УДК 550.311 + 521.933

ИЗМЕНЕНИЯ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ И СВЯЗАННАЯ С НИМИ ДЕФОРМАЦИЯ ФИГУРЫ

В.Ю. Белашов, Е.С. Белашова, О.А. Харшиладзе

Аннотация

Установлено, что непрерывные изменения угловой скорости вращения пластично-упругой Земли должны вызывать непрерывную сопряженную деформацию корового слоя, перераспределение масс в подкоровом слое и связанное с ним изменение плотности, а также, как следствие этих явлений, полярную пульсацию фигуры, при которой полярный диаметр Земли то увеличивается, то сокращается. Выяснен механизм возникновения деформаций тела планеты под действием переменной во времени деформирующей (центробежной) силы, выписаны тензоры деформации и напряжения и на основе реологических уравнений выведены уравнения равновесия, а также произведен расчет модуля изменения полярного сжатия и радиальных смещений при реальных колебаниях угловой скорости вращения Земли. Рассчитанные величины дали вполне реальные изменения сжатия и радиальные смещения земной коры и подстилающих ее оболочек. Показано и обратное: наблюдающиеся колебания амплитуды полярного сжатия, приводящие к соответствующим изменениям момента инерции Земли, вполне соответствуют реальным колебаниям продолжительности суток.

Ключевые слова: вращение Земли, колебания угловой скорости, фигура Земли, деформация, радиальные смещения, полярная пульсация фигуры, уравнения равновесия

Введение

Как известно, вращение Земли, характеризуемое угловой скоростью, определяет ее эллиптичность, что является главным следствием, вытекающим из вращения самой фигуры.

Форма планеты – ее эксцентриситет e (или сжатие α) – зависит только от двух параметров: угловой скорости вращения ω и закона распределения плотности по глубине $d\rho/dr$, а также, как следует из многочисленных исследований, и широты ϕ, т.е. $e = F(\omega, d\rho/dr)$, где $d\rho/dr = f(r,\phi)$.

Рассматривая полярное сжатие планет Солнечной системы, их угловые скорости вращения и средние плотности, можно сделать вывод, что степень сжатия планеты, главным образом, зависит от ее скорости вращения, и поэтому изменение в ротационном режиме планеты[1] должно, в первую очередь, сказываться на изменении полярного сжатия.

Из закона сохранения момента количества движения Земли, который записывается в виде

$$J\omega = \mathrm{const}, \qquad (1)$$

следует, что изменение угловой скорости вращения Земли должно неизбежно вызывать изменение момента инерции,

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = -\frac{\delta\tau}{\tau} = -\frac{\delta J}{J},$$

где τ и $\delta\tau$ – длина суток и ее изменение. Причем, согласно простейшим расчетам, изменение момента инерции, соответствующее реальным изменениям длины суток ($\Delta\tau \approx 0.0034$ с), должно достигать

[1] Вопрос о причинах изменения скорости вращения Земли в настоящей работе не рассматривается, достаточно полный обзор гипотез, объясняющих это явление, можно найти в наших работах [1-3].

$$\frac{\delta J}{J}=\frac{0.0034}{86400}=4\cdot10^{-8}. \qquad (2)$$

Подобное изменение, согласно [4], может происходить в результате изменения плотности подкорового слоя, его «выпирания» (в результате чего в коровом слое возникают деформации). Причем, согласно расчетам, приведенным в [4], если принять толщину подкорового слоя, в котором происходит перераспределение плотности, за 80 км, а толщину только лишь деформирующегося, но не изменяющего свою плотность, внешнего слоя – за 1 км, то для изменения момента инерции Земли, соответствующего (2), достаточно вертикального смещения на 6-7 м.

Отметим, что в результате деформации фигуры Земли, возникающей вследствие изменения ω, как установлено [4-6], действительно происходит перераспределение плотности в подкоровом слое. Пусть ρ_P^0 – плотность в точке P в начальном состоянии. После деформации, возникающей вследствие радиального смещения, плотность в точке P станет равной

$$\rho_P=\left(\rho_P^0-\zeta\frac{d\rho_P^0}{dr}\right)(1-\Theta)=\rho_P^0-\zeta\frac{d\rho_P^0}{dr}-\rho_P^0\Theta, \qquad (3)$$

где ζ – смещение, $\Theta=\frac{1}{Q}\frac{dQ}{dt}$, где $\Theta=dx\,dy\,dz$ – объем.

