

КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ ГЕОЛОГИИ И НЕФТЕГАЗОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
Кафедра общей геологии и гидрогеологии

Р.Х. МУСИН, М.Г. ХРАМЧЕНКОВ

ВВЕДЕНИЕ В ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ГЕОФИЛЬТРАЦИИ

Учебно-методическое пособие

КАЗАНЬ
2019

УДК 556.3
ББК 26.35

*Рекомендовано к размещению в электронном архиве
Научной библиотеки им. Н. И. Лобачевского
Учебно-методическим центром ИГиНГТ КФУ
(протокол № 7 от 19 марта 2019 г.)*

Рецензенты:

кандидат физико-математических наук, доцент **Галеев А.А.**

Мусин Р.Х., Храмченков М.Г.

Введение в численное моделирование геофильтрации: учебно-методическое пособие /Р.Х. Мусин, М.Г. Храмченков. – Казань, 2019. – 41 с.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов специальности (профиля подготовки) “Гидрогеология и инженерная геология”. В работе рассматриваются основы численного моделирования геофильтрации, являющегося наиболее востребованным методом математического моделирования, без которого невозможна современная гидрогеология. Пособие ориентировано, в первую очередь, на студентов-бакалавров, изучающих курс “Компьютерное моделирование в гидрогеологии”, магистрантов, осваивающих курс “Компьютерное моделирование гидрогеодинамических и гидрогеохимических процессов”. Учебно-методическое пособие может быть полезным и студентам (магистрантам), использующим метод геофильтрационного моделирования при составлении квалификационных работ.

© Мусин Р.Х., Храмченков М.Г., 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
Глава 1. ТИПИЗАЦИЯ ГИДРОГЕОДИНАМИЧЕСКИХ РАСЧЁТОВ	6
Глава 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ГЕОФИЛЬТРАЦИИ	7
Глава 3. ТИПЫ ПОТОКОВ ПОДЗЕМНЫХ ВОД И ГЕОФИЛЬТРАЦИОННАЯ СХЕМАТИЗАЦИЯ	12
3.1. Типы потоков подземных вод	12
3.2. Геофильтрационная схематизация	27
Глава 4. ФОРМИРОВАНИЕ МОДЕЛИ ГЕОФИЛЬТРАЦИИ	34
4.1. Разбивка области фильтрации и выделение внешних границ модели	36
4.2. Представление внутренних граничных условий	37
4.3. Калибровка математической модели	39
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	40
ЛИТЕРАТУРА	41

ВВЕДЕНИЕ

Геофильтрация – фильтрация (движение) подземных вод. Геофильтрационные расчеты являются наиболее массовым видом гидрогеодинамических вычислений, область практического приложения которых чрезвычайно широка – оценка запасов подземных вод и их балансовая характеристика, оценка запасов и условий разработки нефтяных залежей, защита городских территорий и промплощадок от подтопления, определение водопритоков в шахты и карьеры, и т.д.

Цель геофильтрационных расчетов в общей форме заключается в получении гидродинамической сетки потока в какой-то расчетной области. В более узком плане целью расчетов могут быть величины напоров или их изменений в конкретных пунктах или пространственных зонах, напорные градиенты, скорости фильтрации или истинные скорости движения подземных вод, величины расходов и другие элементы фильтрационного потока. Эти параметры далее используются либо самостоятельно, либо как исходные данные для последующих расчетов при обосновании проектных решений [5].

Решение геофильтрационных задач в простых гидрогеологических условиях или в сложных условиях, но при крайне слабой изученности расчетной области, базируется на использовании **аналитических методов** (т.е. готовых решений, выраженных одним или несколькими уравнениями). В сложных гидрогеологических условиях – резко проявленная неоднородность фильтрационных и емкостных параметров, разноплановое сочетание разнотипных гидрогеологических границ, наличие многочисленных объектов в виде водозаборных скважин, шахт, карьеров, различных оросительных и дренажных систем, и т.д. – используется **математическое моделирование**.

Существуют три основных вида **математического моделирования** [16, 20]:

1) **аналоговое**, основанное на подобии между различными физическими процессами, математические модели которых тождественны; основным для аналогового моделирования фильтрации является метод электродинамической аналогии, в связи с аналогичностью математического выражения процессов фильтрации подземных вод и формирования электрического поля (модель в этом случае создается из сплошных или дискретных токопроводящих элементов);

2) **численное**, основанное на использовании ЭВМ (компьютера);

3) моделирование с применением **гибридных систем**, представляющих собой автоматизированные сеточные модели, управляемые компьютером.

Любое моделирование предполагает следующий комплекс гидрогеологических исследований [9, 13]:

- построение исходной гидрогеологической схемы;
- геофильтрационную схематизацию с обоснованием гидродинамической модели фильтрационных процессов, заданием геофильтрационных параметров и граничных условий;
- решение модельных задач с выбором оптимального варианта;

– сопоставление результатов моделирования с данными натурных наблюдений на изучаемом объекте;

– проведение прогнозных расчетов при адекватном отражении природных условий реального объекта математической (компьютерной) моделью.

В настоящее время преимущественно используется **численное моделирование геофильтрации**. Оно предполагает сеточную разбивку области фильтрации и базируется на конечно-разностном методе решения дифференциальных уравнений, когда частные производные заменяются конечными приращениями и само дифференциальное уравнение сводится к системе алгебраических уравнений [9]. Данные уравнения включают такие основные гидродинамические параметры, как **напоры** и **коэффициенты фильтрации**, количество уравнений равно числу блоков сеточной разбивки. Таким образом, численное моделирование заключается в решении на компьютере уравнений фильтрации, при этом должны быть определены граничные условия и структура фильтрационного поля [4].

Для **численного моделирования геофильтрации** необходимы соответствующие программные продукты. Мировой известностью и очень широким распространением пользуется программа **ModFlow**, разработанная в геологической службе США (USGS). Эта программа – Modular Three-Dimensional Finite-Difference Groundwater Flow Model (URL: <http://water.usgs.gov/nrp/gwsoftware/modflow.html>) – предполагает моделирование трехмерной стационарной и нестационарной напорно-безнапорной геофильтрации, для чего используется прямоугольная конечно-разностная сетка (моделируемая область покрывается прямоугольной сеткой, масштаб которой определяется пользователем, в каждый блок вводится определенная начальная гидродинамическая информация, результаты вычислений также привязываются к каждому блоку) и неявная аппроксимация уравнения нестационарной напорно-безнапорной геофильтрации [19]. **ModFlow** является расчетной программой (“решалкой” или процессором) и в ней отсутствует дружественный интерфейс, что затрудняет ввод необходимых первичных данных для моделирования и визуализацию результатов вычислений. В связи с этим ModFlow обычно используется в составе программных пакетов (комплексов, являющихся пре- и постпроцессорами), где указанные проблемы разрешены. Наиболее известными программными пакетами такого типа являются Visual Modflow (разработчик – компания Waterloo Hydrogeologic Inc.; URL: <http://www.swstechnology.com/groundwater-software/g...-modflow-premium>) и Processing Modflow (авторы – Wen-Hsing Chiang и Wolfgang Kinzelbach; URL: <http://www.simcore.com>), а в России ещё программный комплекс Modtech, являющийся разработкой компании “Геолинк-Консалтинг” (г. Москва, URL: <http://www.geolink-consulting.ru/products/modtech/>).

Данное методическое пособие ориентировано на студентов специальности (профиля подготовки) “Гидрогеология и инженерная геология”, приступающих к изучению численного моделирования геофильтрации. Эффективное его использование невозможно без знания особенностей формирования различных типов подземных вод (грунтовых, межпластовых и др.), принципов схематизации гидрогеологических

условий, основ гидрогеодинамики (лучшими учебными пособиями в этом плане являются [2, 3, 6, 7, 14, 15, 18, 19]).

В методическом пособии не рассматриваются модули и элементы каких-либо программных комплексов, например вышеотмеченных Visual Modflow, Processing Modflow или Modtech. Они изучаются непосредственно на практических занятиях в компьютерном классе. Самостоятельно с программой Modflow можно познакомиться в составе пакета Processing Modflow, свободная (бесплатная) версия которого (PM-5.3) представлена на странице <http://www.simcore.com/pm53>. Здесь же присутствует руководство пользователя на английском языке. Для успешного освоения Processing Modflow можно пользоваться и “Help” программы.

Введение, заключение, главы 1, 3 и 4 составлены доцентом Р. Х. Мусиным; глава 2 написана профессором М. Г. Храмченковым.

Глава 1. ТИПИЗАЦИЯ ГИДРОГЕОДИНАМИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

подавляющая часть гидрогеологических задач решается с применением различных методов и уравнений динамики подземных вод, т.е. **гидрогеодинамических расчетов**. Основными из них являются описание состояния и перемещения подземных вод (**геофильтрационные расчеты**) и содержащегося в них вещества (**геомиграционные расчеты**) [5].

Методы и техника **гидрогеодинамических расчетов** зависят от характера математического описания рассматриваемого процесса или явления. Математические модели гидрогеологических процессов могут быть **детерминированными** и **стохастическими**. Первые предполагают наличие функциональных связей между распределением гидрогеодинамических характеристик, граничными условиями и параметрами фильтрационной (миграционной) среды и интенсивностью действия режимобразующих факторов (источников питания и разгрузки). Предметом расчетов здесь является нахождение решения соответствующего уравнения (системы уравнений), описывающего изучаемый процесс. **Стохастические** модели предполагают случайный (функционально несвязанный) характер гидрогеологических процессов. Это обуславливает использование вероятностно-статистического расчетного аппарата [5].

По постановке различают **прямые** и **обратные задачи** [5, 15]. **Прямые** задачи основной целью имеют определение пространственно-временного распределения элементов фильтрационного потока (напоры, расходы, скорости фильтрации) при известных (заданных) фильтрационных параметрах и граничных условиях какой-то расчетной (изучаемой) области. Такого типа задачи ещё именуют **прогнозными**. **Обратные** задачи предназначены для определения гидрогеологических параметров среды, граничных условий области или математической модели процесса, при которых с достаточной точностью воспроизводится наблюдаемое состояние элементов фильтрационного потока, т.е. обратные задачи по существу являются идентификационными. К обратным задачам относятся все виды опытно-фильтрационных и опытно-миграционных работ (откачки, наливов и т.д.), и режимных

наблюдений. При численном моделировании обратные задачи решаются путем проведения серии прямых расчетов, позволяющих корректировать параметры и граничные условия математической (компьютерной) модели до её соответствия реальным гидрогеологическим условиям. В последнем случае обратные задачи еще именуют эпигнозными или калибрационными.

Гидрогеодинамические расчеты могут быть выполнены на основе точных **аналитических решений** или **численного моделирования**. Точные аналитические решения существуют лишь для упрощенных расчетных схем с однородным распределением параметров, геометрически правильной пространственной структурой течения и схематизированными типовыми граничными условиями. Реальные объекты часто трудно представить упрощенными расчетными схемами, и в этом случае учет всех их гидрогеологических особенностей возможен лишь на основе математического (численного) моделирования. Количество возникающих при этом систем дифференциальных уравнений (в зависимости от сложности задач – сотни, тысячи и миллионы уравнений) предопределяет необходимость использования компьютеров [5].

Контрольные вопросы к главе 1

1. *Типы (виды) математических моделей гидрогеологических процессов.*
2. *Характеристика прямых и обратных задач.*
3. *Характеристика геофильтрационных и геомиграционных расчётов.*

Глава 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ГЕОФИЛЬТРАЦИИ

Динамика подземных вод имеет дело, прежде всего, с процессами специфического перемещения подземных вод в пористой горной породе под действием перепада давления (напора). Сам процесс движения флюида (воды) по порам горной породы называется фильтрацией. Термин «поры» трактуется расширительно, т.е. под этим термином понимаются собственно поры, микропоры, микротрещины, трещины, микро- и макро-каверны и другие пустоты в горной породе [17]. Закон фильтрации, связывающий скорость фильтрации \vec{V} , под которой понимают объем подземного флюида (воды), прошедший за единицу времени через единицу общей площади сечения пористой среды перпендикулярно ему, и вызвавший движение флюида градиент напора H , в простейшем случае имеет линейный вид:

$$\vec{V} = -K \cdot \nabla H, \nabla H = \frac{\partial H}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial H}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial H}{\partial z} \vec{k}. \quad (1)$$

Здесь K называется коэффициентом фильтрации, знак «минус» подчеркивает тот факт, что жидкость течет от большего значения напора к меньшему, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - координатные орты [11].

Эта зависимость, экспериментально установленная французским инженером А. Дарси, носит его имя, и различными способами была обоснована теоретически с позиций гидродинамики [10]. Отметим, что использование закона фильтрации в виде (1) через зависимость скорости фильтрации от градиента напора физически корректно лишь в случае фильтрации воды (так называемой однофазной фильтрации), поскольку в случае совместной фильтрации нескольких несмешивающихся флюидов (многофазной фильтрации) понятие напора теряет физический смысл, и в этом случае используют давление в различных фазах, как правило, с поправкой на величину капиллярного скачка.

