

КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ
Кафедра оптики и нанофотоники

Р. Х. ГАЙНУТДИНОВ, Л. Я. НАБИЕВА, А. А. МУТЫГУЛЛИНА

СВЕРХПРОВОДЯЩИЕ ЗАРЯДОВЫЕ КУБИТЫ

Казань - 2022

УДК 621.38
ББК 32.85

*Принято на заседании Учебно-методической комиссии Института Физики КФУ
Протокол № 7 от 11 апреля 2022 года*

Рецензент:

доктор физико-математических наук,
профессор, член-корреспондент АНРТ **Л.Р. Тагиров**

Гайнутдинов Р.Х.

Сверхпроводящие зарядовые кубиты / Р. Х. Гайнутдинов, Л. Я. Набиева,
А. А. Мутыгуллина. – Казань: Казан. ун-т, 2022. – 26 с.

Данное пособие написано с целью помочь приобрести сведения об одной из существующих платформ для реализации квантовых вычислений на основе сверхпроводящих зарядовых кубитов. Объясняются понятия квантового бита, суперпозиции и логических операций. Рассмотрены вопросы, связанные с реализацией сверхпроводящих зарядовых кубитов путем построения сверхпроводящих квантовых интегральных схем с джозефсоновскими переходами. Приведена простейшая схема зарядового кубита по типу «островка куперовских пар». Также обсуждаются процессы релаксации, декогеренции и дефазировки, обусловленные разрушением состояния кубита под действием окружающей среды. Данное пособие будет полезным для студентов при изучении дисциплины Б1.О.02.01. «Проблемы и развитие квантовой физики» основной образовательной программы 03.04.02 «Физика (Теоретическая физика и моделирование физических процессов)» и 03.04.02 «Физика (Физика перспективных материалов)», дисциплины Б1.О.17. «Атомная физика» основной профессиональной образовательной программы 03.03.02 «Физика (Физика квантовых систем и квантовые технологии)» и 03.03.02 «Физика (Физика живых систем)», а также дисциплины Б1.В.ДВ.02.01. «Физика. Дополнительные главы» основной профессиональной образовательной программы 09.03.04 «Программная инженерия (Технологии разработки информационных систем)».

© Гайнутдинов Р.Х., 2022

© Казанский университет, 2022

СОДЕРЖАНИЕ

СОДЕРЖАНИЕ	3
1. ВВЕДЕНИЕ.....	4
2. РЕАЛИЗАЦИЯ КУБИТОВ НА СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СХЕМАХ.....	6
3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ	24
4. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	25

1. ВВЕДЕНИЕ

Идея о создании квантового компьютера объединила в себе два важнейших научно-технологических прорыва XX века. Первым из них стало развитие квантовой механики как результат анализа явлений излучения абсолютно черного тела, фотоэффекта, спектроскопии атома водорода, двухщелевого опыта и др. Данный этап принято считать первой квантовой революцией. Важным достижением квантовой механики является вывод о том, что «физическая логика микромира адекватна математической логике гильбертовых пространств». Именно математическая теория гильбертовых пространств позволила описать и объяснить чисто квантово-механические явления суперпозиции и запутанности, столь контринтуитивные классической логике. Вторым переломным моментом стала технологическая революция, следом за которой шло изобретение интегральных схем и возникновение текущей цифровой эпохи на базе классических вычислительных устройств. Эти фундаментальные открытия натолкнули ученых и инженеров на мысль о создании совершенно новых типов вычислительных процессоров. В начале 1980-х Ричард Фейнман предположил, что квантовый компьютер может послужить эффективным инструментом для решения задач в физике и химии, учитывая, что моделирование больших квантовых систем с помощью классических компьютеров требует экспоненциальных затрат [1]. Однако реализация квантового вычислительного устройства, в котором вычисления выполняются путем управления сложным набором квантовых объектов, ставит перед учеными серьезные экспериментальные и теоретические задачи.

В квантовой информатике применяется минимальная единица информации, называемая квантовым битом, или кубитом. Принципиальным отличием от классического понятия единицы измерения информации - бита - является то, что квантовый бит представляет суперпозицию состояний 0 и 1. Существование явлений квантовой суперпозиции и квантовой запутанности невозможно в классической картине мира. Свойство суперпозиции состояния кубита позволяет работать с большим количеством информации, а, следовательно, преодолеть ограни-

чения классических компьютеров. Однако переход от классического представление к квантовому с точки зрения технологии квантовых компьютеров ставит перед учеными серьёзные экспериментальные и теоретические задачи. В наши дни существует множество различных физических реализаций кубитов для квантовых вычислений [2]. Некоторые из них представлены «естественными» одиночными атомами, ионами или спинами. Другие основаны на создании «искусственных атомов» в твердом теле, таких как квантовые точки или сверхпроводящие кубиты [3-7]. Последние привлекательны тем, что могут быть разработаны и изготовлены с использованием методов, заимствованных из обычной электроники. Тем не менее, практическая реализация кубитов для квантовых вычислений сталкивается с проблемой потери информации, известной как процессы релаксации, декогеренции и дефазировки при взаимодействии с окружающей средой. Это означает, что необходимо достичь уровня операций в многокубитовой системе, при котором скорость выполнения логических операций будет значительно превышать скорость распада кубитов за счет паразитного воздействия окружающей среды.

В данном пособии обсуждается экспериментальный подход, основанный на **«сверхпроводящих квантовых интегральных схемах»**. В данном подходе кубиты строятся из *коллективных* электродинамических мод макроскопических электронных компонентов, а не из микроскопических степеней свободы. Преимущество этого подхода заключается в том, что эти кубиты имеют большие размеры за счет использования макроскопических компонентов электрической цепи, а это означает, что их можно легко соединить вместе в сложных топологиях с помощью простых линейных компонентов, таких как конденсаторы, катушки индуктивности и шины.

2. РЕАЛИЗАЦИЯ КУБИТОВ НА СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СХЕМАХ

В качестве демонстрации чистых состояний кубита принято изображать состояние вектором, исходящим из центра к точке на поверхности единичной сферы Блоха (рис. 1). Ортогональным состояниям соответствует пара диаметрально противоположных точек на поверхности сферы. Так, взаимно ортогональные базисные состояния в дираковском представлении бра- и кет-векторов $|qubit = 0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ и $|qubit = 1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ могут располагаться на северном и южном полюсе сферы, соответственно. В данном случае состояние, отвечающее суперпозиции состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$, описывается вектором $|\Psi\rangle$

$$|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где комплексные амплитуды вероятностей

$$\alpha = \cos \frac{\theta}{2}, \quad \beta = e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} \quad (2)$$

удовлетворяют условию нормировки $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$.

