Russian Journal of Education and Psychology
2022, Volume 13, Number 2-2 • http://rjep.ru

EDUCATIONAL AND PEDAGOGICAL STUDIES

ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

УДК 378.147

ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЧИСЛЕНННОГО РЕШЕНИЯ ОДНОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Аглямзянова Г.Н., Гумерова Л.З.

В данной статье представлено численное решение математической модели, а именно модели мозга, представленной системой дифференциальных уравнений. Приближенные решения получены методами параллельного программирования.

Ключевые слова: *модель мозга; параллельное программирование; система дифференциальных уравнений; численное решение*

PARALLEL IMPLEMENTATION OF NUMERICAL SOLUTION OF ONE SYSTEM OF DIFFERENTIAL EQUATIONS

Aglyamzyanova G.N., Gumerova L.Z.

This article presents a numerical solution of a mathematical model, namely a brain model represented by a system of differential equations. Approximate solutions are obtained by parallel programming.

Keywords: *brain model; parallel programming; system of differential equations; numerical solution*

Введение

Большое количество работ ученых посвящено математическому моделированию нейродинамических систем. Интенсивное внедрение новых информационных технологий позволяет применять разные подходы к их численному решению. Для описания модели мозга будем использовать модель мозга типа Ходжина-Хаксли [2].

$$C_m \frac{dV_i}{dt} = I_l + I_{Na} + I_k + I_i^{ext} + I_i^{sin},\ i = 1, \dots, N \qquad (1)$$

Здесь V_i – потенциал нейрона с номером i, C_m – параметр, определяющий емкость мембраны, I_l – ток утечки, I_{Na} – ток, обусловленный протеканием ионов натрия через мембрану, I_k – ток, обусловленный протеканием ионов калия через мембрану, I_i^{ext} – параметр, определяющий внешний ток, $I_i^{\sin}$ – синаптический ток, возникающий в результате взаимодействия между нейронами, N – общее число нейронов в сети. Ионные токи каждого отдельного нейрона записываются следующим образом:

$$I_{Na} = m_i^3 h_i g_{Na}(V_{Na} - V_i)$$
$$I_K = n_i^4 g_K(V_K - V_i)$$
$$I_l = g_l(V_l - V_i)$$

Здесь $V_{Na} V_K V_i g_{Na} g_l$ являются параметрами модели (константы), которые определяют равновесные потенциалы ионнных каналов, а также их максимальные проводимости соответственно. Сложная динамика в модели возникает в результате того, что проводимости ионных каналов имеют нелинейную зависимость от трансмембранного потенциала. Для описания данного эффекта в модель введены так называемые воротные переменные $m_i h_i n_i$, изменение во времени которых описываются дифференциальными уравнениями первого порядка:

$$\frac{dm_i}{dt} = \alpha_m(V_i)(1 - m_i) - \beta_m(V_i)m_i.$$
$$\frac{dh_i}{dt} = \alpha_h(V_i)(1 - h_i) - \beta_h(V_i)h_i. \qquad (2)$$
$$\frac{dh_i}{dt} = \alpha_h(V_i)(1 - h_i) - \beta_h(V_i)h_i.$$
$$\frac{dn_i}{dt} = \alpha_n(V_i)(1 - n_i) - \beta_n(V_i)n_i.$$

Функции $\alpha_m(V_i)$, $\alpha_h(V_i)$, $\alpha_n(V_i)$, $\beta_m(V_i)$, $\beta_h(V_i)$, $\beta_n(V_i)$ являются нелинейными функциями, зависящими от потенциала V_i. Таким образом, в случае $I_i^{sin} = 0$ уравнения (1), (2) описывают динамику отдельного нейрона. Рассмотрим теперь взаимодействие между нейронами. Как уже говорилось, нейроны связываются друг с другом посредством синаптических связей и передающихся по ним нервных импульсов. Формально в модели взаимодействие описывается с помощью слагаемого в правой части уравнения (1):

$$I_i^{sin} = \sum G_{ij} r_j(t)(V_{syn} - V_i),\ j \neq i,\ j = 1, \ldots, N$$

Константа G_{ij} определяет максимальную проводимость синаптической связи от нейрона с номером j к нейрону с номером i, V_{syn} является параметром в модели, определяющим равновесный потенциал синаптической связи. Динамические переменные r_i описывают активацию синаптической связи в результате изменения мембранного потенциала V_i:

$$\frac{dr_i}{dt} = \alpha F(V_i)(1 - r_i) - \beta r_j$$

где – $F(V_i) = \frac{1}{1 + e^{\frac{10 - V_i}{2}}}$ – нелинейная активационная функция;– α, β константы.

Таким образом, требуется найти решение задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, записанной в векторной форме следующим образом:

$$U' = F(X, U), U(x^0) = U^0 \tag{3}$$

Сам метод представлен следующим образом:

$$V^{j+1} = V^j + hF\left(x^j, V^j\right) \tag{4}$$

где верхним индексом обозначен номер итерации метода, вектор V_i является приближенным значением точного решения $U(x^j)$, h – шаг метода.