Другим необходимым законом является закон сохранения массы движущейся жидкости. Здесь уместна аналогия с задачей о бассейне, в который через одну трубу вода втекает, а через другую вытекает. В нашем случае втекание и вытекание регулируется законом Дарси, но для решения задачи нужно знать объем бассейна, а также начальное содержание жидкости в нем. Влияние последних факторов и регулирует закон сохранения массы движущейся жидкости. Представим интересующую нас область, в которой протекает процесс однофазной фильтрации, разбитой на сумму малых объемов, по форме представляющих собой параллелепипеды со сторонами $\delta x, \delta y, \delta z$ соответственно. Оси координат направлены по ребрам параллелепипеда. В соответствии с этим разложим вектор скорости фильтрации на составляющие V_x, V_y, V_z . Таким образом, общий поток жидкости разбивается на три составляющих. При течении вдоль оси «X» изменение параметров жидкости вызвано смещением вдоль оси «X», по остальным осям – соответственно. Запишем изменение массы жидкости в объеме $\delta x \cdot \delta y \cdot \delta z$. Первой реакцией на этот вопрос может оказаться та, что никакого изменения не происходит – сколько жидкости втекает в объем, столько и вытекает. Но это лишь один из возможных случаев. В более общем случае изменение массы содержащейся в данный момент времени может быть обусловлено, например, сжимаемостью жидкости, а также изменением объема пор при всестороннем обжатию вещества скелета фильтрующей жидкостью. Итак, запишем

$$\begin{aligned} \frac{\partial(n\rho)}{\partial t} \delta x \cdot \delta y \cdot \delta z = \\ \{[\rho V_x](x, y, z) - [\rho V_x](x + \delta x, y, z)\} \delta y \cdot \delta z + \\ \{[\rho V_y](x, y, z) - [\rho V_y](x, y + \delta y, z)\} \delta x \cdot \delta z + \\ \{[\rho V_z](x, y, z) - [\rho V_z](x, y, z + \delta z)\} \delta y \cdot \delta x \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь n есть пористость породы (доля объема породы, занятая порами), слагаемое слева от знака равенства означает изменение массы в объеме $\delta x \cdot \delta y \cdot \delta z$ за единицу времени, а справа – сумму втекающих (со знаком «+») и вытекающих (со знаком «-») в объем $\delta x \cdot \delta y \cdot \delta z$ потоков жидкости вдоль координатных осей X, Y, Z соответственно. Раскладывая стоящие в фигурных скобках члены в ряд Тейлора по малым величинам $\delta x, \delta y, \delta z$ соответственно, и удерживая члены первой степени, получим

$$\frac{\partial(n\rho)}{\partial t} \delta x \cdot \delta y \cdot \delta z = -\frac{\partial[\rho V_x]}{\partial x} \delta x \cdot \delta y \cdot \delta z - \frac{\partial[\rho V_y]}{\partial y} \delta x \cdot \delta y \cdot \delta z - \frac{\partial[\rho V_z]}{\partial z} \delta x \cdot \delta y \cdot \delta z \quad (3)$$

Сокращая на объем, что физически соответствует интерпретации результатов в единичном объеме, получаем

$$\frac{\partial(n\rho)}{\partial t} + \frac{\partial[\rho V_x]}{\partial x} + \frac{\partial[\rho V_y]}{\partial y} + \frac{\partial[\rho V_z]}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

В соответствии с определением дивергенции вектора уравнение (4) можно записать в виде

$$\frac{\partial(n\rho)}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (5)$$

Во многих гидрогеологических приложениях плотность воды можно считать постоянной, и тогда имеем

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div}(\vec{V}) = 0 \quad (6)$$

Предполагая, что объем пор регулируется лишь величиной обжимающего твердый скелет давления, запишем на основании уравнения (6) и закона Дарси

$$\beta \frac{\partial H}{\partial t} = \text{div}(K \nabla H), \quad \beta = \frac{\partial n}{\partial H} \quad (7)$$

Если коэффициент фильтрации изотропен и постоянен, то уравнение (7) можно еще более упростить

$$\beta \frac{\partial H}{\partial t} = K \Delta H, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (8)$$

Уравнение (8) представляют собой дифференциальное уравнение в частных производных, определенное в трехмерной области Ω с границей Γ , напор H является искомой функцией. В общем случае, предполагая возможное наличие источника/стока f типа скважины в объеме $\delta x \cdot \delta y \cdot \delta z$, уравнение (8) перепишем в виде

$$\frac{\partial(\beta H)}{\partial t} + \text{div}(\vec{V}) = f \quad (9)$$

Иногда оператор дивергенции вектора записывают как скалярное произведение оператора градиента и вектора, т.е. $\text{div} \vec{V} = \nabla \cdot \vec{V}$. Далее буквой «х» для компактности записи будет обозначаться точка трехмерного пространства области фильтрации Ω . Граничные условия имеют вид:

$$H(x, t) = H_D(x, t); x \in \Gamma_p \quad (10)$$

Начальные условия имеют вид заданных в начальный момент времени напоров в области Ω :

$$H(x, 0) = H_0(x), x \in \Omega \quad (11)$$

Уравнение (9) с граничными условиями (10) и начальными условиями (11) представляет собой краевую задачу, которая решается численно. Метод численного решения в каком-то смысле представляет собой «открученный назад» метод получения уравнения (8), т.е. мы переходим от математической записи закона сохранения массы

воды, приведенной к единице объема (уравнение (8)), к исходной записи балансового уравнения вида (2). Алгоритм получения численного решения и его точность будет зависеть от способа разбивки области Ω на составные элементы объема (в выше рассмотренном случае мы их обозначали $\delta x \cdot \delta y \cdot \delta z$, полагая имеющими форму параллелепипедов, но в общем случае эти объемы могут иметь форму многогранников), относительно которых будем записывать приближенные уравнения. Рассмотрим общий случай, когда область Ω разбивается на объемы-многогранники (в простейшем случае это кубики) T^j . Напор H и скорость фильтрации \vec{V} представляются кусочно-постоянными полиномами вида:

$$H(x,t) \approx \sum_{j=1}^{n_x} h_j(x) H_j(t) = h^T(x) H(t) \quad (12)$$

$$\vec{V}(x,t) \approx \sum_{k=1}^{n_f} w_k(x) q_k(t) = W(x) q(t) \quad (13)$$

где $h_j(x)$ поэлементно постоянные функции:

$$h_j(x) = \begin{cases} 1, & x \in T^j \\ 0, & x \in \Omega - T^j \end{cases} \quad (14)$$

а $w_k(x)$ - векторные функции, ассоциированные с k -ой гранью объема T^j :

$$w_k(x) = \begin{cases} \pm \frac{x - x_k}{L |V(T^j)|}, & x \in T^j \\ 0, & x \in \Omega - T^j \end{cases} \quad (15)$$

Здесь V - объем T^j , x_k - радиус-вектор узла, противоположного k -ой грани объема T^j , L - множитель, учитывающий специфику формулы получения объема V элемента объема T^j как произведения площади грани на «высоту» $(x - x_k)$ (для тетраэдра $L=3$, для параллелепипеда $L=1$, и т.д.). Знак (\pm) в (15) обозначает направление $w_k(x)$. Таким образом, в (12) распределение напоров $H_j(t)$ в области Ω можно рассматривать как вектор $H(t)$, перемножающийся с матрицей $h^T(x)$, построенной на основании правила (14). Аналогично, потоки $q_k(t)$, перемножающиеся с матрицей $W(x)$, порождают многомерный вектор потоков.

Интегральные представления для уравнения (9) получим стандартным образом. На основании теоремы Остроградского - Гаусса для закона сохранения массы жидкости в области Ω и закона Дарси с учетом (12) и (13) получим соответственно

$$\int_{\Omega} h(\nabla \cdot \vec{V}) d\Omega + \int_{\Omega} h \frac{\partial \beta H}{\partial t} d\Omega = \int_{\Omega} h f d\Omega \quad (16)$$

$$\int_{\Omega} W^T K^{-1} v d\Omega + \int_{\Omega} W^T \nabla H d\Omega = 0 \quad (17)$$

Предполагая, что β не зависит от времени, и используя аппроксимации (12) - (13), получим:

$$B^T q + P \dot{H} = f_2 \quad (18)$$

$$A q - B H = f_3 \quad (19)$$

где введены обозначения

$$A = \int_{\Omega} W^T K^{-1} W d\Omega \quad (20)$$

$$B = \int_{\Omega} \omega h^T d\Omega \quad (21)$$

$$P = \int_{\Omega} \beta h h^T d\Omega \quad (22)$$

$$f_2 = \int_{\Omega} f h d\Omega \quad (23)$$

$$f_3 = \int_{\Gamma_p} H_D W^T n d\Gamma \quad (24)$$

где ω учитывает знак направления $w_k(x)$. Далее уравнения (18) - (19) численно интегрировались по времени с использованием метода конечных разностей. Для понимания этой операции предположим, что неизвестные функции линейны между двумя моментами времени t и $(t + \Delta t)$, и пусть в некий момент времени τ :

$$\tau = \theta(t + \Delta t) + (1 - \theta)t \quad (25)$$

В уравнении (25) параметр θ есть величина между нулем и единицей. Таким образом, можно получить разностную схему для системы (18) - (19):

$$\frac{PH^{t+\Delta t}}{\Delta t} + \theta B^T q^{t+\Delta t} = (1 - \theta) [f_2^t - B^T q^t] + \frac{PH^t}{\Delta t} + \theta f_2^{t+\Delta t} \quad (26)$$

$$\theta (Aq^{t+\Delta t} - BH^{t+\Delta t}) = (1 - \theta) [BH^t - Aq^t + f_3^t] + \theta f_3^{t+\Delta t} \quad (27)$$

Верхний индекс $(t + \Delta t)$ у соответствующего символа обозначает, что величина, обозначенная соответствующим символом, вычисляется в момент времени $(t + \Delta t)$. Соответственно, индекс t означает, что величина вычисляется в момент времени t . Заметим, что системы уравнений (26) и (27) можно записать в виде:

$$M \cdot z^{t+\Delta t} = f^t \quad (28)$$

где введены следующие обозначения для матриц

$$M = \begin{pmatrix} P & (\gamma B^T) \\ \gamma B & (-\gamma A) \end{pmatrix} \quad z^{t+\Delta t} = \begin{pmatrix} H^{t+\Delta t} \\ q^{t+\Delta t} \end{pmatrix} \quad f^t = \begin{pmatrix} f^p \\ f^q \end{pmatrix} \quad (29)$$

$$f^p = (\Delta t - \gamma) [f_2^t - B^T q^t] + PH^t + \gamma f_2^{t+\Delta t} \quad (30)$$

$$f^q = (\Delta t - \gamma) [Aq^t - Bp^t - f_3^t] - \gamma f_3^{t+\Delta t} \quad (31)$$

$$\gamma = (1 - \theta)\Delta t \quad (32)$$

Таким образом, решение исходной краевой задачи свелось к решению системы линейных алгебраических уравнений вида (28). Методы решения систем линейных алгебраических уравнений рассмотрены в специальной литературе [1].

Контрольные вопросы к главе 2

1. Форма основного закона фильтрации, выраженная через скорость фильтрации.
2. Закон сохранения массы движущейся жидкости.

Глава 3. ТИПЫ ПОТОКОВ ПОДЗЕМНЫХ ВОД И ГЕОФИЛЬТРАЦИОННАЯ СХЕМАТИЗАЦИЯ

Эффективное применение численного моделирования геофильтрации возможно при достаточно полных представлениях о гидрогеологических условиях исследуемого объекта (района). Эти представления формируются либо на основе непосредственно прямого его изучения, либо по аналогии с соседними хорошо изученными объектами. Можно выделить следующие три этапа обобщения исходных гидрогеологических данных, результаты которых необходимы для создания численных (компьютерных) геофильтрационных моделей [19].

Первый этап – этап **гидрогеологической схематизации**. Он заключается в гидрогеологической стратификации разреза (выделение водоносных, слабоводоносных и водоупорных, а также неводоносных (сдренированных) слоев, горизонтов, комплексов, зон), в получении представлений об условиях формирования (питание и разгрузка) подземных вод. Получаемая на этом этапе информация является качественной, и она обычно отражается на гидрогеологических картах и разрезах.

Второй этап – этап **выделения (картирования) потоков подземных вод**, что необходимо, в первую очередь, для определения баланса и детализации структуры течения подземных вод.

Третий этап – этап **геофильтрационной схематизации** с выделением граничных условий области фильтрации и отдельных потоков подземных вод, определением режимов их фильтрации. На этом этапе также обобщаются данные по значениям фильтрационных параметров и характеру их изменения по латерали (площади) и вертикали (разрезе), и, при необходимости, данные по ёмкостным параметрам.

3.1. Типы потоков подземных вод

Под **потоком подземных вод** понимается область распространения (движущаяся масса) подземных вод в определенных природных границах со свойственными ему структурами течения, особенностями питания и разгрузки [6, 19].

Структура потока подземных вод включает **балансовую структуру** (т.е. пространственное положение областей питания, разгрузки и транзита потока с их качественной и количественной характеристикой) и **структуру течения** (т.е. характеристику направления течения в различных участках потока). Границами потока подземных вод обычно являются определенные геоморфологические элементы – контуры водотоков и водоемов, водоупорные слои. В отдельных случаях эти границы имеют гидродинамический характер – свободная поверхность безнапорного потока, границы раздела пресных и соленых вод.

Основными **источниками питания** подземных вод верхней части гидрогеологического разреза являются инфильтрация жидких атмосферных осадков и снеготалых вод, конденсация атмосферной влаги, а также поступление вод поверхностных водотоков и водоемов. **Инфильтрационное питание** характеризуется

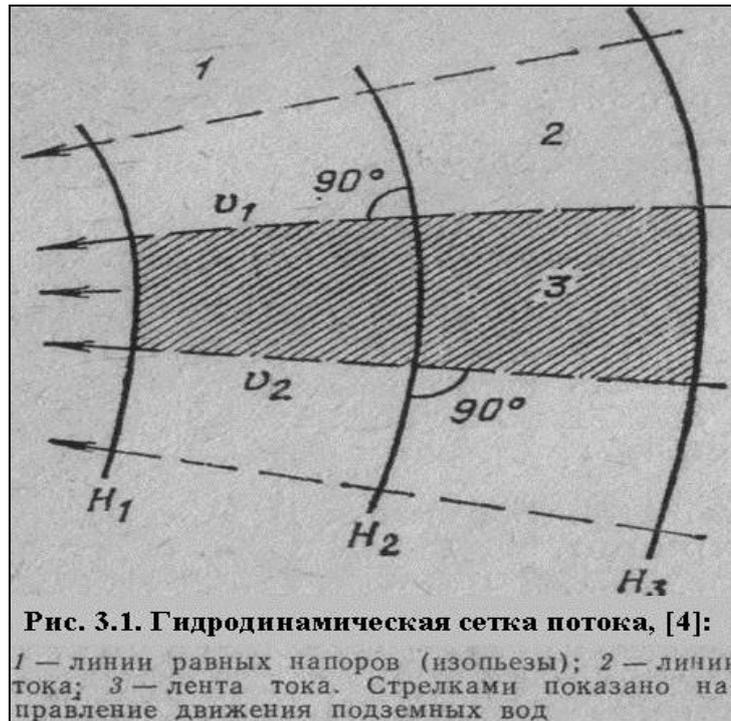
величиной **интенсивности инфильтрации**, представляющей расход инфильтрационного (площадного) питания грунтовых вод, поступающего на единицу площади поверхности грунтового потока (интенсивность инфильтрации – W , м/сут). Иногда основная приходная статья баланса подземных вод (их питание) определяется орошением, а также сооружением различных типов водоемов, в том числе водоемов (инфильтрационных бассейнов), специально оборудуемых в целях искусственного восполнения запасов подземных вод.