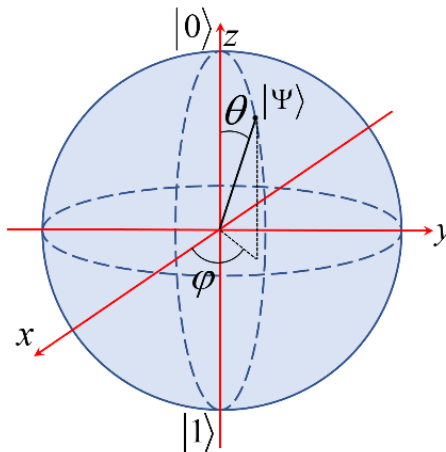


Рис. 1. Представление кубита с использованием сферы Блоха. Взаимно ортогональные состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$ расположены на северном и южном полюсе, соответственно. Вектор $|\Psi\rangle$ описывает суперпозицию состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$ с весовыми коэффициентами, которые определяются углами θ и φ

Логические операции с кубитами с математической точки зрения сводятся к действию оператора на вектор состояния. В случае, если операции производятся над одним кубитом, говорят об одно-кубитовых операциях и оператор имеет вид матрицы 2×2 . Например, оператор отрицания (NOT), который выполняет перестановку весовых коэффициентов кубита местами, и оператор поворота $\hat{R}(\theta)$ на угол θ могут быть записаны как

$$NOT = \hat{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & \sin \frac{\theta}{2} \\ -\sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Вычислительный базис в системе с двумя кубитами формируется тензорным произведением векторов состояний. Например, если каждый из кубитов находится в состоянии $|0\rangle$, то базисное состояние имеет вид

$$|0\rangle \otimes |0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Обычно знак тензорного произведения опускается и обозначение упрощается до $|00\rangle$. В системе с двумя ($N = 2$) кубитами базис образуют 2^N вектора состояний:

$$|00\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |01\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |10\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad |11\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

В случае двух кубитов оператор, соответствующий двух-кубитовой операции, есть матрица 4×4 . Например, оператор контролируемого отрицания (controlled-NOT – CNOT), что выполняет операцию отрицания контролируемого кубита при условии, что контролирующий кубит находится в состоянии $|1\rangle$ записывается, как

$$CNOT = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Одними из перспективных физических систем, в которых реализуются кубиты, являются сверхпроводящие квантовые интегральные схемы. Для того чтобы интегральная схема проявляла квантовомеханические свойства, необходимым требованием является отсутствие диссипации. Данному требованию удовлетворяют сверхпроводящие материалы, сопротивление которых равно нулю при температуре ниже критической. Нулевое сопротивление обеспечивает передачу информации по каналу без потерь энергии. По этим причинам низкотемпературные сверхпроводники алюминий и ниобий хорошо подходят для изготовления сверхпроводящих контуров. По этой причине реализации квантовых интегральных схем получили название «сверхпроводящие кубиты». Сверхпроводящие кубиты представляют собой твердотельные электрические цепи, изготовленные с использованием методов, заимствованных из обычных интегральных схем. Они основаны на туннельном переходе Джозефсона - недиссипативном сильно нелинейном компоненте электрической цепи, работающим при низких температурах. В отличие от микроскопических объектов, таких как спины или атомы, джозефсоновские переходы хорошо связаны с другими компонентами цепи, что делает их привлекательными с точки зрения считывания и реализации логических операций. Энергия перехода $\hbar\omega_{01}$ между состояниями сверхпроводящего кубита $|qubit = 0\rangle$ и $|qubit = 1\rangle$ обычно находится в микроволновом диапазоне и составляет порядка 10 ГГц, что соответствует температуре около 0,5 К. Соответственно, во избежание возбуждения кубита с основного состояния в возбужденное за счет тепловых флуктуаций необходимо, чтобы энергия тепловых флуктуаций kT была много меньше 0,5 К. По этой причине рабочие температуры сверхпроводящих кубитов в настоящее время принимают значения нескольких десятков милikelвин и достигаются путем охлаждения в криогенных установ-

ках. Вместе с тем во избежание шума элементы управления и считывания сигналов также должны быть охлаждены до низких температур. Стоит отметить, что при низких температурах механизмы электромагнитного затухания обычно сильнее, чем за счет электрон-фононного взаимодействия. Методы и требования к фильтрации со сверхнизким уровнем шума известны уже около 20 лет. Из требований $kT \ll \hbar\omega_{01}$ и $\hbar\omega_{01} \ll \Delta$, где Δ – ширина запрещенной зоны сверхпроводящего материала, следует, что должны использоваться сверхпроводники с критической температурой выше 1 К.

Линейные компоненты цепи не могут обеспечить квантовую обработку сигналов. Однако в квантовых схемах нелинейные компоненты должны удовлетворять дополнительному требованию недиссипативности. Таким образом, такие элементы как PIN-диоды или транзисторы на основе комплементарной структуры металл-оксид-полупроводник (КМОП-транзисторы) даже при сверхнизких рабочих температурах не подходят для квантовой обработки сигналов. Существует только один компонент электрической цепи, который является одновременно нелинейным и недиссипативным при сколь угодно низкой температуре: сверхпроводящий туннельный переход (также известный как джозефсоновский туннельный переход). Как показано на рис. 2, этот элемент электрической цепи представляет собой слоистую структуру. Эта структура состоит из двух сверхпроводящих тонких пленок, которые разделены слоем диэлектрика с толщиной порядка 1 нм. Данный слой диэлектрика выполняет роль туннельного барьера при движении куперовских пар с одного электрода на другой. Туннельный барьер изготавливается путем окисления сверхпроводящего металла. Обычно в качестве сверхпроводящего металла и диэлектрического слоя используется алюминий Al и его оксид Al_2O_3 , соответственно.

