

**СИСТЕМА ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ  
К ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИКИ**

**Шабанова М.В., доктор педагогических наук, профессор,  
Московский институт открытого образования, г. Москва  
shabanovamv@mioo.ru**

**Павлова М.А.,  
Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова, г. Архангельск  
m.pavlova@narfu.ru**

**Николаев Р.Н., PhD, доцент,  
Экономический университет Варна, г. Варна  
nikolaev\_rosen@ue-varna.bg**

*Аннотация.* Данная статья представляет методическую систему подготовки учащихся 7-9 классов к исследовательской деятельности в сфере экспериментальной математики, которая предназначена для реализации в рамках кружковой работы. Методическая система включает три основных компонента: целевой, содержательно-структурный, процессуально-функциональный. Она ориентирована на достижение двух взаимосвязанных целей: вовлечение в исследовательскую деятельность в сфере экспериментальной математики и формирование функционально полного комплекса универсальных исследовательских действий математика-экспериментатора. Содержательно-структурная сторона методической системы представлена коллекцией контекстно поставленных исследовательских задач экспериментальной математики, направлений развития их идей, а также целесообразно подобранных серий вспомогательных задач для интеллектуальной разминки. Процессуально-функциональная сторона методической системы включает три типа занятий: тренировочные занятия, направленные на развитие универсальных исследовательских действий учащихся в процессе решения задач коллекции; диагностические занятия, направленные на оценку уровня сформированности универсальных исследовательских действий по их проявлениям в ходе экспресс-исследования и представления его результатов; индивидуальные консультации по ходу подготовки исследовательской работы.

*Ключевые слова:* исследовательское обучение, универсальное исследовательское действие, экспериментальная математика, система динамической математики.

**THE SYSTEM OF TRAINING STUDENTS  
FOR RESEARCH ACTIVITIES IN MATHEMATICS**

**M. Shabanova, doctor of pedagogical sciences, professor,  
Moscow institute of open education, Moscow  
shabanovamv@mioo.ru**

**M. Pavlova,  
Northen (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov, Arkhangelsk  
m.pavlova@narfu.ru**

**R.Nikolaev, PhD, assistant professor,  
University of economics – Varna, Varna  
nikolaev\_rosen@ue-varna.bg**

*Abstract.* This paper presents the methodical system of training students of 7-9 grades for research activities in field of experimental mathematics. The system must be realized in extracurricular education. The methodical system includes three parts: goals, content and structure of the program and technology of education. Education goals: 1) to involve students to research activities in field of experimental

mathematics; 2) to formulate universal research actions of a mathematician-experimenter. Education content is concentrated around the collection of research problems of experimental mathematics. Each problem is supplemented by a series of tasks for an intelligent warm-up and list of the directions of development of ideas. The technology of training consists of three steps: training classes, diagnostic session, consultations. Students improve their research skills in solving of research problems from the collection. Then they demonstrate their skills in an express research. After that they do research work in collaboration of teacher. The teacher role is determined by the zone of proximal development of student's research skills.

*Keywords:* inquiry - based education, an universal research action, experimental mathematics, a system of dynamical mathematics.

## **1. Введение**

Принято считать, что исследовательская деятельность в области математики, то есть деятельность по решению хоть сколько-нибудь содержательных исследовательских задач возможна только учащимся с хорошим уровнем математической подготовки [2], [5].

До недавнего времени это было действительно так. Ведь исследовательская задача понималась как задача наивысшего уровня сложности. По классификации Ю.М. Колягина, - это задача наивысшей степени неопределенности: «В такого типа задачах... остаются определенными (известными) лишь целевое указание и, может быть, общее описание некоторой ситуации, ни один из четырех названных компонентов которой неизвестен (или почти не определен)» [3, 61]. В цитате речь идет о четырех компонентах структуры задачи: ACRB (A – условие задачи, B – цель задачи, C – теоретический базис, на котором основано решение, R – способ решения). Решение исследовательской задачи представляет собой постепенное понижение неопределенности ее структуры. Сегодня в понижении неопределенности задачной ситуации эффективно могут использоваться компьютерные средства (пакеты программ общего и специального назначения) и методы экспериментальной математики (конструктивные, разведочные, верифицирующие, контрольные, модифицирующие компьютерные эксперименты).

Компьютерные средства и методы экспериментальной математики, расширив круг возможных участников математических исследований, поставили перед теорией и методикой обучения математики принципиально новую задачу – разработать системы подготовки учащихся, не специализирующихся на изучении математики, к исследовательской деятельности в области математики.