Разгрузка подземных вод классифицируется в зависимости от её пространственных форм (по морфометрии) и по отношению к условиям на поверхности земли. По **морфометрии** разгрузка в общей форме подразделяется на **сосредоточенную** (четко локализованную в пространстве) и **рассредоточенную** (сравнительно равномерную в пределах определенной площади). **Сосредоточенная разгрузка** может быть **очаговой** (или точечной – выходы отдельных родников, водоотбор из скважин) и **линейной** (долины рек, зоны тектонических нарушений и контакты пород, характеризующихся различной фильтрационной способностью). **Рассредоточенная** разгрузка – испарение и транспирация с уровня грунтовых вод при их неглубоком залегании, перетекание из одного водоносного горизонта в другой, разгрузка под дном водоемов (озер, морей, водохранилищ).

По отношению к поверхностным условиям выделяют **открытую** и **скрытую** формы естественной разгрузки. **Открытые** формы – родники, наледи. **Скрытые** формы – **субаквальная** разгрузка в реки, озера и т.д., и **субаэральная** разгрузка испарением и транспирацией. Распространенной формой скрытой разгрузки является вышеотмеченное **перетекание** подземных вод из одного водоносного горизонта (комплекса) в другой через разделяющие их слабопроницаемые (водоупорные) слои. Это основной вид разгрузки (часто и питания) межпластовых потоков подземных вод. В областях интенсивной хозяйственной деятельности разгрузка подземных вод может осуществляться и искусственным путем (водозаборы и дренажи подземных вод).

Особенности балансовой структуры и структуры течения потоков подземных вод определяются комплексом гидролого-метеорологических, ландшафтных и геологических факторов. В верхней части гидрогеологического разреза определяющую роль в формировании потоков подземных вод играют рельеф и поверхностная гидросфера. С увеличением глубины залегания основное значение приобретают геологические факторы – литологическое строение водоносных толщ и условия их залегания.

Потоки подземных вод характеризуются определенной **структурой течения**, отражаемой **линиями тока**. **Линии тока** перпендикулярны **гидроизогипсам** (**гидроизопьезам**). Система взаимно ортогональных линий тока и линий напора, являющихся основными гидродинамическими элементами потока, образует **гидродинамическую сетку** (рис. 3.1).



С помощью гидродинамической сетки можно охарактеризовать форму, мерность и структуру течения потока. Под структурой течения обычно понимают положение и направление вектора скорости фильтрации в пространстве, а под мерностью потока — число проекций вектора скорости в выбранной системе координат [15]. В зависимости от характера траекторий движения воды (или по мерности) выделяют три типа потоков — одно-, дву- и трехмерные потоки. В первом случае траектории движения воды — прямые линии (вектор скорости параллелен какой-либо линии, такие потоки именуют еще **линейными**), во втором — криволинейные в горизонтальной или вертикальной плоскости (вектор скорости лежит в какой-то плоскости, — **плоские потоки**), в третьем — пространственные кривые (вектор скорости фильтрации не параллелен никакой плоскости, — **пространственные потоки**). Среди **плоских двумерных потоков** различают следующие два основных типа потоков по структуре течения:

- а) **плановый**;
- б) **профильный**.

В **плановых потоках** линии тока деформируются в плане (в горизонтальной плоскости), а в вертикальном сечении эти линии оказываются практически параллельными. В **профильных потоках** линии тока деформируются в вертикальной плоскости, а в плане оказываются параллельными друг другу.

В проницаемых породах, характеризующихся значительным площадным распространением, плановые размеры которых значительно превышают мощность этих пород, наиболее характерны **плановые потоки** подземных вод, в которых течение происходит в основном по напластованию. В плановых потоках вместо скорости фильтрации обычно используется понятие **удельного расхода потока** (q), представляющего собой расход потока шириной 1 м [6]:

$$q=Q/B=B*m*k*I/B=m*k*I=T*I,$$

где q – удельный (единичный) расход ($\text{м}^2/\text{сут}$), Q – расход (общий) потока ($\text{м}^3/\text{сут}$), B – ширина потока (м), m – мощность потока (м), k – коэффициент фильтрации (м/сут), I – напорный градиент, T – водопроницаемость ($\text{м}^2/\text{сут}$).

Так определяется удельный расход потока при однородном строении водоносного пласта (слоя) по вертикали. Для планового потока, состоящего из слоев с различной мощностью (m_1, m_2, \dots) и фильтрационной способностью (k_1, k_2, \dots), общий удельный расход в пласте равен сумме значений единичных расходов отдельных слоев. С учетом того, что в плановом потоке градиенты напоров одинаковы во всех слоях, то:

$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_n = (k_1 * m_1 + k_2 * m_2 + \dots + k_n * m_n) * I = (T_1 + T_2 + \dots + T_n) * I,$$

т.е. водопроницаемость стоистого пласта складывается из проницаемостей отдельных слоев.

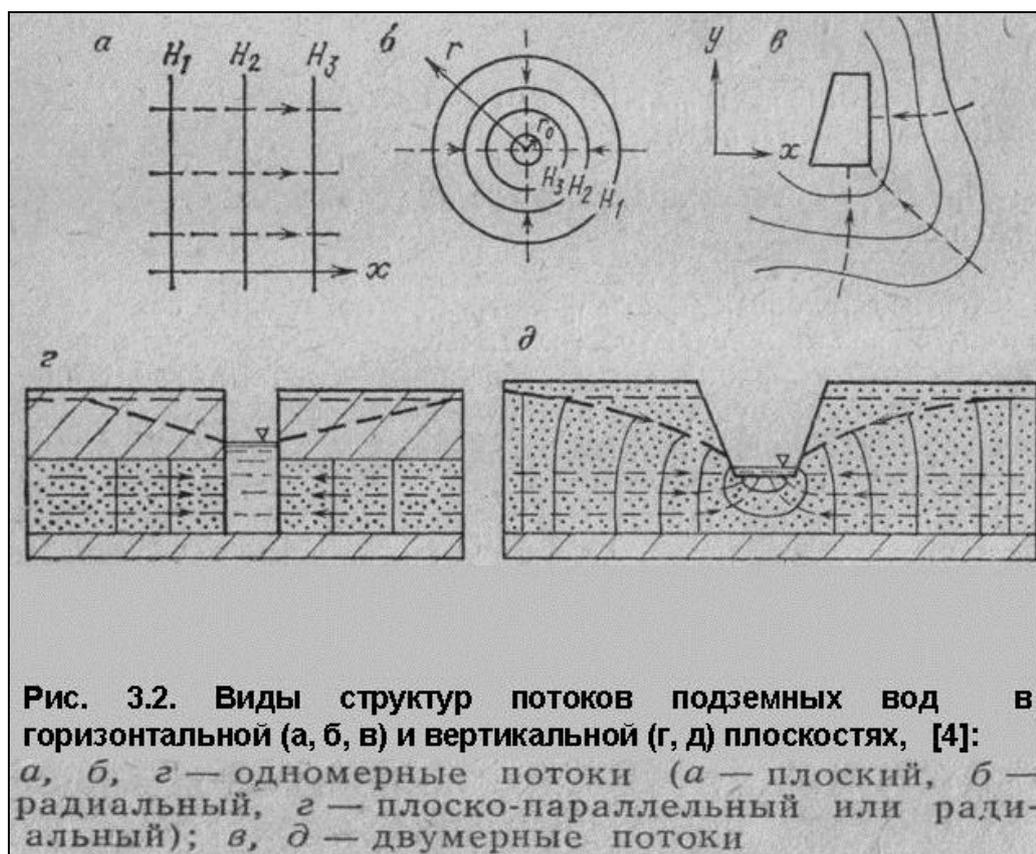
При неоднородном геологическом разрезе, когда отмечается чередование хорошо проницаемых (водоносных) и слабопроницаемых (водоупорных) пород (такое строение наиболее характерно для осадочного чела платформ, передовых и межгорных прогибов) для упрощения структуры течения принимаются предпосылки перетекания. Согласно этим предпосылкам поток в проницаемых (водоносных) пластах (горизонтах) считается **плановым**, а в слабо проницаемых (относительно водоупорных или разделяющих) пластах (горизонтах) – **профильным**, т.е. учитывается течение только в вертикальном направлении (поперек напластованию).

Вариантами **плановых потоков** являются одномерные, среди которых различают: **плоскопараллельный (или одномерный линейный) поток** – линии тока параллельны в плане и разрезе; **радиальный или осесимметричный поток** – направление движения к центру симметрии, в декартовых координатах поток двумерный, а в цилиндрических может рассматриваться как одномерный, характеристики потока в любом концентрическом сечении одинаковы и зависят от положения сечения относительно центра (рис. 3.2).

Структура течения потока и его мерность определяются в первую очередь **формой границ потока в плане и разрезе** [4, 15]. При **прямолинейных параллельных границах** формируются **плоскопараллельные потоки**, при этом их ширина в плане постоянна. Одна из границ в этом случае является контуром питания, а другая – контуром разгрузки подземных вод. **Прямолинейные ортогональные и пересекающиеся под углом границы** формируют **плановые потоки** разной конфигурации (при условии совершенного вреза границ в водоносный пласт). Отдельные участки двумерных потоков (плановых или профильных), расположенные на удалении от границ, могут отвечать признакам плоскопараллельного потока.

Радиальной формы контуры (водоемы, излуины рек) создают **радиальные потоки** – радиально сходящиеся и радиально расходящиеся (вектор скорости параллелен радиусам). **Радиальные потоки** образуются и при дренировании

водоносного горизонта (пласта) одиночной горной выработкой (скважиной), при этом вокруг выработки образуется симметричная зона понижений естественных напоров.



Одновременное наличие прямолинейных и радиальных границ приводит к **планово-радиальным** и сложной формы потокам. Если границы потоков несовершенные, то потоки являются **пространственными (трехмерными)** и имеют максимальное число проекций вектора скорости. Также сложные пространственные потоки формируются при несовершенном вскрытии водоносного пласта скважинами.

Потоки подземных вод могут характеризоваться варьирующими в широких пределах особенностями структуры баланса и течения. Потоки, характерные для различных природных условий, рассматриваются ниже [6, 19].

Потоки подземных вод платформенных областей

В платформенных областях проявлены следующие потоки (системы потоков) подземных вод, которые могут взаимодействовать между собой, образуя единую водоносную систему:

- междуречные потоки;
- потоки в речных долинах;
- система потоков артезианских бассейнов.

Междуречные потоки формируются на междуречных пространствах в зоне активного водообмена и являются одним из наиболее распространенных типов потоков подземных вод. Их питание осуществляется в основном путем инфильтрации атмосферных осадков, а разгрузка – в эрозионных врезках (речные долины, озерные котловины и т.д.). Разгрузка проявляется родниками, зонами высачиваний, подземным стоком в аллювиальные долинные отложения или непосредственно в русло водотоков. Междуречные потоки состоят из одного или нескольких водоносных горизонтов (пластов), разделенных относительно водоупорными (разделяющими) пластами. Нижней границей таких потоков служат достаточно мощные регионально выдержанные водоупорные слои. Поведение уровней (напоров) подземных вод в различных водоносных пластах подчиняется следующим основным закономерностям, на что впервые было обращено внимание А. Н. Мятиевым:

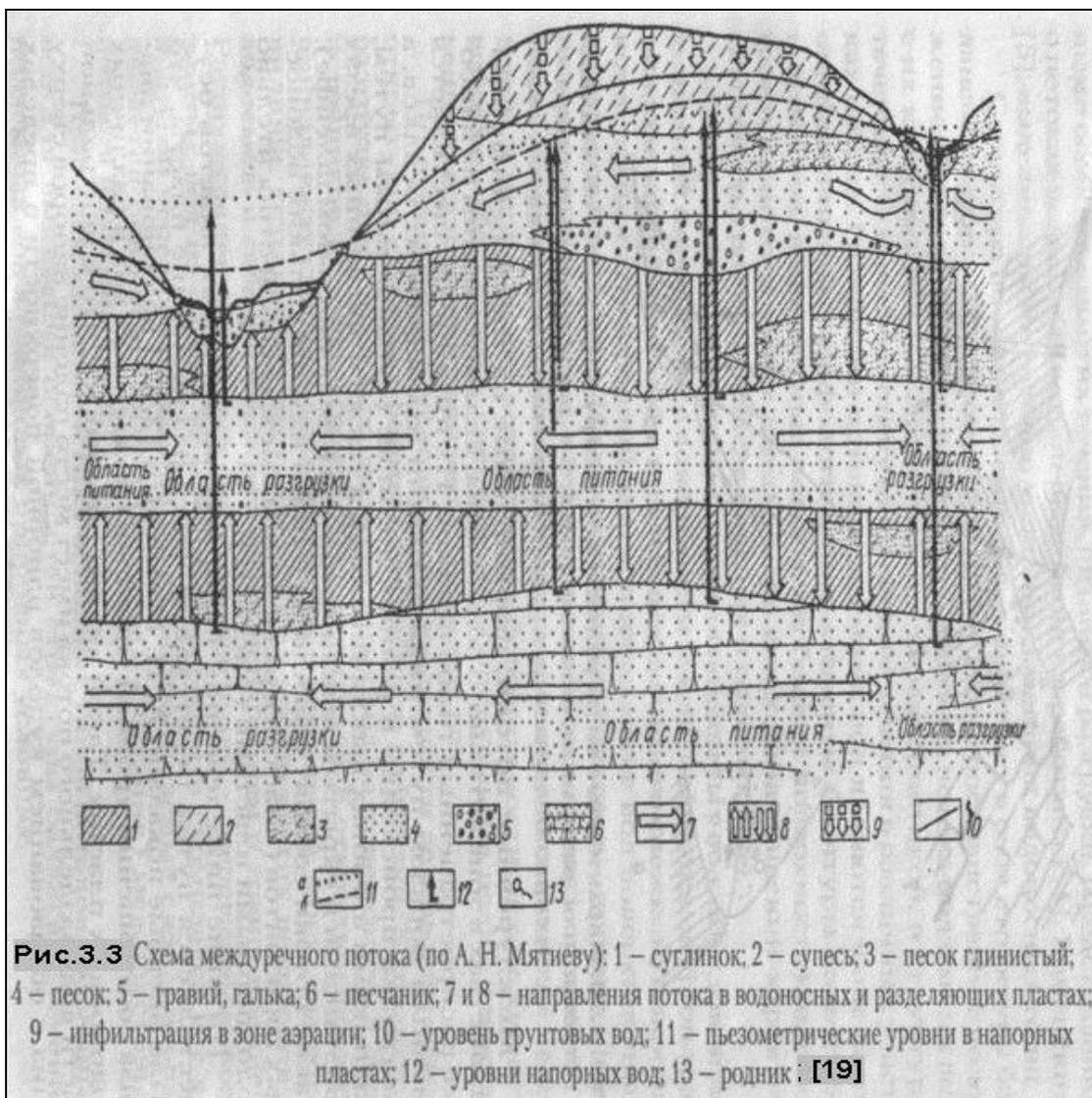
- в пределах каждого водоносного горизонта уровни понижаются в направлении от водоразделов к эрозионным понижениям;
- в пределах водораздельных участков напоры понижаются с увеличением глубины залегания водоносных горизонтов (пластов);
- в пределах эрозионных понижений напоры повышаются с увеличением глубины залегания водоносных горизонтов (пластов).