Таким образом, джозефсоновские контакты сочетают в себе эффекты сверхпроводимости и туннелирования. Вместе с тем довольно простая технология изготовления джозефсоновских контактов на основе алюминия утверждает его значимость в квантовой сверхпроводящей электронике подобно кремнию в полупроводниковой электронике.

Для изготовления сверхпроводящих контуров используются методы, заимствованные из обычной электроники. В качестве подложки (чипа) используется кремниевая пластина, на которой методами электронно-лучевой литографии и осаждения тонких пленок наносятся сверхпроводящие контакты. Данные квантовые интегральные схемы представляют собой набор компонентов микронного или субмикронного размера (туннельные переходы, конденсаторы и катушки индуктивности), соединенных проводами или линиями передачи. Размер микросхемы и компонентов таков, что в значительной степени электродинамику цепи можно анализировать с помощью простых телеграфных уравнений линии передачи для распределенных систем или даже с помощью модели электрической цепи с сосредоточенными параметрами. Контакт с чипом осуществляется проводами, припаянными к металлическим площадкам миллиметрового размера. Схема может быть спроектирована с использованием обычной компоновки и классических программ моделирования. Таким образом, некоторые технологии стандартной полупроводниковой электроники можно с успехом применять к изготовлению сверхпроводящих квантовых интегральных схем. Тем не менее, между обычными и квантовыми схемами все еще существуют важные различия на концептуальном уровне.

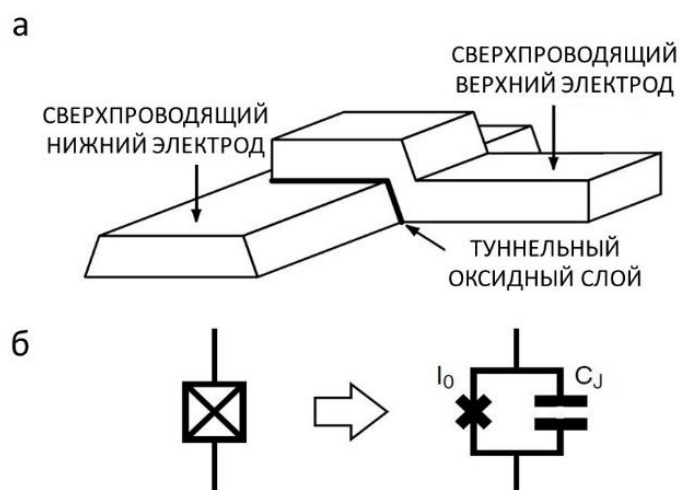


Рис. 2. Туннельный переход (а) Джозефсона из двух сверхпроводящих тонких пленок; Схематическое изображение (б) джозефсоновского туннельного перехода. Элемент Джозефсона представлен крестом

В обычных интегральных схемах информация передается с помощью сигналов в виде классических переменных - токов и напряжений, которым соответствуют коллективные электронные степени свободы, в то время как в квантовых цепях коллективное поведение частиц описывается квантовыми операторами и наблюдаемыми. Например, заряд на пластинах конденсатора, с классической точки зрения описываемый простым числом, в случае квантовой схемы будет описываться волновой функцией. Данная волновая функция будет определяться амплитудой вероятности конфигураций заряда. Состоянию суперпозиции в данном случае, исходя из уравнения (1), будет соответствовать сумма состояний положительного и отрицательного заряда с определенными весовыми коэффициентами. Также состояние суперпозиции в квантовых контурах может быть представлено одновременным течением тока в петле по и против часовой стрелки. Этот эффект был назван Тони Леггетом [8,9] «макроскопическим эффектом квантовой когерентности». Понятие «макроскопичность» здесь подчеркивает, что квантовые интегральные схемы демонстрируют явления, включающие коллективное поведение многих частиц, которые контрастируют с обычными квантовыми эффектами, связанными с микроскопическими частицами, такими как электроны, ядра или молекулы.

Квантовые интегральные схемы удовлетворяют так называемым критериям ДиВиченцо для реализации квантовых вычислений [10]. Нелинейность туннельных переходов является ключевым свойством, обеспечивающим возможность реализации подсистем с неэквидистантным расположением уровней (критерий №1: существование кубита как двухуровневой системы). Как и во многих других реализациях, приведение кубита в состояние готовности к использованию, то есть инициализация, возможно (критерий № 2: сброс кубита) за счет использования низкой температуры. Отсутствие диссипации в сверхпроводниках является одним из ключевых факторов квантовой когерентности системы (критерий №3: когерентность кубитов). Наконец, управление затвором и считывание (критерии № 4 и № 5) здесь легко реализуются, поскольку электрические сиг-

налы, распространяющиеся по проводам, представляют собой очень эффективные методы связи.

Рассмотрим сначала простейший пример квантовой интегральной схемы – **LC – контур**. Данный колебательный контур состоит из катушки индуктивности L , соединенной с конденсатором C (рис.3). Однако все металлические детали выполнены из сверхпроводящего материала. Процессы в LC – контуре описываются уравнением гармонического осциллятора. Роль координаты играет магнитный поток Φ в катушке индуктивности, а в качестве импульса удобно выбрать заряд Q на конденсаторе. Переменные Φ и Q рассматриваются как канонически сопряженные квантовые операторы, и, соответственно, удовлетворяют коммутационному соотношению $[\Phi, Q] = i\hbar$. В таком случае гамильтониан схемы имеет вид

$$H = (1/2)\Phi^2/L + (1/2)Q^2/C, \quad (7)$$

Здесь первое слагаемое соответствует кинетической энергии, а второе – потенциальной. Гамильтониан (7) также можно переписать в виде $H = \hbar\omega_0(n + 1/2)$, где n – оператор числа фотонов в резонаторе, а $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – резонансная частота осциллятора. Важно отметить, что параметры данного гамильтониана – это инженерные величины с большим диапазоном возможных значений, которые можно легко изменить, изменив размеры элементов, что является стандартной операцией литографии.