Материалы и методы исследования

Для распараллеливания программы используется библиотека openmp, позволяющая несложным способом распараллелить отдельные циклы, т.к. большинство параллельных вычислений производятся в циклах.

Наибольшее время работы программы тратится на непосредственно само вычисление системы дифференциальных уравнений, а именно каждой итерации метода Эйлера для каждого нейрона. В программном коде данное вычисление производится в функции Solve. В начале выполнения функции задается количество процессов для openmp с помощью метода:

omp_set_num_threads(numOfThreads);

Далее распараллеливается цикл по нейронам, заключив цикл в отдельный блок для параллельных вычислений #pragma ompparallel{ } и добавив перед циклом следующую директиву:

#pragma omp for schedule(guided, 10)

Гонок данных в программе нет – все изменяемые переменные меняются потоками независимо. Однако результаты на выходе программы получаются некорректными. Проблема состоит в том, что гонка данных образуется в генераторе псевдослучайных чисел. В программе генератор реализован при помощи функции rand(). Начало последовательности ПСЧ определяется вызовом функции srand(seed). Псевдослучайное число хранится в глобальной переменной. Следующее псевдослучайное число создается на основе предыдущего, поэтому в многопоточной программе это немедленно приведет к гонке данных. Чтобы этого избежать, функция rand() реализуется одним потоком. Для этого генерацию случайных чисел определим в отдельной функции вне параллельного процесса:

```
Void GenIExt()
{
        inti;
        for (i = 0; i< N; i++)
                I_ext[i] = -10.0 - (double)rand() / ((double)RAND_MAX);
}
```

А вызов данной функции будет производиться непосредственно перед параллельным процессом, а именно перед циклом по нейронам.

Результаты исследования

Протестируем полученную распараллеленную программу. Выполним измерения времени выполнения приложения для набора нейронов: N = 50, 500, 1000, 2000. Количество итераций (шагов) по времени примем равным 20000. Также для эксперимента проведем вычисления времени (сек) для разного числа потоков, равного 1, 2, 4. Количество нитей задается пользователем в консоли при запуске программы. Результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1.

Измерение времени параллельной программы

N	Нити		
	1	2	4
50	0,142	0,206	0,679
500	6,643	3,778	2.376
1000	25,985	14,192	8,868
2000	118,056	54,876	46,646

На основе вычислительных экспериментов вычислим достигнутое ускорение и занесем данные в таблицу 2.

Таблица 2.

Измерение ускорений параллельной программы

N	Нити		
	1	2	4
50	0	-1.4507	-4.7817
500	0	1.7583	2.7959
1000	0	1.8310	2.9302
2000	0	2.1513	2.5309

Заключение

Таким образом, с помощью использования средств библиотеки openmp разработан алгоритм распараллеливания системы дифференциальных уравнений модели мозга. Полученная параллельная программа была протестирована на 2 и 4 нитях. В результате при большем количестве нейронов время выполнения программы на 2 нитях ускорилось примерно в 2 раза, на 4 нитях примерно в 2,5 раза.

Список литературы

1. Баркалов К.А. Образовательный комплекс «Параллельные численные методы» / Лекционные мат-лы. Раздел 5. Методы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Н. Новгород, 2011.
2. Образовательный комплекс «Параллельные численные методы» / Лабораторная работа «Численное решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений на примере решения задачи моделирования мозга» / Мееров И.Б. и др. Нижний Новгород, 2011.

References

1. Barkalov K.A. Educational complex “Parallel numerical methods” / Lecture materials. Section 5. Methods for solving systems of ordinary differential equations. Nizhny Novgorod, 2011.
2. Educational complex “Parallel numerical methods” / Laboratory work “Numerical solution of systems of ordinary differential equations by way of example of solution of a brain modeling problem” / Meerov I.B. et al. Nizhni Novgorod, 2011.

ДАННЫЕ ОБ АВТОРАХ

Аглямзянова Гульшат Накиповна, доцент кафедры информатики и вычислительной математики, кандидат физико-математических наук
Набережночелнинский госуд-ый педагогический университет
ул. Низаметдинова, 28, Набережные Челны, 423806, Россия
dina.airat@mail.ru

Гумерова Лилия Зуфаровна, доцент кафедры системного анализа и информатики, кандидат педагогических наук
Казанский (Приволжский) государственный университет
ул. Кремлёвская, 18, г. Казань, 420008, Россия
gum9370@mail.ru

DATA ABOUT THE AUTHORS

Aglyamzyanova Gulshat N., PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor of the Department of Computer Science and Computational Mathematics
Naberezhnye Chelny Pedagogical University
28, Nizametdinov Str., Naberezhnye Chelny, 423806, Russia
dina.airat@mail.ru
ORCID: 0000-0002-8003-5427

Gumerova Liliya Z., PhD in Education, Associate Professor of the Department of System Analysis and Informatics
Kazan Federal University
18, Kremlevskaya Str., Kazan, 420008, Russia
gum9370@mail.ru
ORCID: 0000-0002-8865-7589