Министерство образования и науки Российской Федерации
Сибирское отделение Российской Академии наук
Национальный исследовательский Томский государственный университет
Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
ООО «ТОМИОН»

ФИЗИКА ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

Материалы XIV Международной Школы молодых ученых
«Физика окружающей среды» им. А.Г. Колесника

2–4 ноября 2020 г., г. Томск

Scientific & Technical Translations
STT
ИЗДАТЕЛЬСТВО
Томск – 2020

УДК 551.508; 551.510; 551.521
Ф48

Физика окружающей среды: материалы XIV Международной
Ф48 Школы молодых ученых «Физика окружающей среды» им. А.Г. Колесника. – Томск : STT, 2020. – 118 с.

ISBN 978-5-93629-654-3

Сборник включает статьи участников XIV Международной Школы молодых ученых «Физика окружающей среды» им. А.Г. Колесника. Обсуждаются результаты теоретических и экспериментальных исследований по следующим направлениям: физика атмосферы, ионосферы и магнитосферы, физика солнечно-земных связей, физическая экология, распространение электромагнитных волн в атмосфере, ионосфере и океане, физика и химия атмосферного аэрозоля, радиация и климат, физические основы, методы и аппаратура оптического, радиоволнового и акустического зондирования окружающей среды.

Для специалистов в области физики, оптики атмосферы и океана, радиофизики, метеорологии и экологии.

УДК 551.508; 551.510; 551.521

Рецензенты:

Матвиенко Г.Г. – докт. физ.-мат. наук, профессор, ИОА СО РАН;
Колесник С.А. – канд. физ.-мат. наук, доцент, ТГУ.

ISBN 978-5-93629-654-3

ЭВОЛЮЦИЯ И СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СОЛИТОНОВ УРАВНЕНИЯ GNLS В НЕСТАЦИОНАРНЫХ И НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

В.Ю. Белашов[1], Е.С. Белашова[2], О.А. Харшиладзе[3]

[1]К(П)ФУ, Россия, 420008, г. Казань, ул. Кремлевская, 18, vybelashov@yahoo.com

[2]КНИТУ-КАИ, Россия, 420111, г. Казань, ул. К. Маркса, 10, bel_lena@mail.ru

[3]ТГУ им. И. Джавахишвили, Грузия, 0179, г. Тбилиси, пр-т Чавчавадзе, 1, oleg.kharshiladze@gmail.com

В рамках модели обобщенного 3D нелинейного уравнения Шредингера (3-GNLS) изучается эволюция и взаимодействие солитонов в нестационарных и неоднородных средах, что имеет важные приложения в физике плазмы и нелинейной оптики при описании турбулентности, волнового коллапса и оптической самофокусировки, а также в теории сверхпроводимости и физике низких температур, динамике гравитационные волны на поверхности глубокой невязкой жидкости и др. Аналитически получены условия устойчивости решений и численно изучены случаи устойчивой и неустойчивой (с образованием бризеров) эволюции импульсов различной формы, а также взаимодействие 2- и 3-мпульсных структур. Результаты могут быть полезны в физике ионосферной и магнитосферной плазмы, нелинейной оптике и других областях физики.

Если в системе ВК[1] [1, 2] $\partial_t u + \hat{A}(t,u)u = f$, $f = \sigma\int_{-\infty}^{x} \Delta_\perp u dx + f'$, $\Delta_\perp = \partial_y^2 + \partial_z^2$ оператор имеет вид $\hat{A}(t,u) = i[\gamma|u|^2 - \beta\partial_x^2] + \alpha/2$, она представляет собой 3-мерное (3D) обобщенное нелинейное уравнение Шредингера (3-GNLS) [3]:

$$\partial_t u + i\gamma|u|^2 u - i\beta\partial_x^2 u + (\alpha/2)u = \sigma\int_{-\infty}^{x} \Delta_\perp u \, dx + f', \tag{1}$$

где $\alpha, \beta, \gamma = \varphi(t,x,y,z)$, $f' = f'(t,x,y,z)$ и $(\alpha/2)u$ описывает диссипативные эффекты, а u есть огибающая волнового пакета (импульса). Уравнение описывает динамику огибающей модулированных нелинейных волн и импульсов (волновых пакетов) в средах с дисперсией и имеет многочисленные важные приложения в физике плазмы (например, описывает распространение ленгмюровских волн в горячей плазме) и нелинейной оптике (распространение световых импульсов в кристаллах, оптоволокне и плоских оптических волноводах). Уравнение (1) используется и в других областях физики – таких, например, как теория сверхпроводимости и физика низких температур (в частности, обычное уравнение NLS есть упрощенная 1D форма уравнения Гинзбурга-Ландау [4], введенного ими при описании сверхпроводимости), гравитационные волны малой амплитуды на поверхности глубокой невязкой жидкости и др. Отметим, что 3D уравнение (1) не является полностью интегрируемым, и его аналитические решения в общем случае не известны. Однако, с использованием подходов, развитых в [1] для других уравнений системы ВК, мы можем исследовать устойчивость решений уравнения 3-GNLS, а динамику взаимодействия солитоноподобных структур изучать численно. Решение такой задачи является целью настоящей работы.