В нашем случае (мы считаем, что Земля деформируется сопряженно, без изменения объема) $\Theta=0$, и уравнение (3) будет иметь вид

$$\rho_P=\rho_P^0-\zeta\frac{d\rho_P^0}{dr}.$$

Поскольку ζ положительно, вещество в точке P становится более плотным (так как $d\rho_P^0/dr<0$, а следовательно $-\zeta\, d\rho_P^0/dr>0$). Это соответствует вышеуказанным соображениям (см. также [4]).

«Выпирание» подкорового слоя должно сопровождаться перераспределением внутренних масс (то есть перетеканием их в данную область из областей, в которых происходит отрицательное радиальное смещение). Как известно [4], для любой внутренней точки P в начальном состоянии уравнение Пуассона записывается в виде

$$\Delta V_P^0=-4\pi G\rho_P^0,$$

где ΔV_P^0 – лапласиан гравитационного потенциала в начальном состоянии, G – гравитационная постоянная. Для деформированного состояния

$$\Delta\left(V_P^0+V_P\right)=-4\pi G\left(\rho_P^0-\zeta\frac{d\rho_P^0}{dr}-\rho_P^0\Theta\right).$$

После дифференцирования находим

$$\Delta V_P=4\pi G\left(\rho_P^0\Theta+\zeta\frac{d\rho_P^0}{dr}\right)$$

или, если опять принять, что вещество подкорового слоя несжимаемо,

$$\Delta V_P=4\pi G\zeta\frac{d\rho_P^0}{dr}. \qquad (4)$$

Уравнение (4) показывает, что при уменьшении ω, то есть при снятии деформирующей центробежной силы, Земля будет стремиться вернуться в первоначальное недеформированное состояние вследствие возникновения гравитационных эффектов (которые и задаются формулой (4)), вызванных новым распределением масс в теле Земли.

Однако, следует заметить, что изменение плотности и перераспределение масс могут, в силу уравнения (1), сказываться на изменении угловой скорости вращения Земли, то есть может возникать (и возникает) обратный эффект.

Чтобы выяснить влияние скорости вращения на изменение фигуры Земли, рассмотрим связь деформаций (и смещений) с напряжениями, прилагаемыми к объему. Для этого, как принято в реологии, сначала запишем тензоры возникающих деформаций и напряжений, а потом исследуем их связь друг с другом.

1. Тензоры деформации и напряжения

Пусть u – смещение частицы $P_1(x, y, z)$, а $u + du$ – смещение частицы $P_2(x + dx, y + dy, z + dz)$. Имеем

$$\left.\begin{array}{c} du_x = \dfrac{\partial u_x}{\partial x} dx + \dfrac{\partial u_y}{\partial y} dy + \dfrac{\partial u_z}{\partial z} dz \\ dx = ds \cos(ds, x) \\ \dfrac{du_x}{ds} = \dfrac{\partial u_x}{\partial x} \cos(ds, x) + \ldots \end{array}\right\} \quad \frac{du}{ds} = \left\| \frac{du_x}{ds} \quad \frac{du_y}{ds} \quad \frac{du_z}{ds} \right\| = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial u_x}{\partial x} & \dfrac{\partial u_x}{\partial y} & \dfrac{\partial u_x}{\partial z} \\ \dfrac{\partial u_y}{\partial x} & \dfrac{\partial u_y}{\partial y} & \dfrac{\partial u_y}{\partial z} \\ \dfrac{\partial u_z}{\partial x} & \dfrac{\partial u_z}{\partial y} & \dfrac{\partial u_z}{\partial z} \end{vmatrix}. \tag{5}$$

Деформация характеризуется тензором du/ds, поскольку она состоит из трех удлинений и трех угловых деформаций. Относительное удлинение выражается через компоненты

$$\frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad \frac{\partial u_y}{\partial y}, \quad \frac{\partial u_z}{\partial z},$$

сдвиг выражается через $\operatorname{tg}\phi = \dfrac{\partial u_x}{\partial y} \approx \phi$ для малых деформаций.

