

ГРАВИТАЦИЯ, КОСМОЛОГИЯ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ПОЛЯ*******

УДК 517.917

© Аслан О., Попов А. А., 2018

**САМОДЕЙСТВИЕ СКАЛЯРНОГО ЗАРЯДА В ЗАРЯЖЕННОЙ
ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ АНТИ-ДИЛАТОННОЙ КРОВОЙ НОРЕ**Аслан О.^{а,1}, Попов А. А.^{а,2}^а Казанский федеральный университет, г. Казань, 420008, Россия.

Вычислена сила самодействия скалярного заряда в пространство-времени экстремальной заряженной анти-дилатонной кротовой норы. Предполагается, что скалярный заряд является источником безмассового скалярного поля, минимально связанного с кривизной пространства-времени.

Ключевые слова: эффект самодействия; кротовая нора.

**SELF-ACTION OF A SCALAR CHARGE IN A CHARGED EXTREME
ANTI-DILATONIC WORMHOLE**Aslan O.^{а,1}, Popov A. A.^{а,2}^а Kazan Federal University, Kazan, 420008, Russia.

The self-force of a scalar charge in a charged extreme anti-dilatonic wormhole is determined. It was assumed that the scalar charge is the source of a massless scalar field with a minimal coupling to the space-time curvature.

Keywords: self-force; wormhole.

PACS: 34D08, 93C15

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2018.2.4-17

Введение

Кротовые норы — это топологические ручки в пространстве-времени, связывающие различные вселенные или удаленные части одной и той же вселенной. Интерес к таким конфигурациям восходит к работе Флама [1], написанной еще в 1916 году. Впоследствии, оживление интереса к этой теме связано с работой Эйнштейна и Розена [2] и более поздней серией работ Уилера [3]. Современный интерес к кротовым норам был порожден работами Морриса, Торна и Юртсевера [4, 5]. Хорошо известно, что в рамках классической общей теории относительности проходимые кротовые норы могут порождаться только экзотическим веществом, нарушающим нулевое энергетическое условие $T_{\mu\nu}u^\mu u^\nu \geq 0$, где $T_{\mu\nu}$ — тензор энергии-импульса вещества, искривляющего пространство-время, а u^μ — произвольный световой вектор. Решения, описывающие кротовые норы, были получены в рамках различных моделей, таких как теории со скалярными полями [6, 7];

¹ E-mail: alsucuk@gmail.com² E-mail: apopov@kpfu.ru

теории Эйнштейна-Гаусса-Бонне [8, 9]; в рамках полуклассической теории гравитации [12–14]; в модифицированных теориях гравитации [15–19] и т.п. Описание геометрии кротовых нор, а также обзор по рассматриваемой теме могут быть найдены в книге Виссера [22].

Для удалённого наблюдателя статические сферически симметричные кротовые норы выглядят как черные дыры. Эффект самодействия заряда на себя является одним из эффектов, позволяющих различить эти два пространства-времени. Такой эффект для зарядов различных типов в искривленном пространстве-времени изучался в ряде работ. Обзор этих работ можно найти в [23–26]. Эффект самодействия заряда на себя связан с нелокальной структурой поля, источником которого является заряд, и определяется геометрией всего пространства-времени и его топологией. В плоском пространстве-времени этот эффект определяется третьими производными по времени от координат заряда. Сила самодействия для электрически заряженных частиц в плоском пространстве-времени дается формулой Абрахама-Лоренца-Дирака [27, 28].

В статическом искривленном пространстве-времени и пространстве-времени с нетривиальной топологией сила самодействия может отличаться от нуля даже для заряда, находящегося в состоянии покоя (здесь и дальше слова «в состоянии покоя» означают, что скорость заряда коллинеарна времениподобному вектору Киллинга, который всегда существует в статическом пространстве-времени). Такого типа результаты были получены для статических зарядов в плоских пространствах-времени с топологическими дефектами [29–35]. Формальное выражение для силы самодействия электрического заряда в произвольном искривленном пространстве-времени было впервые получено ДеВиттом и Бремом [36], а некоторые исправления были позднее сделаны Хоббсом [37]. Мино, Сасаки и Танака [38] и независимо от них Куинн и Вальд [39] получили аналогичное выражение для силы гравитационного самодействия точечной массы. Сила самодействия заряда, взаимодействующего с безмассовым минимально связанным с кривизной скалярным полем, источником которого является этот заряд, рассматривалась Куинном [40]. Недавний интерес к эффекту гравитационного самодействия был порожден попытками промоделировать излучение гравитационных волн двойными системами [41–43]. Этот интерес был вызван подготовкой детекторов гравитационных волн, излучаемых при падении компактного объекта на сверхмассивную черную дыру. Для черной дыры Шварцшильда сила самодействия статического заряда q была вычислена в работах [44, 45] $f \sim q^2/r^3$, где r – шварцшильдова радиальная координата заряда.

Значительные усилия были предприняты для расчета силы самодействия на фоне различных типов черных дыр [46–68]. Сила самодействия для покоящегося заряда в пространстве-времени статической сферически симметричной кротовой норы определяется профилем горловины кротовой норы и константой связи скалярного поля с кривизной пространства-времени [69–77]. В работах [72, 76] было показано, что существует бесконечный набор значений константы связи скалярного поля с кривизной, для которого сила самодействия на статический скалярный заряд расходится. Природа этого расхождения не совсем ясна. Целью настоящей статьи является анализ эффекта самодействия для статического скалярного заряда в экстремальной заряженной анти-дилатонной кротовой норе, описанной в [78, 79]. Эта проблема имеет математические трудности. Поле заряда в рассматриваемой задаче определяется функцией Грина некоторого обыкновенного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка (см. уравнение (7) ниже). Эта функция Грина может быть выражена в виде произведения независимых решений соответствующего однородного уравнения. Как правило, вронскианы таких решений совпадают, с точностью до константы нормировки, с коэффициентом перед дельта-функцией в уравнении на функцию Грина. В рассматриваемом случае это не так. Чтобы решить эту проблему, мы использовали свойства дельта-функции (см. (9)), что позволило свести задачу к стандартному случаю. Статья организована следующим образом. В разделе II мы описываем геометрию пространства-времени экстремальной заряженной анти-дилатонной кротовой норы и получаем неперенормированное выражение для потенциала самодействия статического скалярного заряда на рассматриваемом гравитационном фоне. В разделе III описывается процедура перенормировки потенциала самодействия и результат.

В статье мы используем единицы $c = G = 1$.