Данная статья посвящена описанию результатов ее решения с опорой на теоретическую модель исследовательского обучения в стиле экспериментальной математики. Эта модель подробно описана нами в монографии [6], поэтому здесь ограничимся ее описанием лишь с той степенью подробности, которая необходима для понимания сути предложенной нами методики.

## **2 Теоретические основы**

### **2.1. Исследовательская задача экспериментальной математики и особенности ее решения.**

Исследовательская задача экспериментальной математики является содержательной основой исследовательского обучения. Под ней понимается разновидность исследовательской задачи, понижение неопределенности которой для учащегося возможно лишь посредством компьютерных экспериментов в силу существования одной или нескольких причин:

- ограниченности имеющихся теоретических знаний;
- ограниченности способностей к воображению и мысленному экспериментированию;
- ограниченности временных ресурсов для обследования генеральной совокупности возможных ситуаций или обследования достаточной для выявления закономерностей части ее объема.

Задачи экспериментальной математики допускают получение результата на разных уровнях строгости: создание исследовательской модели; выдвижение гипотезы, подтвержденной экспериментом, доказательство гипотезы для частных случаев, доказательство общего утверждения.

Процесс решения исследовательских задач экспериментальной математики мы представляем состоящим из пяти основных этапов:  $A_1$  – идентификация объекта исследования,  $A_2$  – анализ,

интерпретация данных,  $A_3$  – генерирование идей,  $A_4$  – формулировка гипотез,  $A_5$  – доказательство гипотез, оценка результатов. На каждом из этих этапов возможен переход от использования теоретических методов исследования к методам и средствам экспериментальной математики. Каждому этапу соответствует свой вид компьютерного эксперимента, отличающийся целевой направленностью:  $A_1$  – конструктивный (проверка существования и визуализация объекта исследования),  $A_2$  – разведочный (сбор данных о свойствах объекта исследования и о зависимостях свойств);  $A_3$  – верифицирующий (предварительная проверка рабочей гипотезы);  $A_4$  – контрольный (проверка наличия неявных допущений в логических выводах, контроль аналитических выкладок, поиск скрытых закономерностей, которые могут быть положены в основу доказательства);  $A_5$  – модифицирующий (оценка универсальности предложенного доказательства, исследование возможности дальнейших обобщений, развития идей). Постановка и проведение эксперимента каждого типа представляет собой отдельный элементарный цикл экспериментальной математики и состоит из семи основных шагов:  $B_1$  – постановка задачи,  $B_2$  – обоснование привлечения компьютерного эксперимента,  $B_3$  – моделирование и планирование компьютерного эксперимента,  $B_4$  – сбор данных,  $B_5$  – анализ данных,  $B_6$  – использование результатов для решения задачи,  $B_7$  – развитие идеи.

## **2.2. Уровни самостоятельности учащихся при реализации циклов экспериментальной математики**

Деятельность по реализации циклов экспериментальной математики в образовательном процессе может осуществляться учащимися с разной степенью самостоятельности. Наиболее значимыми факторами, ее определяющими, являются:  $M(t)$  – уровень базовой математической подготовки учащихся в момент времени  $t$  решения задачи для обоснования необходимости привлечения компьютерного эксперимента, моделирования ситуации, анализа данных эксперимента, использования выводов;  $I(t)$  – уровень сформированности универсальных исследовательских действий математика-экспериментатора (далее УИД) для определения цели привлечения эксперимента и его планирования, для проведения эксперимента и регистрации данных, получения выводов, адекватных данным и цели исследования, развития идей;  $T(t)$  – имеющийся запас времени для самостоятельной реализации этапов цикла.

В зависимости от сочетания значений этих факторов учитель реализует исследовательское обучение разных уровней. Мы придерживаемся уровневой модели исследовательского обучения, разработанной Х. Банчи, Р. Белл [1]: контрольное исследование (Confirmation Inquiry), исследование по заданному плану (Structured Inquiry), исследование под руководством учителя. (Guided Inquiry), свободные исследования (Open/True Inquiry).

## **3. Составляющие методической системы подготовки учащихся к исследовательской деятельности в рамках кружка «Экспериментальная математика».**

Внеурочная работа наиболее благоприятна для подготовки учащихся к исследовательской деятельности, так как снимает жесткие ограничения на время решения исследовательских задач. Кроме того, открывает практически неограниченные возможности в выборе тематики задач, позволяет объединять учащихся в разновозрастные коллективы для их решения.