Такое соотношение напоров свидетельствует о площадном питании потока на водораздельных пространствах (для всё более нижележащих горизонтов это питание происходит путем нисходящего перетекания через разделяющие слои) и его дренировании в пределах эрозионных врезок. При этом большинство эрозионных врезок дренируют не только грунтовые воды (воды первого от поверхности водоносного горизонта), но и достаточно глубокие напорные горизонты зоны активного водообмена (путем восходящего перетекания через разделяющие слои, рис. 3.3).

В зонах распространения многолетнемерзлых пород формирование междуречных потоков отличается многими существенными особенностями. В условиях островного и прерывистого распространения такого типа пород питание подземных вод на междуречьях локализуется по дождевально-радиационным таликам, приуроченным к поверхностным выходам наиболее проницаемых пород (пески, галечники, интенсивно трещиноватые скальные образования). Это питание ослабевает с увеличением сплошности мерзлых пород. В областях же сплошного распространения многолетнемерзлых образований питание на водораздельных пространствах отсутствует, и оно может происходить только на отдельных участках по сквозным подрусловым и подозерным таликам, что существенно изменяет структуру междуречных потоков (рис. 3.4).

Потоки в речных долинах образуют грунтовые воды, формирование (режим) которых обуславливается взаимодействием с поверхностными водами (рекой, её рукавами и старицами, водохранилищами). Долины крупных равнинных рек могут иметь ширину до нескольких десятков километров. Питание потока в такой долине осуществляется в основном за счет инфильтрации атмосферных осадков, а разгрузка – в

речную сеть. Поток подземных вод направлен к основной реке, но при этом он деформируется за счет дренирующего влияния отдельных притоков (рис. 3.5). В долинах же малых рек структура потока более сложная. Она определяется конфигурацией и водоносностью бортов долины, продольным уклоном водотока, особенностями площадного питания.



По структуре течения в разрезе потоки в долинах равнинных рек оказываются чаще всего однородными, резко деформируясь в вертикальном сечении только непосредственно вблизи рек. Наличие в разрезе аллювиальных отложений выдержанных глинистых слоёв может приводить к разделению аллювиального горизонта на водоносные пласты, различающиеся по напорам и характеру течения потока (рис. 3.6).

При высоких уровнях воды в водотоках (паводок, создание водохранилища) поток временно может быть направлен от реки, которая из области разгрузки превращается в область питания подземных вод. **Потоки речных долин** могут

взаимодействовать с **междуречными потоками**, для которых долинные потоки обычно являются зонами разгрузки.

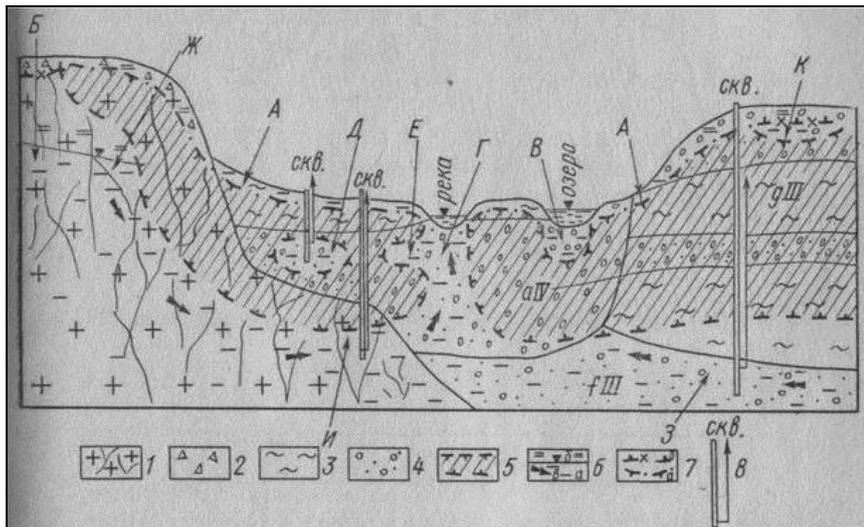


Рис.3.4. Схема различных категорий подземных вод по отношению к мерзлым толщам, [6]:

А — надмерзлотные воды СТС; Б — грунтовые воды сквозного дождевально-радиационного талика; В — надмерзлотные воды подошрного несквозного талика; Г — воды сквозного подруслового талика; Д — внутримерзлотные воды; Е — межмерзлотные воды; Ж — подмерзлотные воды неконтактирующие, безнапорные; З — подмерзлотные воды контактирующие, напорные; И — подмерзлотные воды, напорные; К — надмерзлотные воды несквозного дождевально-радиационного талика; 1 — изверженные трещиноватые породы; 2 — щебень и дресва; 3 — суглинок пылеватый; 4 — песок и галечник; 5 — ММП и их граница; 6 — обводненность пород постоянная (а), периодическая (б) и направление движения подземных вод (в); 7 — подошва СТС (а) и СМС (б); 8 — скважина, стрелкой показан уровень появления и установления воды

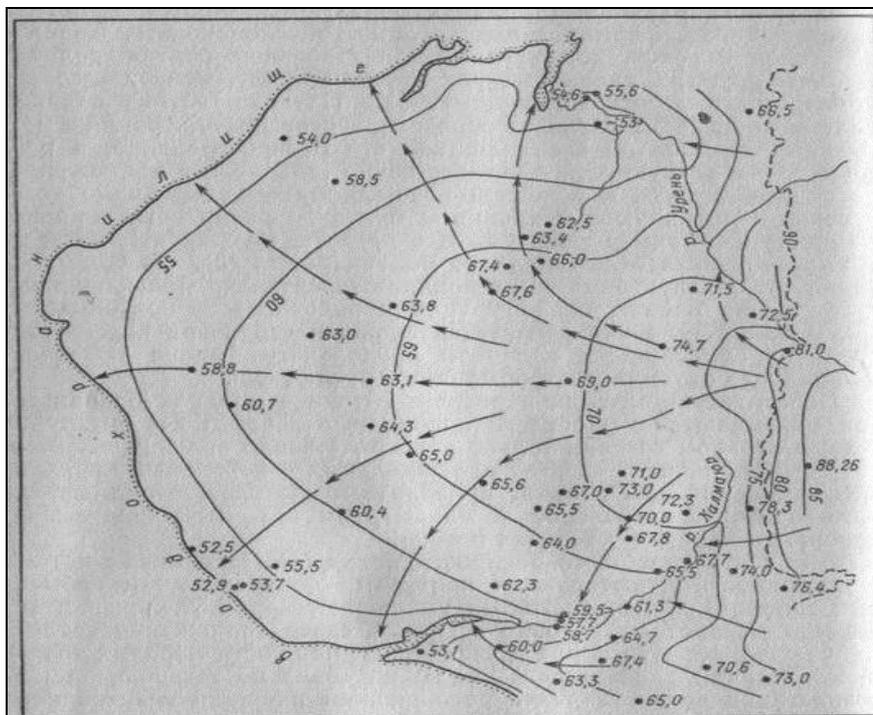
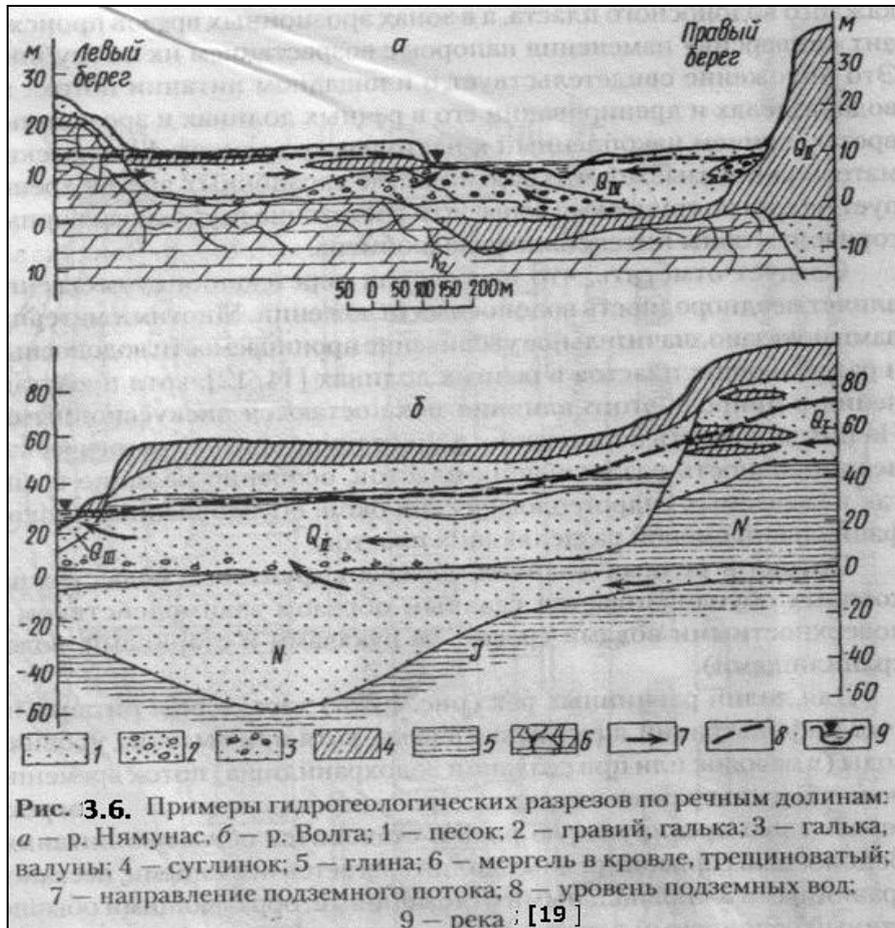


Рис.3.5. Структура течения потока грунтовых вод на левобережье Куйбышевского водохранилища, [6]:

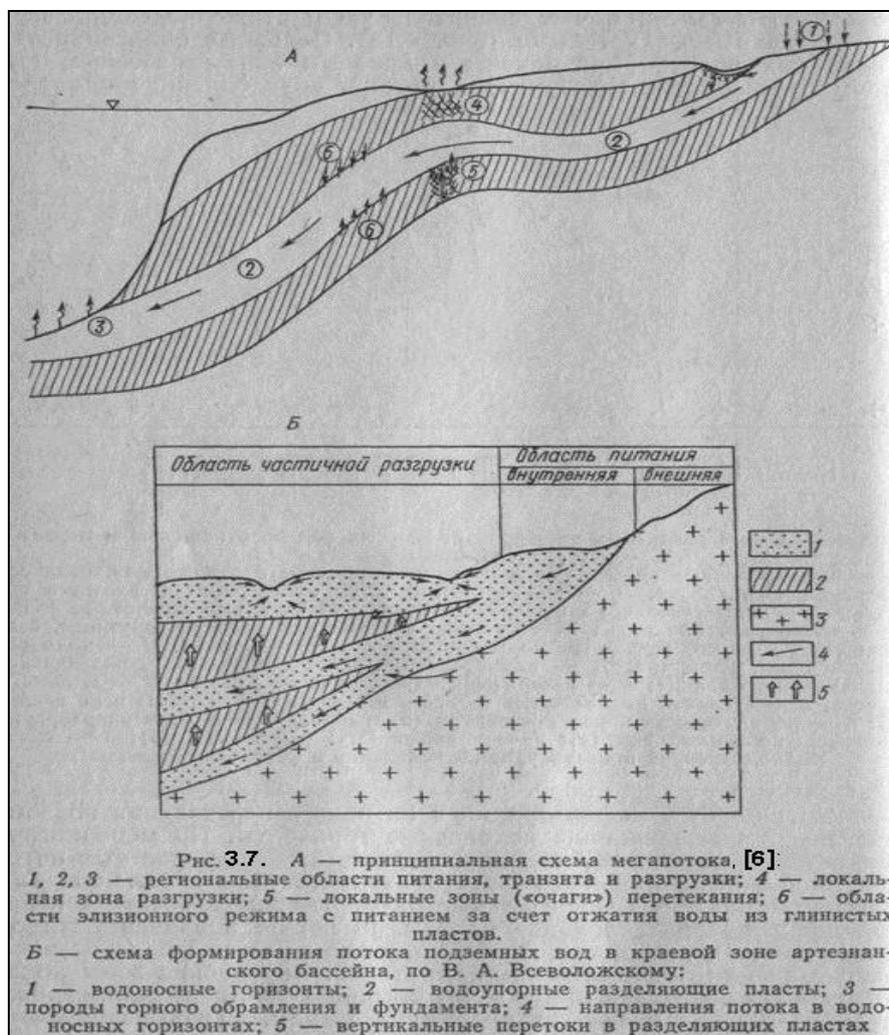
1 — контур Куйбышевского водохранилища; 2 — гидроизогипсы на июль 1977 г.; 3 — характерные направления линий тока, свидетельствующие о дренающем действии как водохранилища, так и мелкой речной сети; 4 — контур бакинской террасы; 5 — скважина и абс. отм. уровня грунтовых вод

Система потоков артезианских бассейнов формируется в части разреза осадочного платформенного чехла, изолированного от условий на поверхности земли (зоны затрудненного и весьма затрудненного водообмена). Такие потоки подземных вод имеют значительную протяженность, в связи с чем они могут быть названы **мегапотоками**.