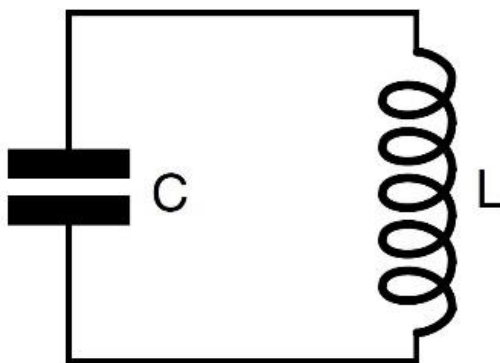


Рис. 3. Схема колебательного контура, основными элементами которого являются конденсатор с емкостью C и катушка индуктивности с индуктивностью L

Эта особенность демонстрирует макроскопичность квантовых интегральных схем. Другой важной комбинацией параметров L и C является характеристический импеданс $Z = \sqrt{L/C}$. Отношение характеристического импеданса Z к сопротивлению цепи R за счет потерь на излучение определяет добротность колебаний: $Q = Z/R$. Масштаб времени, в течение которого распадается суперпозиция основного $|0\rangle$ и возбужденного $|1\rangle$ состояний, определяется величиной $1/RC$.

Однако не все аспекты квантовой обработки информации с использованием квантовых интегральных схем можно обсудить в рамках LC -контура. Ему не хватает важного компонента: **нелинейности**. В гармоническом осцилляторе все переходы между соседними состояниями вырождены из-за параболической формы потенциала. Другими словами, уровни энергии гармонического осциллятора расположены эквидистантно, на равных промежутках. По определению кубит представляет собой двухуровневую систему. Но в реальности энергетический спектр осциллятора включает в себя определенный набор уровней энергии. Для создания кубита как двухуровневой системы частота перехода между основным состоянием $|qubit = 0\rangle$ и первым возбужденным $|qubit = 1\rangle$ должна существенно отличаться от частоты перехода между вышележащими собственными состояниями, в частности между 1-м и 2-м (рис. 4). Действительно, максимальное число однокубитовых операций, которые могут быть выполнены когерентно, масштабируются как $Q_{01} |\omega_{01} - \omega_{12}| / \omega_{01}$, где Q_{01} - добротность перехода $0 \rightarrow 1$. Именно нелинейность джозефсоновских переходов играет важную роль в сверхпроводящих квантовых интегральных схемах, поскольку обеспечивает неэквидистантность, ангармоничность расположения энергетических уровней.

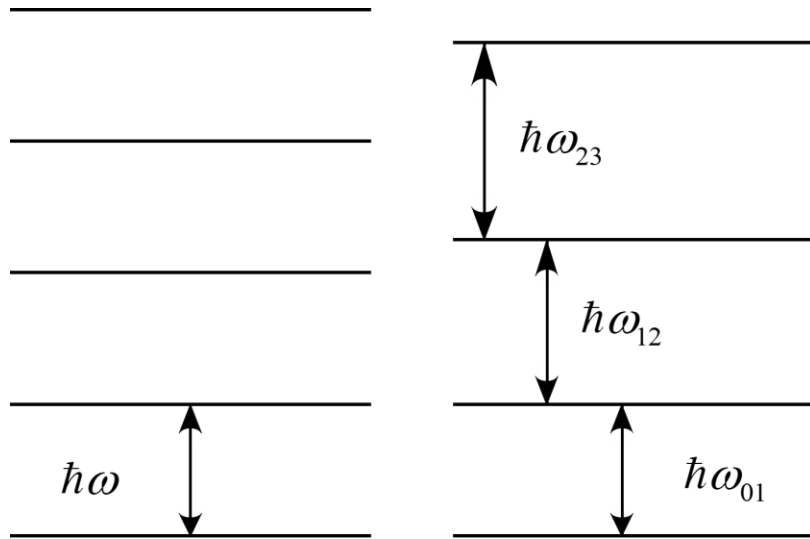


Рис. 4. Эквидистантные уровни энергии квантового гармонического осциллятора с энергией соседних переходов $\hbar\omega$ (слева) и неэквидистантное расположение уровней энергии ангармонического осциллятора (справа)

Причина нелинейности джозефсоновских переходов заключается в зависимости индуктивности перехода от тока, протекающего через переход. Коллективные электронные состояния куперовских пар в сверхпроводящих электродах (рис. 2а) описываются волновой функцией $\Psi = |\Psi|e^{i\theta}$, где $|\Psi|$ - амплитуда волновой функции, а θ - фаза волновой функции. Система уравнений, описывающих связь между током при туннелировании куперовских пар через слой диэлектрика, внешним напряжением V на электродах и калибровочно-инвариантной разностью фаз волновых функций сверхпроводников $\varphi = \theta_2 - \theta_1$, называется уравнениями Джозефсона:

$$\begin{cases} I = I_0 \sin \varphi, \\ V = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \end{cases} \quad (8)$$

где I_0 - критический ток, определяемый свойствами материала, $\Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2,07 * 10^{-15}$ Вб - квант магнитного потока. Критический ток I_0 через джозефсоновский контакт пропорционален площади диэлектрического слоя и

экспоненциально уменьшается с его толщиной. Перепишем систему уравнений Джозефсона

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial \varphi} = I_0 \cos \varphi, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{2\pi}{\Phi_0} V. \end{cases} \quad (9)$$

Для нахождения индуктивности джозефсоновского перехода воспользуемся определением индуктивности элемента цепи как

$$V = L \frac{\partial I}{\partial t}. \quad (10)$$

Из уравнений Джозефсона следует

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \frac{\partial I}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = I_0 \cos \varphi \frac{2\pi}{\Phi_0} V, \quad (11)$$

$$V = \frac{\Phi_0}{2\pi I_0 \cos \varphi} \frac{\partial I}{\partial t}. \quad (12)$$

Откуда

$$L_J(\varphi) = \frac{\Phi_0}{2\pi I_0 \cos \varphi} = \frac{L_{J0}}{\cos \varphi}. \quad (13)$$

Здесь присутствует еще одна внутренняя характеристика джозефсоновских переходов – кинетическая индуктивность, называемая джозефсоновской индуктивностью

$$L_{J0} = \frac{\Phi_0}{2\pi I_0}. \quad (14)$$

Зависимость индуктивности от разности фаз приводит к тому, что при низких температурах, а также при низких напряжениях и низких частотах, соответствующих манипулированию квантовой информацией, туннельный переход Джозефсона ведет себя как чистая **нелинейная индуктивность** (элемент Джозефсона) параллельно с емкостью, соответствующей плоскопараллельному конденсатору, формируемому двумя перекрывающимися пленками контакта

(рис. 2б). Именно эта нелинейность индуктивности джозефсоновского перехода приводит к ангармонизму. Таким образом, в данном сверхпроводящем контуре можно выбрать два уровня с наименьшей энергией из неэквидистантного энергетического спектра. Эти два уровня, соответствующие основному и первому возбужденному состоянию, образуют квантовый бит (кубит) для обработки квантовой информации.

