функций из $C^\infty(\Gamma)$ эта операция совпадает с обычным поточечным умножением (см. [5]). Алгебру $\Pi(\Gamma)$ назовем алгеброй символов оператора Теплица, понимаемого следующим образом $\left(T_a\phi\right)(\xi) = P^+ a(\xi) \circ \phi(\xi)$, $\xi \in \Gamma$. Очевидно, что, если $a(\xi) \in C^\infty(\Gamma)$, то это определение оператора Теплица совпадает с классическим.

Литература

1. Михлин С. Г. *Многомерные сингулярные интегралы и интегральные уравнения.* –М.: Физматгиз, 1962. –254с.

2. Michlin S. G., Prossdorf S. *Singularer Integralgleichungen* –Berlin: Academic-Velgrad, 1980. –390p.

3. Пресдорф З. *Некоторые классы сингулярных уравнений* –М.: Мир, 1979. –493с.

4. Крупник Н. Я. *Банаховы алгебры с символом и сингулярные интегральные операторы* –Кишинев: Штиинца, 1984. –138с.

5. Пасенчук А. Э. *Дискретные операторы типа свертки в классах последовательностей со степенным характером поведения на бесконечности* –Ростов-на-Дону: Изд–во ЮФУ, 2013. –279с.

ON THE THEORY OF THE SYMBOL OF THE TOEPLITZ OPERATOR IN THE SPACE OF SMOOTH FUNCTIONS.

A.E. Pasenchuk

A symbol algebra is constructed for one-dimensional Toeplitz operators acting in a countably normed space of functions that are smooth on the unit circle. In terms of the symbol, the Noetherian criterion of the Toeplitz operator is given.

Keywords: Symbol, operator, countably-normed, space, algebra, Noetherian, criterion.

УДК 530.145

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ СТАТИСТИКА И ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ ДЛЯ КВАНТОВОЙ ИНФОРМАТИКИ

Н.С. Перминов[1], Ш.Р. Шакиров[2]

1 *nperminov@kazanqc.org*; Казанский Квантовый Центр, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ; Казанский физико-технический институт им. Е.К. Завойского

2 *shakirov@g.harvard.edu*; Центр фундаментальных законов природы, Гарвардский университет

В работе рассмотрен синтез математических технологий, необходимых для статистического и параметрического контроля линейных компонент квантового компьютера. При помощи методов передаточной функции и комплексной статистики изучена топология спектра сосредоточенной двухчастичной квантовой системы, находящейся в резонаторе и обладающей управляемой памятью.

Ключевые слова: функциональная статистика, топологическая спектроскопия, квантовая информатика.

Инвариантная относительно перестановки подсистем передаточная функция линейной сосредоточенной двухчастичной квантовой системы, находящейся в резонаторе, в отсутствии потерь может быть представлена в форме $S(\nu) = (1 -$

$iF(v))/(1+iF(v))$, $F(v) = 2gv/(v^2-1)$, где v – нормированная частота, а g – относительная константа связи, являющаяся контролируемым параметром композитной системы с памятью. Возникновение полюса 2-ого порядка в при изменении параметра g является точкой топологической перестройки картины наблюдаемого спектра $S(v)$, спектра оператора энергии $\{\omega_n\}$, определяет условие оптимального поглощения, хранения, представимо в инвариантной форме для многочастичной системы как $\mathrm{discrim}_v[S(v)] = 0$, явно вычислимо за счет учета дискретных симметрий [1] и здесь соответствует $g = 1$ (Рис. 4).

Для анализа шумов при помощи функциональной статистики мы использовали упрощенное расширение момента $M_p[X] = 1/N \sum_{n=1}^{N} ||x_n|^p - |\bar{x}|^p|^{1/p}$ с непрерывным индексом p на компактном носителе [0;1], где x_n – элементы выборки X, а $\bar{x}$ – среднее значение. Анализ графика производной разности моментов (Рис. 4) для шумов $\mathrm{Im}(\mathrm{diff}(S(v=0), [v\$5]))$, симулированных при помощи слабых псевдослучайных биений параметра g около значений 0.9 и 1.1, показывает возможность идентификации типа модуляции шума при помощи такого топологического статистического паспорта, чувствительность статистики к критическим параметрам системы, а также возможность выявления природы собственных шумовых параметров, что открывает возможность для их контроля.

