

КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ И АСИМПТОТИКИ НЕОДНОМЕРНЫХ РЕШЕНИЙ ОБОБЩЕННЫХ УРАВНЕНИЙ КП-КЛАССА В ПЛАЗМЕ С ПЕРЕМЕННОЙ ДИСПЕРСИЕЙ

Белашов В.Ю.¹⁾, Белашова Е.С.²⁾, Харшиладзе О.А.³⁾

¹⁾КФУ, г. Казань, Россия, vybelashov@yahoo.com

²⁾КНИТУ-КАИ, г. Казань, Россия, bel_lena@mail.ru

³⁾ТГУ, г. Тбилиси, Грузия, o.kharshiladze@mail.ru

Методами качественного и асимптотического анализа изучается структура и асимптотики 2D и 3D солитонов и нелинейных волновых пакетов в комплексных средах в рамках модели обобщенного уравнения Кадомцева-Петвиашвили (ОКП) с переменной дисперсией [1]:

$$\partial_t u + A(t, u)u = f, \quad f = \kappa \int_{-\infty}^x \Delta_{\perp} u dx, \quad \Delta_{\perp} = \partial_y^2 + \partial_z^2, \quad (1)$$

$$A(t, u) = \alpha u \partial_x - \partial_x^2 (v - \beta \partial_x - \delta \partial_x^2 - \gamma \partial_x^3),$$

которая при $\beta \equiv 4\pi nT / B^2 \ll 1$ и $\omega < \omega_B = eB / m_i c$, $k\lambda_D \ll 1$ описывает распространение БМЗ волн в замагниченной плазме с $k_x^2 \gg k_{\perp}^2$, $v_x \ll v_A$. При этом, $u = h = B_{\sim} / B$ – безразмерная амплитуда поля волны, $\alpha = \frac{3}{2} v_A \sin \theta$, $v_A = B / \sqrt{4\pi n m}$, $m = m_e + m_i$, $\kappa = -v_A / 2$; функции $\beta, \gamma = f(v_A, \theta)$, где $v_A = \varphi [B(t, \mathbf{r}), n(t, \mathbf{r})]$, $\theta = (\mathbf{k} \wedge \mathbf{B})$: $\beta = v_A (c^2 / 2\omega_{0i}^2) (\cot^2 \theta - m_e / m_i)$, $\gamma = v_A (c^4 / 8\omega_{0i}^4) [3(m_e / m_i - \cot^2 \theta)^2 - 4 \cot^4 \theta (1 + \cot^2 \theta)]$. Подобная ситуация имеет место для ионно-звуковых (ИЗ) волн в столкновительной пылевой плазме, когда в отсутствие диссипации и вариаций заряда пылевых частиц закон дисперсии имеет вид $\omega = kV_s$, где $V_s = \sqrt{(T_e / m_i)(n_{i0} / n_{e0}) + T_i / m_i}$ – скорость ионного звука в бездиссипативной плазме с постоянным зарядом пыли. Очевидно, что дисперсия будет переменной в случае пространственно-временных вариаций плазменных компонент (например, в случае неоднородного распределения пыли в пространстве). В этом случае соответствующие уравнения будут подобны уравнениям для ИЗ поверхностных волн.

Уравнения класса (1) не являются в общем случае полностью интегрируемыми, и вопрос структуры их неодномерных солитонных решений требует специального исследования, которое проводится на основе методов качественного и асимптотического анализа [2]. Уравнение (1) записывается в виде динамической системы (системы обыкновенных дифференциальных уравнений) с переменными β и γ , и исследуется, в общем 3D случае, в 12D фазовом пространстве. При этом изучается трансформация фазовых портретов и изменение структуры решений (асимптотик) при изменении функций $\beta, \gamma = f(v_A, \theta)$ в соответствии с параметрами среды распространения. На основании полученных результатов строится классификация возможных неодномерных решений уравнений класса ОКП в зависимости от типа и параметров среды.

Полученные результаты соотносятся с найденными ранее (на основе анализа трансформационных свойств гамильтонианов соответствующих уравнений [3]) условиями устойчивости 2D и 3D решений уравнения ОКП.

1. Belashov V.Yu., Vladimirov S.V. Solitary Waves in Dispersive Complex Media. Theory, Simulation, Applications. Springer-Verlag GmbH & Co. KG, 2005. 305 p.
2. Белашов В.Ю., Белашова Е.С. Солитоны: теория, моделирование, приложения. Казань: РИЦ «Школа», 2016. 270 с.
3. Белашов В.Ю. // ДАН СССР 1991. Т. 320. № 1. С. 85.