КОМПЬЮТЕРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ В ДОКАЗАТЕЛЬСТВЕ ТЕОРЕМ

Мичасова Милена Альбертовна, к.п.н., доцент
Нижегородский институт развития образования
m3938763@yandex.ru

Аннотация: В данной статье представлен пример лабораторной работы по геометрии с использованием различных видов компьютерных экспериментов.

Ключевые слова: компьютерный эксперимент, динамические чертежи, программы динамической геометрии, этапы доказательства теорем.

COMPUTER EXPERIMENT FOR THE THEOREMS PROOF

Michasova Milena Albertovna, PhD in Education, Associate Professor
Nizhny Novgorod Institute of Education Development
m3938763@yandex.ru

Abstract: This article presents an example of laboratory works on geometry using various types of computer experiments.

Key words: computer experiments, dynamic drawings, software for dynamic geometry, the steps of theorems proof.

Слова «эксперимент» и «геометрия» в школьной математике не принято ставить рядом. Хотя известны слова Д.Пойа о том, что «математик так же пользуется наблюдением и обобщением, гипотезой и экспериментом, как это делает всякий естествоиспытатель» [2, стр.6]. В методике преподавания геометрии все не так просто, как в словах знаменитого математика. Как правило, в учебнике геометрии остается только этап строгого доказательства прописанного в параграфе утверждения. Этапы мотивации изучения теоремы, выдвижения гипотез, экспериментальная проверка гипотезы и, далее, установление связей изучаемой теоремы с другими теоремами; составление новых задач, вытекающих из доказанного утверждения, остаются за страницами учебника. Школьники не понимают, как же додумались до того или иного утверждения, которое потом строго доказали.

Проблема интереса упирается в абстрактный характер геометрии. Именно абстрактность со временем начинает вызывать отторжение даже у успешных учеников. Традиционное, сухое, «академичное» преподавание геометрии создает несоответствие между богатством математических теорем, закономерностей и бедностью их приложений за пределами математики. Не надо забывать, что геометрия как наука, возникла из практического опыта, как его развитие. И тут на помощь учителю могут прийти компьютерные технологии и моделирование. В. И. Рыжик в книге «30 000 уроков математики» отмечал: «С помощью современных программных средств возможно на геометрическом материале провести численный или визуальный эксперимент (например, измерять расстояния, или площади, или углы, или находить координаты получающихся точек, или наблюдать некое взаимное расположение фигур). В результате сбора численных данных можно выдвинуть гипотезу, которая затем подлежит проверке с помощью доказательных рассуждений. … Компьютер, в таких задачах, работает как прибор для физика – с его помощью можно задавать разумные вопросы и получать ответы, требующие осмысления» [3, стр.106].

Конечно, освоение того или иного программного средства требует много времени, но это окупается интересом детей к такой работе. Лучше доказывать теоремы учащиеся от этого не станут, но пробуждение интереса и организация исследовательских действий будет полезна школьнику с точки зрения формирования у него самостоятельности и способности к самоуправлению.

В методике преподавания математики существует такое понятие как проблемный вопрос. Задавая его детям, мы всегда выдерживаем паузу и даем подумать. Осмысление и осознание вопроса предполагает экспериментальную паузу, в течение которой ребенок активно мыслит, добывает новые знания, опираясь на уже известные ему факты. Экспериментальная пауза – это возможность догадаться, выдвинуть гипотезу, которую потом надо обязательно проверить. Таким образом, математический эксперимент позволяет всем учащимся наблюдать, подмечать закономерности, проверять их экспериментально.

Программы динамической геометрии учителя математики используют уже достаточно давно. Мы оценили огромный потенциал динамических чертежей для преподавания геометрии: и усиление мотивации и наглядности, снижение учебной тревожности, расширение круга задач за счет возможности рассмотрения дополнительных геометрических фактов, повышение оперативности контроля и, главное, погружение в виртуальную среду с возможностью имитации учебных ситуаций. Но, получается, что данные программы мы можем привлечь и к обучению доказательств теорем.

