Министерство науки и высшего образования РФ

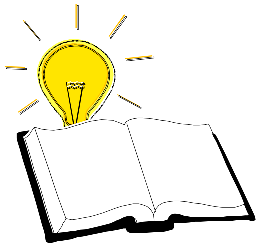
Казанский (Приволжский) федеральный университет

Елабужский институт

Ф.М. Сабирова, З.А. Латипов

ФИЗИКА

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ



Казань – 2019

Печатается по решению Ученого совета о Елабужского института КФУ (протокол № 5 от 10 июня 2019)

УДК 553 (075)
ББК 22.3я7
С12

Кафедра физики

Рецензенты:

Яковлева Е.В. профессор кафедры физики НХТИ ФГБОУ ВО «КНИТУ», д. пед. н.;

Шурыгин В.Ю. доцент кафедры физики ЕИ КФУ, к. ф.-м. н.

Сабирова Ф.М., Латипов З.А.

Физика. Электричество и магнетизм: Учебное пособие для студентов вузов. – Казань: Редакционно-издательский центр «Школа», 2019. – 101 с.: ил.

Пособие предназначено для организации самостоятельной и аудиторной работы на лекционных и практических занятиях по курсу физики, а также самостоятельного изучения раздела «Электричество и магнетизм». Пособие рекомендовано для студентов, обучающихся по направлениям подготовки укрупненной группы специальностей 44.00.00 Педагогическое образование, а также других направлений, в учебные планы которых включена дисциплина «Физика»

ТЕМА 1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

1. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона

Все тела в природе способны электризоваться, то есть приобретать электрический заряд. В природе существуют частицы с электрическими зарядами противоположных знаков. Заряд электрона считают отрицательным, а заряд протона – элементарной частицы, которая входит в состав ядра атома, – положительным. *Большинство тел электрически нейтрально;* число электронов в них равно числу протонов. Если нарушить электрическую нейтральность тела, то оно становится *наэлектризованным (заряженным).* Тело заряжено отрицательно – значит, оно имеет избыток электронов. Тело, в котором электронов меньше, чем положительно заряженных частиц, заряжено положительно. При взаимодействии одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются.

Электрический заряд обладает свойством *дискретности* – при электризации электрический заряд изменяется на строго определенное значение, равное или кратное минимальному количеству электричества, называемому ***элементарным электрическим зарядом.*** Наименьшая по массе стабильная частица, обладающая элементарным электрическим отрицательным зарядом, называется ***электроном.*** Заряд электрона $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Масса электрона $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг. Заряд протона положителен и по модулю равен заряду электрона, его масса $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг. Заряд тела, состоящего из N заряженных частиц, кратен целым значениям заряда электрона: $q = \pm Ne$. Заряд электрона впервые был измерен *Р.Э. Милликеном* в 1909 г. Дробных зарядов в свободном состоянии не существует.

Опытным путем был установлен фундаментальный закон природы – *закон сохранения электрического заряда*: алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы остается неизменной, какие бы процессы не происходили внутри этой системы.

$$\sum_{i=1}^{N} q_i = const$$

Единица заряда – *кулон* (Кл).

Основным законом электростатики является закон взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов. Закон был экспериментально установлен французским физиком *Ш. О. Кулоном* в 1785 г.: *сила электрического взаимодействия между двумя неподвижными точечными зарядами,* находящихся *в вакууме, пропорциональна произведению зарядов* q_1 и q_2 *и обратно пропорциональна квадрату расстояния* r *между ними:*

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2},$$

где k – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц физических величин.

Сила $\vec{F}$ направлена по прямой, соединяющей заряды, то есть является центральной. Сила отталкивания $\vec{F}$, действующая на заряд q_2 со стороны одноименного заряда q_1, совпадает по направлению с радиусом-вектором r, проведенным из q_1 к этому заряду. Сила притяжения, действующая на заряд q_2 со стороны разноименного заряда q_1, имеет противоположное направление (рис., *6)*. Силы отталкивания принято считать положительными, силы притяжения – отрицательными.

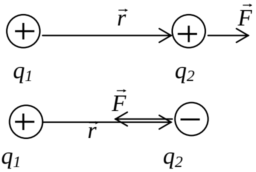


Рис. 1.

В векторной форме ***закон Кулона*** записывается в виде

$$\vec{F} = k\frac{q_1q_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r},$$

Коэффициент k в законе Кулона в СИ определяется по формуле:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9.10^9 \text{ Н.м}^2/\text{Кл}^2,$$

где $\varepsilon_o = \dfrac{1}{4\pi\cdot 9\cdot 10^9}$ Ф/м $=8,85.10^{-12}$ Ф/м – электростатическая постоянная. Таким образом, закон Кулона в скалярном виде:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1q_2}{r^2}.$$

Этот закон мы сформулировали для вакуума. С учетом среды:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды. Для вакуума ε=1.

Диэлектрическая проницаемость ε показывает во сколько раз в данной среде силы взаимодействия между точечными зарядами меньше, чем в вакууме, при одинаковых расстояниях.

2. Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля

Если имеем систему неподвижно распределенных электрических зарядов, то их взаимодействие осуществляется посредством электрического (*электростатического*) поля. *Электростатическое поле не изменяется во времени и создается только электрическими зарядами.*

Электростатическое поле отдельного заряда можно обнаружить, если в пространство, окружающее этот заряд q, внести другой заряд. Обычно для исследования свойств поля пользуются положительным зарядом, который называют *пробным* и обозначают q' (считают, что пробный заряд не искажает изучаемого поля). На пробный заряд, помещенный в какую-либо точку поля, создаваемого зарядом q, действует сила:

$$F = k\frac{q' q}{r^2}.$$

Если в одну и ту же точку поля вносить разные заряды $q_1, q_2, q_3, \ldots$, то на них будут действовать разные силы $F_1, F_2, F_3, \ldots$, но отношение силы к величине пробного заряда для этой точки поля всегда будет постоянным:

$$\frac{\vec{F}_1}{q'_1} = \frac{\vec{F}_2}{q'_2} = \ldots = \frac{\vec{F}_i}{q'_i} = const$$

Отношение силы, действующей на пробный заряд, помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда называют ***напряженностью электростатического поля:***

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q'}.$$

Напряженность поля точечного заряда:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q'} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

Единица напряженности – *вольт на метр* (В/м).

Напряженность – величина векторная. За направление вектора напряженности Е принимают направление силы, с которой поле действует на положительный пробный заряд, помещенный в данную точку поля.

Напряженность – *силовая характеристика поля;* она численно равна силе, действующей на единичный заряд:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}.$$

Электростатическое поле графически удобно представлять силовыми линиями. ***Силовыми линиями*** *или* ***линиями напряженности*** *поля называют линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с вектором напряженности в данной точке поля.* Линии напряженности электрического поля направлены от положительного заряда к отрицательному, т.е. выходят из положительного, а входят в отрицательный заряды.

Густотой линий напряженности характеризуют величину напряженности поля. В местах, где напряженность поля меньше, линии проходят реже. Примеры простейших электрических полей представлены на рис. 2. (а–д).

Электростатическое поле, во всех точках которого напряженность поля одинакова по модулю и направлению ($\vec{E}$ = const), *называют* ***однородным.*** Примером такого поля могут быть электрические поля равномерно заряженной плоскости и плоского конденсатора вдали от краев его обкладок.

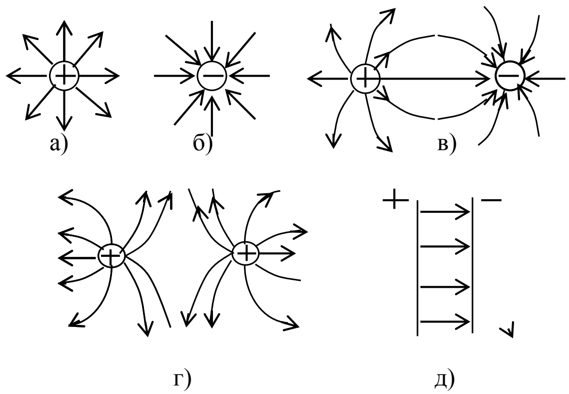


Рис. 2.

Если электростатическое поле создается не одним, а несколькими зарядами q_1, q_2, ..., q_n, то это поле будет действовать на пробный заряд, помещенный в некоторую точку поля силой $\vec{F}$. Эта сила равна векторной сумме сил, с которыми действует на данный заряд каждый из зарядов системы в отдельности: $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$.

Но $\vec{F}_i = q'\vec{E}_i$, тогда

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \ .$$

Полученная формула выражает *принцип суперпозиции полей*: напряженность электрического поля, созданного несколькими точечными заряженными телами, равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности.

3. Электрический диполь

Принцип суперпозиции применим для расчета электростатического поля диполя.

Электрическим диполем называется система, состоящая из двух одинаковых по значению, но разноименных точечных зарядов, расположенных на некотором расстоянии *l* друг от друга (рис.3).

Отрезок прямой *l*, соединяющий оба заряда, называют *осью диполя* .

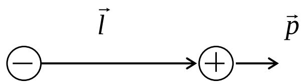


Рис. 3.

Основной характеристикой диполя является его ***электрический*** *или* ***дипольный момент*** *– вектор, численно равный произведению* ql *и направленный от отрицательного заряда к положительному:*

$$\vec{p} = q\vec{l}\ .$$

Единица электрического момента диполя — *кулон-метр* (Кл ·м).

Согласно принципу суперпозиции, напряженность поля диполя в произвольной точке $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$, где $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$ – напряженности полей, создаваемый соответственно положительным и отрицательным зарядами.

Напряженность поля на продолжении оси диполя (в точке А рис. 4): $E_A = E_+ - E_-$.

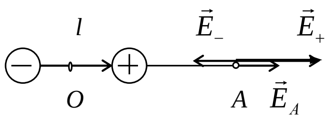


Рис. 4.

Обозначим *OA*=*r*. Тогда:

$$E_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{(r - l/2)^2}\ ,\quad E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{(r + l/2)^2}$$

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{q}{(r-l/2)^2} - \frac{q}{(r+l/2)^2}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\frac{(r+l/2)^2-(r-l/2)^2}{(r-l/2)^2(r+l/2)^2}$$

Для диполя $(l/2)^2 << r$, поэтому

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{2ql}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{2p}{r^3}.$$

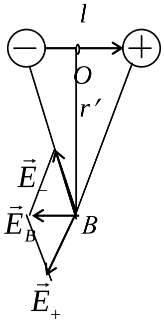


Рис.5.

Аналогично можно найти напряженность поля в точке **B** на перпендикуляре, восстановленном к оси из его середины к оси диполя из его середины при $r' << l$ (см. рис. 5)

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{(r')^2+(l/2)^2} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{(r')^2}.$$

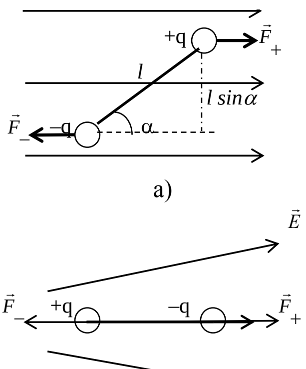
Из подобия треугольников: $\dfrac{E_B}{E_+} \approx \dfrac{l}{r'}$,

поэтому

$$E_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{ql}{(r')^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{p}{(r')^3}.$$

Вектор $\vec{E}_B$ направлен противоположно вектору $\vec{l}$

Если диполь поместить в однородное электростатическое поле с напряженностью $\vec{E}$, то на каждый из его зарядов действует сила: на положительный $\vec{F}_+ = +q\vec{E}$, на отрицательный $\vec{F}_- = -q\vec{E}$ (рис.6).



а)

б)

Рис.6

Эти силы равны по модулю, но противоположны по направлению. Они образуют пару сил, плечо которой $d = l\sin\alpha$, и создают момент пары сил $\vec{M}$. Вектор $\vec{M}$ направлен перпендикулярно векторам $\vec{p}$ и $\vec{E}$:

$$\vec{M} = [\vec{p} \cdot \vec{E}]$$

Модуль вектора $|\vec{M}|$ определяется соотношением

$$M = qEl\sin\alpha ,$$

где α – угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{E}$.

В однородном поле момент пары сил стремится повернуть диполь так, чтобы векторы $\vec{p}$ и $\vec{E}$ были параллельны.

Во внешнем ***неоднородном*** поле (рис.6(б)) силы, действующие на концы диполя, неодинаковы и их результирующая стремится передвинуть диполь в область поля с большей напряженностью – диполь втягивается в область более сильного поля.

4. Поток вектора электрического смещения. Теорема Гаусса-Остроградского

Электрическим смещением называется величина, определяемая (для вакуума) формулой:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} .$$

То есть $\vec{D}$ – это силовая характеристика поля в вакууме.

Если есть однородное поле со смещением D, то потоком электрического смещения называется величина:

$$\Phi = DS\cos\alpha ,$$

где α – угол между нормалью к площадке S и направлением D (рис.7).

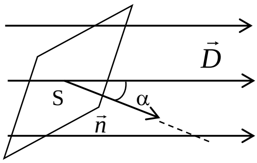


Рис. 7.

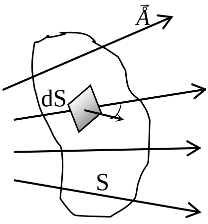


Рис. 8.

Если поле неоднородно (рис.8), то можно выбрать малую площадку dS, в рамках которой поле можно считать однородным.

Поток через площадку dS: $d\Phi = D\,dS\cos\alpha$

Рассчитать поток электрического смещения через любую поверхность можно по формуле:

$$\varPhi = \int_S D_n dS\,,$$

где D_n – проекция вектора $\vec{D}$ на нормаль к площадке *dS*:

$$D_n = D\cos\alpha\,.$$

Поток вектора напряженности электрического поля:

$$\varPhi_E = \int_S E_n dS\,.$$

Теорема Гаусса-Остроградского позволяет определить поток вектора смещения (или напряженности) электростатического поля, создаваемого системой зарядов.

Рассмотрим частный случай. Определим поток электрического смещения сквозь сферическую поверхность радиусом *r*, в центре которой расположен точечный заряд +*q* (рис.9).

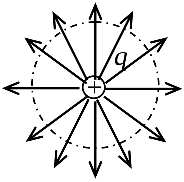


Рис.9.

По формуле для потока имеем $\varPhi = \oint D_n dS$.

Для точечного заряда (в вакууме) имеем

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \qquad \text{или} \qquad D = \varepsilon_0 E = \frac{1}{4\pi}\frac{q}{r^2}\,.$$

Линии электрического смещения перпендикулярны поверхности сферы, $\alpha=0$; следовательно, $\cos\alpha = 1$. Тогда $D_n = D$.

$$\varPhi = \oint D\,dS = \oint \frac{1}{4\pi}\frac{q}{r^2}dS = \frac{1}{4\pi}\frac{q}{r^2}\oint dS = \frac{1}{4\pi}\frac{q}{r^2}S = \frac{1}{4\pi}\frac{q}{r^2}4\pi r^2 = q$$

Теорему Гаусса можно записать в виде:

$$\varPhi = \oint D_n dS = q$$

Если поле создается несколькими зарядами, то

$$\varPhi = \oint D_n dS = \sum q .$$

Теорема Гаусса-Остроградского: **поток вектора электрического смещения через любую замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, заключенных внутри этой поверхности.**

Из теоремы Гаусса-Остроградского вытекают следствия:

1) линии вектора напряженности электрического поля $\vec{E}$ (силовые линии) нигде, кроме зарядов, не начинаются и не заканчиваются: они, начавшись на заряде, уходят в бесконечность для положительного заряда, либо, приходя из бесконечности, заканчиваются на отрицательном заряде (картина силовых линий приводится на рис. 4.);

2) если алгебраическая сумма зарядов, охватываемых замкнутой поверхностью, равна нулю, то полный поток через эту поверхность равен нулю;

3) если замкнутая поверхность проведена в поле так, что внутри нее нет зарядов, то число входящих линий вектора напряженности равно числу выходящих и поэтому полный поток через такую поверхность равен нулю.

5. Применение теоремы Гаусса-Остроградского

1. Поле равномерно заряженной, бесконечно протяженной плоскости.

Пусть дана бесконечно большая, равномерно заряженная плоскость с поверхностной плотностью σ (рис.10)

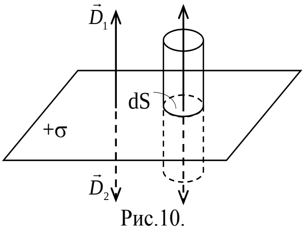


Рис.10.

Поверхностная плотность заряда – заряд, приходящийся на единицу поверхности: $\sigma = dq / dS$.

В случае равномерно заряженной плоскости $\sigma = \dfrac{q}{S}$. Следовательно

$$q = \sigma S .$$

Вследствие симметрии силовые линии перпендикулярны плоскости и направлены от нее в обе стороны. Выделим элементарную площадку площадью dS (имеющих заряд $dq=\sigma\, dS$). В качестве замкнутой поверхности выберем цилиндр, перпендикулярный заряженной плоскости с основанием dS (рис.). Так как образующие цилиндра параллельны линиям напряженности (cos α=0), то поток вектора смещения сквозь боковые стороны цилиндра, равен нулю. Полный поток сквозь цилиндр равна сумме потоков через его основания:

$$\oint D_n dS = \int_S D_1 dS + \int_S D_2 dS = (D_1 + D_2)S = 2DS .$$

По теореме Гаусса

$$2DS = \sigma\, S .$$

Откуда

$$D = \frac{\sigma}{2}, \text{ или } E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

2. Поле между двумя бесконечно протяженными, разноименно заряженными параллельными плоскостями (см. рис. 11)

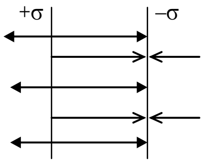


Рис.11.

Вне внутреннего промежутка E=0, т.к. поля, созданные разноименно заряженными параллельными пластинами, направлены противоположно друг другу; между плоскостями

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \qquad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

По этой же формуле определяется напряженность электрического поля вблизи заряженной полуплоскости.

3. Поле, создаваемое бесконечно длинной равномерно заряженной нитью или цилиндром с линейной плотностью $\boldsymbol{\tau}$**.**

Линейная (погонная) плотность заряда $\tau = \dfrac{dq}{dl} = \dfrac{q}{l}$, измеряется в Кл/м.

Окружим нить коаксиальной цилиндрической поверхностью радиуса r (Рис. 12).

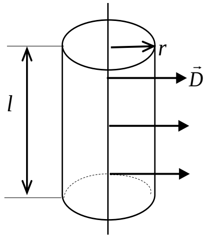


Рис.12.

Поток вектора смещения через основания равен нулю, т.к. вектор смещения (и напряженности) перпендикулярен плоскости оснований. Поток через боковую поверхность

$$\oint_S D_n dS = \int_{S_{осн}} D_1 dS + \int_{S_{бок}} D_2 dS = DS_{бок} = D2\pi rl\,.$$

Здесь l – длина (нити цилиндра.
Согласно теореме Гаусса – Остроградского

$$D2\pi rl = q; \quad D = \frac{q}{2\pi rl}$$

Т.к. $\tau = q/\,l$, то

$$D = \frac{\tau}{2\pi r} \text{ или } E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r},$$

где r – расстояние от нити до точки, в которой определяется электрическое смещение (напряженность).

4. ***Поле заряженной сферы.***

Рассмотрим сферу радиуса R с зарядом q (рис.14). Окружим ее концентрической сферой радиуса r. Поток вектора электрического смещения через эту поверхность при $r \geq R$:

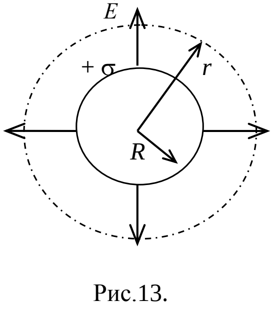


Рис.13.

$$\oint_S D_n dS = D4\pi r^2\,.$$

По теореме Гаусса–Остроградского

$$D4\pi r^2 = q,$$

откуда получим формулы для определения значения электрического смещения или напряженности поля:

$$D = \frac{q}{4\pi r^2} \text{ или } E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2},$$

т.е. вне заряженной сферы поле такое же, как и поле точечного заряда той же величины, помещенного в центре сферы.

Внутри сферы нет зарядов и поэтому поле там отсутствует, т. е. при $r< R$ $E=0$. Это свойство используют для экранировки от полей внешних зарядов; график $E = f(r)$ для случая заряженной сферы приведен на рис. 14.

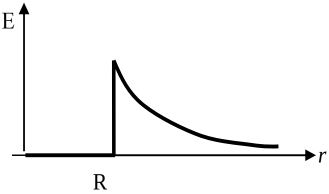


Рис.14.

Для равномерно заряженной сферической поверхности с поверхностной плотностью заряда $\sigma = \frac{q}{S} = \frac{q}{4\pi r^2}$

$$D = \sigma \quad \text{или} \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

6. Работа перемещения заряда в электростатическом поле. Циркуляция вектора напряженности

Если в поле заряда +q перемещаем пробный заряд q′ из точки 1, удаленной от заряда +q на расстояние r_1, в точку 2, находящуюся на расстоянии r_2 от заряда +q, (рис. 15 а), то работу по перемещению пробного заряда можно определить как: $A = \int_1^2 F ds \cos\alpha$.

Рис.15.

Учтем:

1) $F = Eq'$– кулоновская сила, действующая на пробный заряд q' в каждой точке поля с напряженностью Е;

2) Напряженность поля точечного заряда: $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}\dfrac{q}{r^2}$;

3) $ds\cos\alpha = dr$ (см. рис.) и произведем подстановки в формулу для работы:

$$A = \int_1^2 Eq'\,ds\cos\alpha = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\int_1^2 \frac{dr}{r^2} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Работа сил электрического поля при перемещении заряда не зависит от формы пути, а зависит лишь от взаимного расположения начальной и конечной точек траектории. Это свойство **потенциальных** полей. Из него следует, что *работа, совершаемая в электрическом поле по замкнутому контуру, равна нулю:*

$$A = \oint F_l dl = 0$$

Из полученного выражения вытекает:

$$A = \oint q' E_l dl = 0 \Rightarrow \oint E_l dl = 0$$

Интеграл $\oint \vec{E}d\vec{l} = \oint E_l dl$ называется **циркуляцией вектора напряженности**. Здесь E_l проекция вектора $\vec{E}$ на направление элементарного перемещения $d\vec{l}$: $E_l = E\cos\alpha$.