Для изучения собственно деформации из тензора du/ds выделим симметричный тензор, тогда тензор деформации запишем в виде

$$e = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial u_x}{\partial x} & \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_x}{\partial y} + \dfrac{\partial u_y}{\partial x}\right) & \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_x}{\partial z} + \dfrac{\partial u_z}{\partial x}\right) \\ \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_y}{\partial x} + \dfrac{\partial u_x}{\partial y}\right) & \dfrac{\partial u_y}{\partial y} & \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_y}{\partial z} + \dfrac{\partial u_z}{\partial y}\right) \\ \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_z}{\partial x} + \dfrac{\partial u_x}{\partial z}\right) & \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_z}{\partial y} + \dfrac{\partial u_y}{\partial z}\right) & \dfrac{\partial u_z}{\partial z} \end{vmatrix}. \tag{6}$$

Обозначим

$$e_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad e_{xy} = e_{yx} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}\right)$$

и т.д. Скорости деформации в этом случае будут выражаться соотношениями

$$\dot{e}_{xx} = \frac{\partial v_x}{\partial x}, \quad \dot{e}_{xy} = \dot{e}_{yx} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right).$$

Аналогично (5) записывается тензор напряжений, который также является симметричным тензором, то есть $p_{ij} = p_{ji}$, и его можно также представить в виде, аналогичном (6).

Как тензор деформации, так и тензор напряжений можно разложить на главный тензор и девиаторный тензор (девиатор). В случае тензора деформации к этим понятиям легко прийти, рассматривая наиболее общую деформацию куба: изменение длины (три составляющие) и изменения углов (три составляющие). Тогда главный тензор запишется в виде $(e_v)_{rs} = e_{ii}\delta_{rs}$, где δ_{rs} – единичный аксиальный тензор. Этому тензору соответствует кубическое изотропное расширение без изменения формы, когда все стороны изменяются пропорционально, углы не изменяются и, следовательно, куб остается кубом: $e_{xx} = e_{yy} = e_{zz} = e$; $e_v = 3e$.

Девиаторный тензор, которому соответствует перекос куба, то есть изменение его формы без изменения объема, будет иметь следующий вид: $(e_0)_{rs} = e_{rs} - \frac{1}{3}e_{ii}\delta_{rs}$. Аналогичным образом тензор напряжений можно разложить на главный: $p_m = p_{\alpha\alpha}/3$ и девиаторный $p_0 = p_{rs} - p_m\delta_{rs}$.

Теперь нам необходимо найти реологическое уравнение, связывающее тензор деформации с тензором напряжений. Ограничимся только девиаторными тензорами, то есть примем наше физическое тело (Землю) несжимаемым, что обычно и делается. Выберем реологическую функцию, определяющую твердое тело Гука. Такая модель является приближением к реальной Земле от твердого тела. В этом случае:

$$\alpha = \Theta / p = k, \quad \beta = 2\mu, \quad p_m = \alpha e_v / 3, \quad p_0 = \beta e_0,$$

где α – модуль всестороннего сжатия, β – модуль сдвига, $\mu = E/[2(1+\nu)]$ – коэффициент Ляме, E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона.

Механический аналог тела Гука представляет собой идеальную пружину. Такая пружина – это действительно твердое тело в том смысле, как мы его определили, так как если она находится в состоянии постоянной деформации ($e_0 = c$), появляется постоянное напряжение $p_0 = \beta c$.

Как мы видели из формулы (4), в случае реальной Земли наблюдается аналогичная картина, то есть аналог, представляющий собой твердое тело Гука, в некотором приближении соответствует задаче описания деформации планеты под действием приложенного напряжения со стороны растягивающей (центробежной) силы.

Выведем теперь так называемые уравнения равновесия, задающие связь между деформацией (через смещения) и напряжением, возникающим вследствие происшедшей деформации. Причиной первоначально происходящих деформаций будем считать увеличивающуюся (при увеличении угловой скорости вращения Земли) центробежную силу. Тогда напряжения, возникающие вследствие деформации фигуры, будут обусловлены действием гравитационных сил и сил поверхностного натяжения. В результате действия этих трех сил фигура Земли будет стремиться к некоторому равновесному состоянию. Это значит, что при уменьшении угловой скорости вращения эллиптичность Земли будет уменьшаться и наоборот.