Гамильтониан зарядового кубита имеет вид

$$H = E_{CJ} \left(N - \frac{Q_r}{2e} \right)^2 - E_J \cos \varphi \quad (15)$$

где $E_{CJ} = (2e)^2 / 2C_J$ зарядовая энергия, соответствующая одной куперовской паре на джозефсоновском контакте с емкостью C_J , и где Q_r – остаточный смещенный заряд на конденсаторе, E_J – джозефсоновская энергия. Гамильтониан (15) зависит от трех параметров, которые можно представить как

$$\begin{aligned} Q_r &= Q_r^{stat} + \Delta Q_r(t), \\ E_C &= E_C^{stat} + \Delta E_C(t), \\ E_J &= E_J^{stat} + \Delta E_J(t) \end{aligned} \quad (16)$$

(а) В данных выражениях первое слагаемое соответствует статистическим вариациям параметров, которые не зависят от времени. Данные величины определяются внутренними характеристиками самой электрической цепи.

(б) Второе слагаемое обозначает зависящие от времени флуктуации параметра. Данные флуктуации описывают шум из-за остаточных дефектов материала, движущихся в материале подложки или в материале самих элементов схемы. Этот шум может повлиять, например, на диэлектрическую проницаемость конденсатора. Наряду с этим, низкочастотные составляющие шума вызывают колебание резонансной частоты и способствуют расфазировке колебаний. Кроме того, частотная составляющая шума на частоте перехода резонатора будет вызывать переходы между состояниями и, следовательно, будет способствовать релаксации энергии.

На практике величина Q_r очень велика по сравнению с зарядом куперовской пары $2e$ и, поскольку гамильтониан (15) инвариантен относительно преобразования $N \rightarrow N \pm 1$, ее значение можно считать полностью случайной величиной. В то время как Q_r^{stat} можно считать полностью случайной величиной, E_C^{stat} и E_J^{stat} обычно можно скорректировать путем построения схемы с точностью выше 20%. Установлено, что для контакта с типичной площадью $0,01 \text{ мкм}^2$ относительные флуктуации $\Delta Q_r(t)/2e$ и $\Delta E_J(t)/E_J$ имеют спектральную плотность мощности $1/f$ (фликкер-шум) с типичными стандартными отклонениями на частоте 1 Гц порядка $10^{-3} \text{ Гц}^{-1/2}$ и $10^{-5} \text{ Гц}^{-1/2}$, соответственно [11]. Шум создается независимыми двухуровневыми флуктуаторами [12]. Относительные флуктуации $\Delta E_C(t)/E_C$ гораздо менее известны, но поведение некоторых стеклянных диэлектриков при низких температурах позволяет ожидать также спектральную плотность мощности фликкерного шума, но, вероятно, с меньшей интенсивностью, чем у $\Delta E_J(t)/E_J$.

Простейшая схема сверхпроводящего зарядового кубита называется «островком куперовских пар» и впервые была описана теоретически Бюттикером [13]. Впервые она была экспериментально реализована группой Саклея в 1997 году [14]. Квантовая динамика во временной области была впервые рассмотрена группой из лаборатории фундаментальных исследований корпорации NEC (Nippon Denki Kabushiki-gaisha) в 1999 г. [15].

На островке куперовских пар отклонения остаточного смещенного заряда Q_r компенсируются за счет смещения джозефсоновского туннельного перехода источником напряжения U последовательно с конденсатором C_g (см. рис. 5). Легко показать, что гамильтониан островка куперовских пар равен

$$H = E_C (N - N_g)^2 - E_J \cos \varphi. \quad (17)$$

Здесь $E_C = (2e)^2 / (2(C_J + C_g))$ – зарядовая энергия островка, а заряд, индуцированный затвором, $N_g = Q_r + C_g U / 2e$. Заметим, что этот гамильтониан имеет тот

же вид, что и гамильтониан (15). Часто N_g записывается просто как $C_g U / 2e$, так как напряжение U на уровне микросхемы в любом случае будет существенно отклоняться от значения генератора при высокой температуре из-за ЭДС рассеяния в низкотемпературной криогенной проводке.

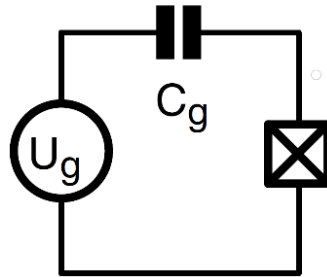


Рис. 5. Зарядовый кубит по прототипу островка куперовских пар

На рис. 6 показана энергия островка куперовских пар в фазовом представлении, а также несколько первых уровней энергии для $E_J/E_C = 1$ и $N_g = 0$. В отсутствие джозефсоновской связи уравнение (17) описывает электростатическую энергию системы. Определенному целочисленному состоянию заряда $N - |0\rangle, |1\rangle, |2\rangle \dots$ соответствует определенная парабола.

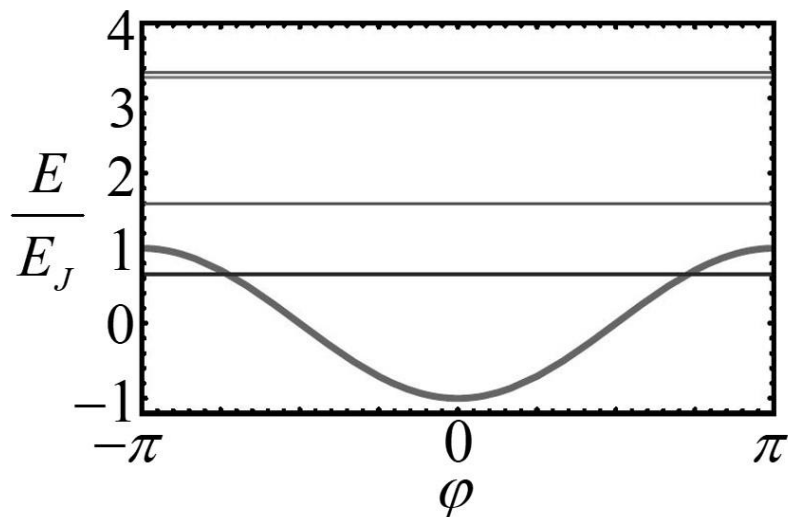


Рис. 6. Зависимость энергии островка куперовских пар от разности фаз. Первые несколько уровней в случае $E_J/E_C = 1$ и $N_g = 0$ показаны тонкими горизонтальными сплошными линиями

Теоретически существует бесконечное количество зарядовых состояний при определенном напряжении на затворе. Соседние параболы пересекаются при $N_g = 1/2, 3/2, \dots$, где электростатическая энергия двух зарядовых состояний, различающихся на одну куперовскую пару, одинакова (рис. 7).