Теорема о циркуляции вектора: циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю.

Из обращения ее в нуль следует, что *линии напряженности электростатического поля никогда не могут быть замкнуты сами на себя.* Они начинаются и кончаются на зарядах, либо уходят в бесконечность. Это свидетельствует о наличии в природе двух родов электрических зарядов. Формула $\oint E_l dl = 0$ справедлива только для электростатического поля.

7. Потенциал электростатического поля

При перемещении зарядов изменяется их взаимное расположение, поэтому работа, совершаемая электрическими силами, в этом случае равна изменению потенциальной энергии перемещаемого заряда:

$$A = -\Delta W_n = W_{n1} - W_{n2},$$

откуда следует, что потенциальная энергия заряда q': $W_П = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} + const$.

Принято считать $const = 0$ (при $r \to \infty$ $W \to 0$), поэтому:

$$W_П = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}.$$

В любой точке поля *потенциальная энергия W заряда численно равна работе, которую необходимо совершить для перемещения заряда из бесконечности в эту точку.*

Отношение W / q' зависит только от q и r. Эту величину называют потенциалом:

$$\varphi = \frac{W}{q'}$$

Единица электрического потенциала – *вольт* (В).

Она характеризует потенциальную энергию, которой обладал бы положительный единичный заряд, помещенный в данную точку поля. Потенциал является *энергетической характеристикой* электрического поля и как скалярная величина может принимать положительные или отрицательные значения. Для поля точечного заряда:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}.$$

Потенциал поля, создаваемого системой точечных зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов всех этих зарядов: $\varphi = \sum_i \varphi_i$.

Работа сил поля при перемещении заряда *q'* из точки 1 в точку 2 может быть записана в виде:

$$A = -\Delta W = W_1 - W_2 = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_1} - \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_2} = q'(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$A = q'(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Величину $(\varphi_1 - \varphi_2)$ называют *разностью потенциалов (напряжением) электрического поля.* Понятие разности потенциалов применимо лишь к двум различным точкам поля.

Если принять $r_2 = \infty$, то $A = q'\varphi_1 = q'\varphi$. *Потенциал данной точки поля равен работе перемещения единичного положительного заряда из данной точки в бесконечность.*

8. Связь между напряженностью и потенциалом. Эквипотенциальные поверхности

Напряженность и потенциал – силовая и энергетическая характеристики одной и той же точки поля; следовательно, между ними должна существовать однозначная связь.

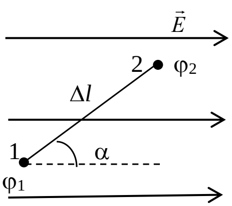


Рис.16.

Рассмотрим перемещение заряда *q'* в однородном электрическом поле, напряженность которого $\vec{E}$ (рис.16). Заряд перемещается из точки, потенциал которой φ_1, в точку с потенциалом φ_2. Работа, которую совершают силы электростатического поля при этом перемещении:

$$A = q'(\varphi_1 - \varphi_2) = -q'\Delta\varphi.$$

С другой стороны, эта работа может быть представлена как:

$$A = q' E_l \Delta l$$

Приравнивая правые части этих уравнений, получаем

$$E_l = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta l}.$$

В общем случае неоднородного поля точки 1 и 2 нужно выбрать так, чтобы можно было считать напряженность постоянной. Переходя к пределу $\Delta l \to 0$, получим:

$$E_l = -\frac{d\varphi}{dl}.$$

Через l обозначено произвольно выбранное направление в пространстве. В частности:

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \qquad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}; \qquad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}.$$

Составляющие вектора вектора $\vec{E}$ определяет сам вектор:

$$\vec{E} = \vec{i} E_x + \vec{j} E_y + \vec{k} E_z = -\left(\vec{i}\,\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right),$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – орты осей *x, y,z*.

Выражение, стоящее в скобках, называется *градиентом потенциала* и обозначается grad φ или $\nabla\varphi$. Эта величина характеризующая быстроту изменения потенциала в направлении силовой линии. Поэтому предыдущее выражение можно переписать в виде:

$$\vec{E} = -grad\,\varphi.$$

Выражение $grad\,\varphi$ называется *градиентом потенциала*. Эта величина характеризует быстроту изменения потенциала в направлении силовой линии. Знак «минус» означает, что *вектор напряженности направлен в сторону убывания потенциала.* Таким образом, вектор напряженности $\vec{E}$ численно равен градиенту потенциала и направлен в сторону убывания потенциала.

Связь между напряженностью поля и потенциалом позволяет по известной напряженности поля найти разность потенциалов между двумя произвольными точками этого поля.

Графически распределение потенциала электрического поле можно изображать с помощью ***эквипотенциальных поверхностей*** – *совокупностей точек, имеющих одинаковый потенциал.* Пересекаясь с плоскостью чертежа, эквипотенциальные поверхности дают эквипотенциальные линии.

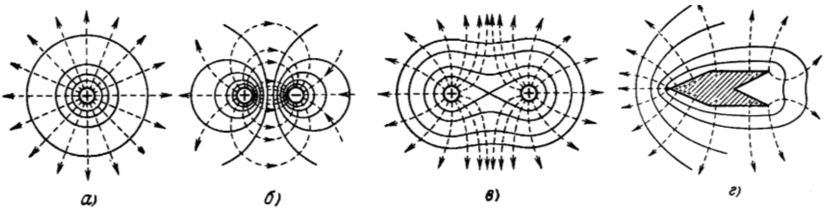


Рис.17

Эквипотенциальные линии (поля точечного заряда) представляют собой концентрические окружности, эквипотенциальные поверхности — концентрические сферы. Из рис.17 а видно, что линии напряженности (радиальные лучи) ***перпендикулярны*** эквипотенциальным линиям. Можно показать, что во всех случаях:

– вектор напряженности перпендикулярен эквипотенциальным поверхностям (рис.17);

– всегда направлен в сторону убывания потенциала

9. Проводники в электрическом поле

По электрическим свойствам все вещества делятся на три больших класса: диэлектрики, полупроводники и проводники. К проводникам относятся: *металлы* (проводимость осуществляется свободными электронами), *электролиты* (проводимость осуществляется ионами и сопровождается переносом вещества), *плазма* (носителями тока являются

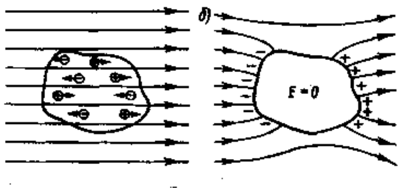


Рис. 18.

свободные электроны, а также положительные и отрицательные ионы).

Рассмотрим твердые металлы. В металлических проводниках концентрация свободных электронов порядка 10^{28} м$^{-3}$. Носители заряда в проводнике способны перемещаться под действием сколь угодно малой силы. Поэтому для равновесия зарядов на проводнике необходимо выполнение следующих условий:

• напряженность поля всюду внутри проводника должна быть равна нулю ($E = 0$), т.е. потенциал внутри проводника $\varphi=$ const;

• напряженность поля на поверхности проводника должна быть в каждой точке направлена по нормали к поверхности ($E = E_0$).

Следовательно, в случае равновесия зарядов поверхность проводника эквипотенциальна. Если проводнику сообщить некоторый заряд q, то он распределится по внешней поверхности проводника. При внесении незаряженного проводника в электрическое поле носители заряда приходят в движение: положительные — в направлении вектора $\vec{E}$, отрицательные – в противоположную сторону. В результате у концов проводника возникают заряды противоположного знака, называемые *индуцированными зарядами.* Поле этих зарядов $\vec{E}_{инд}$ направлено противоположно внешнему полю $\vec{E}_0$.

Вследствие принципа суперпозиции:

$$\vec{E} = \vec{E}_{инд} + \vec{E}_0,\ E = E_{инд} - E_0, \text{ но } E_{инд} = E_0 \Rightarrow E = 0$$

Перераспределение носителей заряда происходит до тех пор, пока напряженность поля внутри проводника не будет равна нулю, а линии напряженности вне проводника перпендикулярны его поверхности.

Таким образом, нейтральный проводник, внесенный в электрическое поле, разрывает часть линий напряженности. Индуцированные заряды распределяются по внешней поверхности проводника. Если внутри проводника имеется полость, то при равновесном индуцированном распределении зарядов напряженность поля внутри полости равна нулю. Индуцированные заряды исчезают при удалении проводника из электрического поля.

10. Диэлектрики в электрическом поле

Идеальный ***диэлектрик*** тот, который не проводит электрический ток. У диэлектриков нет свободных электронов.

Все диэлектрики делят на три группы.

• Нейтральные, *неполярные* диэлектрики, имеющие симметричное строение, т. е. «центры тяжести» положительных и отрицательных зарядов совпадают в отсутствие внешнего электрического поля и, следовательно, не обладают собственным дипольным моментом. К ним относят бензол, парафин, полиэтилен, фторопласт, водород, кислород, азот.

• Дипольные *полярные* диэлектрики имеют асимметричное строение, что приводит к несовпадению «центров тяжести» положительных и отрицательных зарядов в молекуле. Молекула в этом случае представляет собой жесткий диполь. В отсутствие внешнего поля E_0 дипольные моменты ориентированы хаотически и суммарный дипольный момент всех молекул равен нулю: $\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = 0$. К таким диэлектрикам относят фенол, нитробензол и т. д.

• Кристаллические диэлектрики, имеющие *ионную* структуру, – это слабополярные диэлектрики. К ним относят NaCl, KC1, CsCl и т. д.

Если диэлектрик внести в электрическое поле, то в нем произойдет перераспределение связанных зарядов. В результате этого суммарный дипольный момент диэлектрика $\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i$ становится отличным от нуля.

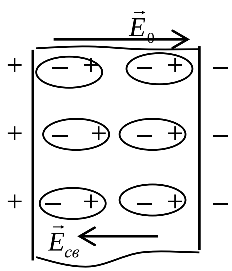


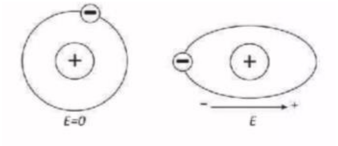
Рис.19.

В отсутствии поля диполи ориентированы произвольным образом, то есть суммарный дипольный момент равен нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = 0.$$

Если диэлектрик поместить во внешнее поле с напряженностью $\vec{E}_0$, тогда диполи ориентируются в этом поле (рис. 19). Такое состояние диэлектрика называется **поляризацией**. Различают три типа поляризации диэлектриков.

Электронная поляризация. Если неполярную молекулу поместить во внешнее электрическое поле E_0 (рис. 20 *а),* то под действием электрического поля происходит смещение электронов и она будет иметь дипольный момент p_i, отличный от нуля (рис.20, б).



а) б)

Рис.20

Дипольная (ориентационная) поляризация. При наложении внешнего поля E_0 хаотически и беспорядочно ориентированные по разным направлениям жесткие диполи полярных диэлектриков (рис. 21 *а)* стремятся повернуться по направлению действия электрических сил (рис. 21б).

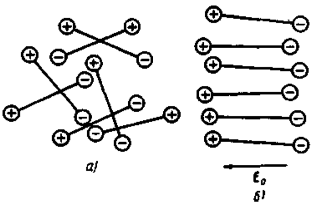


Рис.21

Ионная поляризация. Если кристаллический диэлектрик типа NaCl, CsCl, имеющий ионные кристаллические решетки, в узлах которых правильно чередуются положительные и отрицательные ионы, поместить во внешнее электрическое поле E_0, то произойдет смещение положительных ионов решетки вдоль направления поля, а отрицательных ионов – в противоположную сторону.

Поляризация диэлектрика приводит к появлению связанных зарядов $\sigma_{св}$, на его поверхности. Напряженность $\vec{E}_{св}$ электростатического поля, создаваемого связанными зарядами, направлена противоположно напряженности $\vec{E}_0$ внешнего, поляризующего диэлектрик электростатического поля (рис.). Напряженность суммарного поля внутри диэлектрика равна:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{св} \Rightarrow E = E_0 - E_{св}.$$

Но $E_0 \neq E_{св} \Rightarrow E \neq 0$.

Степень поляризации диэлектрика характеризуется векторной величиной Р, называемой ***поляризованностью,*** т. е. *векторной суммой дипольных моментов молекул, находящихся в единице объема:*

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i}{V}$$

где $\vec{p}_i$ – дипольный момент отдельно взятой молекулы, n – концентрация атомов или молекул в объеме V.

Единица поляризованности – *кулон на квадратный метр* (Кл/м^2).

Для изотропного диэлектрика поляризованность пропорциональна напряженности поля внутри него:

$$\vec{P} = \chi\varepsilon_0\vec{E},$$

где χ– диэлектрическая восприимчивость диэлектрика, зависящая от строения вещества и температуры, величина безразмерная. Она отражает степень реакции среды на внешнее воздействие электрического поля.

Поляризованность направлена вдоль внешнего электростатического поля E_0, в котором находится диэлектрик. Вектор электрического смещения для диэлектрика:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}.$$

Подставим сюда $\vec{P} = \chi\varepsilon_0\vec{E}$:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \chi\varepsilon_0\vec{E} = \varepsilon_0(1+\chi)\vec{E} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E},$$

где $\varepsilon = 1 + \chi$ – ***относительная диэлектрическая проницаемость среды.***

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}$$

Следовательно, относительная диэлектрическая проницаемость среды показывает, во сколько раз напряженность поля в вакууме больше, чем в диэлектрике. Эта величина безразмерная.

11. Электроемкость. Конденсаторы

Сообщенный проводнику заряд q распределяется по его поверхности так, что напряженность поля внутри проводника равна нулю. Если проводнику сообщить такой же заряд q, то он также распределится по поверхности проводника. Отсюда вытекает, что потенциал проводника пропорционален находящемуся на нем заряду: $q = C\varphi$.

Коэффициент пропорциональности C называют *электроемкостью:*

$$C = q / \varphi$$

***Электроемкость** проводника или системы проводников – физическая величина, характеризующая способность проводника или системы проводников накапливать электрические заряды.*

Единица электроемкости – *фарад* (Ф).

Для примера рассчитаем электроемкость уединенного проводника, имеющего форму сферы радиусом R. Используя соотношение между потенциалом и напряженностью электростатического поля $E = -d\varphi / dr$, найдем:

$$\varphi = -\int_R^\infty E dr = -\int_R^\infty \frac{q\,dr}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\Bigg|_R^\infty = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}.$$

При вычислении полагаем, что $\varphi_\infty = 0$. Следовательно, *электроемкость уединенной сферы* равна:

$$C = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$$

Из этого соотношения видно, что электроемкость зависит как от геометрии проводника, так и от относительной диэлектрической проницаемости среды.

Известно, что электроемкость проводника в общем случае зависит как от среды, в которой он находится, так и от расположения окружающих его проводников. Практический интерес представляют ***конденсаторы*** – *система из двух проводников, обкладок, разделенных диэлектриком, толщина которого мала по сравнению с размерами обкладок.* Электроемкость определяется геометрией конденсатора и диэлектрическими свойствами среды, заполняющей пространство между обкладками. При этом расстояние между обкладками значительно меньше их площади. По форме исполнения различают плоские, цилиндрические, сферические и слоистые конденсаторы. Электроемкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

где S – площадь пластины, d – расстояние между пластинами.

Для получения необходимой электроемкости конденсаторы соединяют в батарею. Различают два вида соединений: параллельное и последовательное.

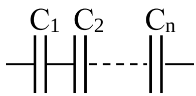


Рис.22

При *последовательном* соединении конденсаторов (рис.22):

$$q_1 = q_2 = ... = q_n = q_0;$$

$$U_0 = U_1 + U_2 + ... + U_n = \sum_{i=1}^{n} U_i \ ;$$

$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$

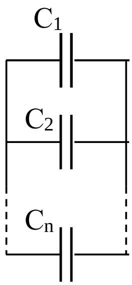


Рис.23.

При *параллельном* соединении конденсаторов (рис.23):

$$U_1 = U_2 = ... = U_n = U_0;$$

$$q_0 = q_1 + q_2 + ... + q_n = \sum_{i=1}^{n} q_i \ ;$$

$$C_0 = C_1 + C_2 + ... + C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i \ .$$

12. Энергия электростатического поля

Пусть два точечных заряда q_1 и q_2 находятся на расстоянии r друг от друга. Каждый из зарядов, находясь в поле другого заряда, обладает потенциальной энергией:

$$W_1 = q_1\varphi_{12},\ W_2 = q_2\varphi_{21}$$

где φ_{12} – потенциал поля заряда q_2 в точке нахождения заряда q_1;

φ_{21} – потенциал поля заряда q_1 в точке нахождения заряда q_2 .

Для точечных зарядов:

$$\varphi_{12} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r};\ \varphi_{21} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Следовательно,

$$W_1 = W_2 = W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} \text{ или } W = \frac{1}{2}(W_1 + W_2)$$

Таким образом: $W = \frac{1}{2}(q_1\varphi_{12} + q_2\varphi_{21})$.

Следовательно, энергия электростатического поля *системы точечных зарядов* равна

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i\varphi_i ,$$

φ_i – потенциал поля, создаваемого $n – 1$ зарядами (за исключением q_i) в точке, в которой находится заряд q_i.

Энергия уединенного заряженного проводника. Уединенный незаряженный проводник можно зарядить до потенциала φ, многократно перенося порции заряда dq из бесконечности на проводник. Элементарная работа, которая совершается против сил поля, в этом случае равна

$$dA = \varphi dq$$

Перенос заряда dq из бесконечности на проводник изменяет его потенциал на $d\varphi$, тогда $dq = Cd\varphi$.

Следовательно, $dA = \varphi dq = C\varphi d\varphi$

т. е. при переносе заряда dq из бесконечности на проводник увеличиваем потенциальную энергию поля на величину: $dW = dA = C\varphi d\varphi$.

Проинтегрировав данное выражение, находим потенциальную энергию электростатического поля заряженного проводника при увеличении его потенциала от 0 до φ:

$$W = \int_0^{\varphi} C\varphi d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2}$$

Применяя соотношение $\varphi = q/C$, получаем следующие выражения для потенциальной энергии:

$$W = \frac{q\varphi}{2},\ W = \frac{q^2}{2C}$$

Если имеется **система двух заряженных проводников (конденсатор)**, то полная энергия системы равна сумме собственных потенциальных энергий проводников и энергии их взаимодействия:

$$\mathrm{W} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C},$$

где $\mathrm{U} = \varphi_1 - \varphi_2$ –разность потенциалов между обкладками. Полученные формулы справедливы при любой форме обкладок конденсатора.

Для плоского конденсатора: $E = \dfrac{U}{d}$, тогда $U = Ed$

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SE^2 d^2}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 Sd}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 V}{2},$$

где $V = Sd$ – объем конденсатора. Из полученной формулы вытекает, что энергия конденсатора выражается через величину, характеризующую электростатическое поле, – напряженность E. Объемная плотность энергии электростатического поля (энергия единицы объема):

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$$

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ 1

Примеры решения задач.

Задача 1. Три одинаковых положительных заряда по 1 нКл расположены по вершинам равностороннего треугольника (см. рис.24) Какой отрицательный заряд нужно поместить в центре треугольника, чтобы сила притяжения с его стороны уравновесила силы взаимного отталкивания зарядов, находящихся в вершинах?

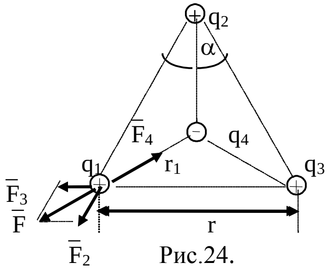


Рис.24.

<u>*Дано*: $q_1=q_2=q_3=1.10^{-9}$Кл.</u>

<u>*Найти*: q_4 -?</u>

Решение. Все три заряда, расположенных по вершинам треугольника, находятся в одинаковых условиях. Поэтому для решения задачи достаточно выяснить, какой заряд следует поместить в центре треугольника, чтобы один из трех зарядов, например q_1, находился в равновесии.

В соответствии с принципом суперпозиции на заряд действует каждый заряд независимо от остальных. Поэтому заряд q_1 будет находиться в равновесии, если векторная сумма действующих на него сил равна нулю:

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F} + \vec{F}_4 = 0 \qquad (1)$$

где $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\overline{\vec{F}_4}$ – силы, с которыми соответственно действуют на заряд q_1 заряды q_2 , q_3 и q_4, $\vec{F}$ – равнодействующая сил $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$.

Так как силы $\vec{F}$ и $\vec{F}_4$ направлены по одной прямой, то векторное равенство (1) можно заменить скалярной суммой: $F – F_4=0$, или $F = F_4$.

Выразив в последнем равенстве F через F_2 и F_3 и учитывая, что $F_2=F_3$, получим: $F_4= F_2\sqrt{2(1+\cos\alpha)}$. Применяя закон Кулона и имея в виду, что $q_2=q_3=q_1$, найдем $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_4}{\varepsilon r_1^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1^2}{\varepsilon r^2}\sqrt{2(1+\cos\alpha)}$, откуда

$$q_4 = \frac{q_1 r_1^2}{r^2}\sqrt{2(1+\cos\alpha)} \qquad (2)$$

Из геометрических построений в равностороннем треугольнике следует, что $r_1 = \dfrac{r/2}{\cos 30^0} = \dfrac{r}{\sqrt{3}}$; $\cos\alpha = \cos 60^o = 0{,}5$. С учетом этого формула (2) примет вид: $q_4 = q_1/\sqrt{3}$. q_4=0,58.10^{-9} Кл = 0,58 нКл

Задача 2. Два одинаково заряженных шарика, имеющие массу 0,5 г каждый и подвешенные на нитях длиной 1 м, разошлись на 4 см друг от друга. Найти заряд каждого шарика.