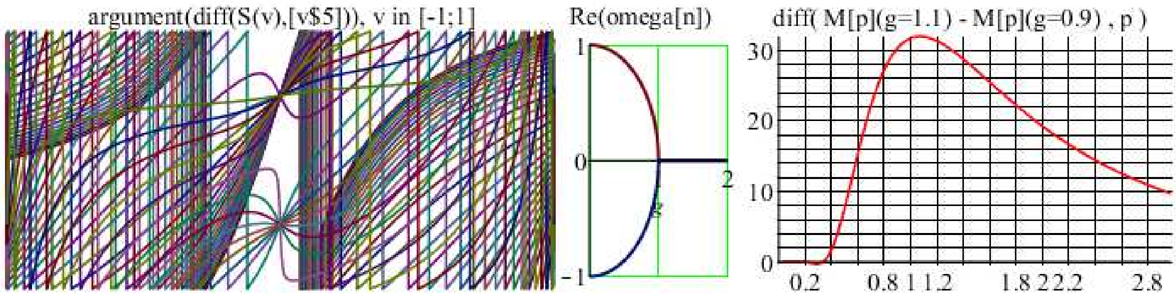

Рис. 1. Бифуркации $S(v)$ для разных g, спектр $\{\omega_n\}$ и статистический паспорт шумов.

Авторы уверены, что рассмотренный синтез математических технологий моделирования является абсолютно необходимым для успешного развития линейных квантовых вычислений.

Авторы выражают огромную благодарность своим учителям Морозову А.Ю., Моисееву С.А. и Нигматуллину Р.Р. за неоценимую помощь в развитии вышеизложенных фундаментальных тем [2].

Работа поддержана грантом РФФИ № 15-42-02462\17.

Литература

1. Шакиров Ш.Р. Теоретическая и математическая физика, 153, 2 (2007); Перминов Н.С. Гиперкомплексные числа в геометрии и физике, 6 (11-1) (2009); Perminov N., Shakirov Sh. arXiv:0910.5757 (2009).

2. D. Melnikov, A. Mironov, S. Mironov, A. Morozov, An. Morozov. arXiv:1703.00431 (2017); S.A. Moiseev, S.N. Andrianov, F.F. Gubaidullin. Phys. Rev. A 82, 022311 (2010); Нигматуллин Р.Р. Учен. зап. Казанск. гос. ун-та. Т. 147. Кн. 2 (2005).

FUNCTIONAL STATISTICS AND TOPOLOGICAL SPECTROSCOPY FOR QUANTUM INFORMATICS

N.S. Perminov, Sh.R. Shakirov

In this work the synthesis of a mathematical technology necessary for statistical and parametric control of a linear component of a quantum computer. Using the methods of the transfer function and complex statistics, the topology of the spectrum of a point-like two-particle quantum system located in a resonator and having a controllable memory is studied.

Keywords: functional statistics, topological spectroscopy, quantum informatics.

УДК 514.76

КАСАТЕЛЬНОЕ РАССЛОЕНИЕ К РАССЛОЕНИЮ ЛИНЕЙНЫХ РЕПЕРОВ

К.В. Полякова[1]

1 *kapolyakova@kantiana.ru*; Балтийский федеральный университет им. И. Канта

Касательное расслоение к расслоению линейных реперов рассматривается в корепере и двойственном ему репере. Построены базисные векторы касательного и соприкасающегося пространств в натуральном репере. Найдены скобки Ли базисных векторов соприкасающегося пространства.

Ключевые слова: Векторнозначные дифференциальные формы, соприкасающееся пространство, пфаффовы производные.

Рассмотрим m-мерное гладкое многообразие X_m и некоторую окрестность, в которой текущая точка определяется локальными координатами x^i $(i,j,k,\ldots = 1,\ldots,m)$. Структурные формы ω^i многообразия X_m удовлетворяют уравнениям $d\omega^i = \omega^j \wedge \omega^i_j$ [1]. Выражение для дифференциала точки A расслоения касательных линейных реперов $L(X_m)$ запишем в виде

$$dA = \omega^i e_i + \omega^i_j e^j_i. \tag{1}$$

Совокупность векторов $e = \{e_i, e^k_j\}$ образует допустимый репер касательного пространства $T_A L(X_m) = span(e_i, e^k_j)$ к расслоению $L(X_m)$ в точке A, $\dim T_A L(X_m) = m + m^2$. Этот репер является двойственным к кореперу $\{\omega^i, \omega^j_k\}$, т.е.

$$\omega^i(e_j) = \delta^i_j,\ \omega^i(e^k_j) = 0,\ \omega^i_j(e_k) = 0,\ \omega^i_j(e^k_l) = \delta^i_l \delta^k_j.$$

Касательное пространство $T_A L(X_m)$ содержит вертикальное пространство $V_A = [e^j_i]$, касательное к слою в точке A; $\dim V_A = m^2$. Вертикальные базисные векторные поля e^j_i можно считать фундаментальными векторными полями структурной группы расслоения.

Для векторов репера $e = \{e_i, e^k_j\}$ в натуральном репере $\{\partial_i = \partial/\partial x^i,\ \partial^k_j = \partial/\partial x^j_k\}$ имеем

$$\begin{pmatrix} e_i & e^k_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial_l & \partial^p_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overset{*}{x}{}^l_i & 0 \\ -x^q_{si} x^s_p & -\delta^q_j x^k_p \end{pmatrix},$$