1. Потенциал самодействия статического скалярного заряда

Метрика пространства-времени экстремальной заряженной анти-дилатонной кротовой норы может быть записана в следующем виде [78, 79]

$$ds^2 = -e^{-2\alpha(r)} dt^2 + e^{2\alpha(r)} [dr^2 + (r^2 + Q^2) (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)], \quad (1)$$

где $-\infty < r < \infty, \theta \in [0, \pi], \varphi \in [0, 2\pi]$,

$$2\alpha(r) = \frac{\pi^2}{4} - \arctan^2 \left(\frac{r}{|Q|} \right), \quad (2)$$

а Q – электрический заряд кротовой норы, M – масса кротовой норы и Q_ϕ – дилатонный заряд кротовой норы связаны следующими соотношениями

$$Q_\phi = M = \frac{\pi^2}{2} |Q|. \quad (3)$$

Рассмотрим скалярное поле ϕ , создаваемое источником j . Соответствующее уравнение поля имеет вид

$$\phi_{;\mu}^{\cdot\mu} = -4\pi j = -4\pi q \int \delta^{(4)}(x^\mu, \tilde{x}^\mu(\tau)) \frac{d\tau}{\sqrt{-g^{(4)}}}, \quad (4)$$

где $g^{(4)}$ – определитель метрического тензора $g_{\mu\nu}$, q – скалярный заряд и τ – его собственное время. Функции $\tilde{x}^\mu(\tau)$ определяют мировую линию заряда. Для неподвижной частицы в статическом пространстве-времени (1) уравнение поля (4) можно переписать следующим образом

$$\left\{ e^{-2\alpha} \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2r}{(r^2 + Q^2)} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{(r^2 + Q^2)} \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \cot \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) \right] \right\} \phi(r, \theta, \varphi; \tilde{r}, \tilde{\theta}, \tilde{\varphi}) = -\frac{4\pi q \delta(r, \tilde{r}) \delta(\theta, \tilde{\theta}) \delta(\varphi, \tilde{\varphi})}{e^{3\alpha} (r^2 + Q^2) \sin \theta}, \quad (5)$$

где принято во внимание, что для статического заряда $d\tau/dt = \sqrt{-g_{tt}} = e^{-\alpha(r)}$. В силу сферической симметрии рассматриваемой задачи потенциал может быть представлен в виде

$$\phi = 4\pi q \sum_{l,m} Y_{lm}(\Omega) Y_{lm}^*(\tilde{\Omega}) g_l(r, \tilde{r}) = q \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos \gamma) g_l(r, \tilde{r}), \quad (6)$$

где $Y_{lm}(\Omega)$ – сферические функции аргумента $\Omega = (\theta, \varphi)$, $\cos \gamma \equiv \cos \theta \cos \tilde{\theta} + \sin \theta \sin \tilde{\theta} \cos(\varphi - \tilde{\varphi})$. Радиальная часть потенциала g_l , удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 g_l(r, \tilde{r})}{\partial r^2} + \frac{2r}{(r^2 + Q^2)} \frac{\partial g_l(r, \tilde{r})}{\partial r} - \frac{l(l+1)}{(r^2 + Q^2)} g_l(r, \tilde{r}) = -\frac{\delta(r, \tilde{r})}{e^{\alpha(r)} (r^2 + Q^2)}. \quad (7)$$

Вводя новую функцию

$$G_l(r, \tilde{r}) = e^{\alpha(\tilde{r})} g_l(r, \tilde{r}) \quad (8)$$

и учитывая

$$\frac{\delta(r, \tilde{r})}{e^{\alpha(r)}} = \frac{\delta(r, \tilde{r})}{e^{\alpha(\tilde{r})}}, \quad (9)$$

можно получить следующее уравнение для $G_l(r, \tilde{r})$

$$\frac{\partial^2 G_l(r, \tilde{r})}{\partial r^2} + \frac{2r}{(r^2 + Q^2)} \frac{\partial G_l(r, \tilde{r})}{\partial r} - \frac{l(l+1)}{(r^2 + Q^2)} G_l(r, \tilde{r}) = -\frac{\delta(r, \tilde{r})}{(r^2 + Q^2)}. \quad (10)$$

Обозначим два независимых решения соответствующего однородного уравнения

$$\frac{d^2 \Psi}{dr^2} + \frac{2r}{(r^2 + Q^2)} \frac{d\Psi}{dr} - \frac{l(l+1)}{(r^2 + Q^2)} \Psi = 0 \quad (11)$$

$\Psi_1(r)$ и $\Psi_2(r)$. $\Psi_1(r)$ выберем так, чтобы при $r \rightarrow +\infty$ это решение стремилось к нулю, а при $r \rightarrow -\infty$ расходилоь. $\Psi_2(r)$ выберем так, чтобы при $r \rightarrow +\infty$ это решение расходилоь, а при $r \rightarrow -\infty$ стремилось к нулю, т.е.

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow +\infty} \Psi_1 &= 0, & \lim_{r \rightarrow +\infty} \Psi_2 &= \infty, \\ \lim_{r \rightarrow -\infty} \Psi_1 &= \infty, & \lim_{r \rightarrow -\infty} \Psi_2 &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Тогда решение уравнения (10) можно представить в следующем виде

$$G_l = \theta(r - \tilde{r})\Psi_1(r)\Psi_2(\tilde{r}) + \theta(\tilde{r} - r)\Psi_1(\tilde{r})\Psi_2(r). \quad (13)$$

Нормировка Ψ достигается путем интегрирования (10) по r от $(\tilde{r} - \epsilon)$ до $(\tilde{r} + \epsilon)$ и взятия предела $\epsilon \rightarrow 0$. Это приводит к условию на вронскиан

$$W(\Psi_1, \Psi_2) = \Psi_1 \frac{d\Psi_2}{dr} - \Psi_2 \frac{d\Psi_1}{dr} = \frac{1}{r^2 + Q^2}. \quad (14)$$

Рассмотрим уравнение (11) в областях $r > 0$ и $r < 0$. Мы можем построить независимые решения этого уравнения для этих двух областей

$$\begin{aligned} \phi_+^1(r) &= P_l \left(\frac{ir}{|Q|} \right), & \phi_+^2(r) &= Q_l \left(\frac{ir}{|Q|} \right), & r > 0, \\ \phi_-^1(r) &= P_l \left(\frac{-ir}{|Q|} \right), & \phi_-^2(r) &= Q_l \left(\frac{-ir}{|Q|} \right), & r < 0, \end{aligned} \quad (15)$$

где P_l and Q_l многочлены Лежандра первого и второго рода. Асимптотики этих решений имеют вид

$$\phi_\pm^1|_{r \rightarrow \pm\infty} \sim r^l, \quad \phi_\pm^2|_{r \rightarrow \pm\infty} \sim r^{-l-1}. \quad (16)$$

Вронскиан $\phi_\pm^1, \phi_\pm^2$ легко вычисляется (см. [80])

$$W(\phi_\pm^1, \phi_\pm^2) = \frac{\pm i|Q|}{r^2 + Q^2}. \quad (17)$$

Решения (11) во всём пространстве можно записать следующим образом

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= \begin{cases} \alpha_+^1 \phi_+^1 + \beta_+^1 \phi_+^2 & r > 0, \\ \alpha_-^1 \phi_-^1 + \beta_-^1 \phi_-^2 & r < 0, \end{cases} \\ \Psi_2 &= \begin{cases} \alpha_+^2 \phi_+^1 + \beta_+^2 \phi_+^2 & r > 0, \\ \alpha_-^2 \phi_-^1 + \beta_-^2 \phi_-^2 & r < 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

где $\alpha_\pm^{1,2}, \beta_\pm^{1,2}$ являются константами. Подставляя граничные условия (12) в (18) и используя (16) получим

$$\alpha_+^1 = 0, \quad \alpha_-^2 = 0. \quad (19)$$

Тогда выражения (18) сводятся к следующему виду

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= \begin{cases} \beta_+^1 \phi_+^2 & r > 0, \\ \alpha_-^1 \phi_-^1 + \beta_-^1 \phi_-^2 & r < 0, \end{cases} \\ \Psi_2 &= \begin{cases} \alpha_+^2 \phi_+^1 + \beta_+^2 \phi_+^2 & r > 0, \\ \beta_-^2 \phi_-^2 & r < 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (20)$$