Дано: $m_1=m_2=m=0{,}5$г$=5.10^{-4}$ кг, l=1м; r=4 см=4.10^{-2}м.

Найти: $q_1=q_2=q$-?

Решение. Так как шарики заряжены, то на каждый из них действует сила электростатического отталкивания $\vec{F}_э$. Кроме того на шарики действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{F}_н$. Направления сил указаны на рисунке. По условию равновесия равнодействующая всех сил равна нулю:

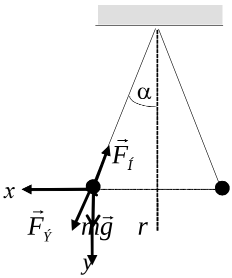


Рис.25.

$$\vec{F}_э + m\vec{g} + \vec{F}_н = 0 \qquad (1),$$

где $F_э = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}\dfrac{q^2}{r^2}$.

Выберем систему координат x0y и запишем уравнение (1) в проекциях на оси 0x и 0y:

0x: $F_э - F_н \sin\alpha = 0$ (2),

0y: $mg - F_н \cos\alpha = 0$ (3).

Уравнение (2) делим на уравнение (3):

$F_э / mg = \operatorname{tg}\alpha$ (4).

По условию $r \ll l$, поэтому $\operatorname{tg}\alpha \approx \sin\alpha = r/2l$. Тогда из (4)

$$q^2/4\pi\varepsilon_0 r^2 = mgr/(2l),$$

отсюда

$$q = \sqrt{4\pi\varepsilon_0 mgr^3/2l} \quad q = 1{,}3.10^{-9}\ (\text{Кл}).$$

Задача 3. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами 30 нКл и -10 нКл. Расстояние между зарядами равно 20 см. Определить напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии 15 см от первого и на расстоянии 10 см от второго зарядов.

Дано: $q_1=3.10^{-8}$Кл, $q_2=10^{-8}$Кл, d=0,2 м, r_1=0,15 м; r_2=0,10 м.

Найти: E-?

Решение. Согласно принципу суперпозиции $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2$, где $E_1=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}\dfrac{|q_1|}{r_1^2}$, $E_2=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}\dfrac{|q_2|}{r_2^2}$. Вектор $\vec{E}_1$ направлен по силовой линии от заряда q_1, так как $q_1>0$, вектор $\vec{E}_2$ направлен также по силовой линии, но к заряду q_2, так как $q_2 < 0$ (рис. 26).

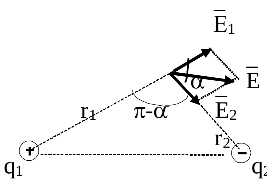


Рис.26

Абсолютное значение вектора E найдем по теореме косинусов:

$$E=\sqrt{E_1^2+E_2^2+2E_1E_2\cos\alpha}\,,$$

где угол α может быть найден из треугольника со сторонами d, r_1 и r_2:

$$\cos\alpha=(d^2-r_1^2-r_2^2)/(2r_1r_2)=0{,}25.$$

$$\mathrm{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4}+\frac{q_2^2}{r_2^4}+2\frac{|q_1||q_2|}{r_1^2r_2^2}\cos\alpha}\,. \qquad \mathrm{E}=16{,}7\ \text{кВ/м}.$$

Задача 4. Шарик массой 1 *г* перемещается между точками, потенциал первой 600 В, второй – равен нулю. Определить скорость шарика в первой точке, если во второй точке его скорость 30 см/с. Заряд шарика 10 нКл.

Дано: m=10^{-3} кг, φ_1=600 В, φ_2=0, υ_2=0,3 м/с, q=10^{-8} Кл

Найти: υ_1=?

Решение. Шарик перемещается в электрическом поле под действием силы со стороны поля. Работа этой силы A = q ($\varphi_1 - \varphi_2$). По теории об изменении кинетической энергии A=ΔE_K, где $\Delta E_K=\dfrac{m\upsilon_2^2}{2}-\dfrac{m\upsilon_1^2}{2}$ –

изменение кинетической энергии шарика. $q(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2}$. Отсюда $\upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_2^2 - \frac{2q\varphi_1}{m}}$; υ_1=0,28 (м/с).

Задача 5. Электрон влетает в плоский воздушный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью 10^6 м/с. Длина конденсатора 1 см, напряженность электрического поля в нем 5.10^3 В/м. Найти скорость электрона при вылете из конденсатора и его смещение Δу.

<u>*Дано*: $\upsilon_0=10^6$ м/с; $l=10^{-2}$м, $E=5.10^3$ В/м; $m_e=9{,}1/10^{-31}$ кг; $q_e=1{,}6.10^{-19}$ Кл.</u>

Найти: υ – ? Δy -?

Решение. Сила тяжести, действующая на электрон $F_m=mg=9.10^{-30}$ Н.

Со стороны электрического поля на электрон действует сила

$F_э = q_e E = 1{,}6.10^{-19}.5000 = 8.10^{-16}$Н.

Следовательно, $F_т << F_э$. Можно считать, что движение электрона происходит только под действием силы $F_э$. Так как вектор начальной скорости электрона $\vec{\upsilon}_0$ параллелен пластинам, то траектория электрона – парабола. Движение электрона можно рассматривать как сумму двух движений – вдоль осей 0х и 0у. Вдоль оси 0х – движение равномерное со скоростью υ_0. Поэтому $l = \upsilon_0 t$, где t – время движения в поле конденсатора, откуда:

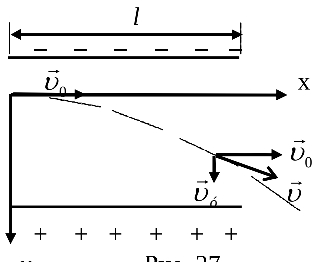


Рис. 27

$$t = l/\upsilon_0 \qquad (1).$$

Вдоль 0у – движение равноускоренное под действием силы $F_э = q_e E$.

По второму закону Ньютона $F_э = m_e a$. Отсюда ускорение электрона:

$$a = (q_e E)/m_e . \qquad (2)$$

Начальная скорость вдоль оси 0у: $\upsilon_{0y}=0$. Тогда перемещение вдоль оси 0у: $\Delta y = at^2/2$. Учитывая (1) и (2), получим:

$\Delta y = q_e E\, l^2 / (2m_e\upsilon_0)$ Δy=4,4 $.10^{-2}$ м.

Скорость электрона в момент вылета из конденсатора направлена по касательной к траектории его движения. Она равна: $\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2}$,

где $\upsilon_x = \upsilon_0$, $\upsilon_y = at = (q_e E l)/(m_e \upsilon_0)$ =8,8.10^6 (м/с).

Тогда υ= $\sqrt{10^{12} + 8{,}8^2 \cdot 10^{12}}$ =8,85.10^6 (м/с)

Задачи для самостоятельного решения.

Закон сохранения заряда. Закон Кулона

1.1. Незаряженная цинковая пластинка при освещении потеряла 4 электрона. Каким стал заряд пластинки?

1.2. От капли, имевшей электрический заряд +2е, отделилась капля с зарядом +е. Как изменился модуль заряда капли.

1.3. На двух одинаковых металлических шарах находится положительный заряд +Q и отрицательный заряд –Q. Каким станет заряд шаров после соприкосновения?

1.4. С какой силой взаимодействуют два маленьких заряженных шарика, находящихся в вакууме на расстоянии 9 см друг от друга? Заряд каждого шарика равен $3 \cdot 10^{-6}$ Кл. (10 Н)

1.5. Два положительных заряда q и 2q находятся на расстоянии 10 мм. Заряды взаимодействуют с силой 7, 2 $\cdot 10^{-4}$ Н. Как велик каждый заряд?

1.6. Найдите силу взаимодействия точечных электрических зарядов 1 нКл и 4нКл в пустоте и керосине (ε=2). Расстояние зарядами 2 см.

1.7. Два точечных заряда, находясь в воздухе (ε=1) на расстоянии 20 см друг от друга, взаимодействуют с некоторой силой. На каком расстоянии нужно поместить заряды в масле, чтобы получить ту же силу взаимодействия?

1.8. Два одинаковых проводящих шарика малых размеров расположены в воздухе на расстоянии 60 см друг от друга. Их заряды равны 4·10–7 Кл и 0,8·10–7 Кл. Шарики приводят в соприкосновение, а затем удаляют на прежнее расстояние. Определить силу их взаимодействия до и после соприкосновения.

1.9. Два положительных точечных заряда q и 4q закреплены на расстоянии 60 см друг от друга. Определить, в какой точке на прямой, проходящей через заряды, следует поместить третий заряд q1 так, чтобы он находился в равновесии.

1.10. Два точечных заряда q=1,1 нКл каждый находятся на расстоянии 17 см. С какой силой и в каком направлении они действуют на единичный положительный заряд, находящийся на таком же расстоянии от каждого из них?

1.11. Три одинаковых положительных заряда по 1 нКл расположены по вершинам равностороннего треугольника. Какой отрицательный заряд нужно поместить в центре треугольника, чтобы сила притяжения с его стороны уравновесила силы взаимного отталкивания зарядов, находящихся в вершинах?

1.12. В вершинах правильного шестиугольника со стороной а помещены друг за другом заряды +q, +q, +q, –q, –q, –q. Найти силу, действующую на заряд +q, который помещен в центр шестиугольника.

1.13. Два одинаково заряженных шарика, имеющие массу 0,5 г каждый и подвешенные на нитях длиной 1 м, разошлись на 4 см друг от друга. Найти заряд каждого шарика.

1.14. Два шарика одинаковых радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда q_o=0,4 мкКл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол $2\alpha=60°$. Найти массу каждого шарика, если расстояние от центра шарика до точки подвеса 20 см.

Электрическое поле

1.15. Какова напряженность электрического поля на расстоянии 1 м от точечного заряда 0,1 нКл? Какая сила действует в этой точке на тело, обладающее зарядом –10 нКл?

1.16. Два точечных заряда 4 нКл и –2 нКл расположены на расстоянии 60 см. Найти напряженность электрического поля в точке, лежащей посередине между зарядами. Чему будет равна напряженность, если второй заряд заменить на положительный той же величины.

1.17. Два точечных заряда 2q и –q находятся на расстоянии d друг от друга. Найти положение точки на прямой, проходящей через эти заряды, напряженность поля в которой равна нулю. (За отрицательным зарядом на расстоянии…)

1.18. Одинаковые по модулю, но разные по знаку заряды 18 нКл расположены в двух вершинах равностороннего треугольника. Сторона треугольника 2 м. Определите напряженность поля в третьей вершине треугольника.

1.19. В вершинах правильного шестиугольника расположены три положительных и три отрицательных заряда. Найти напряженность электрического поля в центре шестиугольника при различных комбинациях в расположении этих зарядов. Каждый заряд 1,5 нКл; сторона шестиугольника 3 см.

1.20. Какой угол с вертикалью составляет нить, на которой висит заряженный шарик массой 10 г, помещенный в горизонтальное однородное электрическое поле напряженностью 20 кВ/м? Заряд шарика 2,5 мкКл.

1.21. Электрическое поле создано двумя бесконечными плоскостями, заряженными равномерно одноименными зарядами с поверхностными плотностями σ1=2 нКл/м2 и σ2=4 нКл/м2. Определить напряженность электростатического поля: 1) между плоскостями; 2) за пределами плоскостей.

1.22. Найти силу, действующую на заряд 11,1 мкКл, если заряд помещен: а) на расстоянии 2 см от заряженной нити с линейной плотностью заряда τ=0,2 мкКл/м; б) в поле заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда σ=20 мкКл/м2; в) на расстоянии r=2 см от поверхности заряженного шара с радиусом R=2 см и поверхностной плотностью заряда σ=20 мкКл/м2. Диэлектрическая проницаемость среды ε=6.

1.23. Две длинные одноименно заряженные нити расположены на расстоянии 10 см друг от друга. Линейная плотность заряда на нитях $\tau_1=\tau_2$=10мкКл/м. Найти модуль и направление напряженности результирующего электрического поля в точке, находящейся на расстоянии 10 см от каждой нити.

1.24. В элементарной теории атома водорода Бора принимают, что электрон обращается вокруг ядра по круговой орбите радиуса 52,8 пм. Определить: 1) скорость электрона на орбите, 2) потенциальную энергию электрона в поле ядра.

1.25. Какую работу совершает поле при перемещении заряда 20 нКл из точки с потенциалом 700 В в точку с потенциалом 400 В? из точки с потенциалом 100 В в точку с потенциалом 400В?

1.26. Два шарика с зарядами q1=6,66 нКл и q2=13,33 нКл находятся на расстоянии r1= 40 см. Какую работу надо совершить, чтобы сблизить их до расстояния r2= 25 см?

1.27. В однородном электрическом поле напряженностью 1 кВ/м переместили заряд –25 нКл в направлении силовой линии на 2 см. Найдите работу поля, изменение потенциальной энергии взаимодействия заряда и поля и напряжение между начальной и конечной точками перемещения.

1.28. Металлический шар радиусом 5 см несет заряд q=10 нКл. Определить потенциал электростатического поля: 1) на поверхности шара; 2) на расстоянии a=2 см от его поверхности.

1.29. Какую скорость приобретает электрон, пролетевший ускоряющую разность потенциалов 104 В?

1.30. Электрон летит от одной пластины конденсатора до другой. Разность потенциалов между пластинами U=3кВ; расстояние между пластинами d=5 мм. Найти силу, действующую на электрон, ускорение электрона, скорость, с которой электрон приходит ко второй пластине, и поверхностную плотность заряда на пластинах.

Электроемкость. Конденсаторы

1.31. Найти электроемкость земного шара. Считать радиус земного шара 6400 км. На сколько изменится потенциал земного шара, если ему сообщить заряд 1 Кл?

1.32. Конденсатор, состоящий из двух пластин, имеет электроемкость 5 пФ. Какой заряд находится на каждой из его обкладок, если разность потенциалов между ними 1000 В?

1.33. Чему равна электроемкость плоского воздушного конденсатора с квадратными пластинами со стороной 10 см, расположенными на расстоянии 1 мм друг от друга?

1.34. Требуется изготовить конденсатор емкостью C=250 пФ. Для этого на парафинированную бумагу толщиной d=0,05 мм наклеивают с обеих сторон кружки станиоля. Каким должен быть диаметр D кружков станиоля?

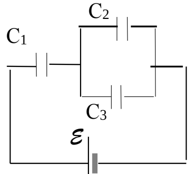


Рис. 1.35.

1.35. Найти заряды на каждом из конденсаторов в цепи, изображенной на рис. 1.35, если C1=2 мкФ, C2=4 мкФ, C3=6 мкФ, E=18 В.

1.36. Разность потенциалов между точками A и B

6 В. Емкость первого конденсатора 2 мкФ и емкость второго конденсатора 4 мкФ. Найти заряды q1 и q2 и разности потенциалов U1 и U2 на обкладках каждого конденсатора.

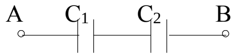


Рис.1.36

1.37. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов U_1=500 В. Площадь пластин 200 см2, расстояние между ними 1,5 мм. После отключения конденсатора от источника напряжения в пространство между пластинами внесли парафин (ε=2). Какова будет разность потенциалов между пластинами U_2 после внесения диэлектрика? Найти также емкость конденсатора C_1 и C2 до и после внесения диэлектрика.

1.38. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора 0,01 м2, расстояние между ними 2 см. К пластинам приложена разность потенциалов U_1=3 кВ. Какова будет напряженность поля конденсатора, если, не отключая его от источника напряжения, пластины раздвинуть до расстояния 5 см? Найти энергии конденсатора до и после раздвижения пластин?

1.39. Решить предыдущую задачу при условии, что сначала конденсатор отключается от источника напряжения, а затем раздвигаются пластины конденсатора.

1.40. Имеются два конденсатора электроемкостью 1 мкФ и 2 мкФ. Какова электроемкость последовательно и параллельно соединенных конденсаторов?

1.41. Найти емкость системы конденсаторов, изображенной на рисунке. Емкость каждого конденсатора 0,5 мкФ.

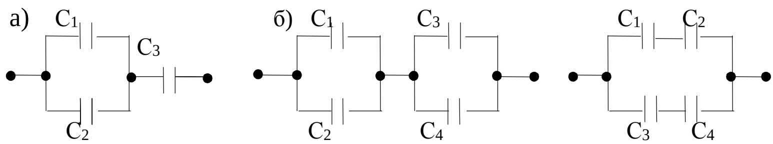


Рис. 1.41

1.42. Разность потенциалов между точками A и B 6 В. Емкость первого конденсатора 2 мкФ и емкость второго конденсатора 4 мкФ.

Найти заряды q1 и q2 и разности потенциалов U1 и U2 на обкладках каждого конденсатора.

1.43. Заряженная пылинка массой 10-8 г находится в однородном электростатическом поле между двумя горизонтальными пластинами, из которых нижняя заряжена до потенциала 3 кВ, а верхняя до потенциала – 3 кВ. Расстояние между пластинами 5 см. Пылинка, находясь в начале на расстоянии 1 см от нижней пластины, долетела до верхней за время t=0,1 с. Найти заряд пылинки. Каким зарядом должна обладать пылинка, чтобы оставаться в равновесии?

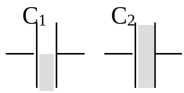


Рис. 1.46

1.44. В двух одинаковых плоских конденсаторах пространство между обкладками заполнено диэлектриком с ε=3 в одном наполовину, в другом полностью. Найти отношение емкостей этих конденсаторов.

1.45. Шар радиусом 1 м заряжен до потенциала 30кВ. Найти энергию заряженного шара.

1.46. Шар радиусом 1 м заряжен до потенциала 30кВ. Найти энергию заряженного шара.

1.47. Конденсатору, емкость которого равна 10 пФ, сообщен заряд 1 нКл. Определить энергию конденсатора.

1.48. Конденсатор электроемкостью 10 мкФ, заряженный до напряжения 1000 В и отключенный от источника напряжения, замыкается на электрическую лампочку. Какая энергия выделится в лампочке?

1.49. Чему равна энергия, перешедшая во внутреннюю, при соединении конденсаторов электроемкостью 2 мкФ и 0,5 мкФ, заряженных до напряжений 100 В и 50 В соответственно, одноименно заряженными обкладками?

ТЕМА 2. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

13. Электрический ток и его характеристики

Направленное движение электрических зарядов под действием сил электрического поля называют ***электрическим током.***

Ток может идти в твердых телах, жидкостях и газах. Если среда является проводником с большим количеством свободных электронов, то течение электрического тока осуществляется за счет дрейфа этих электронов.

Дрейф электронов в проводниках, не связанный с перемещением вещества, называют током проводимости.

Различают ток проводимости и конвекционный ток. **К току проводимости** относится упорядоченное движение электронов в проводниках, ионов в электролитах, электронов и дырок в полупроводниках, ионов и электронов в газах. Упорядоченное перемещение электрических зарядов, связанное с перемещением в пространстве заряженного тела, называют **конвекционным током.**

За направление тока принят дрейф положительных зарядов (электроны проводимости всегда движутся в направлении, противоположном направлению тока). Количественной характеристикой электрического тока являются сила тока I и плотность тока j.

Сила тока – скалярная величина, равная отношению количества электричества dq, которое за время dt переносится через данное сечение проводника, ко времени dt:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Постоянным током называют электрический ток, сила и направление которого с течением времени не изменяются. Для постоянного тока:

$$I = \frac{q}{t}$$

Единица силы электрического тока – *ампер* (А). 1 А=1Кл/1 с.

Приборы для измерения силы тока называются амперметрами. Идеальный амперметр имеет нулевое внутреннее сопротивление.

Если ток в проводнике создается как положительными, так и отрицательными носителями зарядов одновременно, то

$$I = \frac{dq^+}{dt} + \frac{|dq^-|}{dt}.$$

Электрический ток может быть неравномерно распределен по поверхности, через которую он течет.

Плотность тока – векторная физическая величина, модуль которой равен отношению силы тока I к площади поперечного сечения проводника S:

$$j = \frac{I}{S}.$$

Единица плотности электрического тока – *ампер на квадратный метр* (А/м^2).

Вектор $\vec{j}$ направлен вдоль направления тока, т.е. совпадает с направлением упорядоченного движения положительных зарядов.

Если в цепь постоянного тока включены проводники с разными поперечными сечениями, то плотность тока обратно пропорциональна площади сечения проводника. Плотность тока характеризует распределение электрического тока по сечению проводника.

Если внутри проводника выделить бесконечно малую площадку dS, перпендикулярную вектору плотности тока, то заряд, проходящий сквозь нее за промежуток времени dt:

$$dq = j\,dS\,dt$$

Если площадка dS не перпендикулярна вектору *j*, то нужно взять составляющую плотности тока j_n, перпендикулярную jdS (рис.28). Зная j_n в каждой точке проводника, можно найти силу тока:

$$I = \int_S j_n\,dS$$

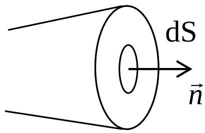


Рис.28

При равномерном движении заряженных частиц:

$$j = \frac{I}{S} = \frac{qN}{tS} = \frac{qnV}{tS} = \frac{qnl}{tS} = nq\upsilon$$

где *n* – концентрация частиц, q – заряд одной частицы ().

Для металлов, где ток создается движущимися электронами, плотность тока вычисляется по формуле:

$$\vec{j} = ne\overline{\upsilon}\ ,$$

где e – заряд электрона, n – концентрация электронов, $\overline{\upsilon}$ – средняя скорость направленного движения электронов.