Основной дидактической единицей курса геометрии являются теоремы. В связи с большой значимостью теорем, методика работы с ними детально прописана (В.А. Гусев, В.А.Далингер, Е.В. Потоскуев, Г.И. Саранцев и др.)

Авторы выделяют следующие этапы работы с теоремой:

1. Постановка проблемы (мотивация изучения теоремы)
2. Выдвижение гипотезы (ознакомление с фактом теоремы или подведение к понятию)
3. Проверка, доказательство, опровержение гипотез (выделение условия и заключения теоремы, иначе усвоение содержания теоремы; построение аналитического рассуждения; проведение доказательства);
4. Развитие теории и практики на основе полученного знания (применение теоремы; установление связей изучаемой теоремы с другими теоремами; составление новых задач, вытекающих из доказанного утверждения).

Практически все этапы могут быть связаны с различными видами компьютерного эксперимента и динамическими чертежами. Такие уроки должны проходить в компьютерном классе, в режиме один компьютер - один ученик. Приведем пример содержания одного такого занятия в 8 классе. Тип занятия – лабораторная работа.

Рассмотрим свойства инцентра (точки пересечения биссектрис) произвольного треугольника.

1 этап. Мотивация изучения теоремы.

В ΔABC $\angle A = 34^0, \angle C = 66^0$. Биссектрисы треугольника AK и BM пересекаются в точке O. Найти остальные углы треугольника $MOKC$.

Продемонстрировать средствами GeoGebra чертеж-иллюстрацию по условию задачи (рис. 1). Решить задачу. Подумайте, как связаны между собой $\angle O$ и $\angle C$? Предложите формулу, их связывающую.

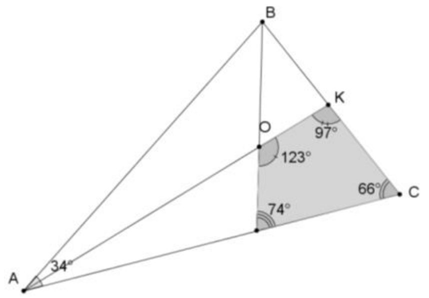

Рис. 1. Задача 1 этапа

2 этап. Ознакомление с фактом теоремы. Выдвижение гипотезы. Проведение численного эксперимента.

В произвольном треугольнике ABC проведем биссектрисы углов B и C. Пусть они пересекутся в точке I – инцентре ΔABC.

Рассмотрим свойства треугольника BIC. Выразить угол BIC через угол A треугольника ABC. Доказать, что треугольник BIC является тупоугольным (рис. 2).

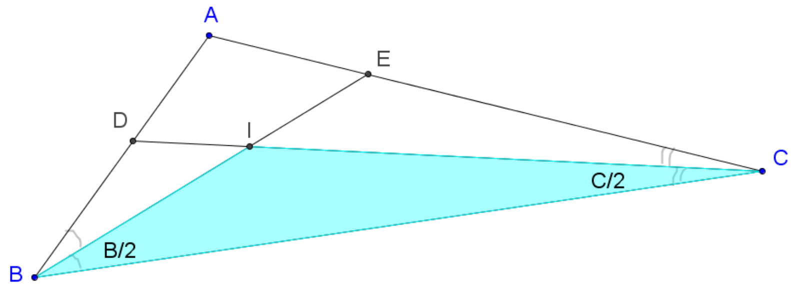

Рис. 2. Задача 2 этапа

Средствами GeoGebra продемонстрировать следующую закономерность $\angle BIC = 90^0 + \dfrac{A}{2}$

Варьируя чертеж, провести серию численных экспериментов (рис. 3).