Подставляя эти выражения в вронскиан и принимая во внимание (17), получим

$$W(\Psi_1, \Psi_2) = \begin{cases} -\alpha_+^2 \beta_+^1 \frac{i|Q|}{(r^2 + Q^2)}, & r > 0, \\ -\alpha_-^1 \beta_-^2 \frac{i|Q|}{(r^2 + Q^2)}, & r < 0. \end{cases} \quad (21)$$

Сравнивая это выражение с (14), получим следующие соотношения между коэффициентами:

$$\alpha_+^2 \beta_+^1 = \alpha_-^1 \beta_-^2 = \frac{-1}{i|Q|} = \frac{i}{|Q|}. \quad (22)$$

Выпишем условия сшивки решений $\Psi_1(r)$ и $\Psi_2(r)$ при $r = 0$

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow +0} \Psi_1(r) &= \lim_{r \rightarrow -0} \Psi_1(r), & \lim_{r \rightarrow +0} \frac{d\Psi_1(r)}{dr} &= \lim_{r \rightarrow -0} \frac{d\Psi_1(r)}{dr}, \\ \lim_{r \rightarrow +0} \Psi_2(r) &= \lim_{r \rightarrow -0} \Psi_2(r), & \lim_{r \rightarrow +0} \frac{d\Psi_2(r)}{dr} &= \lim_{r \rightarrow -0} \frac{d\Psi_2(r)}{dr}. \end{aligned} \quad (23)$$

Используя эти условия и выражения (20), можно получить следующие соотношения

$$\beta_+^1 \phi_+^2(0) = \alpha_-^1 \phi_-^1(0) + \beta_-^1 \phi_-^2(0), \quad \alpha_+^2 \phi_+^1(0) + \beta_+^2 \phi_+^2(0) = \beta_-^2 \phi_-^2(0), \quad (24)$$

$$\beta_+^1 \frac{d\phi_+^2}{dr} \Big|_0 = \alpha_-^1 \frac{d\phi_-^1}{dr} \Big|_0 + \beta_-^1 \frac{d\phi_-^2}{dr} \Big|_0, \quad \alpha_+^2 \frac{d\phi_+^1}{dr} \Big|_0 + \beta_+^2 \frac{d\phi_+^2}{dr} \Big|_0 = \beta_-^2 \frac{d\phi_-^2}{dr} \Big|_0. \quad (25)$$

Эти выражения можно разрешить относительно $\alpha_-^1, \beta_-^1, \alpha_+^2, \beta_+^2$

$$\begin{aligned} \alpha_-^1 &= \beta_+^1 \frac{W(\phi_+^2, \phi_-^2)}{W(\phi_-^1, \phi_-^2)} \Big|_0, \quad \beta_-^1 = \beta_+^1 \frac{W(\phi_-^1, \phi_+^2)}{W(\phi_-^1, \phi_-^2)} \Big|_0, \\ \alpha_+^2 &= -\beta_-^2 \frac{W(\phi_+^2, \phi_-^2)}{W(\phi_+^1, \phi_+^2)} \Big|_0, \quad \beta_+^2 = +\beta_-^2 \frac{W(\phi_+^1, \phi_-^2)}{W(\phi_+^1, \phi_+^2)} \Big|_0. \end{aligned} \quad (26)$$

Принимая во внимание (15) и используя свойства функций $P_l(z)$ и $Q_l(z)$ (см. Ref. [80]), получим

$$P_l(0) = \frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(\frac{1}{2} - \frac{l}{2})\Gamma(1 + \frac{l}{2})}, \quad P'_l(0) = -\frac{2\sqrt{\pi}}{\Gamma(\frac{1}{2} + \frac{l}{2})\Gamma(-\frac{l}{2})}, \quad (27)$$

$$Q_l(0) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-i\frac{\pi}{2}(l+1)} \frac{\Gamma(\frac{1}{2} + \frac{l}{2})}{\Gamma(1 + \frac{l}{2})}, \quad Q'_l(0) = \sqrt{\pi} e^{-i\frac{\pi}{2}l} \frac{\Gamma(1 + \frac{l}{2})}{\Gamma(\frac{1}{2} + \frac{l}{2})} \quad (28)$$

Это позволяет вычислить вронскианы в (26)

$$\begin{aligned} W(\phi_+^2, \phi_-^2)|_0 &= -\frac{\pi(-1)^l}{|Q|}, \quad W(\phi_-^1, \phi_+^2)|_0 = \frac{i\pi}{|Q|}(-1)^l, \quad W(\phi_-^1, \phi_-^2)|_0 = -\frac{i}{|Q|}, \\ W(\phi_+^1, \phi_+^2)|_0 &= \frac{i}{|Q|}, \quad W(\phi_+^1, \phi_-^2)|_0 = -\frac{i(-1)^l}{|Q|} \end{aligned} \quad (29)$$

и переписать выражения (26) следующим образом

$$\begin{aligned} \alpha_-^1 &= -i\pi(-1)^l \beta_+^1, \quad \beta_-^1 = -\pi(-1)^l \beta_+^1, \\ \alpha_+^2 &= i\pi(-1)^l \beta_-^2, \quad \beta_+^2 = -(-1)^l \beta_-^2. \end{aligned} \quad (30)$$

Используя эти соотношения и выражения (13, 15, 20, 22), получим для $r > \tilde{r} > 0$

$$\begin{aligned} G_l(r, \tilde{r}) &= \frac{i}{|Q|} \phi_+^2(r) \phi_+^1(\tilde{r}) + \frac{i}{|Q|} \frac{W(\phi_+^1, \phi_-^2)}{W(\phi_+^2, \phi_-^2)} \Big|_0 \phi_+^2(r) \phi_+^2(\tilde{r}), \\ &= \frac{i}{|Q|} \phi_+^2(r) \phi_+^1(\tilde{r}) + \frac{1}{\pi|Q|} \phi_+^2(r) \phi_+^2(\tilde{r}) \\ &= \frac{i}{|Q|} Q_l(z) P_l(\tilde{z}) + \frac{1}{\pi|Q|} Q_l(z) Q_l(\tilde{z}), \end{aligned} \quad (31)$$

где $z = \frac{ir}{|Q|}$ и $\tilde{z} = \frac{i\tilde{r}}{|Q|}$. Подставив это выражение в (8), а затем в (6), можно получить (для случая $r > \tilde{r} > 0$, $\theta = \tilde{\theta}$ и $\varphi = \tilde{\varphi}$)

$$\phi(r, \tilde{r}) = q \frac{e^{-\alpha(\tilde{r})}}{|Q|} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \left\{ i P_l(\tilde{z}) Q_l(z) + \frac{1}{\pi} Q_l(\tilde{z}) Q_l(z) \right\}. \quad (32)$$

Для вычисления первого члена рассматриваемой суммы можно воспользоваться формулой Гейне (Heine) [80]

$$\sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\tilde{z}) Q_l(z) = \frac{1}{z - \tilde{z}}.$$