Прохождение электрического тока проявляется по следующим признакам:

1) по действию на магнитную стрелку, помещенную вблизи проводника;

2) по термическому действию – при прохождении тока проводник нагревается;

3) по химическому действию (электролиз–выделение составляющих сложных соединений с помощью тока).

14. Закон Ома для участка цепи. Электрическое сопротивление

Для того чтобы в проводнике все время шел ток, необходимо поддерживать в нем постоянное электрическое поле. Возьмем металлический проводник длиной l. Пусть E – напряженность электрического поля внутри проводника, а $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – постоянная разность потенциалов на концах проводника. Тогда:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l} = \frac{U}{l}$$

Г. Ом экспериментально установил, что сила тока в металлических проводниках пропорциональна приложенному напряжению: $I = GU$.

Коэффициент пропорциональности G называют *электропроводимостью проводника,* а обратную величину $R = G^{-1}$ – *его электрическим сопротивлением.*

Единица проводимости –См (*сименс*); сопротивления – Ом (*ом*).

Закон Ома для участка цепи: **сила тока в проводнике пропорциональна напряжению на его концах и обратно пропорциональна сопротивлению проводника*:***

$$I = \frac{U}{R}$$

Электрическое сопротивление обусловлено тем, что свободные электроны при дрейфе взаимодействуют с положительными ионами кристаллической решетки металла. При повышении температуры учащаются соударения электронов с ионами, поэтому сопротивление проводников зависит от температуры. Сопротивление проводников зависит также от материала проводника, т. е. строения его кристаллической решетки. Для однородного цилиндрического проводника длиной l и площадью поперечного сечения S сопротивление определяется по формуле:

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где $\rho = RS/1$ – удельное сопротивление проводника (сопротивление однородного цилиндрического проводника, имеющего единичную длину и единичную площадь поперечного сечения).

Единица удельного сопротивления – *ом-метр* (Ом·м).

Удельное электрическое сопротивление проводника зависит не только от рода вещества, но и от его состояния. Зависимость сопротивления от температуры:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t),$$

где ρ_0 – удельное сопротивление при 0^oC, ρ – удельное сопротивление при t^oC, α – термический коэффициент сопротивления. Температурные коэффициенты сопротивления веществ различны при разной температуре. Однако для многих металлов изменение α с температурой не очень велико. Для всех чистых металлов $a \sim 1/273\ K^{-1}$.

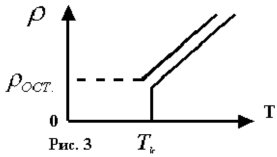


Рис. 29

Зависимость сопротивления металлов от температуры (рис.29) положена в основу устройства термометров сопротивления. Они используются как при очень высокой, так и при очень низкой температуре, когда применение жидкостных термометров невозможно.

Величина $\gamma = 1/\rho$, обратная удельному сопротивлению, называется *удельной электрической проводимостью проводника.*

Единица электрической проводимости – *сименс* (См). *Сименс – электрическая проводимость проводника сопротивлением* 1 Ом; 1 См=1 Ом$^{-1}$.

Закон Ома можно представить в дифференциальной форме:

$I = \frac{1}{\rho}\frac{U}{l}S$ или $j = \frac{I}{S} = \gamma\frac{U}{l}$. Тогда: $j = \gamma E$.

Направления векторов j и E совпадают, так как носители заряда в каждой точке движутся в направлении вектора E. Следовательно, этот закон можно переписать в виде:

$$\vec{j} = \gamma\vec{E}.$$

Это *закон Ома в дифференциальной форме.*

Проводники в электрической цепи могут соединяться последовательно или параллельно.

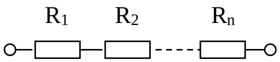


Рис.30

При последовательном соединении (рис.30) сила тока во всех частях одинакова: $I_1 = I_2 = \ldots = I_n = \text{const}$, а падение напряжения суммируется: $U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n$. Тогда:

$$R = R_1 + R_2 + \ldots + R_n = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

Если имеется последовательное соединение двух проводников с R_1 и R_2, то для них выполняется соотношение: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$

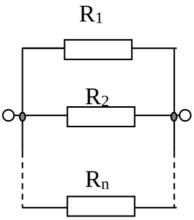


Рис. 31.

При параллельном соединении проводников сила тока в неразветвленной части цепи равна сумме сил токов, текущих в разветвленных участках: $\boldsymbol{I = I_1 + I_2 + \ldots + I_n}$

Падение напряжения в параллельно соединенных (рис.31) участках одинаково: $U = U_1 = U_2 = \ldots = U_n = \text{const}$. Тогда

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} \ .$$

Здесь R_i – сопротивление i-го проводника, n – число проводников. Если имеется параллельное соединение двух проводников с R_1 и R_2, то для них выполняется соотношение: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$

15. Закон Ома для цепи, содержащей ЭДС

Если два заряженных тела *A* и *B,* имеющие разные потенциалы φ_1 и φ_2 (рис. 32), соединить проводником *AaB,* то по нему потечет ток, который через короткое время, когда потенциалы уравняются, прекратится. Для поддержания постоянного тока необходимо поддерживать неизменной разность потенциалов ($\varphi_1 - \varphi_2 = \text{const}$), а для этого необходимо переносить заряды по пути *BbA*. Это можно сделать только перенося заряды тела *B* обратно в тело *A,* введя как бы круговорот электричества, для чего контур, по которому идет ток, должен быть замкнут *(AaBbA)*. Однако на участке *BbA* зарядам придется перемещаться против электрических сил. Это перемещение могут совершить лишь *сторонние силы* (т.е. *силы неэлектрической природы*).

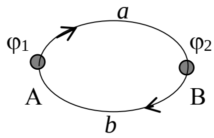


Рис.32

Устройства, обеспечивающие возникновение и действие сторонних сил, называют ***источниками тока.*** В этих устройствах происходит разделение разноименных разрядов.

Природа сторонних сил может быть различной. Например, в гальванических элементах они возникают за счет энергии химических реакций между электродами и электролитами; в генераторе – за счет механической энергии вращения ротора генератора, в солнечных батареях – за счет энергии фотонов и т.п. Роль источника тока в электрической цепи такая же как роль насоса, который необходим для поддержания тока жидкости в гидравлической системе. Под действием создаваемого поля сторонних сил электрические заряды движутся внутри источника тока против сил электростатического поля, благодаря чему на концах цепи поддерживается разность потенциалов и в цепи течет постоянный электрический ток.

Сторонние силы должны совершать работу по перемещению зарядов, на что, естественно, затрачивается энергия. *Работа, которую совершают сторонние силы при перемещении единичного положительного электрического заряда вдоль всей цепи, равна электродвижущей силе (ЭДС) источника тока.*

Единица ЭДС – *вольт* (В).

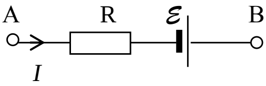


Рис. 33

Рассмотрим участок цепи АВ с сопротивлением R, содержащий источник с ЭДС $\mathcal{E}$ (рис.33). При протекании электрического тока по таком участку над зарядом при его перемещении совершается работа как кулоновскими *($A_к$)*, так и сторонними *($A_{ст}$)* силами. Полная работа равна сумме этих работ:

$$A = A_K + A_{ст}.$$

Разделив обе части этого соотношения на *q*, получим:

$$\frac{A}{q} = \frac{A_K}{q} + \frac{A_{ст}}{q}.$$

Применим это соотношение к участку *AB* электрической цепи, по которой протекает постоянный ток:

$$\frac{A_{AB}}{q} = \frac{A_K}{q} + \frac{A_{ст}}{q}.$$

Величина $\frac{A_K}{q} = \varphi_A - \varphi_B$ характеризует разность потенциалов в точках *A* и *B*, а величина $A_{ñò} / q = \mathcal{E}$ –электродвижущую силу, действующую на участке *AB*, поэтому:

$$\frac{A_{AB}}{q} = (\varphi_A - \varphi_B) + \mathcal{E}.$$

Физическая величина, численно равная полной работе, которая совершается кулоновскими и сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда вдоль участка цепи (например, AB) из точки A в точку B, называется ***напряжением*** *(падением напряжения) на этом участке:*

$$U_{AB} = (\varphi_A - \varphi_B) + \mathcal{E}$$

Анализируя это выражение, можно сделать вывод о том, что напряжение на концах участка *AB* цепи равно разности потенциалов только в том случае, если на участке *не приложена ЭДС*, т.е.

$$U_{AB} = (\varphi_A - \varphi_B) \text{ при } \mathcal{E} = 0.$$

Измерить ЭДС можно по разности потенциалов на клеммах разомкнутого источника: $\mathcal{E} = |\varphi_A - \varphi_B|$ при $U_{AB} = 0$.

Рассмотрим замкнутую цепь (рис.34), состоящую из внешней части, имеющей сопротивление *R*, и внутренней – источника тока, сопротивление которого *r*. Согласно закону сохранения энергии, ЭДС источника тока равна сумме падений напряжений на внешнем и внутреннем участках цепи, так как при перемещении по замкнутой цепи заряд возвращается в исходное положение – в точку с тем же потенциалом (т. е. $\varphi_A = \varphi_B$):

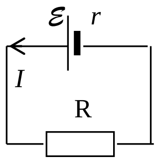


Рис.34

$$\mathcal{E} = IR + Ir$$

где *IR* и *Ir* — падение напряжения соответственно на внешнем и внутреннем участках цепи.

Это ***закон Ома для замкнутого участка цепи, содержащей ЭДС:***

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + U}$$

Сила тока в цепи пропорциональна действующей в цепи ЭДС и обратно пропорциональна сумме сопротивлений цепи н внутреннего сопротивления источника.

ЭДС, как и сила тока, – величина алгебраическая. Если ЭДС способствует движению положительных зарядов в выбранном направлении, то она считается положительной ($\mathcal{E} > 0$). Если ЭДС препятствует движению положительных зарядов, то она считается отрицательной.

16. Работа и мощность электрического тока. Закон Джоуля–Ленца

При перемещении заряда вдоль электрической цепи совершается работа A кулоновскими и сторонними силами. Если электрическая цепь неподвижна, а ток, протекающий по ней, постоянен (I = $const$), то совершаемая за промежуток времени dt работа равна:

$$dA = U\,dq = IU\,dt$$

По этой формуле можно вычислить работу, совершаемую электрическим током, независимо от того, в какой вид энергии превращается электрическая энергия. Эта работа может пойти на увеличение внутренней энергии, например, на движение проводника с током в магнитном поле и т. д. Работа, совершаемая за время dt источником тока с ЭДС $\mathcal{E}$:

$$dA = \mathcal{E} I\,dt\ .$$

Единица работы электрического тока – *джоуль* (Дж).

Мощность – это отношение работы электрического тока ко времени, за которое совершается работа:

$$N = \frac{dA}{dt} = IU\ .$$

Единица мощности электрического тока – *ватт* (Вт).

Необратимые преобразования электрической энергии в тепловую можно объяснить взаимодействием электронов с ионами металлического проводника. Сталкиваясь с ионами металлического проводника, электроны передают им свою энергию. Вследствие этого увеличивается интенсивность колебаний ионов около положения равновесия. А с чем большей скоростью колеблются ионы, тем выше температура проводника.

Чтобы вычислить электрическую энергию, затраченную на нагревание проводника, нужно знать падение напряжения на данном участке проводника $U = IR$. Подставляя в формулу для dA это выражение, получаем

$$dA = I^2 R dt$$

Если проводник однородный и неподвижный, то, согласно закону сохранения энергии, вся работа тока вдет на его нагревание:

$$dQ = dA.$$

Отсюда:

$$dQ = I^2 R dt \qquad \text{или} \qquad Q = I^2 R t.$$

Это закон Джоуля–Ленца: количество теплоты, которое выделяется в проводнике с током, пропорционально квадрату силы тока, времени его прохождения и сопротивлению проводника.

Закон Джоуля–Ленца можно представить в дифференциальной форме. Для этого выделим в проводнике элементарный цилиндрический объем dV = Sdl, сопротивление которого

$$R = \rho \frac{dl}{dS}.$$

За промежуток времени dt в этом объеме выделится количество теплоты:

$$dQ = I^2 R dt = I^2 \rho \frac{dl}{dS} dt = \rho \frac{dl}{dS} (\gamma dS)^2 dt = \rho\, j^2 dV\, dt$$

Используя дифференциальную форму закона Ома $j = \gamma E$ и соотношение $\rho = 1/\gamma$, получаем:

$$dQ = \gamma E^2 dV\, dt.$$

Количество теплоты, выделяющееся за единицу времени в единице объема, называют удельной **тепловой мощностью тока:**

$$w = \frac{dQ}{dV\, dt}.$$

Отсюда **закон Джоуля–Ленца** *в дифференциальной форме*:

$$w = \gamma E^2.$$

17. Классическая теория электропроводности. Трудности классической теории электропроводности

В классической электронной теории электроны проводимости рассматриваются как электронный газ, подобный идеальному одноатомному газу. При этом предполагается, что движение электронов подчиняется законам классической механики Ньютона. Взаимодействием электронов между собой пренебрегают и считают, что они взаимодействуют только с положительными ионами решетки. По этой теории электронный газ должен подчиняться всем законам идеального газа. Согласно закону равномерного распределения энергии по степеням свободы, на один электрон приходится средняя кинетическая энергия теплового движения

$$\varepsilon_{K} = \frac{3}{2}kT$$

где k – постоянная Больцмана, T – температура.

При тепловом движении электроны испытывают соударения. *Путь, проходимый электронами между двумя последовательными соударениями, называют длиной свободного пробега* (λ).

Предполагается, что при каждом соударении электрон полностью передает свою энергию ионам решетки (т.е. столкновения неупругие) и начальная скорость последующего движения электрона равна нулю.

Если по проводнику течет постоянный ток, то внутри проводника существует электрическое поле напряженностью E. На каждый электрон со стороны электрического поля действует сила $F = eE$, где e – заряд электрона. Под действием этой силы электрон приобретает ускорение a, которое можно определить из равенства $m_e a = eE$, откуда

$$\vec{a} = \frac{e}{m_e}\vec{E}$$

Если τ – среднее время между двумя последовательными соударениями, то к концу свободного пробега электрон приобретает скорость

$$\upsilon = a\tau = \frac{e}{m_e}E\tau$$

Средняя скорость упорядоченного движения электронов

$$\bar{\upsilon} = \frac{1}{2}\upsilon = \frac{1}{2}\frac{e}{m_e}E\tau \qquad (1)$$

(начальная скорость полагается равной нулю, поэтому движение считается равноускоренным).

Среднее время между двумя последовательными соударениями можно определить, если знать длину свободного пробега и среднюю скорость теплового движения ($\bar{\upsilon}_t$):

$$\tau = \bar{\lambda} / \bar{\upsilon}_t .$$

Подставив τ в формулу (1), получим

$$\overline{\upsilon} = \frac{1}{2}\frac{e}{m_e}\frac{\overline{\lambda}}{\overline{\upsilon_t}}E \qquad (2)$$

Мы знаем, что плотность тока можно определить из соотношения

$$j = ne\overline{\upsilon}\ .$$

Подставив сюда (2), получим

$$j = \frac{ne^2\overline{\lambda}}{2m_e\overline{\upsilon_t}}E = \gamma E \qquad (3)$$

где

$$\gamma = \frac{ne^2\overline{\lambda}}{2m_e\overline{\upsilon_t}} \qquad (4)$$

– ***удельная проводимость*** *материала.* Из полученного выражения (3) следует: *плотность тока пропорциональна напряженности электрического поля, что находится в соответствии с законом Ома в дифференциальной форме.*

На основании электронной теории электропроводимости металлов можно объяснить характер зависимости сопротивления проводников от температуры. С повышением температуры его удельное сопротивление увеличивается, а электропроводимость уменьшается. Анализируя выражение (4), видим, что *электропроводимость пропорциональна концентрации n электронов проводимости и средней длине свободного пробега*, т.е. чем больше $\overline{\lambda}$, тем меньшую помеху для упорядоченного движения электронов представляют соударения. Электропроводимость обратно пропорциональна средней тепловой скорости ($\overline{\upsilon_t}$). Тепловая скорость при повышении температуры возрастает пропорционально $\sqrt{T}$, что приводит к уменьшению электропроводимости и увеличению удельного сопротивления проводников.

На основании классической электронной теории проводимости металлов можно объяснить закон Джоуля–Ленца. Упорядоченное движение электронов происходит под действием сил поля. Так как в момент соударения с положительными ионами кристаллической решетки электроны полностью передают ей свою кинетическую энергию, то к концу свободного пробега скорость электрона $\upsilon = eE\tau/m_e$, а кинетическая энергия

$$\frac{1}{2}m_e\upsilon^2=\frac{e^2\tau^2E^2}{2m_e}=\frac{e^2\bar{\lambda}^2E^2}{2m_e\bar{\upsilon}_t^{\,2}}$$

Мощность, выделяемая единицей объема металла (плотность мощности), равна произведению энергии одного электрона на число соударений в секунду $1/\tau=\bar{\upsilon}_t/\bar{\lambda}$ и на концентрацию и электронов:

$$w=\frac{1}{2}m_e\upsilon^2\frac{1}{\tau}n=\frac{ne^2\bar{\lambda}}{2m_e\bar{\upsilon}_t}E^2$$

Учитывая, что $\gamma=\dfrac{ne^2\bar{\lambda}}{2m_e\bar{\upsilon}_t}$, имеем $w=\gamma E^2$, что находится в соответствии с законом Джоуля-Ленца (в дифференциальной форме)

Таким образом, классическая теория электропроводности смогла объяснить законы Ома и Джоуля-Ленца, а также характер зависимости сопротивления от температуры. Но

Противоречия классической теории:

1) C≈3R, хотя по теории должно быть 3*R*+1,5*R* (дополнительный вклад теплоемкости электронов).

2) Так как $\rho=\dfrac{2m\upsilon}{ne^2\lambda}$, то ρ ~ υ ~ $\sqrt{T}$, а на практике: $\rho=\rho_0(1+\alpha t)$, то есть ρ ~*T*.

3) не объясняет природу сверхпроводимости (отсутствии сопротивления при низких температурах)

4) Величина средней длины светового пробега электрона, получаемая по формулам, на два порядка превышает период кристаллической решетки металла

Данные затруднения были преодолены с помощью квантовой теории.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ 2
Примеры решения задач

Задача 1. Найти массу алюминиевого провода, из которого изготовлена лингия электропередач длиной 500 м, если при токе 15 А на концах линии возникает разность потенциалов 10 В. Плотность алюминия $2{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3, удельное сопротивление 2,7 мкОм·см.

Дано: l_1=500 м, $\rho_{пл}$=$2{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3, ρ=$2{,}7 \cdot 10^{-8}$Ом·м, I=15А, U=10 В.

Найти: m-?

Решение. Сопротивление линии электропередач $R = \rho \dfrac{l}{S}$, где l – длина, а S–площадь поперечного сечения провода, ρ– удельное сопрот ивление . Согласно закону Ома сопротивление линии можно записать в виде $R = U / I$. Тогда $\rho \dfrac{l}{S} = \dfrac{U}{I}$. Отсюда площадь поперечного сечения провода: $S = \dfrac{\rho l I}{U}$. Масса провода $m = \rho_{ïë} V$, где $\rho_{пл}$– плотность аллюминия, а V – объем провода. $V = lS$. Тогда масса провода: $m = \rho_{ïë} lS = \dfrac{\rho_{ïë} l^2 \rho I}{U}$. $m = 27{,}3$ кг.

Задача 2. Найти общее сопротивление участка цепи между точками А и В, изображенного на рис. 35, если R_1=1 Ом, R_2=3 Ом, R_3=R_4=R_6=2 Ом, R_5=4 Ом.

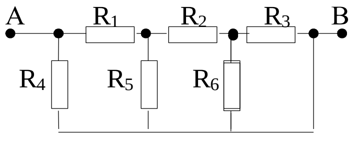


Рис. 35

Дано: R_1=1 Ом, R_2=3 Ом, R_3=R_4=R_6=2 Ом, R_5=4 Ом.

Найти: R -?

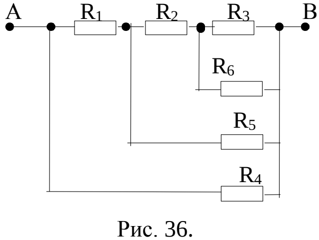


Рис. 36.

Решение. Приведем исходную схему в виде эквивалентной схемы (рис. 36) . Из нее видно, что сопротивления R_3 и R_6 образуют параллельное соединение: $R_{36} = R_3 R_6 / (R_3 + R_6)$. Сопротивления R_{36} и R_2 соединены последовательно, поэтому

$R_{236} = R_2 + R_{36}$. Далее по аналогии получим: $R_{2365} = R_{236} R_5 /(R_{236} + R_5)$, $R_{12365} = R_1 + R_{2365}$. Общее сопротивление цепи: $R = R_{12365} R_4 /(R_{12365} + R_1)$.

R =1,2 Ом.

Задача 3. При какой постоянной силе тока через поперечное сечение проводника проходит заряд 50 Кл за промежуток времени от 5 с до 10 с от момента включения тока? Какой заряд пройдет через поперечное сечение проводника за то же время, если сила тока в проводнике изменяется со временем по закону $I = 6 + 3t$.

Дано: t_1=5 с, t_2=10 с, Δq_1=50 Кл, I=6+3t .

Найти: I -? Δq_2 -?

Решение. Если сила тока постоянная, то $I = \Delta q / \Delta t$, где $\Delta t = t_2 - t_1$. Тогда $I = \Delta q /(t_2 - t_1)$. $I = 10$ А.