2. Уравнения равновесия

Как известно, равновесие тела описывается следующими тремя фундаментальными уравнениями:

$$\frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} + \rho X = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial Y_x}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} + \frac{\partial Y_z}{\partial z} + \rho Y = \rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \tag{7}$$

$$\frac{\partial Z_x}{\partial x} + \frac{\partial Z_y}{\partial y} + \frac{\partial Z_z}{\partial z} + \rho Z = \rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2},$$

где X, Y, Z – составляющие гравитационных сил, а $X_x, ..., Z_z$ – составляющие сил поверхностного натяжения, то есть элементы тензора напряжений. Таким образом, система трех уравнений (7) содержит девять неизвестных: $X_x, ..., Z_z$.

Если теперь использовать три уравнения равновесия моментов, то три неизвестных можно исключить, поскольку тензор напряжений p_{ij} симметричен, то есть $X_y = Y_x; Y_z = Z_y;$ $Z_x = X_z$. Теперь остаются три уравнения с шестью неизвестными:

$$\frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} + \rho X = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial X_y}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} + \frac{\partial Y_z}{\partial z} + \rho Y = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \tag{8}$$

$$\frac{\partial X_z}{\partial x} + \frac{\partial Y_z}{\partial y} + \frac{\partial Z_z}{\partial z} + \rho Z = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}.$$

Если мы сумеем выразить тензор напряжений через тензор деформаций при помощи реологического закона, полученного в предыдущем разделе (разд. 1) для твердого тела Гука, мы сможем прийти к системе трех уравнений с тремя неизвестными, поскольку деформации можно выразить через вектор смещения u, v, w [5]. Это и есть простой метод, предлагаемый теорией упругости.

Рассмотрим сначала закон Гука при приложении к телу тензора одноосного сжатия. Поскольку только одна составляющая в данном случае не равна нулю (обозначим ее через P_1), будем иметь деформации

$$e_1 = \frac{1}{E} P_1, \quad e_2 = -\frac{\nu}{E} P_1, \quad e_3 = \frac{\nu}{E} P_1 \tag{9}$$

и объемное расширение $\Theta = \dfrac{1-2\nu}{E} P_1$. Здесь ν – коэффициент Пуассона, E – модуль Юнга. Если P_1 – растягивающее напряжение, то $\Theta > 0$, значит $(1-2\nu)/E \geq 0$ и $\nu \leq 0.5$. В случае, когда $\nu = 0.5$, $\Theta = 0$, и имеет место несжимаемость.

Обобщим (9), принимая, что имеются три одноосных и нормальных напряжения. При этом допустим, что вещество изотропно. Тогда получим

$$e_1 = \frac{1}{E} P_1 - \frac{\nu}{E}(P_2 + P_3) = -\frac{\nu}{E}\Sigma + \frac{1+\nu}{E} P_1,$$

$$e_2 = -\frac{\nu}{E}\Sigma + \frac{1+\nu}{E} P_2, \quad e_3 = \frac{\nu}{E}\Sigma + \frac{1+\nu}{E} P_3, \tag{10}$$

где $\Sigma = P_1 + P_2 + P_3$. Легко найти, что, наоборот,

$$P_1 = \lambda\Theta + 2\mu e_1, \quad P_2 = \lambda\Theta + 2\mu e_2, \quad P_3 = \lambda\Theta + 2\mu e_3, \tag{11}$$

где

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

(λ и μ – коэффициенты Ляме). Если $\nu = 0.5$, то $\lambda = \infty$, и поэтому λ называют модулем несжимаемости.

Если теперь рассматривать закон Гука в произвольном базисе и, соответственно, обозначить через P_i^j, e_i^j смешанные составляющие двух тензоров, то в силу уравнений (10) и (11) получим, в тензорных обозначениях

$$P_i^j = \delta_i^j \lambda\Theta + 2\mu e_i^j, \quad e_i^j = -\delta_i^j \frac{\nu}{E}\Sigma + \frac{1+\nu}{E} P_i^j.$$

Теперь шесть неизвестных в уравнениях (8) будут выражены через смещения *u*, *v*, *w* следующим образом:

$$\begin{gathered}
X_x = \lambda\Theta + 2\mu\frac{\partial u}{\partial x}, \quad Y_y = \lambda\Theta + 2\mu\frac{\partial v}{\partial y}, \quad Z_z = \lambda\Theta + 2\mu\frac{\partial w}{\partial z}, \\
Y_z = Z_y = \mu\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right), \quad Z_x = X_z = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right), \\
X_y = Y_x = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right), \\
\Theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}.
\end{gathered} \tag{12}$$