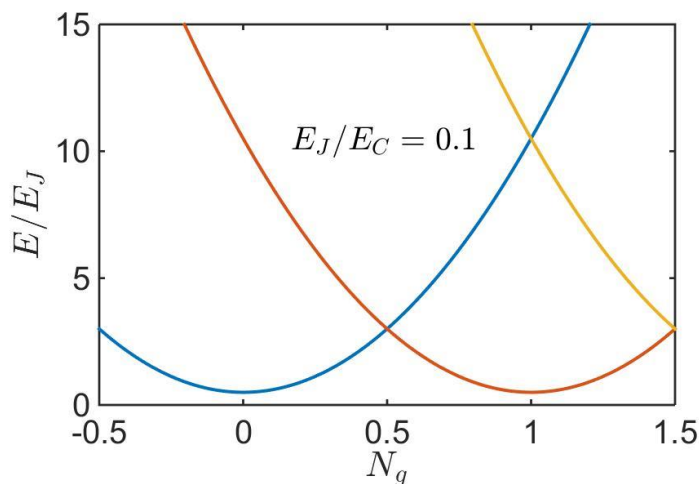


Рис. 7. Энергия островка куперовских пар при различных значениях числа куперовских пар на островке $|N = 0, 1, 2, \dots\rangle$ в зависимости от заряда, индуцированного затвором, $N_g = 1/2, 3/2, \dots$ при $E_J/E_C = 0.1$

При включении джозефсоновской связи туннелирование связывает зарядовые состояния, вырождение снимается и в энергетическом спектре открывается энергетическая щель. Собственные энергии и собственные функции гамильтониана островка куперовских пар в данном случае могут быть вычислены через специальные функции, и на рис. 8 представлены несколько собственных энергий в зависимости от N_g для $E_J/E_C = 0.1$ и $E_J/E_C = 1$. Таким образом, островок куперовских пар для физики квантовых цепей является тем же, чем является атом водорода в атомной физике. Спектр можно модифицировать действием двух управляемых извне электродинамических параметров: N_g , прямо пропорционального U , и E_J , который можно изменять, прикладывая поле через переход. Эти параметры чем-то напоминают поля Штарка и Зеемана в атомной физике. Однако для сверхпроводящего островка требуются гораздо меньшие значения

полей, чтобы полностью изменить спектр.

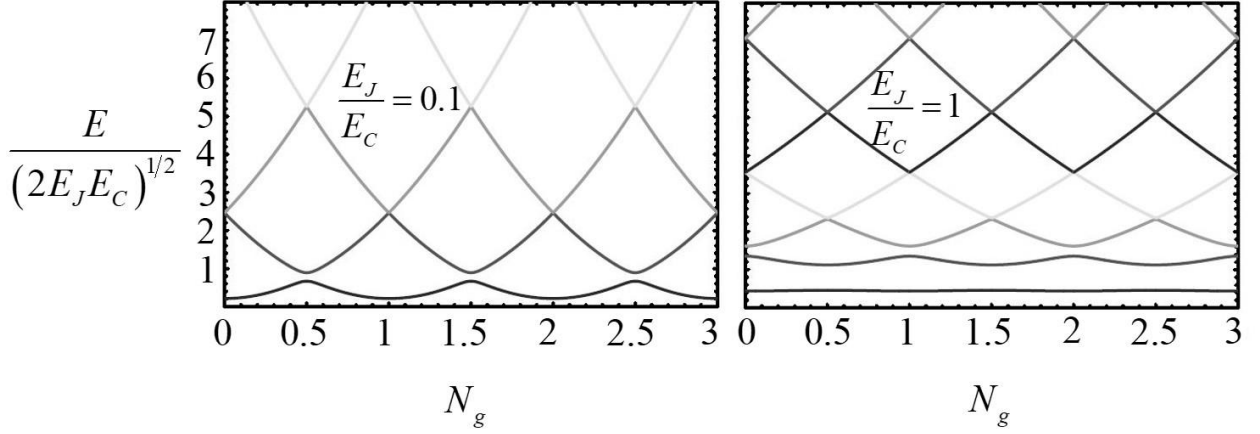


Рис. 8. Энергетические уровни островка куперовских пар в зависимости от N_g для двух значений E_J/E_C . По мере увеличения E_J/E_C чувствительность островка к вариациям смещенного заряда уменьшается, но также уменьшается и нелинейность

Поскольку весь энергетический спектр является периодическим по заряду N_g , индуцированном затвором, можно работать вблизи одной точки вырождения. В данной точке гильбертово пространство сводится только к двум состояниям, $|N=0\rangle$ и $|N=1\rangle$. В этом случае гамильтониан системы после линеаризации принимает вид

$$H_{qubit} = -E_Z (\sigma_Z + X_{control} \sigma_X), \quad (18)$$

где в пределе $E_J/E_C \ll 1$, $E_z = E_J/2$ и $X_{control} = 2(E_C/E_J)((1/2) - N_g)$. В уравнении (18) σ_Z и σ_X относятся к спиновым операторам Паули. Здесь следует обратить внимание, что направление X выбирается вдоль оператора заряда, то есть той переменной сверхпроводящего островка, которой можно управлять. При изображении энергии собственных состояний гамильтониана (18) в зависимости от управляющего параметра $X_{control}$ возникает универсальная картина отталкивания уровней основного и первого возбужденного состояний, показанная на рис. 9. Отметим, что минимальное расщепление энергии задается E_J . Сравнивая

уравнение (18) со спиновым гамильтонианом в случае ядерного-магнитного резонанса (ЯМР), видим, что E_J играет роль зеемановского поля, а электростатическая энергия – поперечного поля. Действительно, можно посылать на управляющий порт соответствующие U изменяющиеся во времени сигналы напряжения в виде импульсов типа ЯМР и готовить произвольные суперпозиции состояний [16].