Если сила тока изменяется со временем, то заряд, прошедший через поперечное сечение проводника, за тот же промежуток времени равен:

$$\Delta q_2 = \int_{t_1}^{t_2} I dt = \int_{t_1}^{t_2} (6 + 3t) dt = \left.(6t + \frac{3t^2}{2})\right|_{t_1}^{t_2} = 6(t_2 - t_1) + 1{,}5(t_2^2 - t_1^2)$$

$$\Delta q_2 = 142{,}5 \text{ Кл}$$

Задача 4. Определить внутреннее сопротивление аккумулятора, если известно, что при его замыкании на внешнее сопротивление R_1=1 Ом напряжение на зажимах аккумулятора U_1=2 В, а при замыкании на сопротивлении R_2=2 Ом напряжение на зажимах U_2=2,4 В. Сопротивлением подводимых проводов можно пренебречь.

Дано: R_1=1 Ом, U_1=2 В, R_2=2 Ом, U_2=2,4 В.

Найти: r -?

Решение. По закону Ома для полной цепи $I = \mathcal{E} / (R+r)$. Тогда в первом случае: $\mathcal{E} = I_1 (R_1 + r)$ (1), а во втором $\mathcal{E} = I_2 (R_2 + r)$ (2).

По закону Ома для участка цепи $I_1 = U_1 / R_1$ (3), $I_2 = U_2 / R_2$ (4).

Из уравнений (1) и (2): $I_1R_1 + I_1r = I_2R_2 + I_2r$. Отсюда: $r = (I_2R_2 - I_1R_1)/(I_1 - I_2) = \dfrac{U_2 - U_1}{U_1/R_1 - U_2/R_2}$, $r = 0{,}5$ Ом.

Задача 5. Какой длины надо взять проводник, имеющий сечение 0,1 мм^2, чтобы изготовить нагреватель, на котором можно за время 5 мин довести 1,5 л воды, взятой при темепратуре 20°С? Напряжение в сети 220 В. КПД кипятильника 90%. Удельное сопротивление нихрома 1,1 мкОм·м.

Дано: S=0,1·10^{-6}м^2, τ=300 с, V=1,5·10^{-3} м, t_1= 20°С, t_2= 100°С, U=220 В, η=0,9, ρ=1,1·10^{-6} Ом·м, $\rho_в$=10^3 кг/м^3.

Найти: l -?

Решение. КПД кипятильника: $\eta = W_{ï}/W_{ç}$, где $W_{ï}$ – полезная энергия, необходимая для нагревания воды от 20°С до кипения, $W_{ç}$ – затраченная энергия (энергия электрического тока).

$$W_{ï} = Q = cm(t_2 - t_1),$$

где *c*=42000 Дж/(кг.К) – удельная теплоемкость воды, $m = \rho_{\hat{A}}V$ =1,5 кг – масса воды.

$$W_{ç} = \frac{U^2}{R}\tau,$$

где R – сопротивление проводника.

Таким образом, КПД: $\eta = \dfrac{cm(t_2 - t_1)R}{U^2\tau}$.

Отсюда находим *R*: $R = \dfrac{\eta U^2\tau}{cm(t_2 - t_1)}$. (1)

С другой стороны $R = \rho\dfrac{l}{S}$. (2)

Из уравнений (1) и (2) находим *l*: $l = \dfrac{\eta U^2\tau S}{\rho cm(t_2 - t_1)}$. *l*=2,4 м.

Задачи для самостоятельного решения.

Основные законы постоянного тока

2.1. В течение τ=20 с сила тока равномерно возрастала от 0 до 5 А. Какой заряд был перенесен?

2.2. Определите плотность тока, если за 2 с через проводник сечением 1,6 мм^2 прошло 2.10^{19} электронов.

2.3. Определить плотность тока в железном проводнике длиной 10 см, если провод находится под напряжением 6 В.

2.4. Найти сопротивление железного стержня диаметром 1 см, если масса стержня 1 кг.

2.5. Найти падение потенциала на медном проводе длиной 500 м и диаметром 2 мм, если ток в нем 2 А.

2.6. Катушка из медной проволоки имеет сопротивление 10,8 Ом. Масса медной проволоки 3,41 кг. Какой длины и какого диаметра проволока намотана на катушке?

2.7. Найти падение потенциала на медном проводе длиной 500 м и диаметром 2 мм, если ток в нем 2 А.

2.8. В цепи на рисунке амперметр показывает I=1,5 А. Сила тока через сопротивление R_1 равна I_1=0,5 А. Сопротивление R_2=6 Ом. Определите сопротивление R_1, а также силу тока I_2 и I_3, протекающих через сопротивление R_2 и R_3.

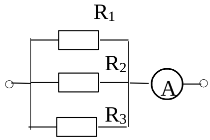


Рис.2.8.

2.9. Найти общее сопротивление участка цепи между точками А и В, изображенного на рис.2.9., если R_1=0,5 Ом, R_2=1,5 Ом, R_3= 1,0 Ом.

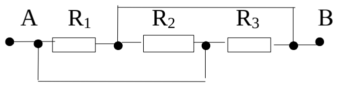


Рис. 2.9.

2.10. Найти силу тока (рис. 2.10) в отдельных проводниках, если R_1=3 Ом, R_2=2 Ом, R_3= 7,55 Ом, R_4= 2 Ом, R_5=5 Ом, R_6=10 Ом, U_{AB}=100 В.

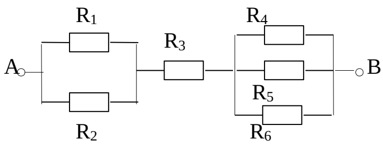


Рис. 2.10.

2.11. Определить ток короткого замыкания источника ЭДС, если при внешнем сопротивлении R_1=50 Ом ток в цепи I_1=0,2 А, а при R_2=110 Ом ток I_2=0,1 А.

2.12. Элемент с ЭДС 2 В имеет внутреннее сопротивление 0,5 Ом. Найти падение потенциала внутри элемента при токе в цепи 0,25 А. Каково внешнее сопротивление цепи при этих условиях?

2.13. ЭДС элемента 6 В. При внешнем сопротивлении 1,1 Ом ток в цепи 3 А. Найти падение потенциала внутри элемента и его внутреннее сопротивление.

2.14. Вольтметр, подключенный к аккумулятору с внутренним сопротивлением 1 Ом, показывает 1,2 В. Если последовательно с ним включено сопротивление 20 Ом, вольтметр показывает 1 В. Определить сопротивление вольтметра.

2.15. Амперметр для измерения тока до 2 А с внутренним сопротивлением 0,1 Ом необходимо использовать для измерения токов до 22 А. Какое сопротивление должен иметь шунт?

Работа и мощность тока. КПД источника тока

2.16. Два цилиндрических проводника одинаковой длины и одинакового сечения, один из меди, а другой из железа, соединены параллельно. Определить отношение мощностей токов для этих проводников. Удельные сопротивления меди и железа соответственно равны 17 и 98 нОм·м.

2.17. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока, если во внешней цепи при силе тока 4 А развивается мощность 10 Вт, а при силе тока 2 А мощность 8 Вт.

2.18. Элемент с ЭДС 16 В имеет внутреннее сопротивление 0,5 Ом. Найти КПД элемента при токе в цепи 2,4 А.

2.19. Батарея с ЭДС 240 В и внутренним сопротивлением 1 Ом замкнута на внешнее сопротивление 23 Ом. Найти полную мощность, полезную мощность и КПД батареи.

2.20. Найти внутреннее сопротивление генератора, если известно, что мощность, выделяемая во внешней цепи, одинакова при внешних сопротивлениях 5 Ом и 0,2 Ом. Найти КПД генератора в каждом из этих случаев.

2.21. К батарее аккумуляторов, ЭДС которой равна 2 В и внутреннее сопротивление r = 0,5 Ом, присоединен проводник. Определить: 1) сопротивление R проводника, при котором мощность, выделяемая в нем, максимальна; 2) мощность P, которая при этом выделяется в проводнике.

2.22. ЭДС батареи равна 20 В. Сопротивление R внешней цепи равно 2 Ом, сила тока *I*=4 А. Найти КПД батареи. При каком значении внешнего сопротивления R КПД будет равен 99%?

2.23. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока, если во внешней цепи при силе тока 4 А развивается мощность 10 Вт, а при силе тока 2 А мощность 8 Вт.

2.24. Лифт массой 1000 кг поднимается на высоту 30 м за одну минуту. Напряжение на зажимах мотора 220 В, его КПД 90%. Определить величину тока в моторе и расход энергии при подъеме.

2.25. Сопротивление обмотки электрочайника R=16 Ом. Определить промежуток времени τ, в течение которого закипит в нем m=600 г воды, имеющей начальную температуру t_1= 10°C, если КПД η=60% и если напряжение в сети U=120 В.

2.26. Электрический чайник имеет две секции нагревательной проволоки. При включении одной из них вода вскипает через 12 мин; при включении другой он вскипает через 24 мин. Через сколько времени закипит вода в чайнике, если включить обе секции: а) параллельно? б) последовательно? Напряжение, КПД чайника, количество воды и начальную температуру считать во всех случаях одинаковыми. Теплообмен с воздухом не учитывать.

2.27. Сила тока в проводнике сопротивлением r=100 Ом равномерно нарастает от I_0= 0 до I_{max}=10 А в течение времени τ= 30 с. Определить количество теплоты *Q*, выделившееся за это время в проводнике.

2.28. Сила тока в проводнике сопротивлением 100 Ом равномерно убывает от 10 А до нуля за время 30 с. Определить выделившееся за это время в проводнике количество теплоты.

Тема 3. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

18. Магнитное поле постоянного тока

Опыт показывает, что электрические токи взаимодействуют между собой, например, токи, текущие в одном направлении, притягиваются, а токи противоположных направлений отталкиваются. Взаимодействие токов осуществляется через поле, которое называется магнитным. Следовательно, движущиеся заряды (токи) изменяют свойства окружающего их пространства – создают в нем магнитное поле. Это поле проявляется в том, что на движущиеся в нем заряды (токи) действуют силы. Подобно тому, как для исследования электрического поля мы использовали пробный заряд, применим для исследования магнитного поля пробный ток, циркулирующий в плоском замкнутом контуре очень малых размеров (своим магнитным полем не искажает исследуемое поле). Будем называть такой контур пробным контуром. Ориентацию его в пространстве характеризует направление нормали $\vec{n}$ к контуру, восстанавливаемой по правилу правого буравчика: вращаем рукоятку правого буравчика по направлению тока в контуре, тогда направление его поступательного движения даст направление нормали $\vec{n}$. Помещая пробный контур в магнитное поле, обнаружим, что поле стремится повернуть контур (нормаль) в определенном направлении (рис.37).

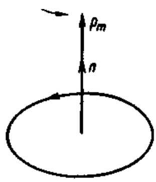


Рис. 37

Вращающий момент, действующий на контур, зависит как от свойств магнитного поля в данной точке, так и от свойств контура. Оказывается, что максимальная величина вращающего момента пропорциональна *IS*, т.е. $M^{max} \sim IS$, где I – ток контуре, S – площадь контура с током. Векторную величину

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}$$

называют магнитным моментом контура, который в СИ измеряется в А·м^2.

На контур с током, помещенный в магнитное поле с индукцией $\vec{B}$, действует вращающий момент

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m\ \vec{B}\right].$$

Величина его

$$M = p_m B \sin\alpha .$$

При $\alpha = \pi/2$ имеем $M = M_{\max} = p_m\ B$, при α= 0 или α=π $M = 0$.

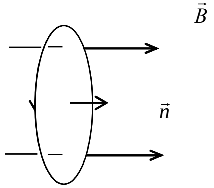


Рис. 38

На пробные контуры с разными p_m, помещаемыми в данную точку магнитного поля, будут действовать разные по величине максимальные вращающие моменты $M_{\max}$, но отношение $M_{\max}/p_m$ будет для всех контуров одинаково, оно будет являться силовой характеристикой магнитного поля, которая называется магнитной индукцией:

$$\vec{B} = \vec{M}_{\max}/p_m .$$

Магнитная индукция есть вектор, направление которого совпадает с направлением нормали контура с током, свободно установившегося во внешнем магнитном поле.

Магнитная индукция в СИ измеряется в теслах: *1 Тл=1 Нм/1 А·м*^{2}. Тесла равен магнитной индукции однородного поля, в котором на плоский контур с током, который имеет магнитный момент *1 А· м*^{2}, действует максимальный вращающий момент, равный 1 Нм.

Подобно тому, как электрические поля графически изображают с помощью линий напряженности (силовых линий), магнитные поля изображают с помощью линий магнитной индукции (силовых линий). *Линии магнитной индукции – линии, касательные к которым в данной точке совпадают по направлению с вектором* В *в этой точке. Направление линий магнитной индукции связано с направлением тока в проводнике. Направление силовых линий магнитного поля, создаваемого проводником с током, определяется по правилу правого винта (буравчика):* если правовинтовой буравчик ввинчивать по направлению тока, то направление вращения рукоятки буравчика будет совпадать с направлением линий магнитной индукции.

Линии магнитной индукции всегда замкнуты и охватывают проводники с токами. Это отличает их от линий напряженности электрического поля. Замкнутость (вихревой характер) линий магнитной индукции говорит о том, что *в природе не существует магнитных зарядов, на которых бы они начинались или кончались.*

Магнитное поле называют однородным, если векторы магнитной индукции во всех его точках одинаковы:

$$\vec{B} = const.$$

Примером однородного магнитного поля может служить поле внутри соленоида, т.е. катушки, длина которой много больше ее диаметра (рис.39). *Линии магнитной индукции однородного поля параллельны, и их густота везде одинакова.*

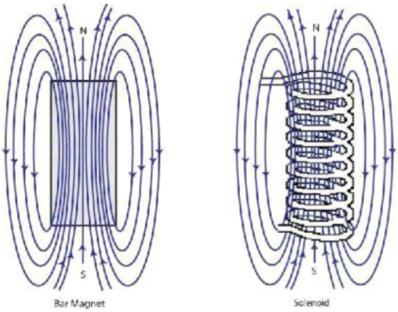


Рис. 39

Магнитная индукция зависит от свойств среды.

Величина, показывающая, во сколько раз магнитная индукция в данной однородной изотропной среде больше или меньше, чем в вакууме, называется относительной магнитной проницаемостью среды:

$$\mu = \frac{\vec{B}}{\vec{B}_0}.$$

Магнитная проницаемость характеризует магнитные свойства среды, она зависит от рода вещества и температуры; μ– величина безразмерная. Для вакуума μ = 1.

19. Закон Био-Савара-Лапласа. Поле прямого и кругового тока

Индукция магнитного поля, создаваемого элементом проводника длиной *dl*, по которому течет ток *I* (рис.40), определяется *законом Био-Савара-Лапласа*:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3},$$

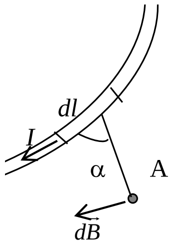


Рис. 40.

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от элемента проводника в точку, в которой определяется индукция $d\vec{B}$, r – модуль этого вектора, $d\vec{l}$ – вектор, численно равный длине *dl* элемента проводника и направленный по току. Для поля в вакууме μ=1:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}.$$

Раскрывая векторное произведение, получим:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin\alpha}{r^2}.$$

Поле бесконечно длинного прямолинейного проводника (применение закона Био-Савара-Лапласа.

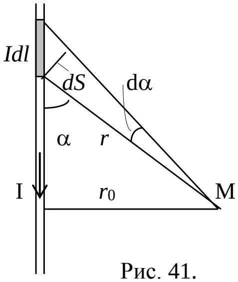


Рис. 41.

Определим индукцию поля, создаваемого таким проводником с током в точке *M,* находящейся на расстоянии r_0 от проводника (рис. 41). Выделим на проводнике элемент тока *I dl* и проведем радиус-вектор r в точку *M.* Индукция поля, создаваемого в точке *M* элементом тока *I dl,* определяется по закону Био-Савара-Лапласа:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin\alpha}{r^2}.$$

Из рис. видно, что $r = \dfrac{r_0}{\sin\alpha}$. Но в свою очередь: $\dfrac{rd\alpha}{dl} = \sin\alpha$, откуда $dl = \frac{rd\alpha}{\sin\alpha} = \frac{r_0 d\alpha}{\sin^2\alpha}$.

Подставим выражения для *r* и *dl* в закон Био-Савара-Лапласа:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\sin\alpha\,\sin^2\alpha}{r_0^2}\frac{r_0 d\alpha}{\sin^2\alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\sin\alpha\;d\alpha}{r_0}.$$

Чтобы определить индукцию магнитного поля, создаваемого бесконечно длинным прямолинейным проводником с током, нужно проинтегрировать полученное выражение в пределах от 0 до π:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\int_0^{\pi}\sin\alpha\;d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(-\cos\alpha)\Big|_0^{\pi} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}$$

Таким образом, индукция магнитного поля, создаваемого прямым бесконечным проводником с током на расстоянии r_0 от него:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}.$$

Используя закон Био-Савара-Лапласа, можно определить индукцию поля в центре *кругового витка* с током радиуса R.В этом случае все элементы проводника перпендикулярны радиусу-вектору R и $\sin\alpha = 0$. Расстояние всех элементов до центра одинаково и равно r. Поэтому магнитная индукция в центре кругового проводника

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 2\pi R I}{4\pi R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}.$$

Можно также показать, что магнитная индукция поля, созданного круговым током радиуса *R*, на расстоянии r_0 вдоль перпендикуляра, восстановленного из центра контура, будет

$$B = \frac{\mu_0 2I\pi R^2}{4\pi(R^2 + r_0^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + r_0^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Если поле создается несколькими источниками, то вектор магнитной индукции в данной точке определяется по принципу суперпозиции :

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \ldots + \vec{B}_n$$

т.е. результирующая магнитная индукция $\vec{B}$ – это векторная сумма векторов магнитной индукции, создаваемых каждым источником в отдельности.

Магнитное поле характеризуют не только индукцией B, но и *напряженностью* H магнитного поля. Эти две физические величины связаны между собой:

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}\ .$$

Тогда *закон Био-Савара-Лапласа* можно представить в виде:

$$d\vec{H} = \frac{I[d\vec{l}\,,\vec{r}\,]}{4\pi r^3}\ .$$

20. Циркуляция вектора магнитной индукции. Поле соленоида и тороида

При изучении электростатики нами было показано, что для электростатического поля

$$\oint_L E_l dl = 0 \qquad \text{или} \qquad \oint_L \vec{E}d\vec{l} = 0\,,$$

т. е. *циркуляция вектора напряженности по любому замкнутому контуру равна нулю.* Можно показать, что циркуляция вектора $\vec{B}$ вдоль замкнутого контура L равна алгебраической сумме токов, охватываемых контуром, умноженной на μ_0, т. е.

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{охв}\ .$$

Это *теорема о циркуляции* магнитной индукции. При этом токи будем считать положительными, если они совпадают с поступательным движением правого буравчика, рукоятка которого вращается по направлению обхода контура. Токи, текущие в обратном направлении, будут считаться отрицательными.

Поскольку $\oint_L \vec{B}d\vec{l} \neq 0$, то магнитное поле не является потенциальным, оно называется вихревым или соленоидальным.

Применим теорему о циркуляции для вычисления индукции магнитного поля соленоида и тороида.

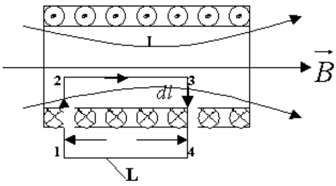


Рис. 42

Соленоидом (рис. 42) называется цилиндрическая катушка, на которую вплотную намотано большое число витков провода. Пусть N – число витков вдоль длины соленоида L, тогда

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^{N} I_k ,$$

где L – контур 12341

или

$$\int_1^2 \vec{B}d\vec{l} + \int_2^3 \vec{B}d\vec{l} + \int_3^4 \vec{B}d\vec{l} + \int_4^1 \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 NI .$$

Интегралы на участках 1-2, 3– 4 равны нулю, т.к. $\vec{B} \perp d\vec{l}$ и $\vec{B}d\vec{l} = Bdl\cos\dfrac{\pi}{2} = 0$; интеграл на участке 4-1 равен нулю, т.к. вне соленоида индукция $\vec{B}$ равна нулю. Поэтому

$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \int_2^3 \vec{B}d\vec{l} = \int_2^3 Bdl\cos 0^0 = \mu_0 NI$, отсюда $B = \mu_0 IN/l = \mu_0 In$, где $n = N/l$ – число витков, приходящееся на единицу длины соленоида. Поле соленоида однородно.

Поле тороида. Тороид (см.рис.43), представляет тонкий провод, плотно навитый на каркас, имеющий форму тора.

Для него

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = Bl = B(2\pi R) = \mu_0 NI ,$$

где R – радиус средней линии тора, отсюда

$$B = \mu_0 IN/l = \mu_0 In .$$

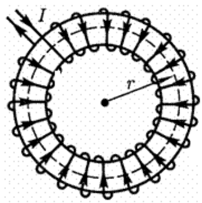


Рис. 43

Поле тороида неоднородно: оно уменьшается с увеличением r. Поле вне тороида равно нулю.

21. Закон Ампера. Работа в магнитном поле

Одним из проявлений магнитного поля является его силовое воздействие на проводник с током, помещенный в магнитное поле. Ампером было установлено, что на проводник с током, помещенный в однородное магнитное поле, индукция которого B, действует сила, пропорциональная силе тока и индукции магнитного поля:

$$dF = B\,I\,dl\,\sin\alpha,$$

где α – угол между векторами B и dl. Или в векторной форме:

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}\vec{B}],$$

где dl – малый участок проводника, имеющий направление, совпадающее с направлением тока]. Произведение Idl называют ***элементом тока.***

В случае прямолинейного проводника длиной l: $\vec{F} = I[\vec{l}\vec{B}]$

Если $l \perp B$, то $F = I\,B\,l$.

Для определения направления силы пользуются *правилом левой руки* (рис.44): линии магнитной индукции входят в ладонь, четыре пальца совпадают с направлением тока, отогнутый большой палец укажет направление действия силы.