Подставляя уравнения (12) в (8), получим в итоге три уравнения равновесия с тремя неизвестными, выраженные через смещения (уравнения движения в перемещениях в форме Ляме):

$$\begin{gathered}
(\lambda+\mu)\frac{\partial\Theta}{\partial x} + \mu\Delta u + \rho X = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\
(\lambda+\mu)\frac{\partial\Theta}{\partial y} + \mu\Delta v + \rho Y = \rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \\
(\lambda+\mu)\frac{\partial\Theta}{\partial z} + \mu\Delta w + \rho Z = \rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}.
\end{gathered} \tag{13}$$

Таким образом, как указывалось выше, мы получили уравнения, выражающие равновесное состояние земного эллипсоида вращения, находящегося под действием центробежной силы, вызывающей изменение фигуры и, следовательно, деформацию тела Земли, и сил гравитации и поверхностного натяжения, стремящихся вернуть Землю к исходной форме, от которой она под действием изменения центробежной силы (ее увеличении при росте ω) перешла к напряженному состоянию.

Уравнения (13) являются дифференциальными уравнениями в частных производных второго порядка, поэтому количественную оценку деформаций (и смещений) при сопряженном изменении фигуры Земли, происходящем вследствие неравномерности вращения планеты, исходя из этих уравнений дать затруднительно [6]. Для выяснения реальности воздействия периодических изменений скорости вращения Земли на ее деформацию, воспользуемся методикой, предложенной в работах [7, 8].

3. Сопряженная деформация эллипсоида вращения при изменении угловой скорости вращения

Потенциал деформирующих сил *V*, непосредственно определяющий полярное сжатие эллипсоида вращения и действующий на точку с единичной массой на поверхности, может быть представлен в следующем виде:

$$V_0 = \frac{\omega^2 a^2 (1-\alpha)[1-2\,\mathrm{tg}^2\,\phi]}{6[(1-\alpha)^2 + \mathrm{tg}^2\,\phi]},$$

где a – экваториальная полуось вращения, α – полярное сжатие эллипсоида, ϕ – геоцентрическая широта.

Перейдем теперь к деформирующим силам. Радиальная деформирующая сила будет определяться следующей формулой

$$F_r = \frac{1}{3}\omega^2 a(1-\alpha)\frac{[(1-\alpha)^2\cos^2\phi + \sin^2\phi]^{1/2}[(1-\alpha)^2\cos^2\phi - 2\sin^2\phi]}{[(1-\alpha)^4\cos^2\phi + \sin^2\phi]}, \tag{14}$$

нормальная и тангенциальная деформирующие силы – формулами

$$F_N = \frac{\omega^2 a(1-\alpha)[(1-\alpha)^2\cos^2\phi - 2\sin^2\phi]}{3[(1-\alpha)^2\cos^2\phi + \sin^2\phi]^{1/2}[(1-\alpha)^4\cos^2\phi + \sin^2\phi]^{1/2}},$$

$$F_k = \frac{\omega^2 a(1-\alpha)[1+2(1-\alpha)^2]\sin\phi\cos\phi}{3[(1-\alpha)^2\cos^2\phi + \sin^2\phi]^{1/2}[(1-\alpha)^4\cos^2\phi + \sin^2\phi]^{1/2}}.$$

Изменение деформирующих сил вызывает изменение полярного сжатия эллипсоида вращения и, следовательно, сопряженное изменение всех его основных параметров.