При вычислении второго члена суммы воспользуемся интегральным представлением функции Лежандра второго рода [80]

$$Q_l(z) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{P_l(t)}{z-t} dt, \quad (33)$$

что позволяет получить следующее выражение

$$\sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) Q_l(i\tilde{x}) Q_l(ix) = -\frac{\arctan x - \arctan \tilde{x}}{x - \tilde{x}}. \quad (34)$$

Поэтому для $r > \tilde{r} > 0$, $\theta = \tilde{\theta}$ и $\varphi = \tilde{\varphi}$ получим

$$\phi(r, \tilde{r}) = qe^{-\alpha(\tilde{r})} \left[\frac{1}{r - \tilde{r}} - \frac{\arctan \frac{r}{|Q|} - \arctan \frac{\tilde{r}}{|Q|}}{\pi(r - \tilde{r})} \right]. \quad (35)$$

2. Перенормировка и результат

Процедура определения силы самодействия требует перенормировки скалярного потенциала $\phi(x; \tilde{x})$, который расходится в пределе $x \rightarrow \tilde{x}$ (см., например, работы [81, 82]). Такая перенормировка может быть достигнута путём вычитания контрчлена деВитта-Швингера $\phi_{\text{Ds}}(x; \tilde{x})$ из $\phi(x; \tilde{x})$ и взятия предела $x \rightarrow \tilde{x}$

$$\phi_{\text{ren}}(x) = \lim_{\tilde{x} \rightarrow x} (\phi(x; \tilde{x}) - \phi_{\text{Ds}}(x; \tilde{x})). \quad (36)$$

Контрчлен ДеВитта-Швингера $\phi_{\text{Ds}}(x; \tilde{x})$ для покоящегося скалярного заряда в статическом искривленном пространстве-времени имеет следующий вид [83]

$$\phi_{\text{Ds}}(x^i; \tilde{x}^i) = q \left(\frac{1}{\sqrt{2\sigma}} + \frac{\partial g_{tt}(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}^i} \frac{\sigma^i}{4g_{tt}(\tilde{x})\sqrt{2\sigma}} \right), \quad (37)$$

где [84, 85]

$$\begin{aligned} \sigma^i &= -(x^i - \tilde{x}^i) - \frac{1}{2} \Gamma_{jk}^i (x^j - \tilde{x}^j) (x^k - \tilde{x}^k) \\ &\quad - \frac{1}{6} \left(\Gamma_{jm}^i \Gamma_{kl}^m + \frac{\partial \Gamma_{jk}^i}{\partial \tilde{x}^l} \right) (x^j - \tilde{x}^j) (x^k - \tilde{x}^k) (x^l - \tilde{x}^l) + O((x - \tilde{x})^4), \\ \sigma &= \frac{g_{ij}(\tilde{x})}{2} \sigma^i \sigma^j, \end{aligned} \quad (38)$$

Γ_{jk}^i – символы Кристоффеля второго рода, вычисленные в точке $\tilde{x}$. Контрчлен ДеВитта-Швингера $\phi_{\text{Ds}}(x; \tilde{x})$ в пределе $\theta = \tilde{\theta}$, $\varphi = \tilde{\varphi}$ легко вычисляется в пространстве-времени (1)

$$\phi_{\text{Ds}}(r, \tilde{r}) = \frac{qe^{-\alpha(\tilde{r})}}{|r - \tilde{r}|}. \quad (39)$$

Используя выражение (35) для $\phi(\tilde{r}, r)$ получим перенормированное выражение для ϕ в области $r > 0$

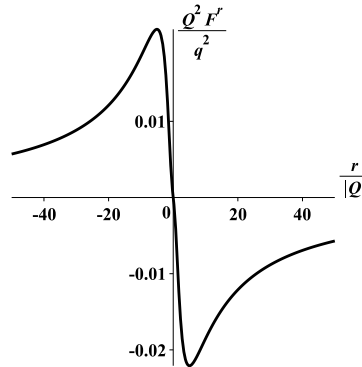
$$\phi_{\text{ren}}(r) = \lim_{\tilde{r} \rightarrow r} [\phi(r, \tilde{r}) - \phi_{\text{Ds}}(r, \tilde{r})] = -\frac{q|Q|e^{-\alpha(r)}}{\pi(r^2 + Q^2)}. \quad (40)$$

В области $r < 0$, ϕ_{ren} совпадает с этим выражением из-за симметрии $r \leftrightarrow -r$ задачи. Асимптотика потенциала $\phi_{\text{ren}}(r)$ при $r \rightarrow \infty$ имеет следующий вид

$$\phi_{\text{ren}}(r) \approx -\frac{q|Q|}{\pi r^2}. \quad (41)$$

Единственной ненулевой компонентой силы самодействия является

$$F^r(r) = -\frac{q}{2}g^{rr}\frac{\partial\phi_{ren}(r)}{\partial r} = -\frac{q^2e^{-3\alpha(r)}\left(\frac{r}{|Q|} - \frac{1}{2}\arctan\left(\frac{r}{|Q|}\right)\right)}{\pi Q^2(1+r^2/Q^2)^2}. \quad (42)$$



Таким образом, вычислено аналитическое выражение (55) для силы самодействия статического скалярного заряда в пространстве-времени экстремальной заряженной кротовой норы (1).

Благодарности

Работа выполнена за счет средств субсидии, выделенной в рамках государственной поддержки Казанского (Приволжского) федерального университета в целях повышения его конкурентоспособности среди ведущих мировых научно-образовательных центров.

Список литературы

1. Flamm L. Beiträge zur Einsteinschen Gravitationstheorie, *Physik. Zeitschr.*, 1916, vol. 17, pp. 448–454.
2. Einstein A. and Rosen N. The particle problem in the general theory of relativity, *Phys. Rev.*, 1935, vol. 48, pp. 73–77.
3. Wheeler J.A. "Geons" *Phys. Rev.*, 1955, Vol. 97, pp. 511–536.
4. Morris M.S. and Thorne K.S. Wormholes in Spacetime and Their Use for Interstellar Travel: A Tool for Teaching General Relativity, *Am. J. Phys.*, 1988, Vol. 56, pp. 395–412.
5. Morris M.S., Thorne K.S., and Yurtsever U. Wormholes, Time Machines, and the Weak Energy Condition, *Phys. Rev. Lett.*, 1988, Vol. 61, pp. 1446–1449.
6. Barcelo C. and Visser M. Scalar fields, energy conditions, and traversable wormholes, *Classical Quantum Gravity*, 2000, Vol. 17, pp. 3843–3864.
7. Sushkov S.V. and Kim S.W. Wormholes supported by the kink-like configuration of a scalar field, *Classical Quantum Gravity*, 2002, Vol. 19, pp. 4909–4922.
8. Richarte M. and Simeone C. Thin-shell wormholes supported by ordinary matter in Einstein-Gauss-Bonnet gravity, *Phys. Rev. D*, 2007, Vol. 76, 087502.
9. Kanti P., Kleihaus B. and Kunz J. Wormholes in Dilatonic Einstein-Gauss-Bonnet Theory, *Phys. Rev. Lett.*, 2011, Vol. 107, 271101.
10. Nojiri S., Obregon O., Odintsov S.D. and Osetrin K.E. Induced wormholes due to quantum effects of spherically reduced matter in large N approximation, *Phys. Lett. B*, 1999, Vol. 449, 173–179.
11. Nojiri S., Obregon O., Odintsov S.D. and Osetrin K.E. Can primordial wormholes be induced by GUTs at the early Universe?, *Phys. Lett. B*, 1999, Vol. 458, 19–28.
12. Hochberg D., Popov A.A., Sushkov S.V. Self-consistent wormhole solutions of semiclassical gravity, *Phys. Rev. Lett.*, 1997, Vol. 78, pp. 2050–2053.
13. Popov A.A. Long throat of a wormhole created from vacuum fluctuations, *Class. Quantum Grav.*, 2005, Vol. 22, pp. 5223–5230.

