

УДК 622.641.4:001.891.57

Моделирование работы струйного технологического оборудования компрессорной станции на примере многозвенного аппарата – смесителя диффузор-конфузорного типа

А.А. Курбангалеев^{1*}, С.Р. Еникеева¹, С.А. Лившиц²

¹ Казанский национальный исследовательский технологический университет, Российская Федерация, 420015, Республика Татарстан, г. Казань, ул. Карла Маркса, д. 68

² Казанский государственный энергетический университет, Российская Федерация, 420066, Республика Татарстан, г. Казань, ул. Красносельская, д. 51

* E-mail: arturkurbangaleev@rambler.ru

Ключевые слова:

турбулентный поток, смесительный аппарат, струйное технологическое оборудование, моделирование гидродинамики в трехмерной постановке, диффузор-конфузорный канал, ньютоновские жидкости.

Тезисы. В работе приведены результаты моделирования в трехмерной постановке гидродинамического процесса смешения двух потоков ньютоновских жидкостей в трубчатом канале диффузор-конфузорного типа в струйном технологическом оборудовании компрессорных станций для перекачки природного газа. Смесительный процесс происходит в режиме турбулентности без химического взаимодействия. Моделирование задачи проведено в программном комплексе Fluent. Для оценки качества использован коэффициент перемешанности. Оценен результат работы трехмерной модели, и в соответствии с ним проанализирована зависимость течения потока смеси от способа подачи смешивающихся потоков в канал, а именно числа и расположения струйных форсунок по площади поперечного сечения канала.

К началу XXI в. инженеры и многие специалисты в области проектирования трубчатых аппаратов для смешения жидкостей или газа, применяемых в химической, нефтехимической, нефтегазовой, пищевой и других отраслях промышленности, накопили значительный опыт использования разных схем и типов трубчатых каналов для конструкций, называемых малогабаритными аппаратами-смесителями (рис. 1) [1, 2]. Можно выделить следующие схемы каналов: канал с кольцевым выступом (см. рис. 1а), канал типа диффузор-конфузор (см. рис. 1б), спирально профилированный канал (см. рис. 1в), канал с волновой осью (см. рис. 1г) и др. Но из всего многообразия типов трубчатых каналов на практике наибольшую эффективность с точки зрения смешения турбулентных потоков жидкостей показали каналы диффузор-конфузорного типа [3, 4].

Гидродинамика процесса в многозвенном канале диффузор-конфузорного типа при смешении ньютоновских жидкостей была хорошо изучена такими учеными,

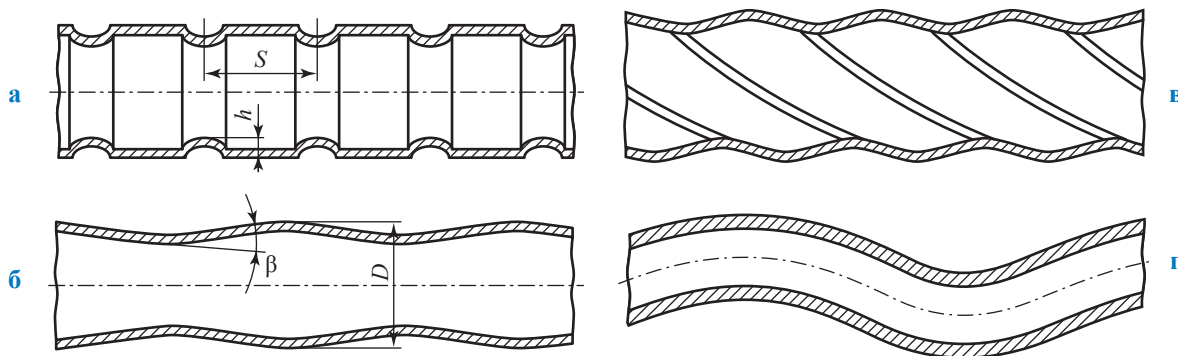


Рис. 1. Типы трубчатых каналов:

а – с кольцевым выступом; б – диффузор-конфузор;
в – спирально профилированный; г – с волновой осью