Рассмотрим теперь, как будет изменяться радиальная деформирующая сила на поверхности эллипсоида с изменением его ротационного режима. Для этого продифференцируем (14) по ω:

$$\frac{\partial F_r}{\partial\omega} = 2\omega(1-\alpha)F(\phi)\frac{\partial r}{\partial\alpha} - f,$$

где $F(\phi) = \left\{1 + \frac{\alpha}{3(1-2\alpha)}\left[\frac{(1-\alpha)^2\cos^2\phi - 2\sin^2\phi}{(1-\alpha)^2\cos^3\phi - \sin^2\phi}\right]\right\}\cos^2(B-\phi)$,

$$f = \frac{4\omega a\alpha(1-\alpha)^3\{(1-\alpha)^2[2+(1-\alpha)^2] - [1-(1-\alpha)^2\sin^2\phi]\}\sin^2\phi\cos^2\phi}{3(1-2\alpha)[(1-\alpha)^2\cos^2\phi + \sin^2\phi]^{1/2}[(1-\alpha)^4\cos^2\phi + \sin^2\phi]^2},$$

$$\frac{\partial r}{\partial\alpha} = \frac{a}{3}\left\{\frac{(1-\alpha)^2\cos^2\phi - 2\sin^2\phi}{[(1-\alpha)^2\cos^2\phi + \sin^2\phi]^{3/2}}\right\}, \tag{15}$$

где r – радиус-вектор точки, лежащей на поверхности эллипсоида вращения.

Из формулы (15), выражающей изменение радиус-вектора с изменением полярного сжатия эллипсоида, мы видим, что при $\phi = 35°21'18.5''$ $\partial r/\partial\alpha = 0$, то есть в зоне этой широты при сопряженном изменении фигуры радиальных смещений не происходит. Максимальные же радиальные смещения наблюдаются на полюсах ($\phi = 90°$) и экваторе ($\phi = 0°$). В [7] зона $\phi = \pm(30-40)°$ получила название зоны «критических параллелей».

Значение функции $F(\phi)$ находится в пределах $0.997750 < F(\phi) < 1.002225$. Максимальное значение функции f составляет 160 г·см ⁄с или 0.7 % от $\partial F_r/\partial\omega$. Пренебрегая значением f и приравнивая $F(\phi) = 1$, с достаточной степенью точности, получим

$$\frac{\partial r}{\partial\alpha} = \frac{1}{2\omega(1-\alpha)}\frac{\partial F_r}{\partial\omega}, \tag{16}$$

откуда следует, что изменение радиальной деформирующей силы с изменением угловой скорости вызывает сопряженное изменение радиус-вектора эллипсоида и, следовательно, сопряженную деформацию всех его основных параметров.

Смещение точки на поверхности эллипсоида u_N по нормали N при изменении полярного сжатия α представляется уравнением

$$u_N = \frac{a}{3} \frac{(1-\alpha)^2 - 2\,\mathrm{tg}^2\,\phi}{[(1-\alpha)^2 + \mathrm{tg}^2\,\phi]^{1/2}[(1-\alpha)^4 + \mathrm{tg}^2\,\phi]^{1/2}} \Delta\alpha, \quad (17)$$

где $\Delta\alpha$ – изменение полярного сжатия.

Из (17) следует, что наибольшее смещение по вертикали будет наблюдаться на полюсах ($\phi = 90°$) и экваторе ($\phi = 0°$), что мы раньше уже видели из анализа (15).

Если воспользоваться полученными соотношениями (16) и (17) и произвести элементарные расчеты, приняв при $\phi = 0°$ $u_N = 6$ м или $\delta r = 6$ м [что, как указывалось во Введении, достаточно для изменения момента инерции Земли, соответствующего (2)], то можно получить изменение полярного сжатия, которое должно происходить при реальных колебаниях продолжительности суток $\Delta\alpha \sim 3 \cdot 10^{-6}$, или в процентах: $\Delta\alpha \sim 0.09$ % от среднего сжатия Земли, полученного геодезическими методами, а также с применением спутников, которое по данным МГГСМ/МАС составляет 1/298.25 (± 0.02).

Нам представляется, что такое изменение сжатия реально, хотя вычисления по некоторым теоретическим моделям (см., например, модель Лаллемана в работе [5]) дают значительно меньший результат. Нам думается, что эти теоретические модели не учитывают никоим образом ни перераспределение масс в теле Земли, ни связанное с ним изменение плотности в подкоровом слое (см. Введение), ни неоднородность Земли (во всяком случае, чрезвычайно сложный закон распределения плотности в теле планеты), ни, наконец, разность сжатий двух полушарий Земли [9] и эллиптичность экватора.