14. Garattini R. and Lobo F.S.N. Self-sustained phantom wormholes in semi-classical gravity, *Class. Quant. Grav.*, 2007, Vol. 24, pp. 2401–2413.
15. Lobo F.S.N. and Oliveira M.A. Wormhole geometries in $f(R)$ modified theories of gravity, *Phys. Rev. D*, 2009, Vol. 80, 104012.
16. Garcia N.M. and Lobo F.S.N. Wormhole geometries supported by a nonminimal curvature-matter coupling *Phys. Rev. D*, 2010, Vol. 82, 104018.
17. Garcia N.M. and Lobo F.S.N. Nonminimal curvature-matter coupled wormholes with matter satisfying the null energy condition, *Class. Quant. Grav.*, 2011, Vol. 28, 085018.
18. DeBenedictis A. and Horvat D. On Wormhole Throats in $f(R)$ Gravity Theory, *Gen. Rel. Grav.*, 2012, Vol. 44, pp. 2711–2744.
19. Capozziello S., Harko T., Koivisto T.S., Lobo F.S.N., and Olmo G.J. Wormholes supported by hybrid metric-Palatini gravity, *Phys. Rev. D*, 2012, Vol. 86, 127504.
20. Boehmer C.G., Harko T. and Lobo F.S.N. Wormhole geometries in modified teleparallel gravity and the energy conditions, *Phys. Rev. D*, 2012, Vol. 85, 044033.
21. Bahamonde S., Camci U., Capozziello S., and Jamil M. Scalar-tensor teleparallel wormholes by Noether symmetries, *Phys. Rev. D*, 2016, Vol. 94, 084042.
22. Visser M. *Lorentzian Wormholes: From Einstein to Hawking*, Woodbury, NY: AIP Press, 1995, 412 p.
23. Detweiler S. Perspective on gravitational self-force analyses, *Classical Quantum Gravity*, 2005, Vol. 22, pp. 681–716.
24. Khusnutdinov N. Particle self-action effects in a gravitational field, *Phys. Usp.*, 2005, Vol. 48, pp. 577–593.
25. Casals M., Dolan S., Ottewill A. and Wardell B. Self-Force Calculations with Matched Expansions and Quasinormal Mode Sums, *Phys.Rev.D*, 2009, Vol. 79, 015014
26. Poisson E., Pound A., and Vega I. The motion of point particles in curved spacetime, *Living Rev. Rel.*, 2011, Vol. 14, pp. 1–190.
27. Dirac P. Classical theory of radiating electrons, *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 1938, Vol. 167, pp. 148–169.
28. Poisson E. *An introduction to the Lorentz-Dirac equation*, gr-qc/9912045.
29. Linet B. Force on a charge in the space-time of a cosmic string, *Phys. Rev. D*, 1986, Vol. 33, pp. 1833–1834.
30. Linet B. On the wave equation in the spacetime of a cosmic string, *Ann. Inst. Henri Poincaré*, 1986, Vol. 45, pp. 249–256.
31. Smith A. Gravitational effects of an infinite straight cosmic string on classical and quantum fields: Self-forces and vacuum fluctuations *The Formation and Evolution of Cosmic Strings*, Cambridge: Cambridge University Press, 1990, pp. 263–293.
32. Khusnutdinov N. Self-interaction force for a particle in cone spacetime, *Class. Quantum Grav.*, 1994, Vol. 11, pp. 1807–1813.
33. Khusnutdinov N. Self - Interaction Force for Charged Particle in the Space Time of Supermassive Cosmic String, *Quantum Field Theory under the Influence of External Conditions* (Teubner-Texte zur Physik, Bd. 30, Ed.M.Bordag) (Stuttgart: B.G. Teubner Verlagsgesellschaft), 1996, pp. 97–98.
34. Khusnutdinov N. Charged particle in the spacetime of a supermassive cosmic string, *Theor. Math. Phys.*, 1995, Vol. 103, pp. 603–611.
35. De Lorenci V. and Moreira Jr.E. Classical self-forces in a space with a topological defect, *Phys.Rev. D*, 2002, Vol. 65, 085013
36. DeWitt B and Brehme R. Radiation damping in a gravitational field, *Ann. Phys.*, 1960, Vol. 9, pp. 220–259.
37. Hobbs J. A vierbien formalism of radiation damping, *Ann. Phys.*, 1968, Vol. 47, pp. 141–165.
38. Mino Y., Sasaki M., and Tanaka T. Gravitational radiation reaction to a particle motion, *Phys. Rev. D*, 1997, Vol. 55, pp. 3457–3476.
39. Quinn T.C. and Wald R.M. Axiomatic approach to electromagnetic and gravitational radiation reaction of particles in curved space-time, *Phys. Rev. D*, 1997, Vol. 56, pp. 3381–3394.
40. Quinn T.C. Axiomatic approach to radiation reaction of scalar point particles in curved space-time *Phys. Rev. D*, 2000, Vol. 62, 064029.
41. Barack L. and Sago N. Gravitational self-force on a particle in eccentric orbit around a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 2010, Vol. 81, 084021.