Мегапотоки характеризуются довольно четким обособлением областей питания, транзита и разгрузки (рис. 3.7). Основные области их питания приурочены к краевым зонам артезианских бассейнов, где формируется сложная структура потока, обусловленная одновременным влиянием инфильтрации и активного перетекания подземных вод в вышележащие водоносные горизонты. По мере погружения мегапотоки всё более изолируются от поверхностных потоков, приобретая определенную структуру течения и баланса, для которой характерны значительные размеры области транзита, в пределах которой могут располагаться локальные внутренние зоны частичной разгрузки. Эти зоны разгрузки приурочены к местным понижениям рельефа (русла водотоков, озёра, солончаковые впадины и т.п.), к зонам тектонических нарушений или таликовым зонам на площадях развития многолетнемерзлых пород. Кроме этого, здесь возможны локальные зоны перетоков в соседние горизонты, обычно приуроченные к участкам сводовых поднятий, “окнам” в кровле и подошве водоносных пластов, флексурам, разломам. В глубоких частях мегапотоков может проявляться влияние геодинамических факторов,

обуславливающих геостатическое отжатие воды при уплотнении пород, переформирование потока под действием неотектонических движений. Полная разгрузка мегapotок обычно происходит скрытым путем в морях (субмаринный тип), озерах и крупных реках (субфлювиальный тип).



Потоки подземных вод горно-складчатых областей

Горно-складчатые области характеризуются максимальным многообразием потоков подземных вод. Данные области обычно представляют собой чередование горных хребтов (возвышенных участков) и крупных межгорных впадин. В связи с этим могут быть выделены потоки собственно горных массивов с преимущественным распространением литифицированных осадочных, магматических и метаморфических пород, и значительной расчлененностью рельефа, а также потоки межгорных впадин, выполненных в верхней своей части мощными толщами кайнозойских несцементированных или слабо сцементированных обломочных образований.

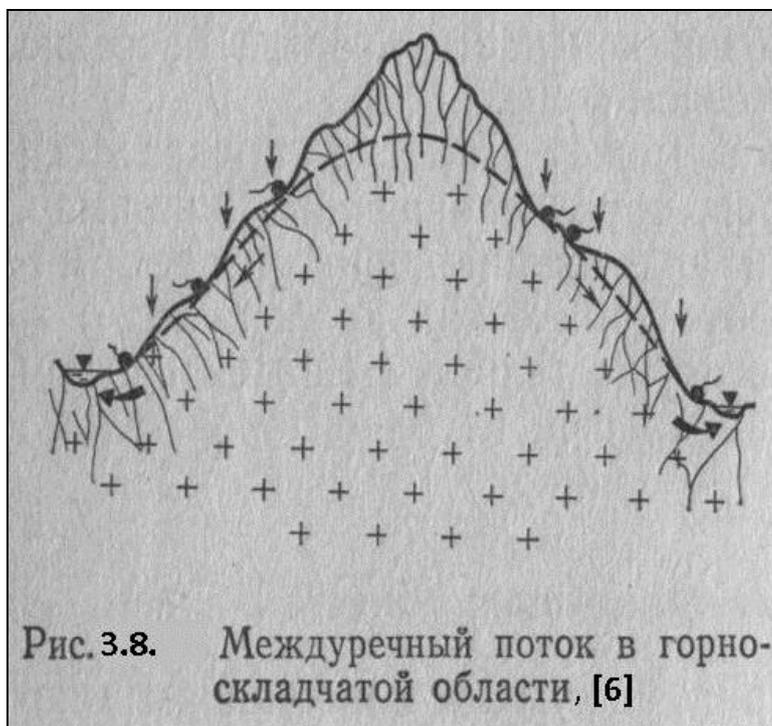
В пределах горных массивов распространены:

– междуречные потоки;

- потоки в речных долинах (потоки долинного типа);
- мезопотоки локальных структур.

Междуречные потоки обычно приурочены к зоне экзогенной трещиноватости (зоне выветривания). Они характеризуются сравнительно небольшой мощностью, которая определяется мощностью зоны активной трещиноватости (обычно это первые десятки метров, но в отдельных случаях эта мощность может достигать и 500 м), и довольно значительной глубиной залегания (до многих десятков и первых сотен метров) в пределах приводораздельных участков, что обуславливается благоприятными условиями оттока подземных вод в направлении эрозионных понижений. Нижней границей междуречных потоков является основание зоны экзогенной трещиноватости (рис. 3.8). Основным источников питания таких потоков являются атмосферные осадки и, прежде всего, талые воды сезонного снежного покрова. Разгрузка междуречных потоков осуществляется в виде источников и в русла рек или маломощный аллювий, слагающий днища речных долин.

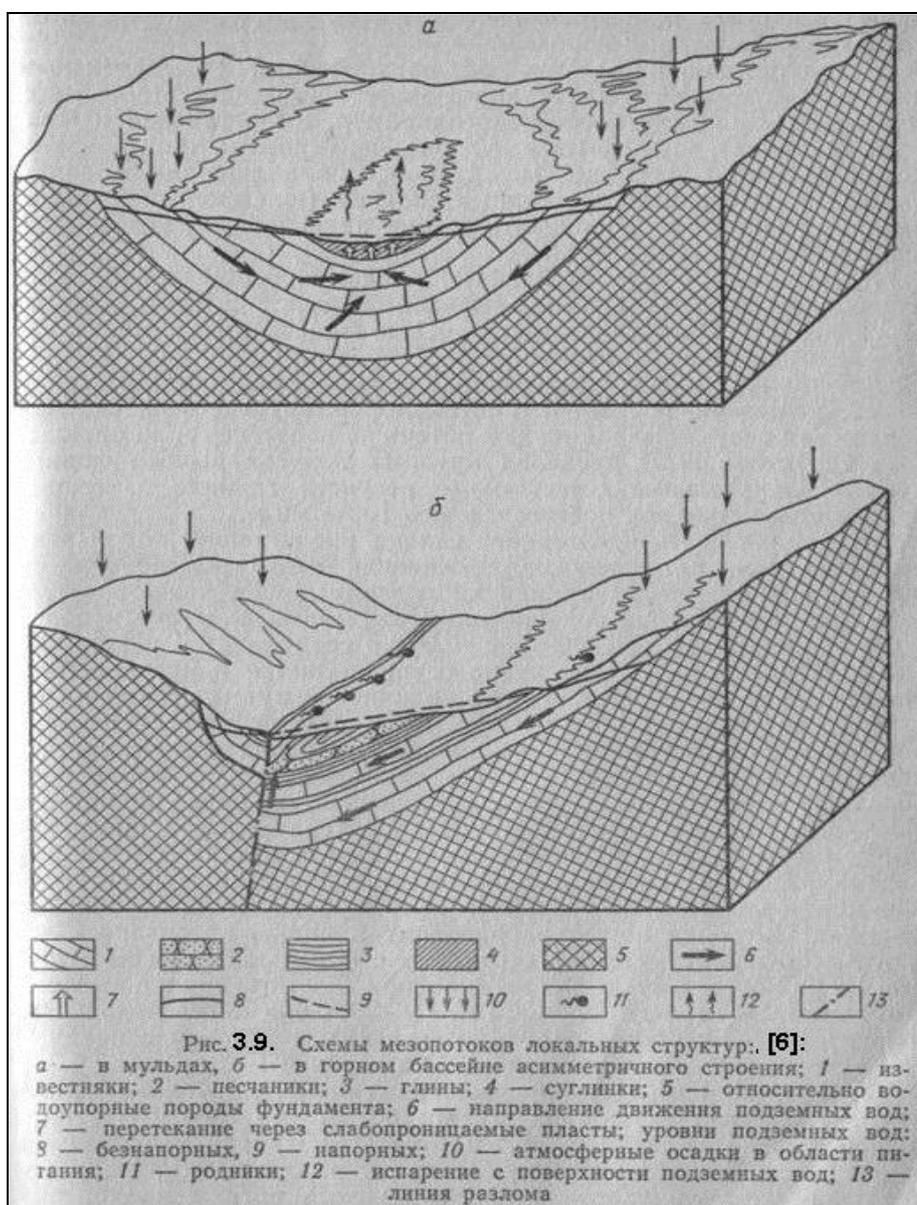
В отличие от междуречных потоков платформенных областей одноименные потоки в горных областях имеют существенно меньшую протяженность, что связано с более высокой степенью эрозионной расчлененности рельефа и, соответственно, сокращением расстояний между смежными речными долинами, а также они отличаются большими значениями напорного градиента, достигающими десятых долей единицы.



Потоки долинного типа широко представлены в пределах средне- и низкогорной зон, где происходит расширение речных долин, а потоки подземных вод

обычно связано с крупнообломочными аллювиальными отложениями, мощность которых увеличивается в направлении предгорной равнины. В связи с большими продольными уклонами русел рек долинные потоки в горных районах отличаются значительными напорными градиентами и скоростями движения подземных вод. Последнему способствуют и высокие фильтрационные свойства горного аллювия. Поток подземных вод здесь преимущественно соответствует основному направлению долины.

Мезопотоки локальных структур характерны для отдельных зон горно-складчатых систем, где развиты слабодислоцированные осадочные образования, а также крупные разрывные нарушения и зоны контактов разнотипных пород при их повышенной проницаемости (рис. 3.9).



Мезопотоки локальных структур отличаются четкой выраженностью и относительной гидродинамической обособленностью областей питания, транзита и разгрузки. Область питания локальных потоков приурочена к выходам пород на поверхность в краевых, наиболее приподнятых частях структуры, а область разгрузки – к участкам понижения рельефа или зонам тектонических нарушений.

В пределах межгорных и предгорных впадин наиболее распространенными типами потоков являются:

- **потоки предгорного типа;**
- **потоки в аллювиальных отложениях речных долин.**

Потоки предгорного типа формируются в аллювиально-пролювиальных конусах выноса, слагающих пограничную зону между горным сооружением и предгорной или межгорной впадины (рис. 3.10). Данные конусы характеризуются высокой мощностью (до многих сотен метров) и литологической зональностью, выраженной в закономерном уменьшении размеров частиц обломочных пород в направлении от горных склонов к центральной части впадины. Верхние (предгорные) части конусов выноса являются областью питания потока, в основном за счет фильтрационных потерь из водотоков. Здесь формируется единый безнапорный водоносный горизонт в песчано-галечной (валунно-галечно-гравийной) толще с уклоном в сторону центра впадины и глубиной залегания 50-200 м. В направлении к центру впадины песчано-галечные отложения сменяются многократно чередующимися в разрезе суглинистыми и песчаными слоями, параллельно с этим происходит уменьшение проницаемости всей толщи. Поток заметно стратифицируется по вертикали, разбиваясь на отдельные водоносные слои (горизонты), приуроченные к наиболее проницаемым – песчаным – слоям. Наиболее выдержанным обычно оказывается первый от поверхности водоносный пласт (горизонт), перекрытый супесчано-суглинистой толщей. В пластах повышенной проницаемости формируются напорные воды, пьезометрическая поверхность которых в направлении движения потока сначала приближается к земной поверхности, а затем располагается выше неё. К зонам повышенных избыточных напоров приурочены области разгрузки потока. Разгрузка может осуществляться родниками, испарением с поверхности грунтовых вод (глубина которой может составлять 1-3 м), фильтрацией в речную сеть.

Потоки в аллювиальных отложениях речных долин отличаются значительным уклоном по направлению долин, которые характеризуются довольно высокой мощностью аллювиальных отложений при сравнительно однородном их разрезе. Генеральное направление потока параллельно ориентировке долины. Взаимодействие подземного потока с рекой изменчиво. Вдоль долины может отмечаться многократное чередование участков дренирования подземного потока рекой, потерь речного стока на его пополнение, а также одновременное проявление этих процессов на противоположных бортах одного и того же участка русла. Потоки в речных долинах тесно связаны с предгорными потоками.

Естественные потоки подземных вод очень часто нарушаются под влиянием хозяйственной деятельности. Наиболее существенными факторами здесь выступают водоотбор для водоснабжения, дренаж и водоотлив при горных работах, подпор грунтовых вод при сооружении плотин.