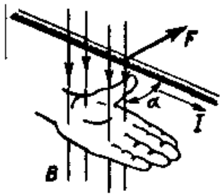


Рис. 44

Так как на проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера, то под ее действием магнитным полем совершается ***работа по перемещению проводника с током.*** Для определения этой работы рассмотрим проводник длиной l с током I, помещенный в однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости контура (рис. 45). Под действием силы Ампера

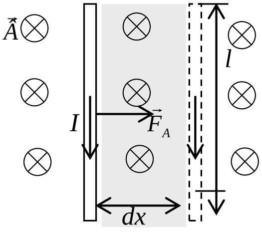


Рис. 45

$$F = F_A = I\,B\,l$$

проводник переместится параллельно самому себе на расстояние dx. Работа, совершаемая магнитным полем, равна $dA = Fdx$:

$$dA = Fdx = IBl\,dx = IBdS$$

(т.к. $l\,dx = dS$).

У нас направление поля B перпендикулярно площадке dS. В общем случае берем составляющую B_n: $dA = IB_n\, dS$

Введем понятие потока вектора магнитной индукции (*магнитный поток*):

$$\Phi = B\, S \cos \alpha,$$

где α – угол между вектором нормали к поверхности и вектором магнитной индукции, или $\Phi = B_n S$. В случае неоднородного поля рассматривают магнитный поток через элементарную площадку: $d\Phi = B_n dS$, затем суммируют по всей площади S:

$$\Phi = \int_S B_n dS$$

[Ф] =Тл·м^2 = Вб (вебер).

Тогда работа по перемещению проводника с током в магнитном поле:

$$dA = IB_n\, dS = Id\Phi \qquad \Rightarrow \qquad A = \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} Id\Phi = I\Delta\Phi ,$$

где $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ – изменение магнитного потока.

22. Действие магнитного поля на движущиеся заряды

Движущиеся электрические заряды создают вокруг себя магнитное поле, которое распространяется в вакууме со скоростью света. При движении заряда во внешнем магнитном поле возникает силовое взаимодействие магнитных полей, определяемое по закону Ампера. Процесс взаимодействия магнитных полей исследовался Лоренцем, который вывел формулу для расчета силы, действующей со стороны магнитного поля на движущуюся заряженную частицу.

Силу, действующую со стороны магнитного поля на движущийся заряд, можно найти исходя из закона Ампера. Пусть по проводнику длиной d*l* за промежуток времени d*t* проходит *n* одинаковых зарядов величиной *dq,* т.е. через проводник протекает ток, сила которого:

$$I = \frac{ndq}{dt}$$

Согласно закону Ампера, на *n dq* зарядов будет действовать сила

$$dF = BIdl\sin\alpha = B\frac{ndq}{dt}dl\sin\alpha$$

Сила, с которой поле действует на каждый заряд, равна:

$$F_Л = \frac{dF}{n} = Bq\frac{dl}{dt}\sin\alpha,$$

где $\frac{dl}{dt} = \upsilon$ – скорость движения заряда, α– угол между вектором скорости заряда и вектором магнитной индукции.

Сила, действующая со стороны магнитного поля на движущийся заряд, равна

$$F_Л = q\upsilon B\sin\alpha$$

и называется *силой Лоренца*. Эта сила перпендикулярна векторам $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$. Направление силы Лоренца, действующей на положительный заряд, определяется по правилу левой руки. С изменением знака заряда направление силы изменяется на противоположное.

В векторном виде сила Лоренца записывается:

$$\vec{F}_Л = q[\vec{\upsilon}\,\vec{B}]$$

Анализируя полученное выражение, можно сделать выводы:

– если скорость заряда $\upsilon = 0$, то $F_л = 0$, т. е. магнитное поле *не действует на неподвижную* заряженную частицу;
– если $\alpha = 0$, $\sin\alpha = 0$, то $F_л = 0$, т. е. если частица движется так, что *вектор скорости* $\vec{\upsilon}$ *параллелен вектору магнитной индукции* $\vec{B}$, то со стороны магнитного поля сила *не действует*.

Так как сила Лоренца всегда направлена перпендикулярно вектору скорости летящей частицы, то она не изменяет величину скорости, а *изменяет лишь направление движения* частиц. Если заряженная частица движется в однородном магнитном поле, вектор индукции которого перпендикулярен направлению скорости заряженной частицы, то сила Лоренца искривляет траекторию движения, выполняя роль центростремительной силы. Действие этой силы не приводит к изменению энергии заряженной частицы, т.е. эта сила не совершает работы.

Попадание летящей частицы в магнитное поле вызывает изменение ее траектории в зависимости от знака заряда (рис. 46). На рис. вектор индукции магнитного поля направлен перпендикулярно плоскости чертежа (на нас). Частица будет двигаться по окружности, радиус R которой можно определить из равенства центростремительной силы и силы Лоренца**:**

$$\frac{m\upsilon^2}{R} = q\upsilon B,$$

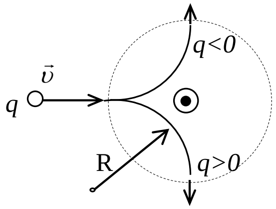


Рис. 46.

откуда

$$R = \frac{m\upsilon}{qB}.$$

Если частица движется под углом β к линиям B, то траектория движения частицы будет винтовой линией (спиралью) (рис.47). Шаг h спирали определяется υ_τ – тангенциальной составляющей скорости υ частицы. Радиус спирали зависит от υ_n – нормальной составляющей скорости υ.

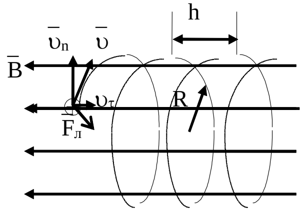


Рис.47

Когда электрический заряд движется одновременно в электрическом и магнитном полях, то результирующая сила, действующая на частицу, равна:

$$\vec{F} = q[\vec{\upsilon}\,\vec{B}] + q\vec{E}$$

В этом случае сила имеет две составляющие: от воздействия магнитного и электрического полей. Между этими составляющими имеется принципиальная разница. Электрическое поле изменяет величину скорости, а следовательно, и кинетическую энергию частицы, однородное магнитное поле изменяет только направление ее движения.

23. Магнитное поле в веществе. Диа-, пара– и ферромагнетики

Магнитными свойствами обладают все вещества, поэтому термин «магнетики» применим ко всем без исключения материалам. Посмотрим, как магнитное поле действует на движущиеся заряды (электроны) в молекулах и атомах вещества.

Электрон, вращающийся вокруг ядра атома по замкнутой орбите, представляет собой ток, направление которого противоположно движению электрона (рис.48). Поскольку это движение аналогично круговому току, возникает магнитное поле и движение электрона можно охарактеризовать орбитальным ***магнитным моментом*** $\vec{p}_m = I\vec{S}$.

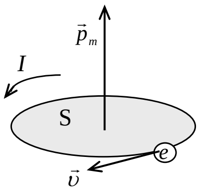


Рис.48

Вектор орбитального магнитного момента P_m атома равен векторной сумме орбитальных моментов $\vec{p}_{mi}$ отдельных электронов, входящих в атом

$$\vec{P}_m = \sum_{i=1}^{z} \vec{p}_{mi}$$

где Z – порядковый номер элемента в таблице Менделеева.

Независимо от орбитального движения электроны являются источниками магнитного поля, так как они «вращаются вокруг собственной оси», т. е. обладают собственным моментом импульса ***(спином).***

Таким образом, магнетизм атомов обусловлен двумя причинами: движением электронов по орбитам вокруг ядра и собственным моментом импульса (рис.). Кроме того, ядро атома обладает собственным магнитным моментом.

При внесении магнетика во внешнее магнитное поле происходит изменение его свойств, т.е. магнетик намагничивается. Намагниченный магнетик создает собственное магнитное поле с индукцией B', которое складывается с внешним магнитным полем, индукция которого B_0. Вектор магнитной индукции B в магнетике определяется по принципу суперпозиции:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'.$$

Индукция $\vec{B}'$ собственного магнитного поля зависит как от $\vec{B}_0$, так и от магнитной восприимчивости χ вещества: $\vec{B}' = \chi \vec{B}_0$.

Тогда

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \chi \vec{B}_0 = \vec{B}_0 (1 + \chi).$$

Магнитная индукция поля внутри магнетика зависит от магнитной проницаемости вещества:

$$\vec{B} = \mu \vec{B}_0.$$

Из сопоставления приведенных формул следует, что

$$\mu = 1 + \chi$$

При наложении внешнего магнитного поля происходит упорядочение направлений векторов магнитных моментов p_m отдельных атомов или молекул магнетика, в результате чего макроскопический объем приобретает определенный суммарный магнитный момент. Магнитные свойства магнетика характеризуются *вектором намагничения* $\vec{J}$ – величиной, равной отношению магнитного момента тела к его объему:

$$\vec{J} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^{n} \vec{P}_{mi}$$

где n – число атомов или молекул, входящих в объем.

Различают *диамагнетики* (μ<1), *парамагнетики* (μ>1) и *ферромагнетики* (μ >> 1), рис. 49.

Диамагнетики. У большинства атомов диамагнетиков нет собственного магнитного момента, его магнитный момент индуцирован внешним полем. Во внешнем поле атомы приобретают магнитные моменты, направленные противоположно внешнему полю (μ<1). Диамагнетиками являются вода, мрамор, некоторые металлы, например золото, ртуть, медь, инертные газы.

Парамагнетики. Молекулы парамагнетиков имеют отличные от нуля собственные магнитные моменты. В отсутствие магнитного поля эти моменты расположены хаотически, поэтому вектор намагничения $\vec{J}$ равен нулю. При внесении парамагнетика в магнитное поле магнитные моменты отдельных атомов или молекул ориентируются вдоль линий *B*, так что собственное поле парамагнетика усиливает внешнее магнитное поле (рис.49). Если такой эффект существует, то он играет значительную роль и всегда преобладает над диамагнетизмом ($\mu > 1$). Парамагнетиками являются щелочные металлы, кислород, алюминий, платина, оксиды марганца, азота.

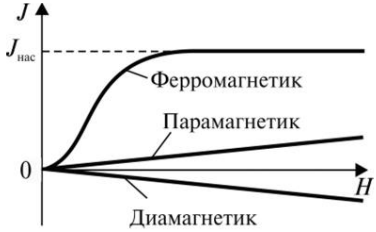


Рис.49

Ферромагнетики. Предельным случаем парамагнетизма является ферромагнетизм. В соответствии с квантовой теорией в некоторых веществах возникают области, имеющие значительные магнитные моменты. Эти области получили название *доменов* (рис.50). В отсутствие поля распределение направлений магнитных моментов доменов имеет случайный характер.

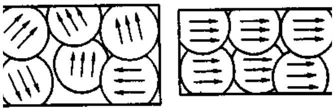


Рис.50

У ферромагнетиков μ зависит от внешнего магнитного поля, т. е. между B и H, связанных между собой соотношением $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$, существует нелинейная зависимость. Зависимость B от H для ферромагнетиков можно изобразить кривой, называемой «петля гистерезиса» (рис. 51).

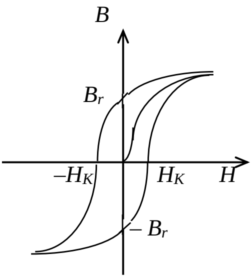


Рис. 51

B_r–остаточная индукция (индукция при H=0). Напряженность магнитного поля, при которой B=0, называют *задерживающей* или *коэрцитивной силой* H_K. В зависимости от значения коэрцитивной силы ферромагнетики делят на мягкие и жесткие.

Мягкие ферромагнетики имеют узкую петлю гистерезиса и малые значения коэрцитивной силы. Для *жестких ферромагнетиков* характерны широкая петля гистерезиса и соответственно большие значения коэрцитивной силы. К мягким ферромагнетикам относят железо, пермаллой и другие материалы. Из мягких ферромагнетиков изготовляют сердечники трансформаторов, генераторов, электродвигателей. Из жестких ферромагнетиков, к которым относятся сталь и ее сплавы, изготовляют постоянные магниты.

При возрастании температуры намагничение ферромагнетиков уменьшается, они теряют свои ферромагнитные свойства и превращаются в парамагнитные вещества.

Для каждого ферромагнитного материала есть своя температура перехода, называемая *точкой Кюри,* так, например, для Fe – 1043 K, Co –1393K, Ni –631K.

24. Явление электромагнитной индукции. Самоиндукция

В 1831 г. *М. Фарадеем* экспериментально было обнаружено, что *в замкнутом контуре возникает электрический ток при изменении магнитного потока, пронизывающего его. Это явление было названо электромагнитной индукцией*.

Фарадей установил, что в замкнутых проводящих контурах возникает электрический ток при всяком изменении магнитного потока, пронизывающего контур. Ток, возникающий при электромагнитной индукции, называют *индукционным.*

Закон электромагнитной индукции (закон Фарадея) – *ЭДС индукции численно равна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего контур*:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

где $\Phi = B\,S\cos\alpha$ – магнитный поток.

Используя закон Ома для полной цепи и закон Фарадея, получаем выражение для индукционного тока:

$$I = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt}$$

Из данного уравнения следует, что *индукционный ток зависит от сопротивления контура.* Направление индукционного тока определяется по правилу Ленца.

Индукционный ток всегда направлен так, что его действие противоположно действию причины, вызывающей ток *(правило Ленца).* Знак минус в формуле отражает закон Ленца.

При возрастании магнитного потока $\frac{d\Phi}{dt} > 0$ получаем, что: $\mathcal{E}_i<0$, $I<0$; при уменьшении магнитного потока имеем: $\frac{d\Phi}{dt} < 0 \Rightarrow \mathcal{E}_i>0, I>0$.

Таким образом, *переменное магнитное поле вызывает появление индуцированного электрического поля.* Это поле является *вихревым*. Силовые линии вихревого электрического поля замкнуты сами на себя в отличие от линий напряженности электростатического поля.

Если замкнутый контур содержит N последовательно соединенных витков (например, катушка или соленоид), *то ЭДС индукции равна сумме ЭДС каждого витка:*

$$\mathcal{E}_i = -N\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt},$$

где $d\Psi = N\ d\Phi$ – потокосцепление, т.е. суммарный магнитный поток сквозь N витков.

Для возникновения индукционного тока безразлична причина и способ изменения магнитного потока через контур. Расположим вблизи друг от друга два контура (рис. 52), в одном их которых течет изменяющийся ток I_1. Возникающий при этом изменяющийся магнитный поток будет пронизывать контур 2, и в нем возникнет индукционный ток I_2. Это явление называется ***взаимной индукцией.***

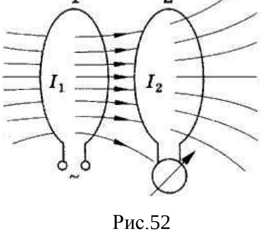


Рис.52

Если в контуре 1 будет изменяться ток, то собственный изменяющийся магнитный поток будет пронизывать и сам этот контур, т.е., и в контуре 1 будет индуцироваться ЭДС. Это явление называется ***самоиндукцией.*** Магнитный поток, сцепленный с контуром 1, всегда пропорционален силе тока в нем:

$$\Phi = L\,I_1 .$$

Коэффициент пропорциональности L называется *индуктивностью контура.* Индуктивность – одна из основных характеристик цепи переменного тока. Подставляя $\Phi = L\,I$ в формулу закона Фарадея, получаем:

$$\mathcal{E}_{si} = -L\frac{dI}{dt} .$$

В системе СИ единицей индуктивности L служит *генри* (Гн). Из последнего выражения видно, что индуктивностью в 1 Гн будет обладать такой контур, при изменении тока в котором со скоростью 1 А/с индуцируется ЭДС в 1 В.

Если контур представляет собой соленоид, содержащий N витков, то

$$\mathcal{E}_{si} = -\frac{d\Psi}{dt} = -LN\frac{dI}{dt} .$$

В результате самоиндукции при замыкании цепи сила тока в соленоиде никогда сразу не достигает максимального значения, а нарастает постепенно. При размыкании цепи возникает индукционный ток, идущий в том же направлении, что и основной, и проявляющийся в виде искры на контактах рубильника.

Индуктивность L зависит от формы и размеров соленоида, а также от магнитных свойств окружающей среды. Если размеры, форма соленоида и магнитные свойства окружающей среды не изменяются, то L = const.

Определим индуктивность соленоида, т.е. катушки, длина l которой много больше ее диаметра. В этом случае можно пренебречь искажением поля вблизи концов соленоида. Напряженность поля во всех точках внутри соленоида одинакова и равна $H = I\,n$, где n – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида. Если общее число витков соленоида равно N, то $H = I\frac{N}{l}$. Магнитный поток, пронизывающий один виток

$$\Phi = BS = \mu\mu_0 I \frac{N}{l} S \,.$$

где S – площадь, поперечного сечения соленоида, μ – относительная магнитная проницаемость. Полный магнитный поток равен потокосцеплению: $\Psi = N\Phi = \mu\mu_0 \frac{N^2 I}{l} S$. Так как S$l$=V (объем соленоида), то $\Psi = N\Phi = \mu\mu_0 \frac{N^2 I}{l^2} V = \mu\mu_0 n^2 VI$. Поэтому *индуктивность соленоида*:

$$L = \mu\mu_0 n^2 V \text{ или } L = \mu\mu_0 n^2 lS.$$

25. Энергия магнитного поля

Если в контуре с индуктивностью L течет ток I, то в момент размыкания цепи возникает индукционный ток и им совершается работа. Эта работа совершается за счет энергии исчезнувшего при размыкании цепи магнитного поля. На основании закона сохранения и превращения энергии энергия магнитного поля превращается главным образом в энергию электрического поля, за счет которой происходит нагревание проводников. Работа может быть определена из соотношения $dA = \mathcal{E}_{si} I\, dt$. Так как $\mathcal{E}_{si} = -L\frac{dI}{dt}$, то $dA = -L\, I\, dI$.

Уменьшение энергии магнитного поля равно работе тока, поэтому

$$W_M = \int_I^0 dA = -\int_I^0 IdI = \frac{LI^2}{2} \,.$$

Эта формула справедлива для любого контура и показывает, что энергия магнитного поля зависит от индуктивности контура и силы тока, протекающего по нему.

Рассчитаем энергию однородного магнитного поля длинного соленоида, индуктивность которого определяется по формуле $L = \mu\mu_0 n^2 V$. В этом случае формула для энергии магнитного поля примет вид

$$W_M = \frac{\mu\mu_0 n^2 V I^2}{2}$$

Учитывая, что напряженность поля внутри бесконечно длинного соленоида *H*=*In,* получаем

$$W_M = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V$$

Выразим энергию через индукцию магнитного поля $B = \mu\mu_0 H$:

$$W_M = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V \text{ или } W_M = \frac{BH}{2} V$$

Вследствие того, что магнитное поле соленоида однородно и локализовано внутри соленоида, энергия распределена по объему соленоида с постоянной плотностью: $\varpi = \frac{W_M}{V}$.

Тогда получаем:

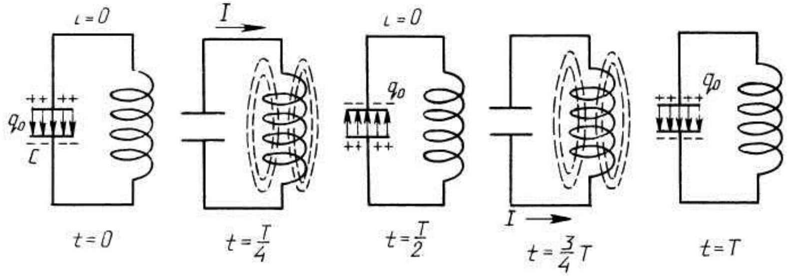
$$\varpi = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}, \ \varpi = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}, \ \varpi = \frac{BH}{2}$$

Сравнивая выражения для собственных энергий конденсатора $W_E = \frac{q^2}{2C}$ и соленоида $W_M = \frac{LI^2}{2}$ с потенциальной $W_{П} = \frac{kx^2}{2}$ и кинетической $W_K = \frac{m\upsilon^2}{2}$ энергиями, можно провести аналогию между электромагнитными и механическими явлениями. Так, для электрического поля величина 1/2C аналогична упругости пружины, а для магнитного поля индуктивность *L* аналогична массе *m* тела. Таким образом, *индуктивность является мерой «инертности» контура по отношению к изменению в нем тока.*

26. Электромагнитные колебания

Для возбуждения электромагнитных колебаний служат системы, называемые *колебательным контуром*, состоящие из параллельно соединенных между собой индуктивности L и емкости C. Рассмотрим идеальный контур, т. е. контур, омическое сопротивление которого равно нулю (R = 0). Чтобы возбудить колебания в этом контуре, необходимо либо сообщить обкладкам конденсатора некоторый заряд, либо возбудить в катушке индуктивности ток. Пусть в начальный момент времени конденсатор заряжен до разности потенциалов U_0 (рис., 53. а); следовательно, он обладает потенциальной энергией

$$W_E = \frac{CU_0^2}{2}$$



а) б) в) г) д)

Рис.53

В этот момент времени ток в катушке I = 0. В идеальном контуре через четверть периода вся энергия электрического поля переходит в энергию магнитного поля

$$W_M = \frac{LI^2}{2}$$

В этом случае напряжение между обкладками конденсатора равно нулю: U = 0, а через катушку протекает максимальный ток I_0 (рис. 53 *б)*. Состояния системы, изображенные на рис., соответствуют последовательным моментам времени T=0, $T/4$, $T/2$, $3T/4$ и T.

$$\varepsilon_{si} = -L\frac{dI}{dt}$$

С другой стороны, напряжение на конденсаторе $U=q/C$, тогда:

$$-L\frac{dI}{dt} = \frac{q}{C}.$$

Дифференцируем по времени и учитываем, что $I = \dfrac{dq}{dt}$:

$$-L\frac{d^2I}{dt^2} = \frac{1}{C}I \qquad =>$$

$$\frac{d^2I}{dt^2} + \frac{1}{LC}I = 0 \;-$$

уравнение гармонических колебаний, решение которого:

$$I = I_0\sin(\omega t + \varphi_0),$$

$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{1}{LC}}$ – частота колебаний контура.