42. Diener P., Vega I., Wardell B., and Detweiler S. Self-consistent orbital evolution of a particle around a Schwarzschild black hole (2011), arXiv:1112.4821.
43. Warburton N., Akcay S., Barack L., Gair J.R., and Sago N. Evolution of inspiral orbits around a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 2012, Vol. 85, 061501.
44. Vilenkin A. Self-interaction of charged particles in the gravitational field, *Phys. Rev. D*, 1979, Vol. 20, pp. 373–376.
45. Smith A.G. and Will C.M. Force on a static charge outside a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 1980, Vol. 22, pp. 1276–1284.
46. DeWitt C.M. and DeWitt B.S. Radiation damping in a gravitational field, *Physics*, 1964, Vol. 1, pp. 3–28.
47. MacGruder C.H. Field energies and principles of equivalence, *Nature (London)*, 1978, Vol. 272, pp. 806–807.
48. Ori A. Radiative evolution of orbits around a Kerr black hole, *Phys. Lett. A*, 1995, Vol. 202, pp. 347–351.
49. Ori A. Radiative evolution of the Carter constant for generic orbits around a Kerr black hole, *Phys. Rev. D*, 1997, Vol. 55, pp. 3444–3456.
50. Burko L.M. Self-force on static charges in Schwarzschild spacetime, *Class. Quantum Grav.*, 2000, Vol. 17, pp. 227–250.
51. Burko L.M. Self-Force on a Particle in Orbit around a Black Hole, *Phys. Rev. Lett.*, 2000, Vol. 84, pp. 4529–4532.
52. Barack L. and Ori A. Mode sum regularization approach for the self-force in black hole space-time, *Phys. Rev. D*, 2000, Vol. 61, 061502.
53. Barack L. Self-force on a scalar particle in spherically symmetric space-time via mode-sum regularization: Radial trajectories, *Phys. Rev. D*, 2000, Vol. 62, 084027.
54. Lousto C.O. Pragmatic Approach to Gravitational Radiation Reaction in Binary Black Holes, *Phys. Rev. Lett.*, 2000, Vol. 84, pp. 5251–5254.
55. Barack L. and Burko L.M. Radiation-reaction force on a particle plunging into a black hole, *Phys. Rev. D*, 2000, Vol. 62, 084040.
56. Burko L.M. and Liu Y.T. Self-force on a scalar charge in the space-time of a stationary, axisymmetric black hole, *Phys. Rev. D*, 2001, Vol. 64, 024006.
57. Nakano H., Mino Y. and M. Sasaki M. Self-Force on a Scalar Charge in Circular Orbit around a Schwarzschild Black Hole, *Prog. Theor. Phys.*, 2001, Vol. 106, pp. 339–362.
58. Barack L. Gravitational self-force by mode sum regularization, *Phys. Rev. D*, 2001, Vol. 64, 084021.
59. Detweiler S. Radiation Reaction and the Self-Force for a Point Mass in General Relativity, *Phys. Rev. Lett.*, 2001, Vol. 68, 1931.
60. Barack L., Mino Y., Nakano H., Ori A., and Sasaki M. Calculating the gravitational self-force in Schwarzschild spacetime, *Phys. Rev. Lett.*, 2002, Vol. 88, 091101.
61. Pfenning M.J. and Poisson E. Scalar, electromagnetic, and gravitational self-forces in weakly curved spacetimes, *Phys. Rev. D*, 2002, Vol. 65, 084001.
62. Barack L. and Lousto C.O. Computing the gravitational self-force on a compact object plunging into a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 2002, Vol. 66, 061502.
63. Barack L. and Ori A. Regularization parameters for the self-force in Schwarzschild spacetime: Scalar case, *Phys. Rev. D*, 2002, Vol. 66, 084022.
64. Barack L. and Ori A. Gravitational self-force on a particle orbiting a Kerr black hole, *Phys. Rev. Lett.*, 2003, Vol. 90, 111101.
65. Mino Y., Nakano H., and Sasaki M. Covariant self-force regularization of a particle orbiting a Schwarzschild black hole, *Prog. Theor. Phys.*, 2003, Vol. 108, pp. 1039–1064.
66. Detweiler S. and Whiting B.F. Self force of a scalar field for circular orbits about a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 2003, Vol. 67, 024025.
67. Barack L. and Ori A. Regularization parameters for the selfforce in Schwarzschild space-time. II. Gravitational and electromagnetic cases, *Phys. Rev. D*, 2003, Vol. 67, 024029.
68. Detweiler S., Messaritaki E., and Whiting B.F. Self-force of a scalar field for circular orbits about a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 2003, Vol. 67, 104016.
69. Khusnutdinov N. and Bakhmatov I. Self-action of a point charge in a wormhole space-time, *Phys. Rev. D*, 2007, Vol. 76, 124015.

70. Linet B. Electrostatics in a wormhole geometry, arXiv:0712.0539 [gr-qc]
71. Krasnikov S. Electrostatic interaction of a pointlike charge with a wormhole, *Class. Quantum Grav.*, 2008, Vol. 25, 245018.
72. Bezerra V.B. and Khusnutdinov N. Self-force on a scalar particle in a class of wormhole spacetimes, *Phys. Rev. D*, 2009, Vol. 79, 064012.
73. Popov A. Self-force on a scalar point charge in the long throat, *Physics Letters B*, 2010, Vol. 693, pp. 180-183.
74. Khusnutdinov N., Popov A., Lipatova L. Self-force of a point charge in the spacetime of a massive wormhole, *Classical and Quantum Gravity*, 2010, Vol. 27, 215012.
75. Popov A. Self-force on a static charge in the long throat of a wormhole, *General Relativity and Gravitation*, 2013, Vol. 45, pp. 1567-1578.
76. Taylor P. Self-force on an arbitrarily coupled static scalar particle in a wormhole space-time *Phys. Rev. D*, 2013, Vol. 87, 024046.
77. Popov A. and Aslan O. Scalar self-force on static charge in a long throat, *International Journal of Modern Physics A.*, 2015, Vol. 30, 1550143.
78. Clement G., Fabris J.C., and Rodrigues E.M. *Phys.Rev.D*, 2009, Vol. 79, 064021.
79. Попов А.А. Статические сферически симметричные решения в 4D-теории Эйнштейна-Максвелла-анти-дилатона // *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2015. Вып. 1. - С. 24-37.
80. Bateman H. and Erdelyi F. *Higher Transcendental Functions Vol. I*, New York: McGraw-Hill, 1953, 292 p.
81. Rosenthal E. Massive field approach to the scalar self force in curved space-time, *Phys. Rev. D*, 2004, Vol. 69, 064035.
82. Rosenthal E. Scalar self force on a static particle in Schwarzschild using the massive field approach, *Phys. Rev. D*, 2004, Vol. 70, 124016.
83. Popov A. Renormalization for the self-potential of a scalar charge in static space-times, *Phys.Rev.D*, 2011, Vol. 84, 064009.
84. Synge J.L. *Relativity: The General Theory* (North-Holland, Amsterdam, 1960).
85. Popov A. Local expansion of the bivector of geodesic parallel displacement, *Gravitation & Cosmol.*, 2007, Vol. 13, pp. 119-122.

References

1. Flamm L. Beiträge zur Einsteinschen Gravitationstheorie, *Physik. Zeitschr.*, 1916, Vol. 17, pp. 448-454.
2. Einstein A. and Rosen N. The particle problem in the general theory of relativity, *Phys. Rev.*, 1935, Vol. 48, pp. 73-77.
3. Wheeler J.A. "Geons", *Phys. Rev.*, 1955, Vol. 97, pp. 511-536.
4. Morris M.S. and Thorne K.S. Wormholes in Spacetime and Their Use for Interstellar Travel: A Tool for Teaching General Relativity, *Am. J. Phys.*, 1988, Vol. 56, pp. 395-412.
5. Morris M.S., Thorne K.S., and Yurtsever U. Wormholes, Time Machines, and the Weak Energy Condition, *Phys. Rev. Lett.*, 1988, Vol. 61, pp. 1446-1449.
6. Barcelo C. and Visser M. Scalar fields, energy conditions, and traversable wormholes, *Classical Quantum Gravity*, 2000, Vol. 17, pp. 3843-3864.
7. Sushkov S.V. and Kim S.W. Wormholes supported by the kink-like configuration of a scalar field, *Classical Quantum Gravity*, 2002, Vol. 19, pp. 4909-4922.
8. Richarte M. and Simeone C. Thin-shell wormholes supported by ordinary matter in Einstein-Gauss-Bonnet gravity, *Phys. Rev. D*, 2007, Vol. 76, 087502.
9. Kanti P., Kleihaus B. and Kunz J. Wormholes in Dilatonic Einstein-Gauss-Bonnet Theory, *Phys. Rev. Lett.*, 2011, Vol. 107, 271101.
10. Nojiri S., Obregon O., Odintsov S.D. and Osetrin K.E. Induced wormholes due to quantum effects of spherically reduced matter in large N approximation, *Phys. Lett. B*, 1999, Vol. 449, 173-179.
11. Nojiri S., Obregon O., Odintsov S.D. and Osetrin K.E. Can primordial wormholes be induced by GUTs at the early Universe?, *Phys. Lett. B*, 1999, Vol. 458, pp. 19-28.