как А.Г. Мухаметзянова, Г.С. Тахавутдинов, Ю.М. Данилов, С.Ф. Гаранин, А.Г. Петров и др. [5–8], и все подобные задачи были решены только в осесимметричной постановке. Этот подход не позволяет смоделировать ввод компонентов в канал через струйные форсунки, если в реальном аппарате-смесителе подача компонентов смешения в канал осуществляется через систему струйных форсунок или форсуночных головок, т.е. модель в осесимметричной постановке не будет в полном объеме отражать реальной картины происходящего. Ввод компонентов смеси в канал при таком моделировании можно производить только через кольцевое сечение. Поэтому задачу процесса смешения компонентов жидкостей или газа в трубчатом многозвенном канале диффузор-конфузорного типа с вводом компонентов через форсунки нужно моделировать только в трехмерной постановке [9], что будет наиболее адекватно отражать реальный процесс смешения.

Поставлена задача выполнить трехмерное моделирование смешения двух компонентов ньютоновских жидкостей или газа в струйном технологическом оборудовании компрессорных станций для перекачки природного газа, осуществляемой в трубчатом многозвенном канале диффузор-конфузорного типа с вводом второго компонента в канал через струйные форсунки. Для качественной оценки процесса смешения компонентов вводится коэффициент перемешанности [10]:

$$\gamma_a = 1 - \frac{1}{V} \iiint_V |C(x, y, z) - C_0| dV, \quad (1)$$

где γ_a – средний по объему коэффициент перемешанности; C_0 – заданная необходимая концентрация; $C = f(x, y, z)$ – получаемая концентрация; V – объем; x, y, z – декартова система координат.

Коэффициент перемешанности связан со скоростью диссипации кинетической энергии турбулентности (ϵ), которая может зависеть от длин конфузорной и диффузорной частей канала, протяженности всего трубчатого канала, соотношения диаметра сечения трубчатого канала и диаметра входных форсунок, угла раскрытия между диффузорной и конфузорными частями, соотношения между диаметрами трубы канала в самой его широкой и узких частях, а также от свойств и режимов смешивающихся компонентов.

Для поставленной задачи строилась математическая модель на основе системы уравнений Рейнольдса для турбулентного массопереноса [11–14]:

$$\begin{cases} \overline{p} \left[\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \overline{u}_j \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial r_j} \right] = - \frac{\partial \overline{p}}{\partial r_i} + \frac{\partial}{\partial r_j} \left(\mu \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial r_j} \right) - \overline{p u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial r_j}}; \\ \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial r_j} = 0; \quad \frac{\partial \overline{u}'_j}{\partial r_j} = 0; \\ \frac{\partial C}{\partial t} + \overline{u}_j \frac{\partial C}{\partial r_j} = D \frac{\partial^2 C}{\partial r_{jj}^2}, \end{cases} \quad (2)$$

где осредненные по времени t составляющие отмечены чертой сверху, пульсационные – апострофом; $i, j \in \{x, y, z\}$; u – вектор скорости; r – вектор перемещения; D – коэффициент взаимной диффузии; p – давление;

$$\overline{u} = \frac{1}{t_1 - t_2} \int_{t_1}^{t_2} u dt, \text{ по Фавру [15].} \quad (3)$$

При моделировании использовался канал типа конфузор-диффузор длиной $L_k = 10 \dots 50D$ (где D – диаметр канала), угол раскрытия диффузора подобран так, чтобы возникающий нестационарный микроотрыв потока получаемой смеси от стенки не вызывал резкого повышения гидравлических сопротивлений, оптимальным является угол, равный 45° (в данных точках в модели – ряды Фурье). Входные форсунки расположены под прямым углом по отношению к продольной оси сечения канала, диаметр форсунок d_ϕ соотносится с диаметром сечения канала D как 1:10 и рассматривался в пределах $d_\phi = 0,04 \dots 0,1D$. Скорость потока смеси по каналу $u_1 = 0,3 \dots 1$ м/с, скорость ввода компонентов через форсунки $u_2 = 1 \dots 3$ м/с.