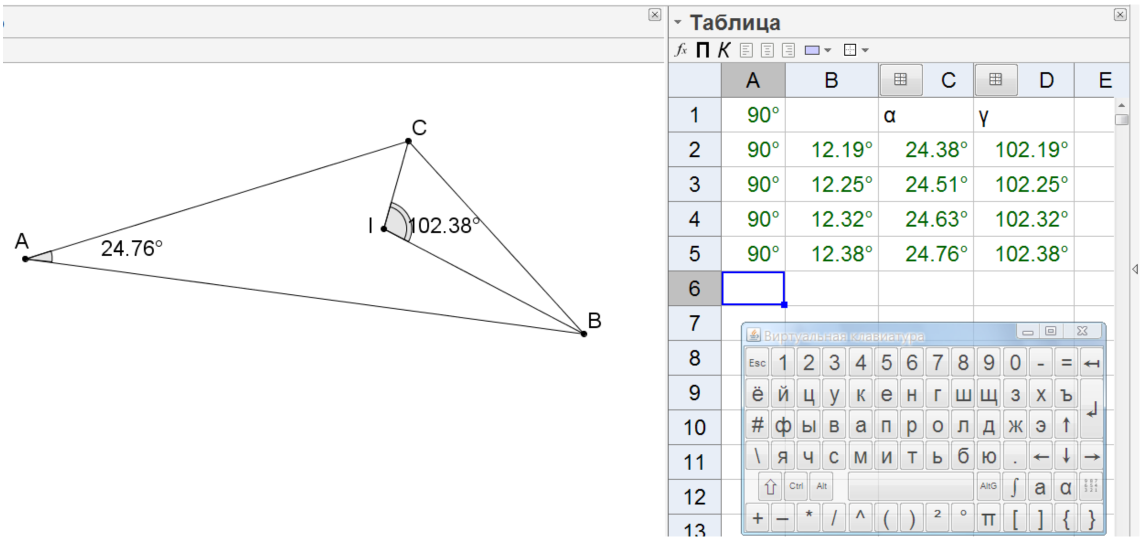

Рис. 3. Численный эксперимент

3 этап. Доказательство установленного факта. Построение аналитического рассуждения.

Поскольку сумма углов любого треугольника равняется 180^0 , то

$$\angle BIC = 180^0 - \frac{B}{2} - \frac{C}{2} = 90^0 + \frac{A}{2} + \frac{B}{2} + \frac{C}{2} - \frac{B}{2} - \frac{C}{2} = 90^0 + \frac{A}{2}$$

Тем самым доказан тот факт, что треугольник BIC является тупоугольным.

Контрольный эксперимент. Постройте треугольник по двум сторонам и углу между ними. Проверьте доказанное утверждение в данном треугольнике.

4 этап. Применение теоремы, установление связей изучаемой теоремы с другими теоремами, составление новых задач, вытекающих из доказанного утверждения.

Верно ли утверждение:

Центром окружности, описанной около треугольника BIC , является точка пересечения продолжения биссектрисы угла A с описанной около ΔABC окружностью.

Средствами GeoGebra провести конструктивный компьютерный эксперимент с целью проверки существования объекта, описанного в условии теоремы, а также с целью создания учащимися образа геометрической конфигурации, которая является объектом исследования (рис. 4).

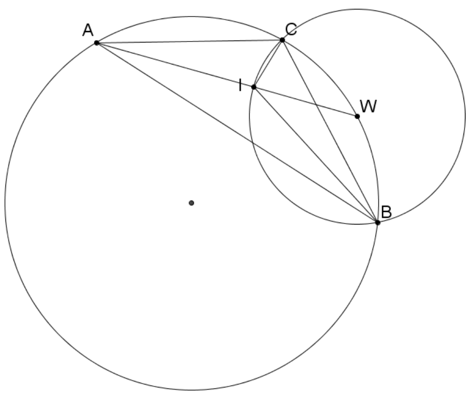

Рис. 4. Конструктивный компьютерный эксперимент

Теперь докажем установленный факт.

Пусть продолжение биссектрисы угла A пересекает описанную около ΔABC окружность в точке W, $BW = CW$, поскольку эти хорды опираются на равные дуги (а дуги являются равными, поскольку $\angle BAW = \angle CAW = \frac{A}{2}$ – вписанные).

