adapted local coordinates in the fiber bundle M of general type over 1-dimensional base (variable t is simultaneously a local coordinate of the base) with n–dimensional typical fiber. If we agree to call the variable t as time and the typical fiber of the bundle M as n-dimensional space then one can call M as space-time fiber bundle. The variables $t, x^1, \ldots, x^n, z$ (i,e. the variables $t, x^1, \ldots, x^n$ with the additional variable z) we consider as adapted local coordinates in the fiber bundle H of general type over space-time fibered base M. The Lagrangian L, which is a coefficient in the integrand of variational integral of action, is a relative invariant defined on the manifold $J^1 H$ (the manifold of 1-jets of fiber bundle H). In this work, fundamental object of geometric structure associated with Lagrangian L is constructed. Moreover an invariant I, vector G^i and bivalent tensors G^{jk} and G_{jk} generated by Lagrangian L are constructed. Also we construct a relative invariant E (in this work it is called Euler relative invariant) so that the equality $E = 0$ is an invariant representation of the Euler equation for the variational functional (hence one may not connect Euler equation with variation problem). In conclusion we consider the connection in the principal bundle of affine structure over base $J^2 H$ (the manifold of 2-jets in fiber bundle H) generated by Lagrangian L.

Keywords: Differential-geometric structures, fundamental object, Lagrangians, fiber bundles, connection in principal fibre bundle.

УДК 514.822

ПОВОРОТНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ

Л. Рыпарова[1], Й. Микеш[2]

1 *lenka.ryparova01@upol.cz*; Palacky University in Olomouc
2 *josef.mikes@upol.cz*; Palacky University in Olomouc

В статье обсуждается существование поворотных отображений поверхностей вращения. Получены более общие результаты в этой задаче.

Ключевые слова: Поворотные отображения, поверхности вращения.

В работе С.Г. Лейко [1] были введены в рассмотрение изопериметрические кривые поворота и поворотные отображения 2-мерных римановых пространств $\mathbb{V}_2$ и поверхностей $\mathscr{S}_2$ с метрикой g.

Кривую $\ell\colon x = x(t)$ на поверхности или на 2-мерном (псевдо-) римановом пространстве будем называть *изопериметрической экстремалью поворота*, если ℓ является экстремалью функционала $\theta[\ell]$ и $s[\ell] = \text{const}$ с фиксированными концами.

Здесь

$$s[\ell] = \int_{t_0}^{t_1} |\lambda|\, dt \quad \text{and} \quad \theta[\ell] = \int_{t_0}^{t_1} k(t)\, dt,$$

где $k(t)$ – кривизна и $|\lambda|$ – длина касательного вектора λ кривой ℓ.

В работах [1, 2] С.Г. Лейко доказал, что ℓ является изопериметрической экстремалью поворота тогда и только тогда, когда кривизны Френе k и Гаусса K – пропорциональны, т.е.

$$k = c \cdot K,$$

где c – нектороая постоянная.

Й. Микеш, Е. Степанова и М. Сохор [3] (см. [1], стр. 131) нашли более простую форму основных уравнений изопериметрических экстремалей поворота

$$\nabla_s \lambda = c \cdot K \cdot F\lambda,$$

где c – постоянная, s – длина дуги, F – тензор типа $\binom{1}{1}$, который удовлетворяет условиям

$$F^2 = -e \cdot Id, \quad g(X, FX) = 0, \quad \nabla F = 0.$$

Если метрика g – положительно определена (или, соответсвенно, неопределена), то $e = 1$ (соответственно, $e = -1$).

Диффеоморфизм между (псевдо-) риманновыми пространствами $\mathbb{V}_2$ и $\bar{\mathbb{V}}_2$ называют *поворотными*, если все изопериметрические экстремали поворота $\mathbb{V}_2$ отображаются на геодезические кривые пространства $\bar{\mathbb{V}}_2$ [1].

В работе [1] было установлено, что если $\mathbb{V}_2$ допускает поворотное отображение f на $\bar{\mathbb{V}}_2$, то в $\mathbb{V}_2$ существует специальное торсообразующее векторное поле θ^h, для которого выполняются условия

$$\theta^h_{,j} = \theta^h(\theta_j + \partial_j \ln|K|) + \nu \delta^h_j, \tag{1}$$

где $\theta_i = g_{i\alpha}\theta^\alpha$ и ν – некоторая функция на $\mathbb{V}_2$.

Эти уравнения были уточнены в работе [5]. В частности, было доказано, что Гауссова кривизна должна быть по необходимости дифференцируема.

В нашей работе уточнены результаты касающиеся поворотных диффеоморфизмов между поверхностями вращения (или им изометрическим пространствам).

Мы доказали следующую теорему.

Теорема. *Любая повехность вращения в дифференцируемой Гауссовой кривизной K допускает поворотный диффеоморфизм*

Как известно, поверхности вращения (и им изометрические пространтва) характеризуются метрикой

$$ds^2 = \left(dx^1\right)^2 + f(x^1)\left(dx^2\right)^2, \tag{2}$$

где $f(x^1)$ – положительная функция.