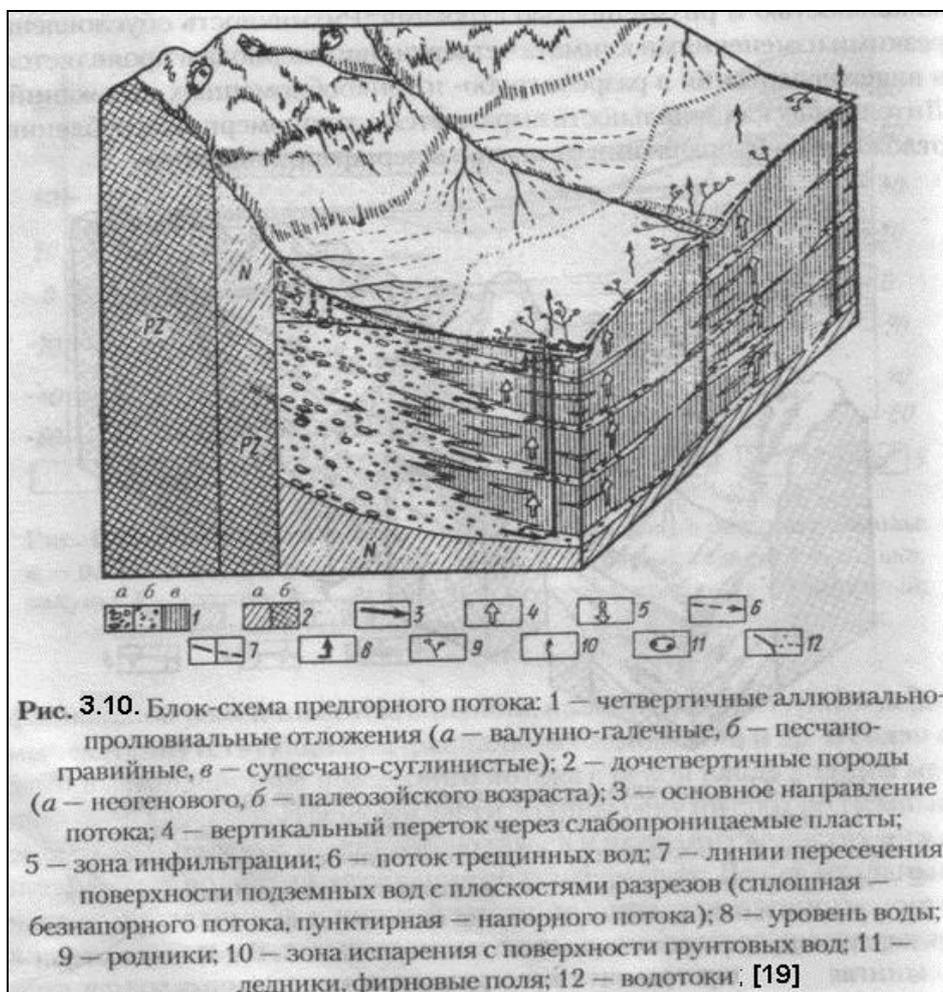


Рис. 3.10. Блок-схема предгорного потока: 1 – четвертичные аллювиально-пролювиальные отложения (*а* – валунно-галечные, *б* – песчано-глинистые, *в* – супесчано-суглинистые); 2 – дочетвертичные породы (*а* – неогенового, *б* – палеозойского возраста); 3 – основное направление потока; 4 – вертикальный переток через слабопроницаемые пласты; 5 – зона инфильтрации; 6 – поток трещинных вод; 7 – линии пересечения поверхности подземных вод с плоскостями разрезов (сплошная – безнапорного потока, пунктирная – напорного потока); 8 – уровень воды; 9 – родники; 10 – зона испарения с поверхности грунтовых вод; 11 – ледники, фирновые поля; 12 – водотоки. [19]

Вышерассмотренные типы потоков подземных вод выделены на основе учета их пространственной структуры течения (одно-, дву-, трехмерные потоки) и общегидрогеологического подхода с качественной оценкой баланса и структуры течения (потоки платформенных и горных областей). Кроме этого потоки различаются по целому ряду других признаков, существенно влияющих на их гидродинамические особенности. Важнейшим из этих признаков является характер верхней границы потока, в зависимости от которого потоки делятся на **безнапорные** (со свободной поверхностью) и **напорные** (с напорной поверхностью).

Отличительные черты **безнапорных (грунтовых) потоков** [14, 15, 19]:

а) наличие свободной поверхности, давление на которой равно атмосферному или капиллярному;

б) емкостные свойства определяются гравитационной емкостью (μ), имеющей величину порядка $n \cdot 10^{-1} - n \cdot 10^{-2}$;

в) изменение их уровня ведет к изменению мощности, водопродимости и уровнепроводности ($a = T/\mu$, м²/сут) потока и сопровождается процессами осушения или водонасыщения пород;

г) инерционность безнапорных потоков выше по сравнению с напорными потоками, и время стабилизации первых на 2-3 порядка превышает время стабилизации (колебаний уровня) напорных потоков.

Отличительные черты **напорных потоков**:

а) давление на кровле потока превышает атмосферное, что определяет наличие избыточного напора;

б) отсутствие зоны капиллярной каймы;

в) емкостные свойства определяются упругой емкостью (μ^*), имеющей величину порядка $n \cdot 10^{-3} - n \cdot 10^{-6}$;

г) изменение пьезометрических уровней приводит только к изменению давления в пласте, а мощность, водопродимость и пьезопроводность ($a^* = T/\mu^*$, м²/сут) остаются постоянными;

д) скорость передачи возмущений по напорному пласту на 2-3 порядка превышает аналогичную скорость в грунтовом потоке;

е) вместо процессов насыщения и осушения в напорных потоках происходят процессы упругого сжатия и расширения пород и воды.

В верхней части гидрогеологического разреза иногда выделяются и так называемые **субнапорные потоки**, которые совмещают в себе гидродинамические особенности безнапорных и напорных потоков, в связи с чем, они еще именуется смешанными **напорно-безнапорными потоками**. Такие потоки обычно характерны для водоносных пластов двухслойного строения, когда проницаемость покровного слоя существенно меньше проницаемости основного водоносного слоя (рис. 3.11). По качественным признакам такой поток может быть признан напорным, но при длительных возмущениях его емкость имеет гравитационный характер [19].



3.2. Геофильтрационная схематизация

Геофильтрационная схематизация представляет собой важнейший этап обработки гидрогеологической информации, позволяющий перейти от её качественного описания к количественному выражению. Она выполняется в определенной последовательности, включающей следующие пункты [5, 15, 19]:

- 1) **обоснование режима потока во времени** (схематизация режима фильтрации);
- 2) **обоснование пространственной структуры потока** (схематизация мерности потока);
- 3) **обоснование пространственного распределения гидродинамических параметров;**
- 4) **обоснование граничных условий потока;**
- 5) **обоснование распределения источников и стоков.**

1. Обоснование режима потока во времени

Различают два основных режима фильтрации – **стационарный** (установившийся) и **нестационарный** (неустановившийся). **Стационарный режим** характеризуется **неизменностью во времени** значений основных гидрогеологических параметров (в первую очередь – напора или уровня подземных вод), что определяет неизменность структуры потока. Для решения стационарных фильтрационных задач необходимы данные по напорам и коэффициентам фильтрации. **Нестационарный режим фильтрации** отличается изменчивостью во времени характеристик потока и его структуры, а для решения нестационарных фильтрационных задач необходим учет, дополнительно к напорам и коэффициентам фильтрации, параметра времени и емкостных характеристик водоносных горизонтов. Иногда выделяют еще **квазистационарный режим фильтрации**, при котором изменения уровней потока во всех точках происходят с одинаковой интенсивностью, в связи с чем, расходы потока остаются неизменными.

В реальных условиях все гидрогеодинамические процессы являются нестационарными. Это связано с сезонной и многолетней изменчивостью естественных режимообразующих факторов и неравномерностью техногенного воздействия на подземные воды. Но во многих случаях вариациями сезонного колебания уровней подземных вод можно пренебречь, при работе инженерных сооружений (например, водозаборных скважин) после начальной резко нестационарной фазы снижения уровней подземных вод при наличии питающих границ наступает период их стабилизации (т.е. наступает стационарный режим фильтрации). В связи с этим решение многих фильтрационных задач возможно на основе их стационарной постановки.

2. Обоснование пространственной структуры потока

Реальная структура фильтрационных потоков обычно пространственная (т.е. трёхмерная). Решение и информационное обеспечение пространственных

фильтрационных задач чрезвычайно сложно и в настоящее время возможно лишь с применением методов моделирования. В связи с этим, обычно понижают расчетную мерность потока. Такая схематизация, заключающаяся в уменьшении мерности потока, проводится всегда при решении фильтрационных задач аналитическими методами (т.е. при использовании готовых уравнений, выведенных для относительно простых гидрогеологических условий (или отдельных типов потоков подземных вод)).

Упрощение реальной структуры потока выполняется путем проведения ряда процедур, важнейшее значение среди которых имеют [5, 15]:

а) неучет некоторых составляющих скорости фильтрации по пространственным координатам;

б) использование метода фильтрационных сопротивлений и введение в расчетную схему или модель показателей несовершенства дрен, рек и скважин.

Значительные размеры изучаемой области в сравнении с мощностью водоносных горизонтов (комплексов) позволяют пренебречь изменением скорости фильтрации по вертикали и от пространственной фильтрации перейти к плановой. При доказанном выполнении предпосылок перетекания можно исключить отдельные компоненты течения в пластах, характеризующихся различной проницаемостью, и рассматривать упрощенную плоско-пространственную структуру течения – одномерную по вертикали в разделяющих (“водоупорных”) слоях и двумерную в плане в водоносных пластах. Несовершенные границы потоков, в том числе и несовершенные скважины, обуславливают формирование вблизи них пространственных потоков сложной структуры. Вертикальную деформацию потока учитывают ведением дополнительных локальных фильтрационных сопротивлений, компенсирующих неучтенные затраты в упрощенной двумерной постановке (т.е. используя показатели гидродинамического несовершенства задачу решают не как пространственную, а как планово-радиальную или одномерную). Примером таких приемов является искусственное уменьшение расчетного радиуса несовершенной скважины:

$$r_c^* = r_c \exp(-\xi),$$

где ξ – безразмерный показатель несовершенства скважины, зависящий от соотношения длины фильтра и мощности пласта [19].

3. Обоснование пространственного распределения гидродинамических параметров

Для гидродинамических расчетов необходимы следующие параметры:

– **водопроницаемость** (в плоско-плановых задачах) или **коэффициент фильтрации** (в трехмерной или плоско-профильной постановке) водоносных пластов, **коэффициент фильтрации** или **коэффициент** (фактор) **перетекания** для разделяющих слабопроницаемых слоев (в **Modflow** достаточно задать значения **коэффициентов фильтрации**, при этом задаются горизонтальные (k_x , k_y) и вертикальный (k_z) коэффициенты фильтрации, остальные параметры – водопроницаемость, коэффициент перетекания – рассчитываются программой);

– **водоотдача** или **уровне-, пьезопроводность** водоносных пластов (эти параметры необходимы для решения нестационарных задач); в **Modflow** задаются

водоотдача (коэффициент гравитационной (μ) водоотдачи) и упругость (η^* , единица измерения м^{-1}) расчетных слоев, которыми могут являться как водоносные, так и разделяющие их пласты, а коэффициент упругой водоотдачи (μ^*) рассчитывается программой:

$$\mu^* = \eta^* m,$$

где m – мощность расчетного слоя.

Сам параметр упругости определяется следующим образом [4]:

$$\eta^* = \frac{\gamma_w}{1 + \varepsilon} \left(\frac{\varepsilon}{E_e} + a \right) = \gamma_w \left[\frac{n}{E_e} + (1 - n)a \right],$$

где γ_w – плотность воды, ε – коэффициент пористости, n – пористость, E_e – объемный модуль Юнга (для чистой воды $E_e = 2 \cdot 10^3$ МПа, для газированных вод $E_e = 2 \cdot 10^2$ МПа), a – коэффициент сжимаемости породы.

Характерные значения упругости пород – $10^{-3} - 10^{-7} \text{ м}^{-1}$ (максимальными значениями обладают глинистые породы).

Наиболее достоверным методом определения коэффициентов фильтрации пород являются, как известно, откачки и наливов, как одиночные, так и кустовые [8]. Емкостные же параметры (коэффициенты гравитационной и упругой водоотдачи) выявляются на основе кустовых откачек и режимных наблюдений за поведением уровней подземных вод. Учитывая довольно высокую стоимость отмеченных видов полевых гидрогеодинамических исследований, они обычно проводятся на ограниченных площадях или в отдельных пунктах обширной области фильтрации. Поэтому геофильтрационное моделирование конкретных районов (областей) очень часто базируется на немногочисленных прямых определениях основных гидродинамических параметров. В связи с этим для характеристики потоков подземных вод необходим учет геологической неоднородности их строения.

Наиболее распространенными схемами неоднородности параметров в плане являются [5]:

- однородный (квазиоднородный) пласт – при хаотической неоднородности параметра с несущественной амплитудой изменчивости (отношение коэффициентов фильтрации к минимальному значению проницаемости не превышает 5-10);

- упорядоченно-неоднородный пласт – при существенной амплитуде значений и закономерном распределении основных элементов неоднородности в плане, что может быть связано с механической дифференциацией материала в отложениях конусов выноса, приводящей к закономерной смене по латерали пород от грубообломочных (валунники, галечники, гравийники) до тонкообломочных (супеси, суглинки), или при затухании степени трещиноватости скальных пород по мере удаления от эрозионных врезов (рек, крупных оврагов);

- существенно-неоднородный пласт – в случае хаотической изменчивости параметра в значительных пределах.

Для условий однородного пласта обычно задаются единые значения гидродинамических параметров, полученные на основе осреднения их имеющихся значений. При наличии данных по водопроницаемости пласта среднее значение горизонтального коэффициента фильтрации определяется как средневзвешенное по мощности пласта [15]:

$$k = \frac{\sum_1^n k_i m_i}{\sum_1^n m_i},$$

где k_i и m_i – коэффициент фильтрации и мощность отдельного слоя, n – число рассматриваемых слоёв.

Для неоднородных пластов гидродинамические параметры задаются зонным (кусочно-однородным) путем или в виде некоторой зависимости от пространственных координат.

Возможные варианты строения водоносных пластов в разрезе:

- однородный по вертикали пласт;
- слоистый пласт с незакономерным изменением проницаемости по вертикали;
- пласт с закономерным уменьшением фильтрационных свойств с глубиной;
- резко-неоднородный по вертикали пласт.

Слоистый пласт, отдельные прослои в составе которого отличаются значениями проницаемости не более чем в 20 раз, можно привести к условно-однородному с определением средневзвешенного вертикального коэффициента фильтрации по формуле [15]:

$$k = \frac{\sum_1^n m_i}{\sum_1^n \frac{m_i}{k_i}},$$

где k_i и m_i – коэффициент фильтрации и мощность отдельного слоя, n – число рассматриваемых слоёв.

При вариациях проницаемости более чем в 20 раз слоистый разрез приводится к гидравлически связанной многослойной системе, работающей по схеме Мятлева (с преимущественно вертикальным движением подземных вод в разделяющих (“водоупорных”) слоях и преимущественно горизонтальной фильтрацией в проницаемых (водоносных) слоях).

Пласт с закономерным и существенным (более чем в 20-50 раз) уменьшением фильтрационных свойств с глубиной (такие условия очень характерны для междуречных потоков, локализованных в зоне экзогенной трещиноватости скальных пород) целесообразно разделить на несколько расчетных слоев со своими значениями горизонтальных и вертикальных коэффициентов фильтрации.