12. Hochberg D., Popov A.A., Sushkov S.V. Self-consistent wormhole solutions of semiclassical gravity, *Phys. Rev. Lett.*, 1997, Vol. 78, pp. 2050–2053.
13. Popov A.A. Long throat of a wormhole created from vacuum fluctuations, *Class. Quantum Grav.*, 2005, Vol. 22, pp. 5223–5230.
14. Garattini R. and Lobo F.S.N. Self-sustained phantom wormholes in semi-classical gravity, *Class. Quant. Grav.*, 2007, Vol. 24, pp. 2401–2413.
15. Lobo F.S.N. and Oliveira M.A. Wormhole geometries in $f(R)$ modified theories of gravity, *Phys. Rev. D*, 2009, Vol. 80, 104012.
16. Garcia N.M. and Lobo F.S.N. Wormhole geometries supported by a nonminimal curvature-matter coupling *Phys. Rev. D*, 2010, Vol. 82, 104018.
17. Garcia N.M. and Lobo F.S.N. Nonminimal curvature-matter coupled wormholes with matter satisfying the null energy condition, *Class. Quant. Grav.*, 2011, Vol. 28, 085018.
18. DeBenedictis A. and Horvat D. On Wormhole Throats in $f(R)$ Gravity Theory, *Gen. Rel. Grav.*, 2012, Vol. 44, pp. 2711–2744.
19. Capozziello S., Harko T., Koivisto T.S., Lobo F.S.N., and Olmo G.J. Wormholes supported by hybrid metric-Palatini gravity, *Phys. Rev. D*, 2012, Vol. 86, 127504.
20. Boehmer C.G., Harko T. and Lobo F.S.N. Wormhole geometries in modified teleparallel gravity and the energy conditions, *Phys. Rev. D*, 2012, Vol. 85, 044033.
21. Bahamonde S., Camci U., Capozziello S., and Jamil M. Scalar-tensor teleparallel wormholes by Noether symmetries, *Phys. Rev. D*, 2016, Vol. 94, 084042.
22. Visser M. Lorentzian Wormholes: From Einstein to Hawking, Woodbury, NY: AIP Press, 1995, 412 p.
23. Detweiler S. Perspective on gravitational self-force analyses, *Classical Quantum Gravity*, 2005, Vol. 22, pp. 681–716.
24. Khusnutdinov N. Particle self-action effects in a gravitational field, *Phys. Usp.*, 2005, Vol. 48, pp. 577–593,
25. Casals M., Dolan S., Ottewill A. and Wardell B. Self-Force Calculations with Matched Expansions and Quasinormal Mode Sums, *Phys.Rev.D*, 2009, Vol. 79, 015014
26. Poisson E., Pound A., and Vega I. The motion of point particles in curved spacetime, *Living Rev. Rel.*, 2011, Vol. 14, pp. 1-190.
27. Dirac P. Classical theory of radiating electrons, *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 1938, Vol. 167, pp. 148–169.
28. Poisson E. An introduction to the Lorentz-Dirac equation, gr-qc/9912045.
29. Linet B. Force on a charge in the space-time of a cosmic string, *Phys. Rev. D*, 1986, Vol. 33, pp. 1833–1834.
30. Linet B. On the wave equation in the spacetime of a cosmic string, *Ann. Inst. Henri Poincaré*, 1986, Vol. 45, pp. 249–256.
31. Smith A. Gravitational effects of an infinite straight cosmic string on classical and quantum fields: Self-forces and vacuum fluctuations *The Formation and Evolution of Cosmic Strings*, Cambridge: Cambridge University Press, 1990, pp. 263–293.
32. Khusnutdinov N. Self-interaction force for a particle in cone spacetime, *Class. Quantum Grav.*, 1994, Vol. 11, pp. 1807–1813.
33. Khusnutdinov N. Self - Interaction Force for Charged Particle in the Space Time of Supermassive Cosmic String, *Quantum Field Theory under the Influence of External Conditions* (Teubner-Texte zur Physik, Bd. 30, Ed.M.Bordag) (Stuttgart: B.G. Teubner Verlagsgesellschaft), 1996, pp. 97–98.
34. Khusnutdinov N. Charged particle in the spacetime of a supermassive cosmic string, *Theor. Math. Phys.*, 1995, Vol. 103, pp. 603–611.
35. De Lorenci V. and Moreira Jr.E. Classical self-forces in a space with a topological defect, *Phys.Rev. D*, 2002, Vol. 65, 085013
36. DeWitt B and Brehme R. Radiation damping in a gravitational field, *Ann. Phys.*, 1960, Vol. 9, pp. 220–259.
37. Hobbs J. A vierbien formalism of radiation damping, *Ann. Phys.*, 1968, Vol. 47, pp. 141–165.
38. Mino Y., Sasaki M., and Tanaka T. Gravitational radiation reaction to a particle motion, *Phys. Rev. D*, 1997, Vol. 55, pp. 3457–3476.
39. Quinn T.C. and Wald R.M. Axiomatic approach to electromagnetic and gravitational radiation reaction of particles in curved space-time, *Phys. Rev. D*, 1997, Vol. 56, pp. 3381–3394.