Мы нашли поворотные диффеоморфизмы и для псевдо-риманновых пространств с метрикой (2), когда функция $f(x^1)$ – отрицательная.

Работа поддержана грантом IGA 2017012 университета Палацкого в г. Оломоуц.

Литература

1. Leiko S. *Поворотные диффеоморфизмы на поверхностях евклидова пространства* // Матем. заметки. – 1990. – Т 47. – № 3. – С. 52–57.

2. Leiko S. *Изопериметрические экстремали поворота на поверхностях в евклидовом пространстве* $\mathbb{E}^3$ // Изв. вузов. Матем. – 1996. – № 6. – С. 25–32.

3. Mikeš J., Sochor M., Stepanova E. *On the existence of isoperimetric extremals od rotation and the fundamental equations of rotary diffeomorphism* // Filomat, – 2015. – Vol. 29. – № 3. – P. 517–523.

4. Mikeš J., et al. *Differential geometry of special mappings*. – Olomouc: Palacky Univ. Press, 2015. – 566 c.

5. Chudá H., Mikeš J., Sochor M. *Rotary diffeomorphism onto manifolds with affine connection* // Geometry, integrability and quantization XVIII, Bulgar. Acad. Sci., Sofia, 2017. P. 130–137.

ROTARY MAPPINGS OF SURFACES OF REVOLUTION

L. Rýparová, J. Mikeš

This work is devoted to the existence of rotary mappings of surfaces of revolution. We obtained more general results about this problem.

Keywords: Rotary mappings, surfaces of revolution.

К

УДК 514.76

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СРАВНЕНИЯ КОМПОНЕНТ ОБЪЕКТА КРИВИЗНЫ АФФИННОЙ СВЯЗНОСТИ 2-ГО ПОРЯДКА В НЕСИММЕТРИЧНОМ СЛУЧАЕ

Н.А. Рязанов[1]

1 *ryazanov-92@mail.ru*; Балтийский Федеральный университет им. И. Канта, Институт физико-математических наук и информационных технологий

Выведены дифференциальные сравнения на компоненты объекта кривизны аффинной связности 2-го порядка в случае несимметричного объекта связности. Эти сравнения показывают, что в общем случае объект кривизны 2-го порядка образует геометрический объект лишь в совокупности с объектом кривизны 1-го порядка и объектом связности 2-го порядка.

Ключевые слова: Структурные уравнения Лаптева, аффинная связность, объект кривизны 2-го порядка, полуголономное и неголономное гладкие многообразия.

Рассмотрим n-мерное гладкое многообразие M_n. В расслоении реперов 2-го порядка со структурными уравнениями

$$D\omega^i = \omega^j \wedge \omega^i_j, \;\; D\omega^i_j = \omega^k_j \wedge \omega^i_k + \omega^k \wedge \omega^i_{jk},$$

$$D\omega^i_{jk} = \omega^l_{jk} \wedge \omega^i_l - \omega^i_{lk} \wedge \omega^l_j - \omega^i_{jl} \wedge^l_k + \omega^l \wedge \omega^i_{jkl} \;\; (i, j, k ... = \overline{1, n})$$

аффинная связность 2-го порядка задается с помощью поля объекта $L = (\Gamma^i_{jk}, L^i_{jkl})$, где $\Gamma^i_{jk} \neq \Gamma^i_{kj}$, компоненты которого удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$\Delta\Gamma^i_{jk} - \omega^i_{jk} = \Gamma^i_{jkl}\omega^l, \;\; \Delta L^i_{jkl} - \Gamma^i_{tl}\omega^t_{jk} + \Gamma^t_{(kl}\omega^i_{tj)} - \omega^i_{jkl} = L^i_{jklm}\omega^m.$$

Объект L определяет формы аффинной связности 2-го порядка $\Omega^i_j = \omega^i_j + \Gamma^i_{jk}\omega^k$, $\Omega^i_{jk} = \omega^i_{jk} + L^i_{jkl}\omega^l$, удовлетворяющие структурным уравнениям

$$D\Omega^i_j = \Omega^k_j \wedge \Omega^i_k + R^i_{jkl}\omega^k \wedge \omega^l, \;\; D\Omega^i_{jk} = \Omega^l_k \wedge \Omega^i_{jl} + \Omega^l_j \wedge \Omega^i_{lk} + \Omega^l_{jk} \wedge \Omega^i_l + R^i_{jklm}\omega^l \wedge \omega^m,$$

в которые входят компоненты объекта кривизны $R = (R^i_{jkl}, R^i_{jklm})$, причём компоненты 2-го порядка R^i_{jklm} выражаются по формулам

$$R^i_{jklm} = -(\Gamma^i_{jk[lm]} + L^t_{jk[l}\Gamma^i_{m]t} - L^i_{kt[l}\Gamma^t_{m]j} - L^i_{jt[l}\Gamma^t_{m]k}),$$