Предполагается, что смешение происходит без теплового взаимодействия и без протекания химических реакций; компоненты 1 и 2 смеси не имеют поверхностей раздела, т.е. наблюдается свободное взаимопроникновение. Смесь рассматривается как сплошная среда со средними, зависящими от локальных значений, концентрациями C , плотностями ρ и молекулярными вязкостями μ смешиваемых компонент:

$$\rho = \frac{\rho_1 \rho_2}{C \rho_1 + (1 - C) \rho_2}; \quad \mu = \frac{\mu_1 \mu_2}{C \mu_1 + (1 - C) \mu_2}. \quad (4)$$

Осредненные модели в механике сплошных сред широко представлены в технической литературе (см. в том числе [16–18]).

Для замыкания системы уравнений (2) использовалась двухслойная модель турбулентности SST [19–22]. В качестве граничных условий для трубчатого канала, частично (по оси симметрии) показанного на рис. 2, принято, что во входных сечениях канала задаются профили скорости, начальные параметры турбулентности и объемные доли используемых компонент вида $\varphi(x, y, z)$:

- вход 1: $(u_1, \mu_1, C_1, k_1, \varepsilon_1) = \varphi(x, z)_1$;
- вход 2: $(u_2, \mu_2, C_2, k_2, \varepsilon_2) = \varphi(x, z)_2$.

Здесь k – кинетическая энергия компонент потока жидкостей.



Рис. 2. Начальный участок канала

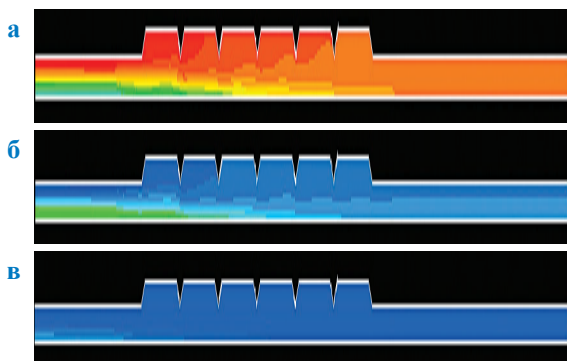


Рис. 3. Поля концентрации 1-й (а), 2-й (б) и 3-й (в) компонент в трубчатом канале диффузор-конфузорного типа при $L_k = 10D$ (сжатие по горизонтали)

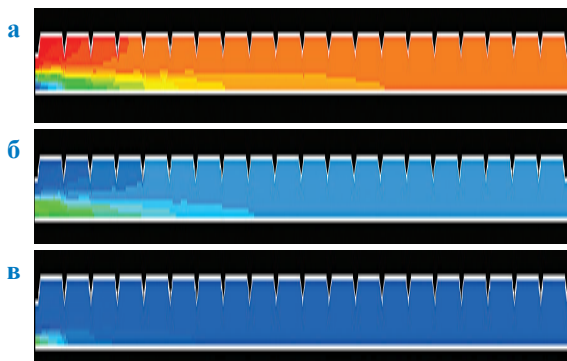


Рис. 4. Поля концентрации 1-й (а), 2-й (б) и 3-й (в) компонент в трубчатом канале диффузор-конфузорного типа при $L_k \leq 20D$ (сжатие по горизонтали)

В выходном сечении задаются «мягкие» граничные условия установившегося течения:

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right) = 0.$$

В области стенок использовалась неравновесная функция – Non-Equilibrium Wall Functions (NEWF). На самих стенках условие «прилипания»: все составляющие скорости равны нулю [23].

Поставленная задача решалась с помощью пакета Fluent, модель гидродинамического процесса смешения – трехмерная, сетка – адаптированная. Предварительно проводилась подготовка сеточной области. В области оси симметрии канала задана разреженная – «грубая» – сетка, ближе к периферии задавалось ее сгущение, в области угловых точек для исключения нефизичности применялось разложение в ряды. Также использовалась процедура зеркального отображения сеточной области для устранения возможной асимметрии течения [24]. Количество узлов сетки $N > 150000$. Устойчивость метода проверялась по условию Куранта. Сходимость схемы анализировалась на сгущающихся сетках (а именно: как переставал изменяться коэффициент γ_a при изменении N).