[1] Belashov-Karpman system

Исследование устойчивости решений. Запишем (1) с $\alpha = 0$ в гамильтоновой форме:

$$\partial_t u = \partial_x (\delta \mathrm{H}/\delta u)\,, \qquad (2)$$

где $\mathrm{H} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\gamma}{2} | u |^4 + \beta u u^* \partial_x \varphi + \frac{1}{2} \sigma \left(\nabla_\perp \partial_x w \right)^2 \right] \mathrm{d}\mathbf{r}$ – гамильтониан, имеющий смысл энергии системы, $\partial_x^2 w = u$, $\varphi = \arg(u)$. Используя метод анализа трансформационных свойств гамильтониана, подробно изложенный для уравнений системы ВК в [1], исследуем устойчивость 2D и 3D решений уравнения (1). При этом задача для (2) формулируется в виде вариационного уравнения $\delta (\mathrm{H} + \upsilon P_x) = 0$, $P_x = \frac{1}{2} \int u^2 \, \mathrm{d}\mathbf{r}$, смысл которого состоит в том, что все финитные решения (2) есть стационарные точки гамильтониана H при фиксированном значении проекции импульса P_x. В соответствии с теоремой Ляпунова об устойчивости, в динамической системе точки, которые соответствуют минимуму или максимуму гамильтониана H**,** являются абсолютно устойчивыми.

Рассматривая деформации H, $u\,(x, r_\perp) \to \zeta^{-1/2} \eta^{-1} u\,(x/\zeta,\ \mathbf{r}_\perp/\eta)$, $\zeta, \eta \in \mathrm{C}$, сохраняющие проекцию импульса P_x, запишем гамильтониан в виде: $\mathrm{H}(\zeta, \eta) = a\zeta^{-1}\eta^{-2} + b\zeta^{-1} - c\zeta^2\eta^{-2}$, где $a = (\gamma/2)\int |u|^4 \mathrm{d}\mathbf{r}$, $b = \beta \int u u^* \partial_x \varphi \mathrm{d}\mathbf{r}$, $c = (\sigma/2)\int (\nabla_\perp \partial_x w)^2 \mathrm{d}\mathbf{r}$. Из необходимых условий экстремума $\partial_\zeta \mathrm{H} = 0$, $\partial_\eta \mathrm{H} = 0$ найдем его координаты: $\zeta_0 = -ac^{-1}$, $\eta_0 = \left[-ab^{-1} \left(1 + a^2 c^{-2} \right) \right]^{1/2}$, где $b< 0$, если $\eta \in \mathrm{R} \subset \mathrm{C}$, поскольку $a>0$, $c> 0$ по определению, и $b>$ 0, если $\eta \in \mathrm{C}$. Далее, решая систему неравенств, представляющую собой достаточные условия минимума H в точке (ζ_i**,** η_j), получим, что при $b<0$ (положительная нелинейность) $a/c < d = (2\sqrt{2})^{-1} \sqrt{13 + \sqrt{185}} \;\Rightarrow\; \mathrm{H} > -3bd/(1 + 2d^2)$ – гамильтониан ограничен снизу. При $b>0$ (отрицательная нелинейность): замена $b \to -b$ эквивалентна замене $y \to -iy$, $z \to -iz$ и $\mathrm{H} < -3bd/(1 + 2d^2)$ и H снизу не ограничен (ограничен сверху). Итак, мы доказали возможность существования в модели 3-NLS устойчивых решений и определили области значений коэффициентов (характеристик среды), когда 3D солитоны будут устойчивыми.

Численное исследование эволюции и взаимодействия GNLS-солитонов. Численное исследование эволюции и динамики взаимодействия солитоноподобных структур уравнения 3-GNLS проводилось нами с использованием методов, разработанных и детально описанных в [1].

В качестве иллюстрации на рис. 1 представлен результат при $\sigma = 0$ (1D случай) для начального условия в виде импульсов огибающей: $u(x,0) = A\exp[-(x-5)^2/l] + A\exp[-(x+5)^2$ в простейшем случае уравнения NLS с β, γ=const (*стационарная среда*); α, f'=0 при отрицательной нелинейности, $\beta>0$. При этом $b>0$ и гамильтониан $H>3bd/(1+2d^2)$, а значит условие устойчивости $H<3bd/(1+2d^2)$ не выполняется, и мы наблюдаем рассеяние импульсов со временем.

