давлением P .

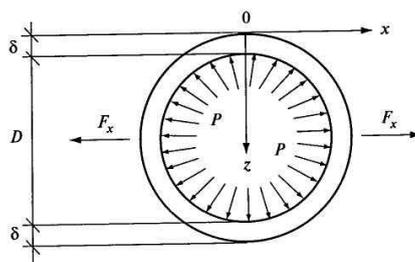


Рис. 4. 8. К определению толщины стенки

При фронтальном (вертикальном) рассечении трубы, в секущую плоскость попали:

- плоскость жидкости в форме прямоугольника, тогда

$$S_1 = Ld.$$

- плоскость внутренней поверхности трубы, равная

$$S_2 = L2\delta,$$

где δ – толщина стенки, которую требуется определить.

1. Горизонтальная сила, пытающаяся разорвать трубу (сила давления жидкости на стенки) F_1 определяется как

$$F_1 = PS_1 \quad \text{или} \quad F_1 = PLd. \quad (4.22)$$

2. Сила F_2 , возникающая в материале стенок трубы как сопротивление силам давления жидкости (т.е. напряжение) определяется по формуле:

$$F_2 = \sigma S_2 \quad \text{или} \quad F_2 = \sigma L2\delta. \quad (4.23)$$

Сила, возникающая в материале трубы должна уравниваться силами сопротивления. Эти силы распределены по площади сечения трубы (S_1 и S_2):

$$F_1 = F_2 \quad \text{или} \quad PLd = \sigma L2\delta. \quad (4.24)$$

Отсюда толщина стенок трубы или цилиндрического резервуара равна

$$\delta = \frac{PD}{2[\sigma]}, \quad (4.25)$$

где $[\sigma]$ - допускаемое напряжение на растяжение для рассматриваемого материала трубы или резервуара.

Примерные вопросы для подготовки

1. Роль технической гидромеханики в нефтегазовой промышленности.
2. Гипотеза сплошной среды.
3. Силы, действующие в жидкости.
4. Основные физические свойства жидкости: сжимаемость, вязкость. Плотность, коэффициент объёмного сжатия, давление насыщенных паров жидкости. Гидростатическое давление и его свойства.
5. Давление абсолютное, избыточное, вакуум.
6. Давление жидкости на криволинейные поверхности
7. Давление жидкости на плоскую стенку
8. Гидростатический парадокс.
9. Термодинамические уравнения состояния.
10. Жидкости несжимаемые, капельные, газообразные.
11. Плотность многофазных систем.
12. Ньютоновские и неньютоновские жидкости.
13. Дифференциальные уравнения равновесия.
14. Основное уравнение гидростатики.
15. Геометрическое и энергетическое понятие основного уравнения гидростатики.
16. Давление жидкости на криволинейные поверхности.
17. Закон Архимеда.
18. Приборы для измерения давления.
19. Толщина стенок трубы или цилиндрического резервуара.

Библиографический список

1. Басниев К.С. Нефтегазовая гидромеханика./ Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Розенберг Г.Д. Москва-Ижевск. : Институт компьютерных исследований , 2005.– 544 с.
2. Асатур К.Г., Маховиков Б.С. Гидромеханика: учеб. пособие для вузов.- СПб, 2008. – 326 с.
3. Лурье М.В. Гидравлика и ее приложения в нефтегазовом производстве./ Лурье М.В., Астрахан И.М., Кадет В.В. - М.:МАКС Пресс, 2010. –332 с.
4. Хавкин А.Я. Введение в нефтегазодобычу/ Учебное пособие.- М., Нефть и газ, 2013. – 375 с.
5. Кадет В.В., Дмитриев Н.М. Подземная гидромеханика: Учебное пособие для студ. высш. образования. – М.: Издательский центр «Академия», 2014. – 256 с.
6. Самусь О. Р. Водоснабжение и водоотведение с основами гидравлики / Самусь О. Р., Овсянников В. М., Кондратьев А. С.–М.-Берлин: Директ-Медиа , 2014 год.– 128 с.
7. Ловкис З. В. Гидравлика / Издательский дом “Белорусская наука”, 2012.– 439 с.
8. Суханов П. П. Гидравлика и гидравлические машины: учебное пособие /Суханов П. П., Разинов Ю. И. Изд-во:КГТУ, 2010 год .–159 с.
9. Штеренлихт Д. Гидравлика (учебник для вузов) М.: Энергоатомиздат, 1984. – 640 с.
10. Метревелли В.Н. Сборник задач по курсу гидравлики с решениями.//М.:Высшая школа, 2008.–192 с.
11. Абрикосов, А. А. Основы теории металлов: [учебное пособие] / А. А. Абрикосов ; под ред. Л. А. Фальковский .– 2-е изд., доп. и испр. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2010 .– 598 с.
12. СП 34-112-97 Строительство магистральных и промысловых трубопроводов. Комплексная технология и организация.