На рис. 3 по результатам моделирования показаны поля концентрации компоненты в трубчатом канале диффузор-конфузорного типа, предназначенного для перемешивания трех компонент жидкостей или газа, не вступающих в химическую реакцию: $L_k = 10D$. Получено, что в этом случае на выходе $\gamma_a = 0,949$.

При относительной длине канала до $20D$ ($N > 400000$) γ_a на выходе увеличился до $0,975$, что говорит о повышении качества перемешанности (рис. 4).

Увеличивая относительную длину канала до $30D$, затем до $40D$ и до $50D$, в результате моделирования авторы установили, что поля концентраций в каналах смесительных аппаратов становятся практически одинаковыми независимо от способа организации подвода компонентов, значение γ_a увеличивается до $0,987 \dots 0,992$ и далее не изменяется. Аналогичная картина наблюдается и относительно распределения других гидродинамических параметров.

Как правило, для трубчатых многозвенных каналов характерными являются относительные длины $L_k = 20D \dots 60D$ и в ряде случаев даже более. Для смесительных же аппаратов

с каналами диффузор-конфузорного типа следует использовать меньшее значение L_k , и течение потока в большей области канала практически не будет зависеть от способа организации ввода в него компонентов жидкостей или газа. Но все же основные, влияющие на эффективность канала, выходные переменные (кинетическая энергия турбулентности и скорость ее диссипации) в сильной степени будут определяться параметрами вводимых потоков жидкостей или газа в области форсунок, а моделировать подачу компонентов смешения через форсунки в канал можно только при условии трехмерной постановки задачи, т.е. только

в этом случае полученные аппроксимирующие выражения для основных гидродинамических параметров в зависимости от конструктивных и управляющих переменных должны использоваться при проектировании каналов смесительных аппаратов.

Также можно отметить, что прежде чем приступить к процессу моделирования смешения в трубчатом многозвенном канале диффузор-конфузорного типа, следует сначала провести анализ: подготовить и адаптировать для области течения сетку, выяснить взаимное влияние потоков смеси от подводящих частей форсунок канала.

Список литературы

1. Прочухан Ю.А. Влияние способов смешения на характер протекания сверхбыстрых полимеризационных процессов / Ю.А. Прочухан, К.С. Минскер и др. // Высокомолекулярные соединения. – 1988. – Т. 30. – № 6. – С. 1250.
2. Абси Р. Турбулентная вязкость и профили скорости в развитых турбулентных течениях в каналах / Р. Абси // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2019. – № 1. – С. 138–150.
3. Мухаметзянова А.Г. Движение многофазных потоков в трубчатых каналах диффузор-конфузорной конструкции / А.Г. Мухаметзянова, В.П. Захаров, Р.Г. Тахавутдинов и др. // Вестник Башкирского университета. – 2002. – № 1. – С. 28–31.
4. Тахавутдинов Р.Г. Расчет параметров смешения двухфазного потока в диффузор-конфузорном трубчатом аппарате / Р.Г. Тахавутдинов, Г.Р. Дьяконов, А.Г. Мухаметзянова и др. // Актуальные вопросы преподавания при реформировании образовательного процесса: сб. – Казань, 2001. – С. 135–150.
5. Мухаметзянова А.Г. Численный расчет параметров смешения двухфазного турбулентного потока в диффузор-конфузорном трубчатом аппарате / А.Г. Мухаметзянова, Р.Г. Тахавутдинов, Г.С. Дьяконов и др. // Межвуз. темат. сб. науч. тр. – Казань: КГТУ, 2001. – С. 4–13.
6. Данилов Ю.М. Технология проектирования малогабаритных турбулентных трубчатых аппаратов на основе результатов численного моделирования / Ю.М. Данилов, А.Г. Мухаметзянова // Химическое и нефтегазовое машиностроение. – 2011. – № 5. – С. 38–42.
7. Garanin S.F. Numerical modeling of two-dimensional flow of a nonhomogeneous fluid in a confined domain / S.F. Garanin, E.M. Kravets, O.N. Pronina, et al. // Fluid Dynamics. – 2018. – Т. 53. – № 1. – С. 127–135.
8. Петров А.Г. Точное решение уравнений осесимметричного движения вязкой жидкости между параллельными плоскостями при их сближении и раздвижении / А.Г. Петров // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2019. – № 1. – С. 58–67.
9. Курбангалеев А.А. Алгоритм 3D моделирования процесса смешения жидкостей в трубчатых каналах / А.А. Курбангалеев // Труды Академэнерго. – Казань: Казанский научный центр РАН, 2017. – № 2. – С. 34–47.
10. Курбангалеев А.А. Метод 3D моделирования процесса смешения ньютоновских жидкостей в трубчатых каналах диффузор-конфузорного типа / А.А. Курбангалеев // Международный научно-исследовательский журнал. – 2016. – № 12 (54). – Ч. 5. – С. 16–21.
11. Deardorff J.W. A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers / J.W. Deardorff // Journal of Fluid Mechanics. – 1970. – Т. 41. – Вып. 2. – С. 453–480. – DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112070000691>
12. Hoyas S. Reynolds number effects on the Reynolds-stress budgets in turbulent channels / S. Hoyas, J. Jiménez Sendin // Physics of Fluids. – 2008. – Т. 20. – № 101511. – DOI: 10.1063/1.3005862.
13. Кантюков Р.Р. Решение стационарного уравнения теплопроводности с химическим и диссипативным источником тепла в бесконечной круглой трубе для ньютоновской