Резко-неоднородный по вертикали пласт – это характерно для коллекторов карстового типа с отдельными локализованными зонами сверхвысокой проводимости

на фоне общей невысокой проницаемости – требует зонного (кусочно-однородного) задания гидродинамических параметров.

4. Обоснование граничных условий потока

Фильтрационные процессы описываются дифференциальными уравнениями. Эти уравнения имеют единственное решение только при задании граничных условий, в отдельных случаях (решение нестационарных задач) необходимо еще задание начальных условий (должно быть известно распределение напоров по области фильтрации) [4]. Для любой расчетной области фильтрации должны быть определены внешние (периферийные) и внутренние (не всегда обязательные) граничные условия. Для любого из них устанавливаются [5]:

- пространственное положение и форма (точка, контур, плоскость);
- гидродинамический род условия;
- количественные характеристики (параметры) условия, соответствующие данному роду.

Форма и положение границ определяются на основе анализа гидрогеодинамических условий в расчетной области. На сеточных моделях при численном моделировании геофильтрации отражение реальных форм различных границ – реки, озера и др., возможно с довольно высокой точностью. При проведении же гидрогеологических расчетов с применением аналитических зависимостей часто прибегают к значительному упрощению числа и формы действующих границ или геометрической их схематизации. По форме схематизированных границ выделяют: пласт-“круг”, пласт-“полоса” (с двумя прямолинейными границами), пласт-“угол”, пласт-“квадрант” (границы образуют прямой угол), пласт с одной прямолинейной границей (полуограниченный пласт) и др.

При выполнении гидродинамических расчетов используют следующие четыре основных вида граничных условий (рис. 3.12).

Граничное условие (ГУ) I рода задается как:

$$H=f(t)$$

т.е. оно определяет связь напора со временем. Частным случаем такого ГУ является постоянство напора – $H=const$.

Подобного рода границей в первую очередь отражаются совершенные реки, в отдельных случаях – мощные постоянно действующие родники, а при стабильном положении уровня – и скважины. Гидроизогипсы и гидроизопьезы также являются границами первого рода.

Граничное условие (ГУ) II рода представляется как известный закон изменения расхода потока на его границах:

$$Q=f(t)$$

Частными случаями ГУ второго рода являются: $Q=const$ и $Q=0$ (последний случай – непроницаемая граница).

Границами второго рода отражаются скважины, источники, водоразделы подземных вод и зоны выклинивания водоносных пластов.

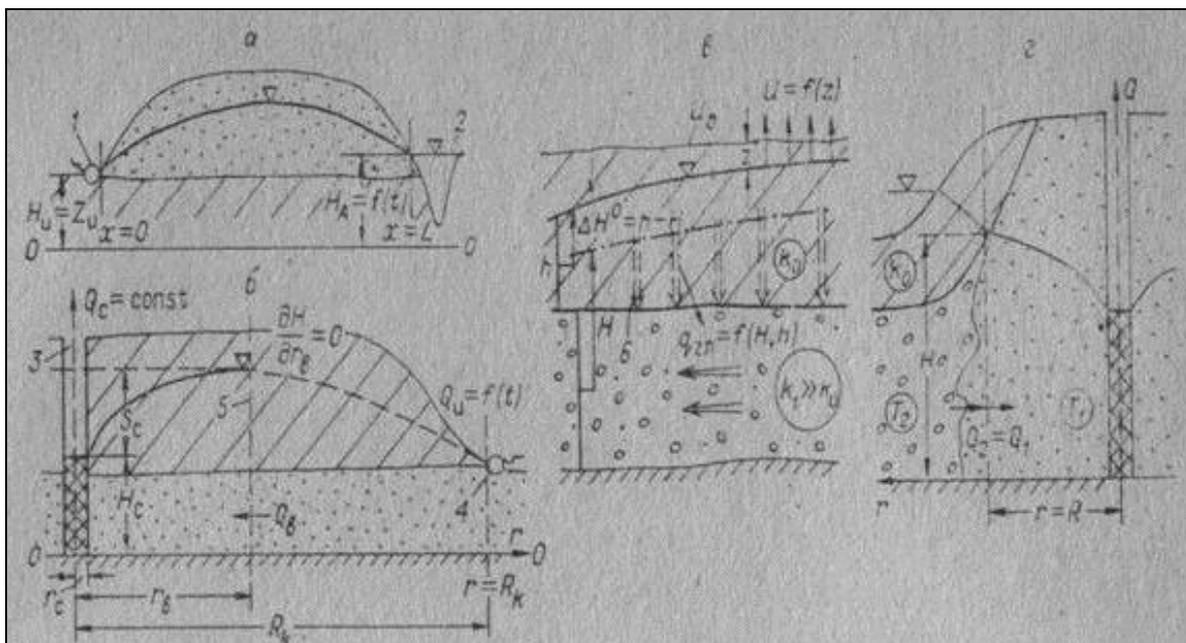


Рис. 3.12. Граничные условия I, II, III, IV рода. [15]:

а — граничные условия I рода: 1 — постоянная отметка выхода источника, $x = 0$, $H_n = \text{const}$, 2 — переменный уровень воды в реке, $x = L$, $H_L = f(t)$; б — граничное условие II рода: 3 — постоянный расход скважины, $Q_c = 2\pi\lambda m r \left. \frac{\partial H_0}{\partial r} \right|_{r=r_0} = -2\pi\lambda m r \left. \frac{\partial S_0}{\partial r} \right|_{r=r_0}$, 4 — переменный во времени расход источника, $Q_u = f(t)$, 5 — на водоразделе подземных вод уклон потока, $\frac{\partial H}{\partial n} = 0$, расход $Q_B = 0$; в — граничное условие III рода: 6 — перетекание из суглинков в пески, $q = f(h, H)$ — задано на границе их раздела, 7 — испарение с поверхности грунтовых вод, $U = U_0 \left(1 - \frac{z}{z_k}\right)^n$, критическая глубина $z_k \approx 3\text{ м}$, испарение с поверхности Земли $U|_{z=0} = U_0$; г — граничное условие IV рода: граница (литолого-фацальная) зон с разной водопроницаемостью T_1 и T_2 , задано условие неразрывности течения в виде равенства расходов $Q_1 = Q_2$ или $T_1 \left. \frac{\partial H}{\partial r} \right| = T_2 \left. \frac{\partial H}{\partial r} \right|$.

Граничное условие (ГУ) III рода выражает линейную зависимость между изменением расхода потока на его границе от изменения уровня воды в самом потоке и в общем виде может быть записано как:

$$Q = f(H)$$

Границам третьего рода в первую очередь отвечают несовершенные водотоки и водоемы. Этим типом границ также могут отражаться родники и другого типа дрены.

Граничное условие (ГУ) IV рода выражает закон неразрывности течения и используется при изучении водоносных пластов неоднородных в фильтрационном отношении, представляя равенство расходов потока справа и слева относительно границы раздела сред с различными параметрами проницаемости ($k_1 \neq k_2$ (k — коэффициент фильтрации) или $T_1 \neq T_2$ (T — водопроницаемость)):

$$Q_1=Q_2$$

Расчетную область фильтрации при численном моделировании обычно ограничивают реками, крупными водоёмами. Внешними границами также могут быть водоразделы подземных вод, четко установленные гидроизогипсы или гидроизопьезы и линии тока подземных вод при условии, что возмущение, вызванное деятельностью тех или иных сооружений – водозаборные (откачивающие) или водоприемные (закачивающие) скважины, различные дренажи (карьеры, шахты и т.д.) и др. – не достигнет этих границ. Реки и водоемы отражаются границами I или III рода, водоразделы и линии тока подземных вод – границей II рода ($Q=0$), гидроизогипсы и гидроизопьезы – границы I рода ($H=const$). Внутренние границы могут быть представлены реками, водоемами, скважинами, источниками, другого типа дренажами, контактами сред с различными фильтрационными свойствами. В Modflow есть возможность отражения всех вышеперечисленных объектов с границами I-III родов с заданием необходимых расчетных параметров (напор, расход, фильтрационное сопротивление), границы же IV рода программа учитывает сама и их можно не задавать.

5. Обоснование распределения источников и стоков

В этом разделе фильтрационной схемы устанавливаются положение и интенсивность различных форм поступления (источники) и оттока (стоки) воды из расчетной области, не включенных в описание граничных условий [5]. Такого типа основным источником является инфильтрационное питание, которое задается модулем (или интенсивностью) инфильтрации (расход инфильтрации на единицу площади распространения водоносного горизонта в м/сут):

$$W = f(K, t)$$

где W – модуль (интенсивность) инфильтрации, K – пространственные координаты, t – время.

Характерным примером стоков являются откачивающие (водозаборные, дренажные) скважины, на которых может устанавливаться как условие II рода (задание функции дебита скважины во времени $Q = f(t)$ или задание постоянного расхода $Q = const$), так и условие I рода (заданный уровень – H).

Контрольные вопросы к главе 3

1. *Плановые и профильные потоки.*
2. *Виды потоков подземных вод платформенных областей.*
3. *Виды потоков подземных вод горно-складчатых областей.*
4. *Отличительные черты безнапорных и напорных потоков.*
5. *Последовательность геофильтрационной схематизации.*
6. *Типы граничных условий (ГУ).*

Глава 4. ФОРМИРОВАНИЕ МОДЕЛИ ГЕОФИЛЬТРАЦИИ

При разработке геофильтрационной модели можно выделить следующие основные этапы работ [9]:

- 1) **информационное обеспечение** численных моделей;
- 2) составление математической модели – этап **схематизации**;
- 3) разработка **вычислительного алгоритма** и составление **программы обработки** данных;
- 4) **калибровка модели**;
- 5) **прогнозное моделирование** (или проведение **прогнозных расчетов**).

1. Информационное обеспечение предполагает наличие более менее достоверной информации по фильтрационным параметрам и условиям питания и разгрузки водоносных пластов, горизонтов, комплексов. Полнота и качество информационного обеспечения полностью определяют “качество” модели в целом. В реальной практике обычно всегда не хватает первичных гидрогеологических и гидродинамических данных (исходной информации). В связи с этим прогнозы (прогнозные расчеты) могут иметь “диапазонную оценку” (“вилка” диапазона тем больше, чем меньше исходной информации). Кроме этого, при недостатке первичных данных численные эксперименты позволяют провести качественный анализ чувствительности модели, например, к тем или иным фильтрационным параметрам и определить важность соответствующих данных для создаваемой модели.

2. Гидрогеологическая и геофильтрационная схематизации подробно рассмотрены в третьей главе. При построении численной модели определенного района основными моментами этапа схематизации являются:

а) Определение внешних границ исследуемого района или участка с указанием гидродинамического характера условий (ГУ) на контурах границы.

б) Разбивка расчетной области фильтрации (изучаемого района или участка) на отдельные слои и прямоугольные блоки (при прямоугольной сетке, используемой, в частности, в Modflow).

в) Задаются внутренние граничные условия – объекты, определяющие структуру фильтрационного потока или влияющие на неё (скважины, высокодебитные родники, каналы, карьеры и др.).

б) Расчетные слои обычно увязываются с естественными геологическими границами – стратиграфическими, литолого-петрографическими, зонами трещиноватости. Размеры блоков прямоугольной сетки определяются многими факторами – общим размером в плане расчетной области, возможностями программного обеспечения, степенью изученности района (количеством и качеством исходного материала), целевым назначением модели и требованиями, предъявляемыми к точности расчетов. При создании модели в каждый блок задаются значения

необходимых фильтрационных и емкостных параметров (коэффициент фильтрации, гравитационная водоотдача и др.), данные по положению уровня подземных вод (напорам), а в граничных блоках – уровни воды в водотоках, водоемах, родниках и коэффициенты пропорциональности, обратные фильтрационным сопротивлениям, в некоторых случаях (скважины, источники) – расходы. При этом данные параметры относятся к центрам блоков. Также к центрам блоков привязываются и результаты проведенных расчетов (значения напоров, понижений и др.). Поэтому чем больше блок, тем в меньшей степени можно привязать напор в нем к конкретной точке в пределах блока. Уменьшение размеров блоков приведет к росту их общего числа, что может вызвать отказ в работе программного обеспечения (например, пакет PM-5 (Processing Modflow) способен обрабатывать данные по 80 расчетным слоям, в составе каждого из которых может быть 250 тыс. ячеек (блоков), а более современный пакет PM-8 позволяет выделять 200 слоев и миллион ячеек в пределах каждого из них), и такое уменьшение не может улучшить модель при её слабом информационном обеспечении. Для отражения в модели характерных элементов структуры фильтрационного потока размеры блоков должны быть тем меньше, чем сильнее деформация гидродинамической сетки. На данный момент отсутствуют строгие требования к количеству расчетных слоёв и размерам прямоугольной сетки для конкретных гидрогеологических условий и задач. Их выделение является творческим процессом. При изучении методом моделирования локальных участков обычно используют сетки с размерами блоков (ячеек) от 10*10 м до 50*50 м, а при составлении региональных моделей – от 100*100 м до 1000*1000 м и более (чем изометричнее расчетная ячейка, тем лучше; отношение длины ячейки к её ширине не должно превышать 10:1).

3. Этап разработки вычислительного алгоритма и составление программы обработки данных исключается при использовании готовой программы численного моделирования, например Modflow. Желающим самостоятельно составить программу такого типа очень полезной будет книга “Гидрогеодинамические расчеты на ЭВМ” [5].

4. Калибровка модели представляет собой **проведение расчетов на ЭВМ** (в большинстве случаев многочисленных, занимающих достаточно много времени, в сложных гидрогеологических условиях калибровка может занять несколько месяцев) и анализ результатов этих расчетов. Основная цель калибровки – достижение адекватности (соответствия) математической модели реальным гидрогеологическим условиям моделируемого объекта. Комплекс вычислений, проводимых на этом этапе, в общем именуется решением **обратных задач**. При численном моделировании обратные задачи решаются путем проведения серии прямых расчетов, позволяющих корректировать параметры и граничные условия математической (компьютерной) модели до хорошего её соответствия реальным гидрогеологическим условиям.