Нами разработана методика подготовки учащихся 7–9 классов в рамках кружка «Экспериментальная математика», которая ориентирована на повышение уровня мотивации учащихся к исследовательской деятельности в математике и на формирование у них УИД математика-экспериментатора. Содержательную основу методики составляет коллекция контекстно поставленных исследовательских задач экспериментальной математики, которые дополнены сериями подготовительных задач для интеллектуальной разминки и рекомендуемыми направлениями дальнейших исследований. Все они описаны в пособии [4]. Программа кружка включает три типа занятий: тренировочные, диагностические и консультационные. Остановимся на их описании.

Тренировочные занятия направлены на развитие у учащихся языка исследователя и постепенное формирование основных УИД в ходе решения исследовательских задач из коллекции. Диагностические занятия проводятся после серии тренировочных и призваны выявить учащихся, которые заинтересованы в подготовке исследовательской работы, а также оценить уровень

сформированности их УИД. Учащимся предлагается математический объект для проведения экспресс-исследования. В зависимости от своего желания ученик может изучать его в течение только этого занятия или в течение целой недели между двумя занятиями. На следующем занятии проводится мини-конференция, где ученики представляют результаты своей работы. В награду каждый получает «Персональную карту достижений». Она в доступной пониманию учащихся форме представляет функционально полный комплекс УИД математика-экспериментатора, с выделением достигнутого уровня сформированности УИД.

Полученные данные используются в качестве стартовой информации для организации консультационных занятий с учеником в ходе подготовки большой исследовательской работы. Тема ее может быть развитием темы экспресс-исследования или совершенно другой. Ее предлагает уже сам учащийся. Для достижения развивающего эффекта при проведении консультации учитель ориентируется на зону ближайшего развития ученика.

Турнир и конкурсы исследовательских работ являются итоговыми мероприятиями. Результаты турнира показывают уровень сформированности у учеников функционально полного комплекса УИД математика-экспериментатора.

### **3. Результаты**

Внедрение разработанной нами методической системы в работу пилотных площадок международного проекта «Методики и информационные технологии образования» позволила за три года получить результаты, которые доказывают ее эффективность. За этот период членами кружка подготовлено 11 исследовательских работ, которые получили высшие награды на международном конкурсе «Математика и проектирование», а также других конкурсах регионального и всероссийского уровней.

Расширилась география школ, в которых реализуется данная методика. Первоначально это было лишь 3 пилотные площадки проекта. В настоящее время методику взяли на вооружение учителя московских школ и школ Казахстана.

Выросло число и участников и турнира по экспериментальной математике с 79 человек в 2015 году до 265 человек в 2017 году.

### **4. Выводы**

Таким образом, мы считаем доказанным утверждение о возможности создания эффективной методической системы подготовки учащихся, не специализирующихся на изучении математики, к исследовательской деятельности в этой сфере. Наилучшим местом для реализации предложенной нами системы является внеурочная деятельность. Хотя дополнение ее исследовательским обучением в стиле экспериментальной математики, реализуемым на уроках, было бы весьма желательным. Возможность такого дополнения в форме создания содержательно-методической линии экспериментальной математики нами описана в монографии [6].

### **Литература**

1. Banchi, H., & Bell, R. The Many Levels of Inquiry. [Электронный ресурс] Science and Children, 46(2), 26-29. - Режим доступа: [http://www.academia.edu/9694101/26\\_Science\\_and\\_Children/](http://www.academia.edu/9694101/26_Science_and_Children/)
2. Викал Б.А. Формирование элементов исследовательской деятельности при углубленном изучении математики, автореф. дис. ... кандидата пед. наук: 13.00.02 / Викал Б.А. – Москва, 1977. – 22 с.
3. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике: Ч1: Математические задачи как средство обучения и развития учащихся / Ю.М. Колягин; науч. исслед. ин-т школ. – М. Просвещение, 1977 – 110 с.
4. Павлова М.А. Экспериментальная математика: учеб. пособие / М.А. Павлова, М.В. Шабанова, Л.В. Форкунова, С.Н. Котова, В.В. Паршева, В.В. Тепляков // под общ. ред. М.А. Павловой. – Архангельск: Изд-во АИ ИОО, 2017 – 184 с.
5. Успенский В.В. Школьные исследовательские задачи и их место в учебном процессе: автореф. дис. ... кандидата пед. наук: 13.00.01/ В.В. Успенский. – Москва, 1967. – 19 с.
6. Шабанова М.В. Экспериментальная математика в школе. Исследовательское обучение / М.В. Шабанова, Р.П. Овчинникова, А.В. Ястребов, М.А. Павлова и др. М.: Академия естествознания, 2016. – 300 с.