- жидкости / Р.Р. Кантюков, М.С. Тахавиев, С.А. Лившиц и др. // Вестник Технологического университета. – 2015. – Т. 18. – № 11. – С. 200–205.
14. Кантюков Р.Р. Аналитическое исследование на наличие бифуркационных явлений при течении нелинейно-вязких жидкостей в каналах сложной геометрии / Р.Р. Кантюков, М.С. Тахавиев, Р.В. Лебедев и др. // Вестник Технологического университета. – 2015. – Т. 18. – № 4. – С. 223–225.
 15. Лунев В.В. О модификации осредненных уравнений Навье – Стокса / В.В. Лунев // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2019. – № 2. – С. 134–144.
 16. Аль Джабри А.Я. Вычисление и анализ двумерных и трехмерных течений для различных вероятностных законов задания послышной неоднородности пласта при неизотермической фильтрации / А.Я. Аль Джабри, С.П. Плохотников, С.В. Никифорова и др. // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. – 2019. – № 1. – С. 24–29.
 17. Bogomolov V.A. Mathematical simulation of three-phase filtration in stratified beds with account for the scheme of jets / V.A. Bogomolov, S.P. Plokhonnikov, O.R. Bulgakova, et al. // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2011. – Т. 84. – № 5. – С. 975–979.
 18. Plokhonnikov S. P. Mathematical averaging of coefficients of system of elliptic and parabolic equations in continuum mechanics / S.P. Plokhonnikov, V.A. Bogomolov, R.Kh. Nizaev, et al. // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2019. – Т. 40. – № 5. – С. 553–561.
 19. Никущенко Д.В. Исследование течений вязкой несжимаемой жидкости на основе расчетного комплекса FLUENT: учеб. пособие / Д.В. Никущенко. – СПб.: СПбГМТУ, 2005. – 94 с.
 20. Aleksin V.A. Application of the method of near-wall boundary conditions to an investigation of turbulent flows with longitudinal pressure gradients / V.A. Aleksin // Fluid Dynamics. – 2017. – Т. 52. – № 2. – С. 275–287.
 21. Горбушин А.Р. Стационарное вторичное течение в плоской турбулентной свободной струе / А.Р. Горбушин, В.Б. Заметаев, И.И. Липатов // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2019. – № 2. – С. 99–111.
 22. Никитин Н.В. Характеристики неустойчивости, развивающейся в турбулентном течении в плоском канале / Н.В. Никитин, Н.В. Попеленская // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2019. – № 2. – С. 72–93.
 23. Курбангалеев А.А. Процесс подготовки сеточной области при 3D-моделировании малогабаритного трубчатого аппарата (МТА) как смесителя в программной среде Fluent / А.А. Курбангалеев, Ф.Х. Тазюков, Г.Н. Лутфуллина // Вестник Казанского технологического университета. – 2013. – Т. 16. – № 21. – С. 242–244.
 24. Курбангалеев А.А. Проектирование малогабаритных трубчатых аппаратов – МТА как смесителя жидких компонентов с помощью 3D моделирования / А.А. Курбангалеев, Ф.Х. Тазюков, Г.Н. Лутфуллина и др. // Вестник Казанского технологического университета. – 2013. – Т. 16. – № 21. – С. 261–263.

