CONTACT GEOMETRY OF MONGE–AMPERE EQUATIONS AND LAPLACE INVARIANTS

A.G. Kushner

Tensor invariants for non-degenerated Monge–Ampere equations with two independent variables are constructed. These invariants are generalization of the Laplace invariants of linear hyperbolic equations which are used to solve linear hyperbolic equations by the cascade Darboux method. We use constructed tensor invariants to solve classification problems for hyperbolic and elliptic Monge–Ampere equations with respect to pseudo-group of contact transformations.

Keywords: contact transformations, differential invariants, Laplace invariants.

УДК 514.822

К ПОСТРОЕНИЮ ГАМИЛЬТОНОВЫХ ЦИКЛОВ ГРАФА КЭЛИ ГРУПЫ, ПОРОЖДЕННОЙ ТРЕМЯ ИНВОЛЮЦИЯМИ

А.И. Макосий[1]

1 *aimakosi@khsu.ru*; Хакасский государственный университет

В некоторых однородных графах Кэли конечных групп, порожденных тремя инволюциями, две из которых перестановочны, рассматривается вопрос об автоматизации построения гамильтонова цикла.

Ключевые слова: Граф Кэли группы, гамильтонов цикл, порождающие тройки инволюций группы.

Напомним, что *гамильтоновым* называется путь в графе, обходящий каждую его вершину точно один раз, а *гамильтоновым циклом* – замкнутый гамильтонов путь. Из многочисленных приложений построения гамильтоновых циклов отметим использование гамильтоновых циклов графов Кэли конечных групп больших порядков в криптографии, а также их применение при работе с алгебраическими моделями выпуклых паркетогранников [1].

Напомним также, что если G – конечная группа и S – порождающее множество для G, то *граф Кэли* $Cay(G,S)$ есть неориентированный граф с вершинами $g \in G$ и ребрами $(g,gs),(g,gs^{-1}) \in G^2$, где $s \in S$. Так, например, гамильтонов цикл в графе $Cay(D_8,\{a,b\})$ группы диэдра восьмого порядка D_8 получается удалением четырех ребер из графа Кэли, рис. 1.

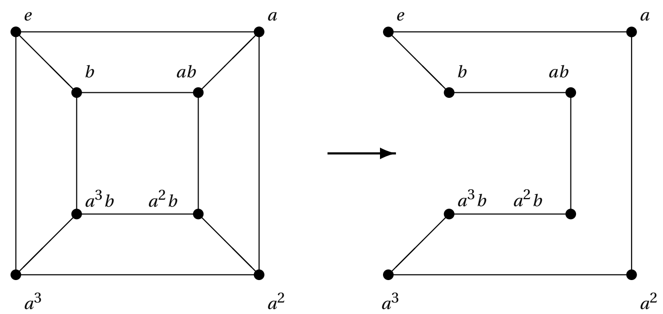

Рис. 1. Гамильтонов цикл в графе $Cay(D_8,\{a,b\})$ группы диэдра D_8.

Тройка инволюций (i, j, k) группы G с условием $G = \langle i, j, k \rangle, ij = ji$, называется $(2 \times 2, 2)$-*тройкой инволюций* группы G. Сведения о $(2 \times 2, 2)$-тройках инволюций некоторых конечных простых групп размещены в Интернет [2].

Как известно [3], зная $(2 \times 2, 2)$-тройку инволюций S группы G, можно построить гамильтонов цикл в графе Кэли $Cay(G, S)$. Наличие перестановочных элементов в $(2 \times 2, 2)$-тройке инволюций (i, j, k) группы G дает возможность разместить граф Кэли $Cay(G, \{i, j, k\})$ на торе. Если i и j — перестановочные элементы порождающей тройки инволюций, то по меридианам тора расположены элементы смежных классов группы по подгруппе диэдра, порожденной элементами i, k или j, k. Переходы между классами осуществляются умножением на инволюцию j, либо i [4].

На рис. 2 приведен пример гамильтонова цикла графа $Cay(G, \{i, j, k\})$ группы G, изоморфной линейной группе $PSL_2(8)$, и порожденной тремя инволюциями, две из которых перестановочны. Порождающие инволюции заданы в подстановочном виде (подстановочные и линейные представления этой группы могут быть взяты из атласа [6]) $i = (2,5)(3,9)(4,7)(6,8)$, $j = (2,6)(3,4)(5,8)(7,9)$, $k = (1,6)(2,7)(4,8)(5,9)$.