40. Quinn T.C. Axiomatic approach to radiation reaction of scalar point particles in curved space-time *Phys. Rev. D*, 2000, Vol. 62, 064029.
41. Barack L. and Sago N. Gravitational self-force on a particle in eccentric orbit around a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 2010, Vol. 81, 084021.
42. Diener P., Vega I., Wardell B., and Detweiler S. Self-consistent orbital evolution of a particle around a Schwarzschild black hole (2011), arXiv:1112.4821.
43. Warburton N., Akcay S., Barack L., Gair J.R., and Sago N. Evolution of inspiral orbits around a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 2012, Vol. 85, 061501.
44. Vilenkin A. Self-interaction of charged particles in the gravitational field, *Phys. Rev. D*, 1979, Vol. 20, pp. 373–376.
45. Smith A.G. and Will C.M. Force on a static charge outside a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 1980, Vol. 22, pp. 1276–1284.
46. DeWitt C.M. and DeWitt B.S. Radiation damping in a gravitational field, *Physics*, 1964, Vol. 1, pp. 3–28.
47. MacGruder C.H. Field energies and principles of equivalence, *Nature (London)*, 1978, Vol. 272, pp. 806–807.
48. Ori A. Radiative evolution of orbits around a Kerr black hole, *Phys. Lett. A*, 1995, Vol. 202, pp. 347–351.
49. Ori A. Radiative evolution of the Carter constant for generic orbits around a Kerr black hole, *Phys. Rev. D*, 1997, Vol. 55, pp. 3444–3456.
50. Burko L.M. Self-force on static charges in Schwarzschild spacetime, *Class. Quantum Grav.*, 2000, Vol. 17, pp. 227–250.
51. Burko L.M. Self-Force on a Particle in Orbit around a Black Hole, *Phys. Rev. Lett.*, 2000, Vol. 84, pp. 4529–4532.
52. Barack L. and Ori A. Mode sum regularization approach for the self-force in black hole space-time, *Phys. Rev. D*, 2000, Vol. 61, 061502.
53. Barack L. Self-force on a scalar particle in spherically symmetric space-time via mode-sum regularization: Radial trajectories, *Phys. Rev. D*, 2000, Vol. 62, 084027.
54. Lousto C.O. Pragmatic Approach to Gravitational Radiation Reaction in Binary Black Holes, *Phys. Rev. Lett.*, 2000, Vol. 84, pp. 5251–5254.
55. Barack L. and Burko L.M. Radiation-reaction force on a particle plunging into a black hole, *Phys. Rev. D*, 2000, Vol. 62, 084040.
56. Burko L.M. and Liu Y.T. Self-force on a scalar charge in the space-time of a stationary, axisymmetric black hole, *Phys. Rev. D*, 2001, Vol. 64, 024006.
57. Nakano H., Mino Y. and M. Sasaki M. Self-Force on a Scalar Charge in Circular Orbit around a Schwarzschild Black Hole, *Prog. Theor. Phys.*, 2001, Vol. 106, pp. 339–362.
58. Barack L. Gravitational self-force by mode sum regularization, *Phys. Rev. D*, 2001, Vol. 64, 084021.
59. Detweiler S. Radiation Reaction and the Self-Force for a Point Mass in General Relativity, *Phys. Rev. Lett.*, 2001, Vol. 68, 1931.
60. Barack L., Mino Y., Nakano H., Ori A., and Sasaki M. Calculating the gravitational self-force in Schwarzschild spacetime, *Phys. Rev. Lett.*, 2002, Vol. 88, 091101.
61. Pfenning M.J. and Poisson E. Scalar, electromagnetic, and gravitational self-forces in weakly curved space-times, *Phys. Rev. D*, 2002, Vol. 65, 084001.
62. Barack L. and Lousto C.O. Computing the gravitational self-force on a compact object plunging into a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 2002, Vol. 66, 061502.
63. Barack L. and Ori A. Regularization parameters for the self-force in Schwarzschild spacetime: Scalar case, *Phys. Rev. D*, 2002, Vol. 66, 084022.
64. Barack L. and Ori A. Gravitational self-force on a particle orbiting a Kerr black hole, *Phys. Rev. Lett.*, 2003, Vol. 90, 111101.
65. Mino Y., Nakano H., and Sasaki M. Covariant self-force regularization of a particle orbiting a Schwarzschild black hole, *Prog. Theor. Phys.*, 2003, Vol. 108, pp. 1039–1064.
66. Detweiler S. and Whiting B.F. Self force of a scalar field for circular orbits about a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 2003, Vol. 67, 024025.
67. Barack L. and Ori A. Regularization parameters for the selfforce in Schwarzschild space-time. II. Gravitational and electromagnetic cases, *Phys. Rev. D*, 2003, Vol. 67, 024029.

68. Detweiler S., Messaritaki E., and Whiting B.F. Self-force of a scalar field for circular orbits about a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 2003, Vol. 67, 104016.
69. Khusnutdinov N. and Bakhmatov I. Self-action of a point charge in a wormhole space-time, *Phys. Rev. D*, 2007, Vol. 76, 124015.
70. Linet B. Electrostatics in a wormhole geometry, arXiv:0712.0539 [gr-qc]
71. Krasnikov S. Electrostatic interaction of a pointlike charge with a wormhole, *Class. Quantum Grav.*, 2008, Vol. 25, 245018.
72. Bezerra V.B. and Khusnutdinov N. Self-force on a scalar particle in a class of wormhole spacetimes, *Phys. Rev. D*, 2009, Vol. 79, 064012.
73. Popov A. Self-force on a scalar point charge in the long throat, *Physics Letters B*, 2010, Vol. 693, pp. 180-183.
74. Khusnutdinov N., Popov A., Lipatova L. Self-force of a point charge in the spacetime of a massive wormhole, *Classical and Quantum Gravity*, 2010, Vol. 27, 215012.
75. Popov A. Self-force on a static charge in the long throat of a wormhole, *General Relativity and Gravitation*, 2013, Vol. 45, pp. 1567-1578.
76. Taylor P. Self-force on an arbitrarily coupled static scalar particle in a wormhole space-time *Phys. Rev. D*, 2013, Vol. 87, 024046.
77. Popov A. and Aslan O. Scalar self-force on static charge in a long throat *International Journal of Modern Physics A.*, 2015, Vol. 30, 1550143.
78. Clement G., Fabris J.C., and Rodrigues E.M. *Phys.Rev.D*, 2009, Vol. 79, 064021.
79. Popov A. Sticheskie sfericheski simmetrichnye resheniya v 4D-teorii Einsteina-Maksvella-anti-dilatona [Static spherically symmetric solutions in 4D Einstein-Maxwell-anti-dilaton theory], *Space, time and fundamental interactions*, 2015, no. 24, pp. 24–38.
80. Bateman H. and Erdelyi F. *Higher Transcendental Functions Vol. I*, New York: McGraw-Hill, 1953, 292 p.
81. Rosenthal E. Massive field approach to the scalar self force in curved space-time, *Phys. Rev. D*, 2004, Vol. 69, 064035.
82. Rosenthal E. Scalar self force on a static particle in Schwarzschild using the massive field approach, *Phys. Rev. D*, 2004, Vol. 70, 124016.
83. Popov A. Renormalization for the self-potential of a scalar charge in static space-times, *Phys.Rev.D*, 2011, Vol. 84, 064009.
84. Synge J.L. *Relativity: The General Theory* (North-Holland, Amsterdam, 1960).
85. Popov A. Local expansion of the bivector of geodesic parallel displacement, *Gravitation & Cosmol.*, 2007, Vol. 13, pp. 119–122.

Авторы

Аслан Осман, аспирант, кафедра геометрии, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Казанский федеральный университет, ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия.
E-mail: alsucuk@gmail.com

Попов Аркадий Александрович, д. ф.-м. н., кафедра геометрии, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Казанский федеральный университет, ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия.
E-mail: aropov@kpfu.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Аслан О., Попов А. А. Самодействие скалярного заряда в заряженной экстремальной анти-дилатонной кротовой норе // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2018. № 2. С. 4–17.

Authors

Aslan Osman, Postgraduate student, Lobachevsky Institute of Mathematics and Mechanics, Kazan Federal University, Kremlyovskaya str., 18, Kazan, 420008, Russia.

E-mail: alsucuk@gmail.com

Popov Arkadiy Aleksandrovich, Doctor of Physics and Mathematics, Lobachevsky Institute of Mathematics and Mechanics, Kazan Federal University, Kremlyovskaya str., 18, Kazan, 420008, Russia.

E-mail: apopov@kpfu.ru

Please cite this article in English as:

Aslan O., Popov A. A. Self-action of a scalar charge in a charged extreme anti-dilatonic wormhole. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2018, no. 2, pp. 4–17.