$\angle BCW = \frac{A}{2}$ (вписанный, опирается на дугу BW).

Тогда $\angle ICW = \frac{A+C}{2}$. Но и угол $\angle CIW = \frac{A+C}{2}$ (внешний для ΔAIC).

Итак, ΔIWC - равнобедренный и $CW = IW$.

Таким образом, точка W равноудалена от всех вершин треугольника BIC и является центром описанной около него окружности (рис. 5).

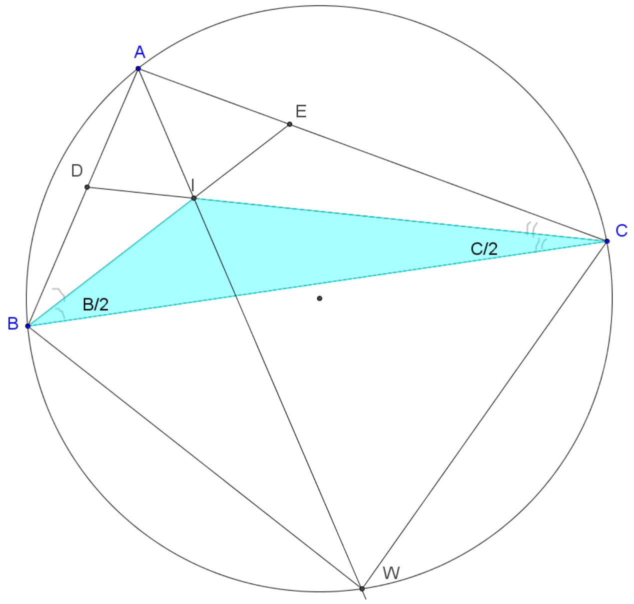

Рис. 5. Динамический чертеж доказательства

В.А. Далингер, говоря о методике проведения учебных исследований для самостоятельного открытия учащимися математических фактов, отмечал: «Такая работа помогает учителю научить детей самостоятельно выделять главное в изучаемом материале, … открывать, а затем использовать алгоритмы решения, овладевать определенной системой эвристик,… критически осмысливать полученные результаты и применять их в дальнейшем» [1, стр.170]

Мы убеждены, что не все ученики, даже одаренные, могут проводить строгие теоретические выкладки, но практически все могут наблюдать, подмечать закономерности и проверять их хотя бы экспериментально. Пусть это будет первый уровень освоения доказательством, но все равно ученик уже ориентируется в материале, он включен в процесс исследования. Задача учителя – перестроить работу в классе по доказательству теорем, предлагать задачи на экспериментальное открытие геометрических закономерностей, побуждать на теоретическое обоснование тех или иных гипотез. Мы предлагаем не ограничиваться созданием динамических моделей-иллюстраций геометрических фактов (хотя и это иногда бывает очень полезно).

Шабанова М.В. и Ширикова Т.С. в своей статье «Компьютерный эксперимент в системе методов работы с теоремой» [4] отмечают как положительные эффекты от внедрения новых средств обучения в массовую практику, так и возможные риски. Отдельно отмечают возможную тенденцию к отказу большинства учителей от использования дедуктивных рассуждений в методике работы с теоремой. Чтобы преодолеть «экспериментально-теоретический разрыв», с нашей точки зрения, требуется разъяснительная методическая работа на курсах повышения квалификации учителей математики, проведение мастер-классов по использованию современных программных средств, что мы и пытаемся делать в Нижегородском институте развития образования.

Список литературы

1. Далингер В.А. Методика обучения учащихся доказательству математических предложений: кн. для учителя / В.А. Далингер – М.: Просвещение, 2006.-256 с.
2. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения.- М.: Иностр.Лит.- 1957.
3. Рыжик В.И. 30000 уроков математики : Кн. для учителя – М.: Просвещение, 2003.-288 с.

Шабанова М.В., Ширикова Т.С. Компьютерный эксперимент в системе методов работы с теоремой. // Современные проблемы науки и образования. – 2013. - № 2. – С.1-13.