Modeling work of jet-blowing process equipment at compressor stations. Case of a multilink apparatus like a diffusing-converging mixer

A.A. Kurbangaleyev^{1*}, S.R. Yenikeeva¹, S.A. Livshits²

¹ Kazan National Research Technological Institute, Bld. 68, Karla Marksa street, Kazan, Republic of Tatarstan, 420015, Russian Federation

² Kazan State Power Engineering University, Bld. 51, Krasnoselskaya street, Kazan, Republic of Tatarstan, 420066, Russian Federation

* E-mail: arturkurbangaleyev@rambler.ru

Abstract. This article presents the results of 3D simulation of a hydrodynamic process when the flows of two Newtonian fluids couple inside a diffusing-converging duct of a jet-blowing compressor equipment for pumping of natural gas. Mixing of the fluids occurs in a turbulent mode without chemical reactions and exclusively of bulk forces.

By means of the FLUENT software, the infeed of the components into a duct through the spray nozzles has been simulated. The quality of the fluids incorporation has been assessed using a mixing code. Estimating the output of the 3D simulator, authors have derived a dependency between the behavior of the mixture flow and a manner to supply the mixing fluids into a duct, viz. the quantity and location of spray nozzles over the cross-sectional area of the duct.

Keywords: eddy flow, mixer, jet-blowing process equipment, 3D hydrodynamic modeling, diffusing-converging duct, Newtonian fluid.