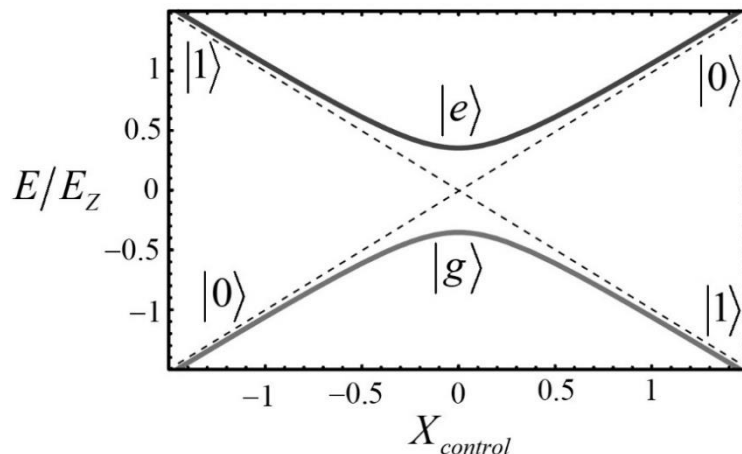


Рис. 9. Положение энергетических уровней для островка куперовских пар вблизи точки вырождения заряда в пределе двухуровневой системы

В точке вырождения $N_g = 1/2$ собственные состояния гамильтониана описываются векторами

$$\begin{aligned}
 |g\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle, \\
 |e\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle.
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

Для описания процессов, приводящих к разрушению состояния кубита, удобно обратиться к представлению кубита вектором на сфере Блоха. Выделить можно два широких класса ошибок. Первый соответствует случаю, когда конец блоховского вектора распространяется в направлении широты, в вертикальной плоскости, т. е. вдоль дуги, соединяющей два полюса сферы, к северному полюсу или от него. Этот процесс называется **релаксацией энергии** (рис. 10а). Второй тип процессов соответствует вершине блоховского вектора, колеблющегося в направлении долготы, в горизонтальной плоскости, т. е. перпендикулярно

линии, соединяющей два полюса. Этот процесс **называется дефазировкой или декогеренцией** (рис. 10б). Скорости релаксации и декогеренции прямо пропорциональны спектральным плотностям мощности шумов, входящих в параметры гамильтониана кубита. Данные процессы приводят к разрушению состояния суперпозиции кубита, по этим причинам вклады от данных процессов необходимо сводить к нулю. Вместе с тем, необходимо понимать, что операция считывания может внести дополнительные источники шума для кубита.

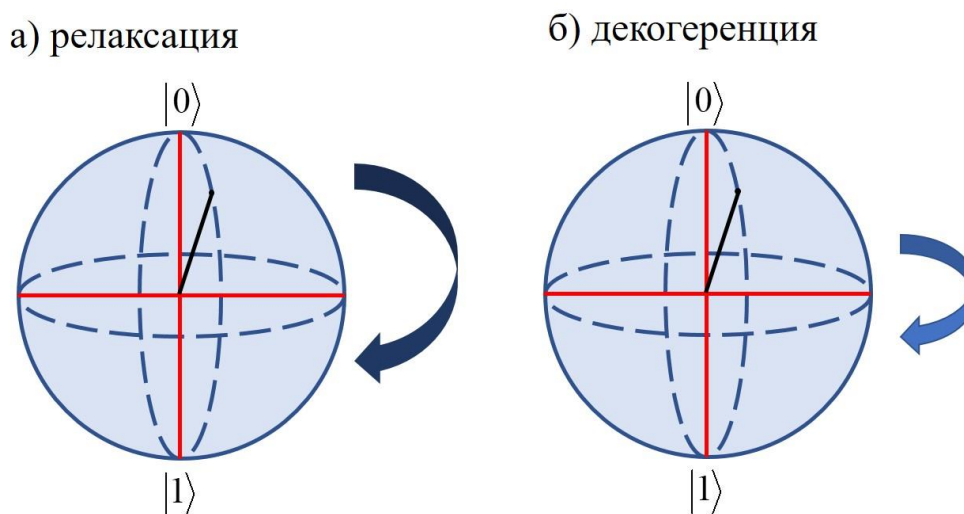


Рис. 10. Представление процессов релаксации (а) и декогеренции (б) кубита на сфере Блоха

Сложность задачи **считывания** состоит в том, чтобы открыть канал связи с кубитом для извлечения информации, не подвергая его одновременно диссипации и шуму. В идеале считывающая часть схемы, именуемая в дальнейшем просто «считывающая», должна включать в себя как переключатель, определяющий фазы «ВЫКЛ» и «ВКЛ», так и устройство измерения состояния. Во время фазы ВЫКЛ, когда происходят операции сброса и вентиля, измерительное устройство должно быть полностью отделено от степеней свободы кубита. Во время фазы включения измерительное устройство должно быть максимально связано с кубитной переменной, которая различает состояния 0 и 1. Однако этого условия недостаточно. Обратное воздействие измерительного устройства во время фазы включения должно быть достаточно слабым, чтобы не привести к диссипации кубита.

Процесс считывания можно охарактеризовать четырьмя параметрами. Первый из них описывает чувствительность измерительного устройства, а следующие два описывают его обратное действие с учетом качества переключения:

(i) время измерения τ_m , определяемое как время при определении состояния, необходимое измерительному устройству для достижения отношения сигнал/шум, равного 1;

(ii) скорость релаксации энергии Γ_1^{ON} кубита во включенном состоянии;

(iii) скорость затухания когерентности Γ_2^{ON} кубита в выключенном состоянии;

(iv) мертвое время τ_d , необходимое для сброса как измерительного устройства, так и кубита после измерения.