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC} \;-$$

формула Томсона для периода колебаний контура.

Энергия контура определяется суммой энергий электрического и магнитного полей:

$$W = \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2}:$$

$$W_M = \frac{LI^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2}\sin^2(\omega t + \varphi_0); \qquad W_E = \frac{q^2}{2C}$$

Из уравнения

$$-L\frac{dI}{dt} = \frac{q}{C}$$

$$q = -LC\frac{dI}{dt} = -LC\frac{d}{dt}I_0\sin(\omega t + \varphi_0) = -LC\omega I_0\cos(\omega t + \varphi_0);$$

$$q = -\sqrt{LC}\,I_0\cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$W_E = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2C} LC\, I_0^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{L I_0^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi_0)$$

Полная энергия контура:

$$W = \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = \frac{L I_0^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi_0) + \frac{L I_0^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{L I_0^2}{2}$$

$$W = \frac{L I_0^2}{2} = const$$

Аналогично, можно показать, что полная энергия контура рассчитывается и формуле:

$$W = \frac{CU_0^2}{2}.$$

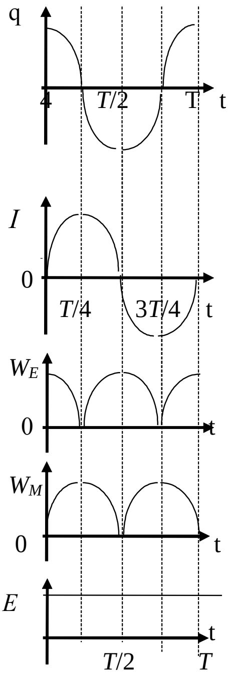


Рис.54.

Таким образом,

$$\frac{L I_0^2}{2} = \frac{CU_0^2}{2}.$$

Из полученных выражений для тока

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

и заряда

$$q = -\sqrt{LC}\, I_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$$

вытекает, что колебания заряда (напряжения) и тока в контуре сдвинуты по фазе на $\pi/2$. Следовательно, ток достигает максимального значения в те моменты времени, когда заряд (напряжение) на обкладках конденсатора равен нулю, и наоборот.

Как видно из выражений

$$W_E = \frac{L I_0^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi_0)$$

и

$$W_M = \frac{L I_0^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi_0),$$

энергии электрического и магнитного полей изменяются со временем, причем, когда энергия электрического поля максимальна, энергия электрического поля обращается в нуль, и наоборот. Полная энергия системы в каждый момент времени остается величиной постоянной. Период колебания энергий электрического и магнитного полей вдвое меньше периода колебания *T* системы. Постоянство полной энергии в рассматриваемом случае обусловлено пренебрежением потерями энергии на совершение работы против сил сопротивления.

Ток достигает максимального значения в те моменты времени, когда заряд (напряжение) на обкладках конденсатора равен нулю (рис.54), и наоборот. Энергии электрического и магнитного полей изменяются со временем, причем, когда энергия электрического поля максимальна, энергия электрического поля обращается в нуль, и наоборот. Полная энергия системы в каждый момент времени остается величиной постоянной. Период колебания энергий электрического и магнитного полей вдвое меньше периода колебания *T* системы. Постоянство полной энергии в рассматриваемом случае обусловлено пренебрежением потерями энергии на совершение работы против сил сопротивления.

Если R≠0, то колебания в контуре будут затухать. Для восполнения этих потерь необходим источник питания.

27. Переменный ток. Сопротивление, емкость и индуктивность в цепи переменного тока

Переменными называют **э.д.с., токи и напряжения**, изменяющиеся с течением времени. Они могут изменяться только по значению или только по направлению, а также по значению и направлению. В электроэнергетике наибольшее применение получил переменный ток, изменяющийся во времени по синусоидальному закону:

$$i = I_0 \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Рассмотрим цепи переменного тока с различными нагрузками.

1. Активное сопротивление в цепи переменного тока (рис.55).

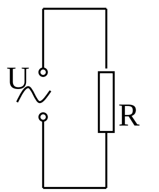


Рис.55

Если $i = I_0 \sin \omega t$, то по закону Ома напряжение на концах

$$iR = I_0 R \sin \omega t$$

или

$$u = U_0 \sin \omega t$$

Следовательно, колебания тока и напряжения совпадают по фазе (рис.55):

$U_0 = I_0 R -$ максимальное значение напряжения.

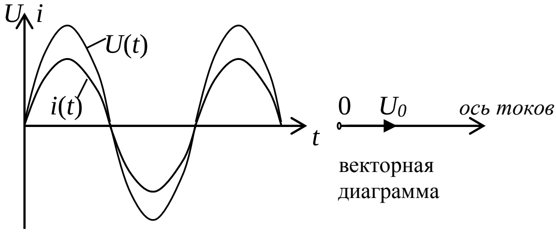


Рис.56

2. Емкость в цепи переменного тока (рис.57).

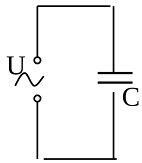


Рис.57

Будем считать, что для участка цепи, содержащего конденсатор емкостью C, R→0 и L→0, а ток изменяется по закону

$$i = I_0 \sin \omega t\,.$$

Так как напряжение: $U = \dfrac{q}{C}$, а $i = \dfrac{dq}{dt}$,

то $q = \int i\,dt = \int I_0 \sin \omega t\,dt = -\dfrac{I_0}{\omega}\cos\omega t = \dfrac{I_0}{\omega}\sin(\omega t - \dfrac{\pi}{2})$ и

напряжение на обкладках изменяется по закону:

$$U = \frac{I_0}{\omega C}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2})\,.$$

Следовательно, колебания напряжения отстают по фазе от колебаний тока на π/2.

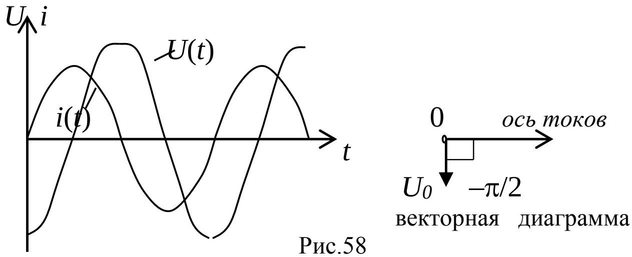


Рис.58

Амплитудное значение напряжения связано с амплитудой тока:

$$U_0 = I_0 \frac{1}{\omega C}.$$

Величину

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

называют емкостным сопротивлением.

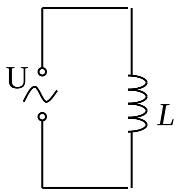


Рис.59

3. Индуктивность в цепи переменного тока (рис.59).

Если участок в цепи содержит катушку индуктивностью L, а $R \to 0$ и $C \to 0$, то при наличии переменного тока в катушке возникает ЭДС самоиндукции. Поэтому

$$U = L\frac{di}{dt}:$$

$$U = L\frac{di}{dt} = LI_0 \frac{d \sin \omega t}{dt} = LI_0 \omega \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}).$$

Колебания напряжения опережают по фазе колебания тока на $\pi/2$ (рис.59).

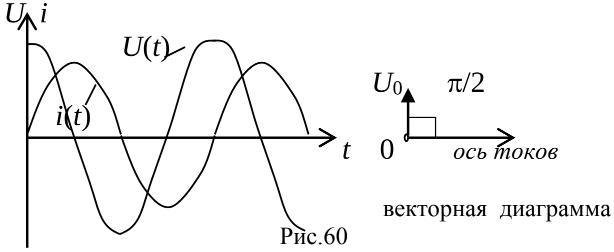


Рис.60

Амплитудное значение напряжения связано с амплитудой тока:

$$U_0 = I_0 \omega L .$$

Величину $X_L = \omega L$ называют индуктивным сопротивлением.

4. Цепь переменного тока, содержащая сопротивление, конденсатор и катушку индуктивности (рис.61).

Закон Ома:

$$U_0 = I_0 Z ,$$

где $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}$ – полное сопротивление цепи переменного тока.

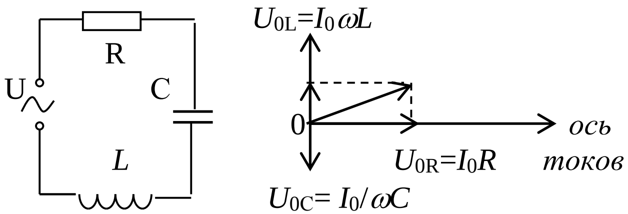


Рис.61

Мгновенная мощность переменного тока

$$P_t = iU .$$

Работа переменного тока за время dt:

$$dA = P_t dt = iUdt .$$

Работа за время, равное полному периоду колебаний T:

$$A_T = \int_0^T P_t dt = \int_0^T iUdt = \frac{1}{2} I_0 U_0 T \cos\varphi ,$$

где φ–сдвиг фаз между колебаниями тока и напряжения.

Средняя мощность:

$$P = \frac{A_T}{T} = \frac{1}{2} I_0 U_0 \cos\varphi .$$

Эффективные (действующие значения) тока и напряжения:

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \qquad U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

Тогда

$$P = IU\cos\varphi .$$

Здесь $\cos\varphi$–коэффициент мощности.

28. Уравнения Максвелла электромагнитного поля

Переменное магнитное поле приводит к появлению в проводнике индукционных токов, то есть переменное магнитное поле приводит к появлению вихревого электрического поля. Перемененное электрическое поле создает магнитное поле. Следовательно, существует единое электромагнитное поле.

Анализируя связь между величинами электрического и магнитного поля и обобщая результаты опытов Эрстеда и Фарадея, Максвелл создал теорию электромагнитного поля. Теория Максвелла с единой точки зрения позволяет объяснять свойства электрических и магнитных полей. Основные закономерности электромагнитных явлений описываются уравнениями Максвелла, и они составляют основу как электротехники и радиотехники, так и теории любых электромагнитных явлений.

Первое уравнение является обобщением закона электромагнитной индукции Фарадея

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

в интегральной форме имеет следующий вид:

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B}d\vec{S} .$$

где магнитный поток рассчитывается через произвольную поверхность, опирающуюся на контур L, по которому берется циркуляция напряженности электрического поля. Таким образом, переменное во времени магнитное поле порождает вокруг себя вихревое электрическое поле:

Второе уравнение представляет собой математическую формулировку закона полного тока (теоремы о циркуляции магнитного поля): циркуляция напряженности магнитного поля по произвольному контуру равна полному току (смещения и проводимости), пронизывающему любую поверхность, опирающуюся на этот контур.

$$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$$

Здесь $\vec{H}$ – напряженность магнитного поля,

$\vec{D}$ – вектор электрического смещения,

$\vec{j}$ – плотность тока проводимости,

$\vec{j}_{см} = \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ – плотность тока смещения.

Примером тока смещения может служить переменный ток через конденсатор.

Таким образом, переменное во времени магнитное поле порождает вокруг себя вихревое электрическое поле

Третье уравнение – теорема Остроградского-Гаусса. Поток вектора электрического смещения через произвольную замкнутую поверхность S, охватывающую заряды q_i, равен алгебраической сумме последних:

$$\int_S \vec{D}d\vec{S} = \sum_i q_i = \int_V \rho dV$$

Здесь S – замкнутая поверхность, а V – ограниченный этой поверхностью объем, ρ – объемная плотность заряда.

Четвертое уравнение. Магнитный поток через произвольную замкнутую поверхность всегда равен нулю:

$$\oint \vec{B}d\vec{S} = 0\,.$$

Это означает, что поле вектора B является чисто вихревым (магнитных зарядов не существует).

Пятое уравнение: связь между напряженностью, и смещением электрического поля:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E} .$$

Шестое уравнение: связь между напряженностью и индукцией магнитного поля:

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H} .$$

Седьмое уравнение: закон Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \sigma\vec{E} .$$

Последние три уравнения называют *материальными* уравнениями.

Из уравнений Максвелла следует, что электрические и магнитные поля являются проявлением единого электромагнитного поля.

Эта система уравнений достаточна для описания всех электромагнитных явлений, в которых не проявляются квантовые закономерности. Физическая сущность уравнений Максвелла заключается в том, что:

– электромагнитное поле можно разделить на электрическое и магнитное лишь относительно;

– изменяющееся магнитное поле порождает электрическое поле, и изменяющееся электрическое поле порождает магнитное, причем эти поля взаимосвязаны.

Из уравнений Максвелла следует, что электромагнитное поле способно существовать в отсутствие электрических зарядов и токов. При этом изменение его состояния имеет волновой характер, т.е. является электромагнитной волной. Электромагнитная волна в вакууме распространяется со скоростью света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Опыты *Г. Герца* и изобретение радио *А. С. Поповым* подтвердили теоретическое предсказание Максвелла.

29. Волновые уравнения

Электромагнитные волны – это возмущение электромагнитного поля распространенного в пространстве. Это утверждение является непосредственным следствием уравнений Максвелла.

Распространение волн в однородной изотропной среде описывается дифференциальным уравнением в частных производных, которое называется **волновым уравнением** и имеет вид:

$$\nabla^2 S - \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = 0,$$

где S – физическая величина которая характеризует возмущение, распространяясь в среде со скоростью υ преобразуя уравнения Максвелла получим

$$\nabla^2 \vec{E} - \varepsilon\varepsilon_o \mu\mu_o \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{H} - \varepsilon\varepsilon_o \mu\mu_o \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

Здесь

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$ – оператор Лапласа,

$$\varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2},$$

c $=3\cdot10^8$ *м/с* – электродинамическая постоянная, значение которой совпадает с величиной скорости света в вакууме.

Данные уравнения являются волновыми уравнениями и описывают переменное электромагнитное поле, распространяющееся с фазовой скоростью: $\upsilon = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{n}$ для вакуума $\varepsilon = 1,\ \mu = 1$. Здесь

$$n = \sqrt{\varepsilon\mu} = \frac{c}{\upsilon}.$$

называют абсолютным показателем преломления вещества.

Электромагнитные волны поперечны, т.е. $\vec{E} \perp \vec{H}$ и $\vec{E} \perp \vec{\upsilon}$; и $\vec{H} \perp \vec{\upsilon}$ (рис.62)

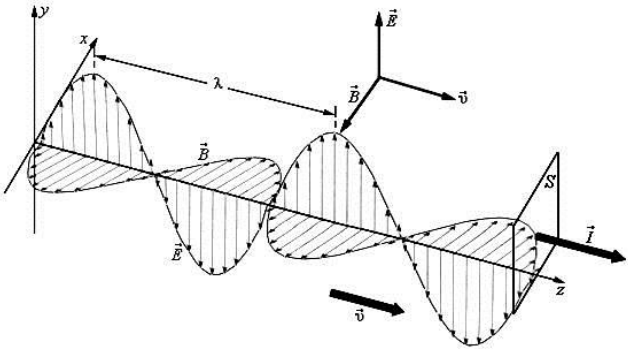


Рис 62

Решение волнового уравнения для электромагнитного поля:

$E = E_0 \sin(\omega t - kx + \varphi_o)$;

$H = H_o \sin(\omega t - kx + \varphi_o)$

Такие волны называются плоскими, монохроматическими.

Объемная плотность энергии поля

$$w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_o E^2 + \frac{1}{2}\mu\mu_o H^2,$$

среднее значение $\overline{w}$ за один период $\overline{w} = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_o E_o^2$.

Длина волны электромагнитных волн $\lambda = cT = c/\nu$.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ 3.

Примеры решения задач.

Задача 1. Два параллельных бесконечно длинных провода, по которым текут в одном направлении токи I = 60 А, расположены на расстоянии d = 10 см друг от друга. Определить магнитную индукцию B в точке, отстоящей от одного проводника на расстоянии r_1=5 см и от другого — на расстоянии r_2= 12 см.

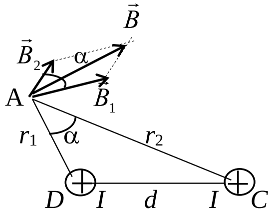


Рис. 36.

<u>*Дано:* I = 60 А, d = 0,1 м, r_1=0,05 м, r_2= 0,12 м</u>.

Найти: B – ?

Решение. Для нахождения магнитной индукции в указанной точке *A* (рис.) определим направления векторов индукций B_1 и B_2 полей, создаваемых каждым проводником в отдельности, и сложим их геометрически, т.е. $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. Модуль индукции найдем по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}$$

Значения индукций B_1 и B_2 выражаются соответственно через силу тока I и расстояния r_1 и r_2 от провода до точки, индукцию в которой мы вычисляем: $B_1 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r_1}$; $B_2 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r_2}$.Подставляя B_1 и B_2 в формулу (1), получим: $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\dfrac{1}{r_1^2} + \dfrac{1}{r_2^2} + \dfrac{2}{r_1 r_2}\cos\alpha}$.

Вычислим $\cos\alpha$. По теореме косинусов из треугольника DAC имеем:

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2\cos\alpha.$$

Отсюда: $\cos\alpha = (r_1^2 + r_2^2 - d^2)/2r_1r_2$, cos α=0,576.

Тогда: B=286 Тл.

Задача 2. В однородном магнитном поле, индукция которого равна 0,5 Тл, движется равномерно проводник длиной 10 см. По проводнику течет ток в 2 А. Скорость движения проводника 20 см/с и направлена перпендикулярно к направлению магнитного поля. Найти работу перемещения проводника за 10 с движения.

Дано: В = 0,5Тл; l = 0,1 м; I=2А; υ= 0,2 м/с; a = 90°; t = 10 с

Найти: А – ?

Решение. Изобразим магнитное поле, вектор магнитной индукции которого направлен от нас (рис. 37). Сила Ампера, действующая на проводник с током (направление тока вниз по проводнику, согласно правилу левой руки), направлена вправо. Работу перемещения проводника определим по формуле: $A = F\cdot S$, где $F = F_A$; $S = \upsilon{\cdot}t$ – перемещение при равномерном движении, $F = F_A$ – сила Ампера: $F_A = B\,I\,l \sin\alpha$. Так как a = 90°, то sin 90° = 1, тогда $F_A = B\,I\,l$ и, следовательно, $A = B\,I\,l\upsilon\,t$. *А=0,2 Дж.*

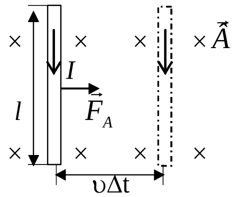


Рис. 37.

Эту задачу можно решить еще одним способом: работа по перемещению проводника в магнитном поле А=I ΔФ, где ΔФ= $Ф_2$–$Ф_1$ – изменение магнитного потока. В данном случае ΔФ= В ΔS, где ΔS – площадка, которую пересекает проводник при своем движении за промежуток времени Δt. Из рисунка видно, что ΔS=lvΔt. Тогда А =I В l v Δt.

Задача 3. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов U = 400 В, попал в однородное магнитное поле с индукцией B = 1,5 мТл. Определить: 1) радиус R кривизны траектории; 2) частоту n вращения электрона в магнитном поле. Вектор скорости электрона перпендикулярен линиям индукции.

Дано: U = 400 В; B=1,5·10^{-3} Тл, α=90°

Найти: R-? n-?

Решение. Радиус кривизны траектории электрона определим, исходя из следующих соображений: на движущийся в магнитном поле электрон действует сила Лоренца F. (Действием силы тяжести можно пренебречь.) Вектор силы Лоренца перпендикулярен вектору скорости и, следовательно, по второму закону Ньютона, сообщает электрону нормальное ускорение a_n: $F = ma_n$. Подставив сюда выражения F и a_n, получим:

$$|e|\upsilon B\sin\alpha = \frac{m\upsilon^2}{R},$$

где *e, υ, m* – заряд, скорость, масса электрона. Так как α=90°, следовательно, $\sin\alpha = 1$, тогда $R = \dfrac{m\upsilon}{|e|B}$. (1) Импульс $m\upsilon$ выразим через кинетическую энергию E_K электрона:

$$m\upsilon = \sqrt{2mE_K}\ . \qquad (2)$$

Но кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов *U*, определяется равенством: $E_K = |e|U$. Подставив это выражение в формулу (2), получим $m\upsilon = \sqrt{2m|e|U}$. Тогда выражение (1) для R приобретает вид:

$$R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{|e|}}\ . \qquad R = 45 \text{ мм.}$$

2. Для определения частоты вращения воспользуемся формулой, связывающей частоту со скоростью и радиусом кривизны траектории: $n = \dfrac{\upsilon}{2\pi R}$. Подставив *R* из выражения (1) в эту формулу, получим:

$$n = \frac{|e|}{2\pi m}B. \quad n = 4{,}2\cdot 10^{7}\ \text{с}^{-1}.$$

Задача 4. В магнитном поле с индукцией 10^{-2} Тл вращается стержень длиной 0,2 м с постоянной угловой скоростью 100 с^{-1}. Найдите ЭДС индукции, возникающую в стержне, если ось вращения проходит через конец стержня параллельно линиям индукции магнитного поля.

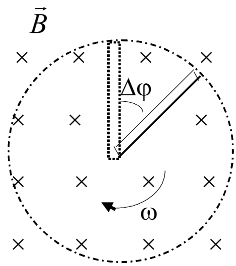


Рис. 38.

<u>*Дано:* B=10^{-2} Тл, *l* =0,2 м, ω=100 с^{-1}.</u>

Найти: E_{i} -?

Решение. При вращении стержня в магнитном поле на заряды в стержне действует сила Лоренца. За счет этого электроны смещаются к одному концу стержня, а на другом скапливается положительный заряд. Это приводит к возникновению разности потенциалов $U = E_{\text{i}}$: $E_{\text{i}} = -(\Delta\Phi/\Delta t)$, где ΔΦ – магнитный поток, проходящий через поверхность, описываемую стержнем за время Δt. $\Delta\Phi = B\ \Delta S$, где ΔS – площадь сектора, описываемого стержнем: $\Delta S = \Delta\varphi\, l^2/2$. Т.к. $\Delta\varphi = \omega\ \Delta t$, то $\Delta S = \omega\, l^2 \Delta t\ /2$. Отсюда $\Delta\Phi = B\omega\ l^2 \Delta t\ /2$. $E_i = B\omega\ l^2\ /2$ $E_i = 2.10^{-2}$ В.