References

1. PROCHUKHAN, Yu.A., K.S. MINSKER, et al. Effect of mixing manner on behavior of ultrafast polymerization [Vliyaniye sposobov smesheniya na kharakter protekaniya sverkhbustrykh polimerizatsionnykh protsessov]. *Vysokomolekulyarnyye Soyedineniya*, 1988, vol. 30, no. 6, p. 1250. ISSN 0507-5475. (Russ.).
2. ABSI, R. Eddy viscosity and velocity profiles in advanced turbulent flows within ducts [Turbulentnaya vyazkost i profile skorosti v razvitykh turbulentnykh techeniyakh v kanalakh]. *Izvestiya Rossiyskoy Akademii Nauk. Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, 2019, no. 1, pp. 138–150. ISSN 0568-5281. (Russ.).
3. MUKHAMETZYANOVA, A.G., V.P. ZAKHAROV, R.G. TAKHAVUTDINOV, et al. Motion of multiphase flows in diffusing-converging ducts [Dvizheniye mnogofaznykh potokov v trubchatykh kanalakh diffuzor-konfuzornoy konstruktsii]. *Vestnik Bashkirskogo Universiteta*, 2002, no. 1, pp. 28–31. ISSN 1998-4812. (Russ.).
4. TAKHAVUTDINOV, R.G., G.R. DYAKONOV, A.G. MUKHAMETZYANOVA. Calculation of parameters for mixing a binary flow in a diffusing-converging tubed apparatus [Raschet parametrov smesheniya dvukhfaznogo potoka v diffuzor-konfuzornom trubchatom apparate]. In: *Topical questions of teaching at reforming education process* [Aktualnyye voprosy prepodavaniya pri reformirovani obrazovatel'nogo protsesssa]: collected papers. Kazan, 2001, pp. 135–150. (Russ.).
5. MUKHAMETZYANOVA, A.G., R.G. TAKHAVUTDINOV, G.R. DYAKONOV. Numerical calculation of parameters for mixing a binary eddy flow in a diffusing-converging tubed apparatus [Chislennyy raschet parametrov smesheniya dvukhfaznogo turbulentnogo potoka v diffuzor-konfuzornom trubchatom apparate]. *Interuniversity subject-matter collection of scientific papers*. Kazan: Kazan National Research Technological Institute, 2001, pp. 4–13. (Russ.).
6. DANILOV, Yu.M., A.G. MUKHAMETZYANOVA. Technique for designing small-scale eddy tubed apparatuses using results of numerical modelling [Tekhnologiya proyektirovaniya malogabaritnykh turbulentnykh trubchatykh apparatov na osnove rezultatov chislennogo modelirovaniya]. *Khimicheskoye i Neftgazovoye Mashinostroyeniye*, 2011, no. 5, pp. 38–42. ISSN 1029-8770. (Russ.).
7. GARANIN, S.F., E.M. KRAVETS, O.N. PRONINA, et al. Numerical modeling of two-dimensional flow of a nonhomogeneous fluid in a confined domain. *Fluid Dynamics*, 2018, vol. 53, no. 1, pp. 127–135. ISSN 0015-4628.
8. PETROV, A.G. Exact solution of equations for axially symmetric motion of a viscous liquid between the parallel planes during their approaching and sliding apart [Tochnoye resheniye uravneniy osesimmetrichnogo dvizheniya vyazkoy zhidkosti mezhdu parallelnymi ploskostyami pri ikh sblizhenii i razdvizhenii]. *Izvestiya Rossiyskoy Akademii Nauk. Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, 2019, no. 1, pp. 58–67. ISSN 0568-5281. (Russ.).
9. KURBANGALEYEV, A.A. Algorithm for 3D simulation of fluids confusion within ducts [Algoritm 3D modelirovaniya protsesssa smesheniya zhidkostey v trubchatykh kanalakh]. *Trudy Akademenergo*. Kazan: Kazan Scientific Center of RAS, 2017, no. 2, pp. 34–47. ISSN 2070-4755. (Russ.).
10. KURBANGALEYEV, A.A. Method for 3D simulation of Newtonian fluids in the diffusing-converging ducts [Metod 3D modelirovaniya protsesssa smesheniya nyutonovskikh zhidkostey v trubchatykh kanalakh diffuzor-konfuzornogo tipa]. *Mezhdunarodnyy Nauchno-issledovatel'skiy Zhurnal*, 2016, no. 12 (54), pt. 5, pp. 16–21. ISSN 2303-9868. (Russ.).
11. DEARDORFF, J.W. A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 1970, vol. 41, no. 2, pp. 453–480. ISSN 0022-1120. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112070000691>
12. HOYAS, S., J. Jiménez SENDIN. Reynolds number effects on the Reynolds-stress budgets in turbulent channels. *Physics of Fluids*, 2008, vol. 20, no. 101511. ISSN 1070-6631. DOI: 10.1063/1.3005862.
13. KANTYUKOV, R.R., M.S. TAKHAVIYEV, S.A. LIVSHITS, et al. Solution of a steady-state equation for heat conductivity with a chemical and dissipative heater in an infinite round tube for Newtonian fluid [Resheniye statsionarnogo uravneniya teploprovodnosti s khimicheskim i dissipativnym istochnikom tepla v beskonechnoy krugloy trube dlya nyutonovskoy zhidkosti]. *Vestnik Tekhnologicheskogo Universiteta*, 2015, vol. 18, no. 11, pp. 200–205. ISSN 1998-7072. (Russ.).
14. KANTYUKOV, R.R., M.S. TAKHAVIYEV, R.V. LEBEDEV, et al. Analytic investigation on presence of bifurcation phenomena in a flow of nonlinear viscous fluids in the channels with complex geometry [Analiticheskoye issledovaniye na nalichie bifurkatsionnykh yavleniy pri techenii nelineynovyazkikh zhidkostey v kanalakh slozhnoy geometrii]. *Vestnik Tekhnologicheskogo Universiteta*, 2015, vol. 18, no. 4, pp. 223–225. ISSN 1998-7072. (Russ.).
15. LUNEV, V.V. On modification of averaged Navier-Stokes equations [O modifikatsii osrednennykh uravneniy Navye – Stoksa]. *Izvestiya Rossiyskoy Akademii Nauk. Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, 2019, no. 2, pp. 134–144. ISSN 0568-5281. (Russ.).