Таким образом, разработка схемы кубитов с максимальным количеством когерентных операций, максимизирующей количество когерентных логических операций, представляет собой сложную оптимизационную задачу, которая должна учитывать параллельно как собственные шумы кубита, так и шум обратного действия считывания.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сверхпроводящие кубиты представляют собой твердотельные электрические схемы, изготовленные с использованием методов, заимствованных из обычных интегральных схем. Они основаны на туннельном переходе Джозефсона, единственном недиссипативном, сильно нелинейном элементе схемы, доступном при низких температурах. В отличие от микроскопических объектов, таких как спины или атомы, они, как правило, хорошо связаны с другими элементами цепи, что делает их привлекательными с точки зрения выполнения логических операций. В настоящее время большое число научных лабораторий занимается поисками наиболее подходящих кандидатов с большим временем когерентности среди сверхпроводящих кубитов. Так, в 2007 году была продемонстрирована схема сверхпроводящего зарядового кубита, шунтированного емкостью, который получил название трансмон [17] и впоследствии использовался для демонстрации квантового превосходства сотрудниками Лаборатории Квантового Искусственного Интеллекта (Quantum AI Lab) [18]. Помимо этого, рассматриваются различные материалы для изготовления кубитов на основе сверхпроводящих квантовых цепей: алюминий, ниобий, также были изготовлены кубиты-трансмоны на основе пленок тантала [19]. Однако совсем недавно было показано [20], что ионизирующее излучение и космические лучи приводят к разрушению куперовских пар в сверхпроводнике с созданием квазичастиц. В результате эффекта плотность квазичастиц в материале увеличивается, что накладывает фундаментальное ограничение - до 4 мс - на время жизни кубитов на основе сверхпроводящих квантовых интегральных схем. Таким образом, проблема релаксации и декогеренции состояний кубита за счет взаимодействия с окружающей средой остается актуальной и стимулирует дальнейшее развитие как квантовых вычислений, так и квантовых технологий в целом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Feynman R. P. Simulating physics with computers [Text] / R. P. Feynman // Int. J. Theor. phys. – 1982. – V. 21. – №. 6/7.
2. De Leon N. P. Materials challenges and opportunities for quantum computing hardware [Text] / N. P. de Leon, K. M. Itoh, D. Kim, et al // Science. – 2021. – V. 372. – №. 6539. – P. eabb2823.
3. Devoret M. H. Implementing qubits with superconducting integrated circuits [Text] / M. H. Devoret, J. M. Martinis // Experimental aspects of quantum computing. – 2005. – P. 163-203.
4. Gu X. Microwave photonics with superconducting quantum circuits [Text] / X. Gu, A. F. Kockum, A. Miranowicz, et al // Physics Reports. – 2017. – V. 718. – P. 1-102.
5. Kjaergaard M. Superconducting qubits: Current state of play [Text] / M. Kjaergaard, M. E. Schwartz, J. Braumüller, et al // Annual Review of Condensed Matter Physics. – 2020. – V. 11. – P. 369-395.
6. Blais A. Circuit quantum electrodynamics [Text] / A. Blais, J. Gambetta, A. Wallraff, et al // Reviews of Modern Physics. – 2021. – V. 93. – №. 2. – P. 025005.
7. Siddiqi I. Engineering high-coherence superconducting qubits [Text] / I. Siddiqi // Nature Reviews Materials. – 2021. – V. 6. – №. 10. – P. 875.
8. Caldeira A. O. Quantum tunnelling in a dissipative system [Text] / A. O. Caldeira, A. J. Leggett // Annals of physics. – 1983. – V. 149. – №. 2. – P. 374-456.
9. Leggett A. J. Testing the limits of quantum mechanics: motivation, state of play, prospects [Text] / A. J. Leggett // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2002. – V. 14. – №. 15. – P. R415.
10. DiVincenzo D. P. The physical implementation of quantum computation [Text] / D. P. DiVincenzo // Fortschritte der Physik: Progress of Physics. – 2000. – V. 48. – №. 9- 11. – P. 771-783.
11. Van Harlingen D. J. Decoherence in Josephson-junction qubits due to critical-current fluctuations [Text] / D. J. Van Harlingen, T. L. Robertson, B. L. T. Plourde, et

al // *Physical Review B*. – 2004. – V. 70. – №. 6. – P. 064517.

12. Simmonds R. W. Decoherence in Josephson phase qubits from junction resonators [Text] / R. W. Simmonds, K. M. Lang, D. A. Hite, et al // *Physical Review Letters*. – 2004. – V. 93. – №. 7. – P. 077003.

13. Büttiker M. Zero-current persistent potential drop across small-capacitance Josephson junctions [Text] / M. Büttiker // *Physical Review B*. – 1987. – V. 36. – №. 7. – P. 3548.

14. Bouchiat V. Quantum coherence with a single Cooper pair [Text] / V. Bouchiat, D. Vion, P. Joyez, et al // *Physica Scripta*. – 1998. – V. 1998. – №. T76. – P. 165.

15. Nakamura Y. Coherent control of macroscopic quantum states in a single-Cooper-pair box [Text] / Y. Nakamura, Y. A. Pashkin, J. S. Tsai // *Nature*. – 1999. – V. 398. – №. 6730. – P. 786-788.

16. Vion D. Manipulating the quantum state of an electrical circuit [Text] / D. Vion, A. Aassime, A. Cottet, et al // *Science*. – 2002. – V. 296. – №. 5569. – P. 886-889.

17. Koch J. Charge-insensitive qubit design derived from the Cooper pair box [Text] / J. Koch, M. Y. Terri, J. Gambetta, et al // *Physical Review A*. – 2007. – V. 76. – №. 4. – P. 042319.

18. Arute F. Quantum supremacy using a programmable superconducting processor [Text] / F. Arute, K. Arya, R. Babbush, et al // *Nature*. – 2019. – V. 574. – №. 7779. – P. 505-510.

19. Wang C. Towards practical quantum computers: transmon qubit with a lifetime approaching 0.5 milliseconds [Text] / C. Wang, X. Li, H. Xu, et al // *npj Quantum Information*. – 2022. – V. 8. – №. 1. – P. 1-6.

20. Vepsäläinen A. P. Impact of ionizing radiation on superconducting qubit coherence [Text] / A. P. Vepsäläinen, A. H. Karamlou, J. L. Orrell, et al // *Nature*. – 2020. – V. 584. – №. 7822. – P. 551-556.