Задача 5. В катушке индуктивностью 0,4 Гн возникает ЭДС самоиндукции 20 В. Найти среднюю скорость изменения тока в катушке.

Дано: L=0,4 Гн, E_{si}=20 В.

Найти: $\Delta I/\Delta t$ – ?

Решение. ЭДС самоиндукции $E_{si} = -L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$. Отсюда $\Delta I / \Delta t = L E_{si}$

$\Delta I / \Delta t = 50$ А/ с.

Задача 6. Найти энергию магнитного поля соленоида, в котором при силе тока 10 А возникает магнитный поток 0,5 Вб

Дано: I=10А,Φ=0,5 Вб.

Найти: $\Delta I/\Delta t$ – ?

Решение. Энергия магнитного поля

$$W_M = \frac{LI^2}{2}.$$

Магнитный поток, создаваемый контуром с током $\Phi = LI$. Отсюда $W_M = \dfrac{\Phi I}{2}$. $W_M = 2{,}5$ Дж.

Задачи для самостоятельного решения.

Магнитное поле постоянного тока

3.1. Найти индукцию магнитного поля в точке, отстоящей на расстоянии 2 м от бесконечно длинного провода, по которому течет ток 5 А.

3.2. На рис. изображены сечения двух прямолинейных бесконечно длинных проводников с токами. Расстояние между токами AB=10см, токи I_1=20 А, I_2=30 А. Найти индукции магнитного поля, вызванного токами I_1 и I_2 в точках M_1, M_2 и M_3. Расстояния M_1A=2 см, AM_2=4 см и BM_3=3 см.

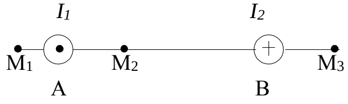


Рис. 3.2.

3.3. Решить предыдущую задачу при условии, что токи текут в одном направлении.

3.4. По двум длинным проводам, расположенным параллельно друг другу на расстоянии 5 см, идут в одном направлении токи по 5 А. Определить магнитную индукцию поля в точке, отстоящей на 5 см от обоих проводов.

3.5. Решить предыдущую задачу для токов разных направлений.

3.6. По двум длинным проводам, расположенным параллельно друг другу на расстоянии 5 см, идут в одном направлении токи 5 А и 10 А. Определить магнитную индукцию поля в точке, отстоящей на 2 см от первого и 5 см от второго провода.

3.7. Проводник имеет форму круговой петли радиусом R=80 см. Определить силу тока в проводнике, если известно, что в его центре магнитная индукция B=12,5 мкТл.

3.8. Ток 20 А, протекая по кольцу из медной проволоки сечением 1 $мм^2$, создает в центре кольца индукцию магнитного поля 0,25 мТл. Какая разность потенциалов приложена к концам проволоки, образующей кольцо?

Действие магнитного поля на движущиеся токи

3.9. Прямой провод, по которому течет ток 1 кА, расположен в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции. С какой силой действует поле на отрезок провода длиной 1 м, если магнитная индукция равна 1 Тл?

3.10. Определить модуль силы, действующей на проводник длиной 20 см при силе тока 10 А в магнитном поле с индукцией 0,13 Тл, если угол α между вектором магнитной индукции и проводником равен а) 90°; б) 30°.

3.11. По проводнику длиной 45 см протекает ток силой 20 А. Чему равна индукция магнитного поля, в которое помещен проводник, если на проводник действует максимальная сила 9 мН?

3.12. На проводник длиной 50 см, находящийся в однородном магнитном поле с магнитной индукцией 0,1 Тл, действует сила 0,05 Н. Найти угол между направлением силы тока и вектором магнитной индукции, если сила тока равна 2 А.

3.13. Прямой провод длиной 10 см, по которому течет ток 10 А, находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,01 Тл. Найти угол между направлениями вектора В и тока, если на провод действует сила $F = 10^{-2}$ Н.

3.14. В однородном магнитном поле с индукцией 0,5 Тл движется равномерно проводник длиной 10 см. По проводнику течет ток 2 А. Скорость движения проводника 20 см/с и направлена перпендикулярно к направлению магнитного поля. Найти работу перемещения проводника за время 10 с и мощность, затраченную на это перемещение.

Действие магнитного поля на движущиеся заряды.

3.15. Электрон влетает в однородное магнитное поле с индукцией 2 Тл со скоростью 10^5 м/с перпендикулярно линиям магнитной индукции. Вычислите силу, действующую на электрон.

3.16. Траектория пучка электронов, движущихся в вакууме в магнитном поле с индукцией $B=7.10^{-3}$ Тл, – дуга окружности с радиусом R=3 см. Определить скорость и энергию электронов.

3.17. α-частица, имеющая скорость 10^6 м/с, влетела в однородное магнитное поле, индукция которого 0,3 Тл. Скорость частицы перпендикулярна к направлению линий индукции магнитного поля. Найти радиус окружности, по которой будет двигаться частица, и период обращения. Масса α-частица $6{,}64\cdot10^{-27}$ кг.

3.18. α-частица, кинетическая энергия которой 500 эВ, влетает в однородное магнитное поле, перпендикулярное к направлению ее движения. Индукция магнитного поля 0,1 Тл. Найти силу, действующую на α-частицу, радиус окружности, по которой движется α-частица, и период обращения α-частицы.

3. 19. Протон и электрон, двигаясь с одинаковой скоростью, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны траектории протона больше радиуса кривизны траектории электрона.

3.20. Определить, при какой скорости пучок заряженных частиц, двигаясь перпендикулярно скрещенным под прямым углом однородному электрическим (E=100 кВ/м) и магнитному (B=50 мТл) полям, не отклоняется.

3.21. Электрон, обладающий энергией 10^3 эВ, влетает в однородное электрическое поле E=800 В/см перпендикулярно силовым линиям поля. Каковы должны быть направление и величина индукции магнитного поля, чтобы электрон не испытывал отклонений?

Магнитный поток. Электромагнитная индукция

3.22. Определите магнитный поток, пронизывающий плоскую прямоугольную поверхность со сторонами 25 и 60 см, если магнитная индукция во всех точках поверхности равна 1,5 Тл, а вектор магнитной индукции образует с нормалью к этой поверхности угол α, равный 0, 45 и 90°.

3.23. Магнитный поток внутри контура, площадь поперечного сечения которого 60 см^2, равен 0,3 мВб. Найдите индукцию поля внутри контура. Поле считать однородным.

3.24. В магнитном поле с индукцией 0,1 Тл расположен стержень длиной 1 м, который движется перпендикулярно к направлению линий магнитной индукции со скоростью 5 см/с. Определить поток магнитной индукции сквозь поверхность, которую образует стержень перемещении за 1 секунду.

3.25. В магнитном поле с индукцией 0,1 Тл расположен стержень длиной 1 м, который вращается перпендикулярно к направлению линий магнитной индукции. Ось вращения проходит через один из концов стержня. Определить поток магнитной индукции сквозь поверхность, которую образует стержень при каждом обороте.

3.26. Какой величины ЭДС индукции возбуждается в контуре, если в нем за 0,1 секунды магнитный поток равномерно изменяется на 0,05 Вб?

3.27. Магнитный поток, пронизывающий замкнутый виток, уменьшился с 7 мВб до 3 мВб за время $5 \cdot 10^{-3}$ с. Определить ЭДС индукции.

3.29. Магнитный поток через контур из проволоки с электрическим сопротивлением 2 Ом равномерно уменьшился с $3 \cdot 10^{-4}$ Вб до 0. Какой заряд прошел при этом через поперечное сечение проводника?

3.30. За какой промежуток времени магнитный поток изменится на 0,04 Вб, если в контуре возбуждается ЭДС индукции 16 В?

3.31. В однородном магнитном поле перпендикулярно направлению вектора индукции, модуль которого 0,1 Тл, движется проводник длиной 2 м со скоростью 5 м/с. Какая ЭДС индукции наводится в проводнике?

3.32. Какая ЭДС самоиндукции возникает в катушке с индуктивностью 68 мГн, если ток 3,8 А исчезает в ней за 0,12 с?

3.33. Определить индуктивность катушки, в которой при изменении силы тока от 5 до 10 А за 0,1 с возникает ЭДС самоиндукции 10 В.

3.34. Соленоид содержит 100 витков проволоки. Найти ЭДС индукции, если в этом соленоиде за 5 мс магнитный поток равномерно изменился от 3 мВб до 1,5 мВб.

3.35. В длинной катушке радиусом R=2 см, содержащей N=500 витков, сила тока *I*=5 А. Определить индуктивность катушки, если индукция магнитного поля внутри катушки B=12,5 мТл.

3.36. Через катушку, индуктивность которой 200 мГн, протекает ток, изменяющийся по закону $I = 2\cos 3t$. Определить: 1) закон изменения ЭДС самоиндукции» 2) максимальное значение ЭДС самоиндукции.

3.37. При изменении тока от 1 А до 10 А в соленоиде, содержащем 400 витков, его магнитный поток увеличился на 6.10^{-3} Вб. Чему равна средняя ЭДС самоиндукции, возникающая в соленоиде, если изменение тока произошло за 0,1 с.

3.38. Магнитное поле катушки с индуктивностью 95 мГн обладает энергией 0,19 Дж. Чему равна сила тока в катушке?

3.39. Какой должна быть сила тока в обмотке дросселя индуктивностью 2 Гн, чтобы энергия поля оказалась равной 9 Дж?

3.40. Обмотка электромагнита, находясь под постоянным напряжением, имеет сопротивление 15 Ом и индуктивность 0,3 Гн. Определить время, за которое в обмотке выделится количество теплоты, равное энергии магнитного поля в сердечнике.

3.41. Найти индуктивность соленоида, полученного при намотке провода длиной l_1=10 м на цилиндрический железный стержень длиной l_2= 10 см. Магнитная проницаемость железа μ=400.

Колебательный контур

3.42. Индуктивность и емкость колебательного контура соответственно равны 70 Гн и 70 мкФ. Определить период колебаний в контуре.

3.43. Индуктивность катушки колебательного контура 0,5 мГн. Требуется настроить этот контур на частоту 1 Мгц. Какова должна быть емкость конденсатора? 3.44. Колебательный контур имеет частоту ν_1=50 Гц. Во сколько раз надо увеличить расстояние между пластинами конденсатора, чтобы частота контура стала равной ν_2=70 Гц. (2)

3.44. Площадь пластин плоского конденсатора в колебательном контуре увеличили в 1,44 раза, расстояние между пластинами в 9 раз.

Определите отношение первоначальной частоты к частоте после изменения характеристик конденсатора.

3.45. Частота электромагнитных колебаний, создаваемых передатчиком радиостанции, равна 6 МГц. Какова длина электромагнитных волн, излучаемых радиостанцией.

3.46. Колебательный контур антенны содержит конденсатор емкостью 1 нФ. Какова должна быть индуктивность контура, чтобы обеспечить прием радиоволн длиной 300 м?

Приложения

Диэлектрическая проницаемость диэлектриков

Воск	7,8	Парафин	6	Эбонит	2,6
Вода	81	Слюда	6	Парафинированная	2
Керосин	2	Стекло	6	бумага	
Масло	5	Фарфор	6		

Удельное сопротивление проводников (при 0^{o}С), мкОм.м.

Алюминий	0,025	Медь	0,017	Свинец	0,22
Графит	0,039	Нихром	100	Сталь	0,10
Железо	0,087	Ртуть	0,94		

Масса и заряд частицы

	масса, кг	заряд, Кл
электрон	9.10^{-31}	$-1{,}6.10^{-19}$
протон	$1{,}67.10^{-27}$	$+1{,}6.10^{-19}$
α-частица	$6{,}67.10^{-27}$	$+3{,}2.10^{-19}$

Ответы

1.4. 10 Н 48,94 см. **1.5**. 2 нКл, 4 нКл. **1.6.** 90 мкН, 45 мкН **1.7** 48,94 см. **1.8.** 0,8 $\cdot 10^{-3}$ Н, 1,4 $\cdot 10^{-3}$ Н **1.9.** На расстоянии 40 см от заряда 4q. **1.10.** 0,59 нН. **1.11**. $\sqrt{3}q/3 = -0{,}577$нКл. **1.12** $4kq^2/a^2$ 1.13. 1,1.10^{-7}Кл. **1.14.** 15,6 г. **1.15.** 0,9 В/м. **1.16.** 0,6 кВ/м; 0,2 кВ/м. **1.17.** 112 кВ/м. **1.18.** 40,5 В/м. **1.19.** а) Е=0, б) 60 кВ/м, в) 30 кВ/м. **1.20.** 27°. **1.21.** 1) 113 В/м; 2) 339 В/м. **1.22.** а) 0,33 Н, б) 2,09 Н, в) 4,18 Н. **1.23.** 3,6$\cdot 10^6$В/м **1.24.** υ=2,2 Мм/с, U= $-4{,}3\cdot 10^{-18}$ Дж. **1.25.** 1) 6мкДж, 2) – 6 мкДж. **1.26.** 1,2 мкДж. **1.27.** –5.10^{-7}Дж, 5.10^{-7}Дж, 20 В. **1.28.** φ_1=1,8 кВ; φ_2=1,29 кВ. **1.29.** 60 Мм/с **1.30.** 9,6.10^{-14}Н; 1,05$\cdot 10^{17}$м/с^2; 3,24$\cdot 10^7$ м/с; 5,3 мкКл/м^2. **1.31.** 710 мкФ, $\Delta\varphi$=1400 **1.32.** 5.10^{-9}Кл. **1.33.** 58,85 нФ. **1.34.** 3 см. **1.35.** q_1=30 мкКл, q_2=12 мкКл, q_3=18 мкКл. **1.36.** $q_1=q_2$=8 мкКл, U_1=4 В, U_2=2В. **1.37.** U_2=250 В, C_1=118 пФ, C_2=236 пФ. **1.38.** Е= 60кВ/м, W_1=20 нДж, W_2=8 мкДж. **1.39.** $E_1=E_2$=150 кВ/м, W_1=20 мкДж, W_2=50 мкДж. **1.40.** 0,67 МКф, 3 МКф. **1.42.** $q_1=q_2$=8 мкКл, U_1=4 В, U_2=2 В. **1.43.** $q_1=1{,}5\cdot 10^{-15}$ Кл, $q_2=0{,}8\cdot 10^{-15}$Кл. **1.44.** 2/3 **1.45.** 0,05 Дж **1.46.** 50 нДж. **1.47**. 0,5 Дж. **1.48**.

$$W = \frac{C_1U_1^2}{2} + \frac{C_2U_2^2}{2} - \frac{(C_1U_1 + C_2U_2)^2}{2C} = \frac{C_1U_1^2}{2} + \frac{C_2U_2^2}{2} - \frac{(C_1U_1 + C_2U_2)^2}{2(C_1 + C_2)} =$$

$$= \frac{2\cdot 10^{-6}\ \Phi\cdot 100^2\ \text{B}^2}{2} + \frac{5\cdot 10^{-7}\ \Phi\cdot 50^2\ \text{B}^2}{2} - \frac{(2\cdot 10^{-6}\ \Phi\cdot 100\ \text{B} + 5\cdot 10^{-7}\ \Phi\cdot 50\ \text{B})^2}{2\cdot(2\cdot 10^{-6}\ \Phi + 5\cdot 10^{-7}\ \Phi)} \approx$$

$$\approx 5\cdot 10^{-4}\ \text{Дж}.$$

2.1. q=0,5$I\tau$=50 Кл. **2.2.** 1 А/мм^2 **2.3.** 6,1 МА/м. **2.4.** 1,8 мОм **2.5.** 5,4 В **2.6.** l=500 м, d=1мм. **2.7.** 5,4 В. **2.8.** R_1=3 Ом, I_2 = 0,75 А, I_3=0,25 А. **2.9.** ≈0,27 Ом. **2.10.** 4 А, 10А, 6,25 А, 2,5 А, 1,25 А. **2.11.** 1,2 А. **2.12.** 7,6 Ом. **22.13.** 2,7 В, 0,9 Ом**. 2.14.** 99 Ом. **2.15.** 0,01 Ом **. 2.16.** 5,76. **2.17.** 5,5 В, 0,75 Ом. **2.18.** 10,3 **2.19.** 2,3 кВт, 2,4 кВт, 96% **2.20.** 1 Ом, 83%, 17% **2.21.** 1) 0,5 Ом, 2) 2 Вт. **2.22.** 0,4; 297 Ом. **2.23.** 5,5 В, 0,75 Ом. **2.24.** 25 А, 333 кДж. **2.25.** $\tau=Rmc(t_2-t_1)/(U^2\eta)$, где с и t_2= 100°С – удельная теплоемкость и температура кипения воды. **2.26.** 8 мин, 36 мин. **2.27.** $Q = \dfrac{I_{\max}^2 r}{\tau^2}\int_0^\tau t^2 dt = \dfrac{1}{3} I_{\max}^2 r\tau$. **2.24.** 100 кДж.

3.1. 5$\cdot 10^{-7}$ Тл. **3.2.** $B_1=1{,}5\cdot 10^{-4}$Тл, $B_2=2\cdot 10^{-4}$Тл, $B_3=1{,}7\cdot 10^{-4}$Тл. **3.3.** $B_1=2{,}5\cdot 10^{-4}$ Тл, B_2= Тл, $B_3=2{,}3\cdot 10^{-4}$ Тл. **3.4.** 3,4$\cdot 10^{-5}$Тл. **3.5.** 2$\cdot 10^{-5}$Тл. **3.6.** B=6,28$\cdot 10^{-5}$ Тл. **3.7**. 16 А. **3.8.** $U=\pi\rho l^2/SH$=0,12 В. **3.9.** 1кН/м. **3.10.** 0,26 Н, 0,13 Н. **3.11.** 1 мТл. **3.12.** 30°. **3.13.** 90°.**3.14.** А=0,2 Дж, Р=20 мВт. **3.15.** $3{,}2\cdot10^{-14}$Н. **3.16.** $3{,}7.10^{7}$м/с, 3900 эВ. **3.17.** R=7 см; T=0,4 мкс. **3.18.** $F=5.10^{-15}$ Н, R=3,2 см, T=1,3 мкс. **3.19.** $R_1/R_2=m_1/m_2=1840$. **3.20.** 2 Мм/с. **3.21.** $4{,}2.10^{-3}$ Тл. **3.22.** 0,225 Вб, 0,16 Вб, 0 Вб **3.23**. 5 Тл. **3.24.** 5 мВб. **3.25.** 0,3 Вб. **3.26** 0,5 В **3.27** 0,8 В **3.29.** 150 мкКл. **3.30.** 2,5 мс. **3.31.** 1 В. **3.32.** 2,15 В. **3.33.** 0,2 Гн. **3.34.** 30 В. **3.35.** $L=\pi R^2NB/I=1{,}6$ мГн. **3.36.** $\mathcal{E}_{si}=1{,}2\sin 3t$, $\mathcal{E}_{si\ \max}=1{,}2$ В. **3.37.** 24 В. **3.38.** *2* А **3.39** 3 А **3.40.** 0,01 с. **3.41.** $L=\mu_0\mu l_1^2/4\pi l_2=40$ мГн. **3.42.** 0,44 с. **3.43.** $5\cdot10^{-11}$Ф **3.44** **3.45** 50 м.0,4. **3.46** 2,5 мГн.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

а) основная литература:

1. Ивлиев, А.Д. Физика [Электронный ресурс] : учеб. пособие. Электрон. дан. – Санкт-Петербург : Лань, 2009.– URL: https://e.lanbook.com/reader/book/163/

2. Физика.: Учеб. / А.А.Пинский, Г.Ю.Граковский; Под общ. ред. проф., д.э.н. Ю.И. Дика, Н.С. Пурышевой -3-е изд., испр. -М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2013. -560 с.

3. Савельев, И.В. Курс общей физики. В 3-х томах: учебник. Т.2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика / И.В. Савельев. – 13-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2018. – 500 с. – https://e.lanbook.com/reader/book/98246/

4. .Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. -М.: Наука, 2003.

5. Иродов, И.Е. Задачи по общей физике [Электронный ресурс] : учеб. пособие – СПб.: Лань, 2016. – 416 с. – URL: https://e.lanbook.com/reader/book/71750/#1

6. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. – М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2006

б) дополнительная литература:

1. Сабирова Ф.М., Гильванова Г.С. Сборник тестовых заданий по физике : В 3-х ч.Ч.2.Электричество и магентизм. Колебания и волны.:Учебно-методическое пособие для студ.вузов. – Казань : ГБУ'Республиканский центр мониторинга качества образования', 2013.

2.Сабирова Ф.М. Физика : Часть 2.Электричество и магнетизм. Оптика. Квантовая физика. Учебно-методическое пособиеа. – Елабуга : Изд-во Елабужского пед.ун-та, 2009.

3. Трофимова, Т.И. Курс физики с примерами решения задач : В 2 т.Т.1. : учебник. – М. : КНОРУС, 2010.

4.Трофимова, Т.И. Курс физики с примерами решения задач : В 2 т.Т.2. : учебник. – М. : КНОРУС, 2010. – 384 с.

СОДЕРЖАНИЕ

САБИРОВА Файруза Мусовна.,
ЛАТИПОВ Загир Азгарович

Физика. Электричество и магнетизм.

Учебное пособие

Техническое редактирование и компьютерная верстка
Ф.М. Сабировой

Подписано к печати 10.06.2019.
Формат 60×84. Бумага офсетная.
Гарнитура «Таймс». Печать ризографическая.
Усл.печ.л. . Тираж 100 экз. Заказ №