16. Al DZHABRI, A.Ya., S.P. PLOKHOTNIKOV, S.V. NIKIFOROVA, et al. Computation and analysis of 2D and 3D flows for various probabilistic laws of setting the fibered heterogeneity of a layer in case of anisothermic filtration [Vychisleniye i analiz dvumernykh i trekhmernykh techeniy dlya razlichnykh veroyatnostnykh zakonov zadaniya posloynoy neodnorodnosti plasta pri neizotermicheskoy filtratsii]. *Vestnik KGTU imeni A.N. Tupoleva*, 2019, no. 1, pp. 24–29. ISSN 2048-6255. (Russ.).
17. BOGOMOLOV, V.A., S.P. PLOKHOTNIKOV, O.R. BULGAKOVA, et al. Mathematical simulation of three-phase filtration in stratified beds with account for the scheme of jets. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2011, vol. 84, no. 5, pp. 975–979. ISSN 1062-0125.
18. PLOKHOTNIKOV, S. P., V.A. BOGOMOLOV, R.Kh. NIZAEV, et al. Mathematical averaging of coefficients of system of elliptic and parabolic equations in continuum mechanics. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 2019, vol. 40, no. 5, pp. 553–561. ISSN 1995-0802.
19. NIKUSHCHENKO, D.V. *Investigation of flows of ideal viscous liquid using a FLUENT software* [Issledovaniye techeniy vyazkoy neszhimayemoy zhidkosti na osnove raschetnogo kompleksa FLUENT]: tutorial. St. Petersburg: St.Petersburg State Marine Technical University, 2005. (Russ.).
20. ALEKSIN, V.A. Application of the method of near-wall boundary conditions to an investigation of turbulent flows with longitudinal pressure gradients. *Fluid Dynamics*, 2017, vol. 52, no. 2, pp. 275–287. ISSN 0015-4628.
21. GORBUSHIN, A.R., V.B. ZAMETAYEV, I.I. LIPATOV. Steady secondary flow in a free plane eddy jet [Statsionarnoye vtorichnoye techeniye v ploskoy turbulentnoy svobodnoy struye]. *Izvestiya Rossiyskoy Akademii Nauk. Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, 2019, no. 2, pp. 99–111. ISSN 0568-5281. (Russ.).
22. NIKITIN, N.V., N.V. POPELENSKAYA. Characteristics of instability progressing in an eddy flow within a plane channel [Kharakteristiki neustoychivosti, razvivayushcheyasya v turbulentnom techenii v ploskom kanale]. *Izvestiya Rossiyskoy Akademii Nauk. Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, 2019, no. 2, pp. 72–93. ISSN 0568-5281. (Russ.).
23. KURBANGALEYEV, A.A., F.Kh. TAZYUKOV, G.N. LUTFULLINA. Treatment of a net domain during 3D simulation of a small-scaled tubed apparatus as a mixer within the Fluent software environment [Protsess podgotovki setochnoy oblasti pri 3D-modellirovani malogabaritnogo trubchatogo apparata (MTA) kak smesitelya v programmnoy srede Fluent]. *Vestnik Kazanskogo Tekhnologicheskogo Universiteta*, 2013, vol. 16, no. 21, pp. 242–244. ISSN 1998-7072. (Russ.).
24. KURBANGALEYEV, A.A., F.Kh. TAZYUKOV, G.N. LUTFULLINA, et al. 3D modelling design of small-scale tubed apparatuses as a mixer for fluid components [Proyektirovaniye malogabaritnykh trubchatykh apparatov – MTA kak smesitelya zhidkikh komponentov s pomoshchyu 3D modellirovaniya]. *Vestnik Kazanskogo Tekhnologicheskogo Universiteta*, 2013, vol. 16, no. 21, pp. 261–263. ISSN 1998-7072. (Russ.).