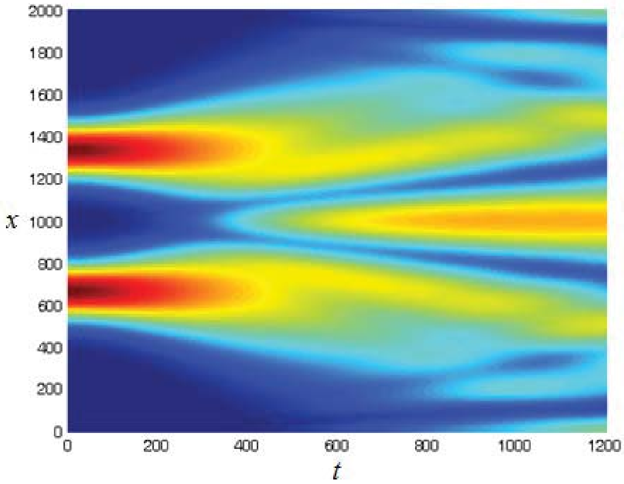

Рис. 1. Эволюция 2-импульсного возмущения огибающей при A=1, l=4; β=0.5, γ=0

Когда же условие устойчивости для отрицательной нелинейности $H<0<-3bd/(1+2d^2)$ удовлетворено, мы наблюдаем стабилизацию решения, причем в случае одиночного начального импульса и $\gamma \sim -0.5<0$ происходит формирование солитона, а при достаточно сильной отрицательной нелинейности ($\gamma=-1$) – возникают квазиустойчивые солитоноподобные пульсации типа бризеров.

На рис. 3 представлены два примера эволюции гауссова импульса в *нестационарной среде* при отрицательной нелинейности, когда условие $H<-3bd/(1+2d^2)$ выполняется. При этом наблюдается возникновение мощных устойчивых пульсаций типа бризеров.

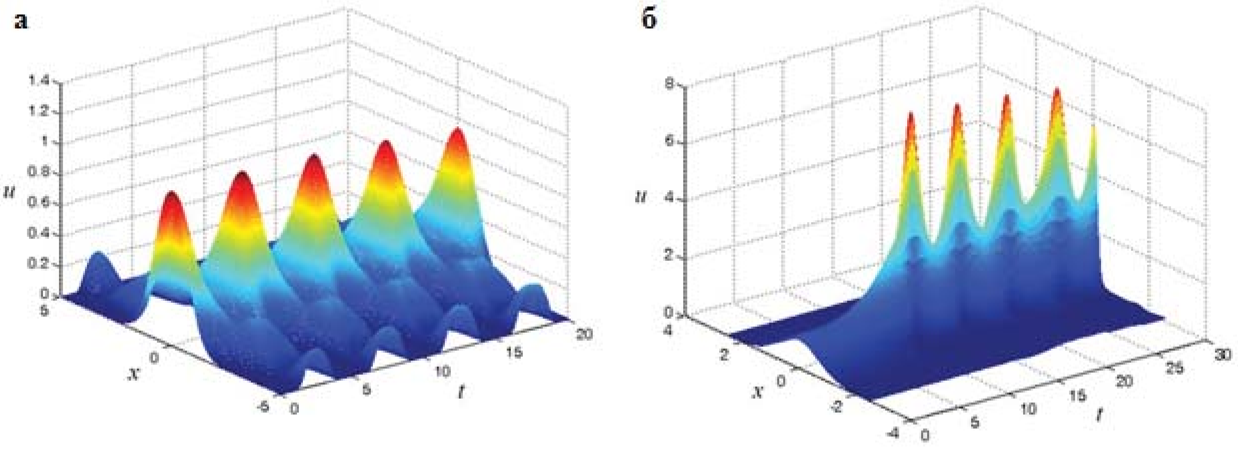

Рис. 3. Эволюция гауссова импульса огибающей в нестационарной среде при $\alpha, f' = 0$:
а) $\beta = 0.5$, $\gamma=-1+0.01\sin 2\pi t$; б) $\gamma= -1$, $\beta(t) = -0.5$ при $t \le 5$ и $\beta(t) = 0.5(1+0.2\sin 2\pi t)$ при $t>5$.