Заключение

Резюмируем полученные результаты следующим образом. В работе было установлено, что так как угловая скорость вращения Земли скачкообразно и непрерывно меняется, то возрастая, то затухая, на общем приливном фоне ее затухания, то знаки у векторов смещений будут меняться, переходить через ноль и, следовательно, непрерывные изменения в угловой скорости вращения пластично-упругой Земли должны вызывать непрерывную сопряженную деформацию корового слоя, перераспределение масс в подкоровом слое и связанное с ним изменение плотности, а также, как следствие всех этих явлений, полярную пульсацию фигуры, при которой полярный диаметр Земли то увеличивается, то сокращается.

Нами был выяснен механизм возникновения деформаций тела планеты под действием переменной во времени деформирующей (центробежной) силы, выписаны тензоры деформации и напряжения и на основе реологических уравнений выведены уравнения равновесия, а также произведен расчет модуля изменения полярного сжатия и радиальных смещений при реальных колебаниях угловой скорости вращения Земли. Рассчитанные величины дали вполне реальные, на наш взгляд, изменения сжатия и радиальные смещения земной коры и подстилающих ее оболочек. При этом показано и обратное: наблюдающиеся колебания амплитуды полярного сжатия, приводящие к соответствующим изменениям момента инерции Земли, вполне соответствуют реальным колебаниям продолжительности суток.

Рассмотрению возможных следствий деформации фигуры Земли на основе подходов, предложенных в работах [1, 10], будет посвящена наша следующая работа.

Благодарности. Работа выполнена за счет средств субсидии, выделенной в рамках государственной поддержки Казанского (Приволжского) федерального университета в целях повышения его конкурентоспособности среди ведущих мировых научно-образовательных центров. Работа была поддержана Национальным научным фондом Грузии им. Шота Руставели (SRNF) (грант № FR17 252).

Summary

V.Yu. Belashov, E.S. Belashova, O.A. Kharshiladze. Changes of velocity of rotation of the Earth and its figure's deformation associated with them.

It is established, that continuous changes of angular speed of rotation of the is plastically-elastic Earth should cause the continuous coupled deformation of a crustal layer, redistribution of masses in a sub-crustal layer and the change of density associated with it, and also, as consequence of these phenomena, a polar pulsation of a figure when polar diameter of the Earth increases and decreases with time. The mechanism of occurrence of deformations of a body of a planet under action of a deforming (centrifugal) variable force is found, the tensors of deformations and pressure are written out, and on the basis of the rheological equations the equations of balance are deduced, and also calculation of the module of change of polar compression and radial displacements is made at real fluctuations of angular velocity of rotation of the Earth. The calculated values have given the quite real changes of compression and radial displacements of the Earth's crust and its other shells. The opposite process is also shown, namely: observed fluctuations of amplitude of the polar compression, leading to respective alterations of the moment of inertia of the Earth, quite correspond to real fluctuations of duration of a day.

Keywords: rotation of the Earth, fluctuations of angular velocity, figure of the Earth, deformation, radial displacements, polar pulsation of the figure, equilibrium equations

Acknowledgments. The work is performed according to the Russian Government Program of Competitive Growth of Kazan Federal University. This work was also supported by the Shota Rustaveli National Science Foundation (SRNF), grant no. FR17 252.

Литература

1. *Белашов В.Ю.* Геофизические причины и следствия неравномерного вращения Земли: Аркт. ф-т ДР-1978. – Л.: ЛВИМУ, 1978. – 90 с.
2. *Белашов В.Ю.* О влиянии магнитосферной возмущенности на ротационный режим Земли: Препринт. – Магадан: СВКНИИ ДВНЦ АН СССР, 1984. – 17 с.
3. *Белашов В.Ю., Насыров И.А., Гордеев Р.С.* К вопросу о влиянии возмущенности магнитосферы на ротационный режим Земли // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2018. – Т. 160, кн. 4. – С. 617-630.
4. *Парийский Н.Н.* Непостоянство вращения Земли и ее деформация // Тр. Совещания по методам изучения движения и деформации земной коры. – М.: Геодезиздат, 1948. – С. 157-164.
5. *Мельхиор П.* Физика и динамика планет. Ч. 2. – М.: Мир, 1976. – 483 с.
6. *Белашов В.Ю.* Деформация фигуры Земли в связи с изменениями скорости ее вращения // Тр. СВКНИИ ДВНЦ АН СССР. – Магадан, 1987. – С. 12-20.
7. *Стовас М.В.* Неравномерность вращения Земли как планетарно-геотектонический и геоморфологический фактор // Геологический журнал АН УССР. – 1957. – Т. 17, № 3. – С. 58-65.
8. *Стовас М.В.* Опыт математического анализа тектонических процессов, вызываемых изменениями фигуры Земли. Автореф. дис. … докт. физ.-мат. наук. – Л.: Ленингр. горн. ин-т, 1961. – 24 с.
9. *Мельхиор П.* Физика и динамика планет. Ч. 1. – М.: Мир, 1975. – 575 с.
10. *Белашов В.Ю.* Длиннопериодные нутационно-прецессионные движения мгновенного полюса вращения Земли: Препринт. – Магадан: СВКНИИ ДВНЦ АН СССР, 1985. – 19 с.