13. СНиП 2.04.12-86 Расчет на прочность стальных трубопроводов.
14. СП 34-116-97 ВСН Инструкция по проектированию, строительству и реконструкции промышленных нефтегазопроводов.
15. СНиП 2.05.06-85* Магистральные трубопроводы.
- 16.Альтшуль А.Д., Калицун В.И., Майрановский Ф.Г. и др. Примеры расчетов по гидравлике: Учебное пособие. - М.: Стройиздат, 1976.– 256 с.
- 17.Башта Т.М. Гидропривод и гидропневмоавтоматика. - М.: Машиностроение, 1972. – 320 с.
- 18.Башта Т.М., Руднев С.С., Некрасов Б.Б. и др. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы: Учебник. 2-е изд., перераб. - М.: Машиностроение, 1982.– 423 с.
- 19.Богомолов А.И., Михайлов К.А. Гидравлика: Учебник. Изд. 2-е, перераб. и доп. - М.: Стройиздат, 1972. – 648 с.
- 20.Васильченко В.А. Гидравлическое оборудование мобильных машин: Справочник. - М.: Машиностроение, 1983. - 301 с., ил.
- 21.Задачник по гидравлике, гидромашинам и гидроприводу: Учеб. Пособие / Некрасов Б.Б., Фатеев И.В., Беленков Ю.А. и др.; Под ред. Б.Б.Некрасова. - М.: Высш.шк., 1989. - 192 с.: ил.
- 22.Каминер А.А., Яхно О.М. Гидромеханика в инженерной практике. - К.: Техника, 1987. - 175 с.
- 23.Копырин М.А. Гидравлика и гидравлические машины. - М.: Высшая школа, 1961. - 302 с.
- 24.Кременецкий Н.Н., Штеренлихт Д.В., Алышев В.М. и др. Гидравлика: Учебник. - М.: Энергия, 1973. - 424 с., с ил.
- 25.Навроцкий К.Л. Теория и проектирование гидро- и пневмопривода: Учебник. - М.: Машиностроение, 1991. - 384 с., ил.
- 26.Осипов П.Е. Гидравлика, гидравлические машины и гидропривод: Уч. Пособие. 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Лесная промышленность. 1981. - 424 с.
- 27.Примеры гидравлических расчетов: Учеб. Пособие / Под ред. А.И. Богомолова - 2-е изд., перераб. - М.: Транспорт, 1977. - 526 с.

28. Рабинович Е.З. Гидравлика. 3-е изд., исправл. и перераб. - М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. 395 с.
29. Справочное пособие по гидравлике, гидромашинам и гидроприводам / Я.М. Вильнер, Я.Т. Ковалев, Б.Б. Некрасов и др.; Под. ред. Б.Б. Некрасова. - 2-е изд., перераб. и дополн. - Минск: Высшая школа, 1985. - 382 с.
30. Чугаев Р. Р. Гидравлика (техническая механика жидкости): учебник / Р. Р. Чугаев. – М.: Бастет, 2008. - 672 с.
-
31. Лепешкин А.В., Михайлин А.А., Шейпак А.А. Гидравлика и гидропневмопривод: учебник. – М.: МГИУ, 2003. – 352 с.
32. Угинчус А. А. Гидравлика и гидравлические машины: учебник /А. А. Угинчус. - М.: Аз-book, 2009. - 395 с.
33. Галдин Н.С. Основы гидравлики и гидропривода: Электронное учебное пособие. – Омск: ЦДО СибАДИ, 2005. – 131 с