Пример взаимодействия солитоноподобных начальных импульсов вида

$$u(x,0) = A\,[\mathrm{sch}\,(x) + \mathrm{sch}\,(x-s/2) + \mathrm{sch}\,(x+s/2)], \quad u(x,0) = A\,[\mathrm{sch}\,(x-s/2) + \mathrm{sch}\,(x+s/2)]$$

(3)

при отрицательной нелинейности в рамках модели GNLS приведен на рис. 4, 5, соответственно. В первом случае условие устойчивости не выполняется, и мы наблюдаем вначале возникновение одного мощного импульса из 3-импульсного начального возмущения и далее его распад на два импульса малой амплитуды. Во втором случае условие устойчивости выполнено, и наблюдается устойчивая эволюция 2-импульсного возмущения. Нами было также установлено, что при слабой отрицательной нелинейности, когда условие устойчивости выполняется, переход от устойчивой эволюции к режиму устойчивых пульсаций (бризеров) происходит при уменьшении расстояния s между импульсами в (3). Детальному исследованию эволюции и взаимодействия 2D и 3D импульсов в модели 3-GNLS посвящена работа [3] (см. также [5] и цитируемые там работы).

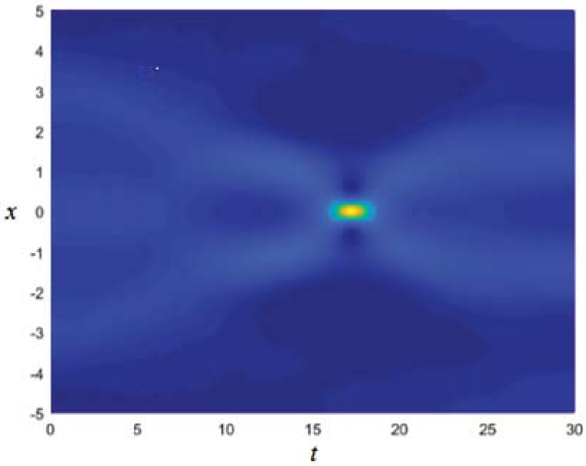

Рис. 4. Взаимодействие трех импульсов GNLS (стационарная среда) при $\gamma=-1$, $\beta = 0.25$.

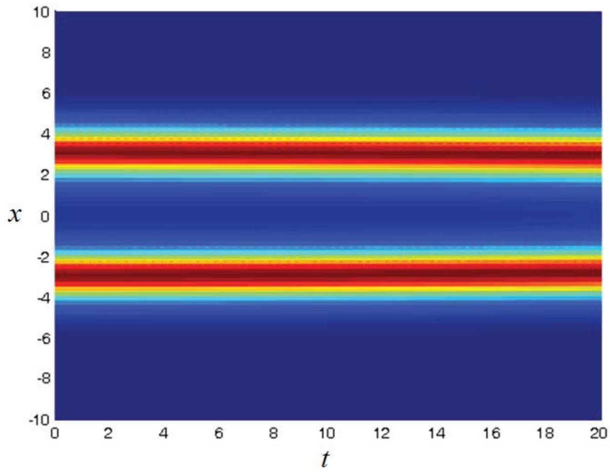

Рис. 5. Отсутствие взаимодействия импульсов GNLS (стационарная среда) при $\gamma=-1$, $\beta=0.05$.

Работа выполнена за счет средств субсидии, выделенной в рамках государственной поддержки Казанского федерального университета в целях повышения его конкурентоспособности среди ведущих мировых научно-образовательных центров, а также была поддержана Национальным научным фондом Грузии им. Шота Руставели (SRNF) (грант № FR17 252).

ЛИТЕРАТУРА

1. Belashov V.Yu., Vladimirov S.V. Solitary waves in dispersive complex media. Theory, simulation, applications. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag GmbH & Co. KG, 2005. 303 p.
2. Belashov V.Yu., Belashova E.S., Kharshiladze O.A. Problem of stability of the multidimensional solutions of the BK class equations in space plasma // Adv. Space Res. – 2018. – V. 62. – P. 65–70.
3. Belashov V.Yu., Kharshiladze O.A., Rogava J.L. Interaction of multidimensional NLS solitons in nonuniform and nonstationary medium // 2019 Russ. Open Conf. on Radio Wave Propag., Kazan Federal Univ., Russia, July 1–6, 2019. Proc. IEEE Xplore Dig. Lib. – 2019. – P. 535–538.
4. Гинзбург В.Л., Ландау Л.Д. К теории сверхпроводимости // ЖЭТФ. – 1950. – Т. 20. – С. 1064–1967.

5. Белашов В.Ю., Харшиладзе О.А., Белашова Е.С. Динамика солитонов обобщенного уравнения NLS в неоднородной и нестационарной среде: эволюция и взаимодействие // Геомагн. и аэроном. – 2020 (в печати).