Поступила в редакцию

26.07.19

Сведения о каждом из авторов статьи

Белашов, Василий Юрьевич – д.ф.-м.н., проф., Казанский (Приволжский) федеральный университет, главный научный сотрудник.

E-mail: *vybelashov@yahoo.com*

Белашова Елена Семеновна – к.ф.-м.н., доц., Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева, доцент

E-mail: *bel_lena@mail.ru*

Харшиладзе, Олег Автандилович – д.ф.-м.н., доц., Центр космических исследований, Институт геофизики им. М. Нодия, Тбилисский государственный университет им. И. Джавахишвили, главный научный сотрудник.

E-mail: *o.kharshiladze@mail.ru*

References

1. Belashov V.Yu. *Geofizicheskie prichiny i sledstviya neravnomernogo vrashcheniya Zemli* [Geophysical Causes and Effects of Non-Uniform Rotation of the Earth]. Leningrad, LVIMU, 1978. 90 p. (In Russian)
2. Belashov V.Yu. *O vliyanii magnitosfernoi vozmushchennosti na rotatsionnyi rezhim Zemli: Preprint* [On the Infuence of Magnetosphere Disturbance on the Rotational Regime of the Earth: Preprint]. Magadan, SVKNII DVNTs Akad. Nauk SSSR, 1984. 17 p. (In Russian)
3. Belashov V.Yu., Nasyrov I.A., Gordeev R.S. On the Problem of the Infuence of the Magnetosphere Disturbance onto the Rotational Regime of the Earth. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2018, vol. 160, no. 4, pp. 617–630. (In Russian)
4. Pariisky N.N. Inconstancy of the rotation of the Earth and its strain. *Tr. Soveshch. Metodam Izuch. Dvizheniya Deform. Zemnoi Kory*. Moscow, Geodezizdat, 1948, pp. 157–174. (In Russian)
5. Melhior P. *Fizika i dinamika planet* [Physics and Dynamics of the Planets]. Moscow, Mir, 1976. P. 2. 483 p.
6. Belashov V.Yu. *Deformaciya figury Zemli v svyazi s izmeneniyami skorosti eyo vrascheniya* [Deformation of Figure of the Earth Associated with Changes of Velocity of its Rotation]. *Tr. SVKNII DVNTs Akad. Nauk SSSR*. Magadan, 1987, pp. 12-20. (In Russian)
7. Stovas M.V. Non-uniformity of rotation of the Earth, as the planetary-geomorphological and geotectonic factor. *Geol. Zh. Akad. Nauk Ukr. SSR*, 1957, vol. 17, no. 3, pp. 58–69. (In Russian)
8. Stovas M.V. *Opyt matematicheskogo analiza tektonicheskih processov, vyzyvaemyh izmeneniyami figury Zemli* [Experience of Mathematical Analysis of Tectonic Processes caused by changes in the figure of the Earth]. Autoref. of DSci. Diss. Leningrad, Leningr. Gornyi Inst., 1961. 24 p.
9. Melhior P. *Fizika I dinamika planet* [Physics and Dynamics of the Planets]. Moscow, Mir, 1975. P. 1. 575 p.
10. Belashov V.Yu. *Dlinnoperiodnye nutatsionno-pretsessionnye dvizheniya mgnovennogo polusa vrashcheniya Zemli: Preprint* [Long-Periodical Nutation-Precession Movements of the Instant Pole of Rotation of the Earth: Preprint]. Magadan, SVKNII DVNTs AN SSSR, 1985. 19 p. (In Russian)