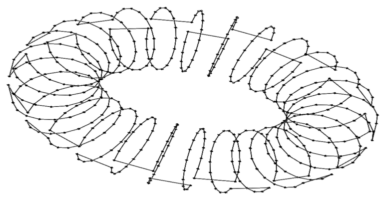

Рис. 2. Гамильтонов цикл в графе $Cay(PSL_2(8), \{i, j, k\})$.

В работе с использованием системы компьютерной алгебры *GAP* [4] реализованы алгоритмы получения элементов гамильтонова пути, нахождения расстояния между двумя элементами группы в гамильтоновом цикле и ряд других. При программировании важным оказалось то что, при построении классов сопряженных инволюций чрезвычайно полезной была возможность *GAP* строить частичную биекцию некоторого множества (в данном случае класса сопряженных инволюций) на натуральный ряд, с возможностью продолжения до исчерпания мощности множества.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Правительства Красноярского края, Красноярского краевого фонда поддержки научной и научно-технической деятельности в рамках научного проекта №16–41–240670р_а.

Литература

1. Тимофеенко А. В. *О выпуклых многогранниках с равноугольными и паркетными гранями* // Чебышевский сб.—2011.—Т.-12.—С.118–126.

2. Атлас конечных простых (2x2,2)-порожденных групп, 2017, (http://algebra.krasn.ru).

3. Rappoport-Strasser E. *Cayley color groups and Hamiltonian lines* // Scripta Math. –1959. – Т. 24. – С. 51–58.

4. Макосий А. И. *О порождающих множествах инволюций конечных групп и смежные вопросы. Вычислительный подход.* – LAP Lambert Academic Publishing GmbH,2011. – 78 с.

5. ATLAS of Finite Group Representations, Version 3; 2017, (http://brauer.maths.qmul.ac.uk/Atlas/v3/).

6. The GAP Group, *GAP – Groups, Algorithms, and Programming, Version 4.8.8*; 2017, (`https://www.gap-system.org`).

TO THE CONSTRUCTION OF HAMILTONIAN CYCLES IN CAYLEY GRAPH OF A GROUP GENERATED BY THREE INVOLUTIONS

A. I. Makosiy

With the help of the computer algebra system GAP continuied the study of the construction of Hamiltonian cycles in Cayley graph of groups generated by three involutions, two of which commute.
Keywords: Cayley graph, Hamiltonian circle, generating triples of involutions of group.

УДК 514.743.28

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ КОНСТРУКЦИЯ ЛИНЕЙНОГО КОМПЛЕКСА ПЛОСКОСТЕЙ, АССОЦИИРОВАННОГО С ТРИВЕКТОРОМ ТИПА (884;400)

А.Н. Макоха[1]

1 *anmakoha@yandex.ru*; Северо-Кавказский федеральный университет г. Ставрополь

Сформулирована и доказана теорема о необходимых и достаточных условиях для определения всех плоскостей линейного комплекса, ассоциированного с тривектором данного типа, с точностью до линейных преобразований его группы автоморфизмов. В процессе доказательства теоремы находятся все виды особых прямых, а для неособых прямых строятся их полярные гиперплоскости.

Ключевые слова: Тривектор, особые точки первого и второго рода, особые и неособые прямые, особые подпространства, полярная гиперплоскость, группа автоморфизмов тривектора.

Геометрической теории кососимметрических тензоров (поливекторов) в многомерных пространствах, на наш взгляд, уделяется недостаточно внимания. В частности, недостаточно изучена геометрическая конструкция линейных комплексов плоскостей, ассоциированных с трёхвалентными кососимметрическими тензорами (тривекторами).

Для построения геометрической конструкции линейных комплексов K_2 плоскостей в проективном пространстве P_n над полем C комплексных чисел (или другим алгебраически замкнутым полем характеристики 0) необходимо найти все плоскости, принадлежащие этим комплексам или, по крайней мере, указать способы их нахождения.

Для этого, исходя из инвариантных геометрических образов данного тривектора, необходимо исследовать расположение всех видов особых прямых рассматриваемого комплекса K_2. Тогда, по определению, любая плоскость, проходящая через особую прямую, принадлежит комплексу K_2.

Для неособых прямых, опираясь на группу линейных преобразований, сохраняющих данный тривектор и его канонический вид (мы ее называем основной группой автоморфизмов), необходимо найти конструкцию их полярных гиперплоскостей. Каждая плоскость, лежащая в полярной гиперплоскости и проходящая через соответствующую неособую прямую, принадлежит комплексу K_2.