5. Прогнозное моделирование возможно лишь на откалиброванной модели. Основной целью такого моделирования является определение пространственно-временного распределения элементов фильтрационного потока (напоры, расходы,

скорости фильтрации) при известных фильтрационных параметрах и граничных условиях расчетной области фильтрации, полученных на этапе калибровки. Подобное моделирование проводится путем решения так называемых **прямых задач** (см. главу 1).

4.1. Разбивка области фильтрации и выделение внешних границ модели

Размеры моделируемой области фильтрации определяются в первую очередь целью исследования. При составлении региональных моделей расчетные области фильтрации обычно ограничиваются крупными водотоками или водоемами, которые аппроксимируются граничными условиями (ГУ) I и (или) III рода. Блоки (ячейки) прямоугольной сетки внутри расчетной области задаются проницаемыми, т.е. в их пределах возможна фильтрация, и вычислительные программы (в частности Modflow) обрабатывают данные по таким блокам. Участки же вне расчетной области фильтрации задаются как непроницаемые с заданием на них ГУ II рода в виде $Q=0$. Программы не обходят такие блоки. Непроницаемым по умолчанию считается и внешний контур всей прямоугольной области, т.е. через этот контур невозможен приток или отток подземных вод (принцип задания блоков прямоугольной сетки проницаемыми и непроницаемыми – см. главу 5).

Задача определения внешнего контура модели возникает в связи с необходимостью моделирования конкретного района, который в гидрогеологическом отношении является частью какой-то структуры [9]. В этом случае для сохранения гидродинамического подобия (адекватности модели реальной обстановке) выделение внешнего контура модели и определение типа граничных условий на нем должно отвечать региональным закономерностям динамики подземных вод. При выделении внешнего контура расчетной области фильтрации следует ориентироваться на выполнение следующих требований.

1. Для изолированных гидрогеологических структур на внешнем контуре задается ГУ II рода в виде $Q=0$. Такие структуры получают основное питание за счет инфильтрации и притока из поверхностных водотоков и водоемов. В связи с этим все приходные и расходные статьи баланса потока (потоков) подземных вод будут определяться инфильтрацией и внутренними граничными условиями.

2. При наличии данных по строению гидродинамической сетки потоков внешние границы следует проводить либо по линии тока (непроницаемая граница, ГУ II рода – $Q=0$), либо по гидроизогипсе (гидроизопьезе) (ГУ I рода – $H=const$). При этом важнейшим является обоснование неизменности граничного условия в пространстве и времени при существующих и прогнозируемых гидродинамических возмущениях в моделируемой области.

3. Выделение границ модели по разрезу (или профильных границ) обычно проводят в соответствии с принятой для данного региона гидрогеологической стратификацией. Самая верхняя и нижняя профильные границы представляют собой

ГУ II рода ($Q=f(t)$) или $Q=const$ на кровле верхнего водоносного горизонта – это инфильтрационное питание; $Q=0$ на подошве нижнего водоносного горизонта, т.е. водообмен между самым нижним расчетным слоем и нижележащей частью подземной гидросферы исключается). Промежуточные профильные границы могут сопровождаться перетеканием, по существу это границы с ГУ III рода. Они не задаются, т.к. учитываются (обрабатываются) самими вычислительными программами.

При разбивке области фильтрации прямоугольной сеткой (используемой в методе конечных разностей, реализованном в Modflow) размеры элементарных блоков (ячеек) определяются, как ранее отмечалось, масштабом модели и целью моделирования. Предпочтительной является равномерная по всей расчетной области разбивка с выделением блоков одинакового размера. Это улучшает сходимость расчетной процедуры фильтрационной модели. Минимальное количество блоков по координатным осям X и Y должно быть не менее 10, а максимальное их количество ограничено возможностями программных средств и самих компьютеров. Обычно используемое количество блоков разбивки по каждой оси – 100-200. Довольно часто приходится прибегать к неравномерной разбивке, обусловленной как распределением первичного фактического материала, так и задачами, стоящими перед гидрогеологом. Степень неравномерности разбивки желательно выдерживать в пределах не более одного порядка для соседних блоков.

В случае невозможности получения в рамках выбранной разбивки необходимой информации по пространственному распределению расчетных напоров и расходов, а также достаточно гладких аппроксимаций контуров внешних границ и различных зон неоднородности и технические возможности не позволяют увеличить число расчетных блоков, то следует использовать “врезки” для детализации “напряженных” участков. “Врезка” формируется следующим образом [9]:

- выделенный участок исходной модели разбивается на блоки в соответствии с необходимой детальностью;
- в граничных (периферийных) блоках задаются напоры (расходы), взятые по результатам решения исходной задачи на грубой разбивке.

4.2. Представление внутренних граничных условий

Моделируемые области фильтрации могут сопровождаться наличием рек, водоемов, скважин, родников. Ниже кратко рассматриваются варианты их реализации в фильтрационных моделях.

Скважины

Большая часть существующих программ численного моделирования (в том числе и Modflow) использует наиболее простой способ описания скважины – это задание её расхода (ГУ II рода в виде $Q=const$). При этом данный расход обрабатывающей программой “размазывается” на весь блок. Этот способ описания

даёт большие ошибки расчетного напора в самой скважине, т.к. он является напором в блоке. Для перехода от напора в блоке к напору в скважине существуют аналитические зависимости, приведенные в работе [13]. По ним определяется величина поправки напора, которую необходимо вычесть из напора в блоке для получения напорной характеристики в самой скважине. При расположении скважины в центре расчетного блока в однородной по фильтрационным свойствам среде и при равномерной разбивке поправка на напор (ΔH) определяется так:

$$\Delta H = \frac{Q}{T} \left(\frac{1}{2\pi} \ln \frac{\sigma}{r} - \frac{1}{n} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{n} \right)$$

где Q – расход скважины ($\text{м}^3/\text{сут}$), T – водопроницаемость пород ($\text{м}^2/\text{сут}$), σ – линейный размер модельного блока (м), r – радиус скважины (м), n – число сторон блока разбивки (в двумерных задачах $n=4$).

Реки

Реки в модели обычно учитываются через ГУ III рода, устанавливающее существование линейной зависимости между расходом через границу (Q) и разностью напоров на границе (H_r) и в пласте (H):

$$Q = P (H_r - H),$$

где P – коэффициент пропорциональности, обратный фильтрационному сопротивлению (Φ – фильтрац. сопротивление, формулу Дарси можно представить в следующем виде $Q = \Delta H / \Phi$, отсюда $P = 1 / \Phi$).

Коэффициент пропорциональности определяется выражением:

$$P = k_0 F / m_0,$$

Где k_0 , m_0 – коэффициент фильтрации и мощность русловых (донных) отложений, F – площадь ложа реки в пределах расчетного блока разбивки.

Коэффициент пропорциональности имеет размерность $\text{м}^2/\text{сут}$, в Modflow этот параметр именуется как *Hydraulic Conductance*.

При напоре в водоносном пласте (расчетном слое), превышающем уровень воды в реке (которая в этом случае дренирует подземные воды), расход принимает отрицательное значение, что свидетельствует об оттоке воды из модели. Положительное значение этого расхода отражает приток воды в модель, в этом случае река из дренирующей границы превращается в питающую. В программах численного моделирования притоки в модель идут как положительные расходы, а оттоки – как отрицательные (поэтому расход откачивающей скважины в моделях задается отрицательным числом, а поглощающей (водоприемной) – положительным).

Программы численного моделирования рассчитывают и водный баланс как всей модели в целом, так и каждого её отдельного блока. Таким образом, любая созданная модель является не только гидродинамической, но и балансовой, при этом приток (в форме расхода, $\text{м}^3/\text{сут}$) в моделируемую область должно быть равен оттоку (максимально допустимая невязка – 1-3 %).

Родники

Наиболее корректно родники реализуются через граничное условие III рода (подобно рекам) с контролем отключения родника, когда уровень в блоке с родником становится меньше уровня заложения родника. Родники также можно задавать через ГУ I рода (с уровнем, отвечающем отметке выхода воды), но это требует сильного уменьшения размера блока. Кроме этого, при снижении напоров (уровня подземных вод) в соседних блоках ниже заданного напора родника, блок с родником из дрены превращается в “питающую” границу. Поэтому необходим постоянный контроль напоров в соседних с родником блоках.

Водоемы

Наиболее распространенными видами водоемов являются озера, пруды, водохранилища. В блоки их распространения задаются ГУ I ($H=const$) или ГУ III ($Q=P(H_2-H)$) родов. Первый вариант используется при хорошей взаимосвязи поверхностных и подземных вод (в этом случае водоемы являются границами обеспеченного питания или разгрузки, это **совершенные водоемы**), второй вариант – при затрудненной связи поверхностных и подземных вод (что отмечается при кольматации ложа водоема и (или) неполной его врезке в водоносный (расчетный) пласт, **несовершенные водоемы**).

4.3. Калибровка математической модели

Калибровка или тестирование созданной геофильтрационной модели состоит в проверке соответствия модельных данных реальным (натурным) гидрогеологическим условиям. Калибровка заключается в проведении серии прямых расчетов, на основе которых определяются поля напоров (пространственно-временное распределение напоров для расчетных слоев) и расходы как в целом по модели, так и в её отдельных ключевых областях. Такими ключевыми областями являются, например, родники и реки с известным расходом.

Для калибровки модели необходимы следующие данные [9]:

- карта напоров (гидроизогипс, гидроизопьез) и отметки уровней подземных вод на ключевых участках – водозаборных и наблюдательных скважинах, и т.п.; при отсутствии карты напоров важнейшим необходимым элементом являются известные уровни в скважинах;
- значения расходов по известным очагам разгрузки – родники, реки или величины расходов по части из них;
- временные изменения напоров и расходов (необходимы для нестационарных моделей фильтрации);
- данные о параметрах и граничных условиях, полученные независимыми определениями.

Полученные на модели значения напоров и расходов не должны отличаться от их реальных значений более чем на 3-5 %. При большом расхождении меняются исходные данные модели и проводятся новые калибрационные расчеты. В первую очередь изменению подлежат те исходные параметры модели, натурные значения которых определены по единичным опытным экспериментам, либо таких определений в изучаемой области вообще не было. Это величины инфильтрационного питания и характер его площадного распределения, мощности и коэффициенты фильтрации подрусловых (донных) отложений и характер их изменения по площади (по протяжению реки, водоема). Во вторую очередь меняются (подправляются) коэффициенты фильтрации расчетных слоев. При варьировании значениями исходных данных целесообразно пользоваться методом “диапазонных оценок” – расчеты для крайних возможных значений исходных параметров.

Контрольные вопросы к главе 4

- 1. Суть гидрогеологической и геофильтрационной схематизации.*
- 2. Внешние границы геофильтрационных моделей.*
- 3. Внутренние границы геофильтрационных моделей.*
- 4. Калибровка геофильтрационных моделей.*

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Численное моделирование геофильтрации в настоящее время превращается в один из основных рабочих инструментов гидрогеолога. Без этого метода исследований уже невозможно решение большей части гидрогеологических задач – оценка запасов подземных вод различного назначения, водопритоков в горные выработки, разработка региональных схем рационального использования водных ресурсов и т.д. Добротные геофильтрационные модели позволяют решить не только стоящие перед гидрогеологами практические задачи, но они еще имеют познавательное значение – позволяют лучше понять гидрогеологические условия изучаемых областей (районов).

Данное учебно-методическое пособие является лишь первым шагом в освоении компьютерного моделирования геофильтрации. Использование метода моделирования на практических занятиях по разным гидрогеологическим дисциплинам, при подготовке самостоятельных квалификационных (курсовых, дипломных) работ – залог успешного его освоения. Владение же этим методом гидрогеологических исследований – это резкое повышение своей конкурентоспособности на современном рынке труда.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. – 281 с.
2. Всеволожский В.А. Основы гидрогеологии: Учебник. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во МГУ, 2007. – 448 с.
3. Гавич И. К., Лучшева А. А., Семенова-Ерофеева С. М. Сборник задач по общей гидрогеологии. – М.: Недра, 1985. – 412 с.
4. Гальперин А. М., Зайцев В. С., Норватов Ю. А. Гидрогеология и инженерная геология: Учеб. для вузов. – М.: Недра, 1989. – 383 с.
5. Гидрогеодинамические расчеты на ЭВМ: Учебное пособие. / Под ред. Р. С. Штенгелова. – М.: Изд-во МГУ, 1994. – 335 с.
6. Гидрогеология / Под ред. В. М. Шестакова, М. С. Орлова. – М.: Изд-во МГУ, 1984. – 317 с.
7. Кирюхин В. А. Общая гидрогеология: Учебник. – СПб.: СПбГГИ, 2008. – 439 с.
8. Климентов П. П., Кононов В. М. Методика гидрогеологических исследований. – 2 изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1989. – 448 с.
9. Коносавский П. К., Соловейчик К. А. Математическое моделирование геофильтрационных процессов. – СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2001 – 96 с.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Том VI. Гидродинамика. М.: Изд-во Физматлит, 2003. – 652 с.
11. Лехов А.В. Физико-химическая гидрогеодинамика. М.: НКД, 2010.
12. Ломакин Е. А., Мироненко В. А., Шестаков В. М. Численное моделирование геофильтрации. М.: Недра, 1988.
13. Лукнер Л., Шестаков В. М. Моделирование геофильтрации. – М.: Недра, 1976.
14. Мироненко В. А. Динамика подземных вод: Учебник. – М.: МГГУ, 2001. – 519 с.
15. Основы гидрогеологии. Гидрогеодинамика /Гавич И. К., Ковалевский В. С., Язвин Л. С. и др. – Новосибирск: Наука, 1983. – 241 с.
16. Основы гидрогеологии. Методы гидрогеологических исследований /Плотников Н. И., Вартамян Г. С., Бондаренко С. С. и др. – Новосибирск: Наука, 1984. – 213 с.
17. Румынин В.Г Моделирование геомиграционных процессов. М.: Наука, 2011. – 1020 с.
18. Шварцев С. Л. Общая гидрогеология. – М.: Недра, 1996. – 424 с.
19. Шестаков В. М. Гидрогеодинамика: Учебник. – М.: КДУ, 2009. – 334 с.
20. Шестаков В. М. Гидрогеомеханика: Учебное пособие. – М.: Изд-во МГУ, 1998. – 72 с.