находящиеся соответственно под каплей и вытекающей из-под нее тонкой пленкой [1]; оставшаяся часть подложки обозначена зоной 3. В этих зонах строятся максимально простые уравнения растекания в приближении Буссинеска. На границах стыковки зон формулируются условия сопряжения. Модель замыкается уравнением энергии, объединяющем все три зоны. Задача является осесимметричной и решается в цилиндрических координатах $\{r, z\}$. Предполагается, что:

- по вертикали давление гидростатично;
- в зоне 1 имеет место гравитационное поверхностное растекание капли и подложки;
- зона 2 – зона интенсивного движения, здесь наблюдается течение подложки, обусловленное физико-химическим растеканием капли;
- в зоне 3 происходит пленочное течение (в приближении Буссинеска).

Проведен анализ размерностей, построены интегральные соотношения, необходимые для проведения приближенных численных расчетов.

Литература

1. *Сумм Б. Д., Горюнов Ю. В.* Физико-химические основы смачивания и растекания. М.: Химия, 1976. – 232 с.

ГИДРОДИНАМИКА ТЕЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОЛИТА ПРИ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ

Галяутдинова Л.Р.
Казанский государственный университет

Аппарат теории функций комплексного переменного используется в различных областях теоретических и практических исследований. В данной работе представлены результаты расчета методами теории аналитических функций анодной поверхности и гидродинамики течения электролита при размерной электрохимической обработке (ЭХО) металлов. Исследования выполнены при предположениях о двумерности и потенциальности электростатических и гидродинамических полей в межэлектродном зазоре. Расчет формообразования представлен в работе [1]. Там же указан алгоритм расчета анодной границы в случае, когда катод-инструмент имеет изоляцию на торце. Теоретический и практический интерес представляет вопрос нахождения гидродинамических параметров. Задача ЭХО катодом-инструментом с изоляцией на торце может быть описана тремя различными схемами. Первая из них может быть реализована на практике в случае экранирования рабочей поверхности диэлектрическим шламом. Вторая – при использовании диэлектрической сетки, установленной на торце катода-инструмента для фильтрации электролита, пропускаемого через катод. Третья – в случае специального нанесения изоляции на торец катода-инструмента.

В настоящей работе рассмотрены первые две схемы. Существенным является использование интегралов Кристоффеля-Шварца для конформных отображений полигональных областей.

В работе получено выражение функции $\zeta = 1/\overline{V}$:

$$\zeta(t) = \frac{2\,i}{\pi\,(\mu-3)}\left(2\sqrt{t} + \frac{3-\mu}{2}\,\ln\frac{\sqrt{t}-1}{\sqrt{t}+1} + \frac{(1-\mu)\sqrt{t}}{(1-t)}\right),$$

где μ – параметр задачи, t – переменная в верхней полуплоскости D_t, $\overline{V}$ – комплексно сопряженная скорость фиктивного потока. При всех рассмотренных случаях гидродинамической схемы течения электролита область D_{W_Γ} изменения комплексного потенциала течения W_Γ представляет собой полуполосу. С помощью соотношения $s = \sin(\pi(i\,W_\Gamma + 0.5))$ найдено соответствие точек s в верхней полуплоскости D_s и области D_{W_Γ}. С использованием полученных соотношений и связи $s = s(t)$ найдено выражение

$$dz = \zeta(t)\,\frac{dW}{dt}\,dt = \zeta(s)\,\frac{dW}{ds}\,\frac{ds}{dW_\Gamma}\,dW_\Gamma,$$

где W – комплексный потенциал электростатического поля. Проинтегрировав и разделив вещественную и мнимую части в этом выражении, получим параметрические уравнения для линий тока и эквипотенциалей течения электролита. Из уравнения Бернулли для идеальной несжимаемой жидкости следует, что изобары совпадают с линиями постоянных скоростей. Разработан алгоритм расчета линий тока, эквипотенциалей и изобар. Выполнены расчеты для различных гидродинамических схем и проведен их анализ.

Литература

1. *Галяутдинова Л.Р., Клоков В.В.* Электрохимическое формообразование при скруглении и заточке//Модели механики сплошной среды, вычислительные технологии и автоматизированное проектирование. Тр. межд. конф. – Казань, 1997. – Т. 2. – С. 93–96.

О НЕКОТОРЫХ ГРУППОВЫХ СВОЙСТВАХ УРАВНЕНИЙ ГИДРОДИНАМИКИ

Гудков В.А.

Самарский государственный университет

В работе найдены группы Ли и инвариантные решения для уравнений гидродинамики.

1^0. Рассматриваются уравнения двумерных нестационарных движений идеальной несжимаемой жидкости (см. [1]):

$$u_t + uu_x + vu_y + p_x = 0; \quad v_t + uv_x + vv_y + p_y = 0; \quad u_x + v_y = 0. \qquad (1)$$

Алгебра Ли операторов, допускаемая системой уравнений (1), имеет базис

$$\partial_t; \quad x\partial_x + y\partial_y + u\partial_u + v\partial_v + 2p\partial_p; \quad t\partial_t + x\partial_x + y\partial_y; \quad y\partial_x - x\partial_y + v\partial_u - u\partial_v;$$

$$f_1(t)\partial_x + \dot{f}_1(t)\partial_u + x\ddot{f}_1(t)\partial_p; \quad f_2(t)\partial_y + \dot{f}_2(t)\partial_v + y\ddot{f}_2(t)\partial_p; \quad g(t)\partial_p. \qquad (2)$$

Если в уравнениях (1) сделать замену

$$w(x,y,t) = u_y - v_x, \qquad (3)$$

то базис соответствующей алгебры Ли примет вид

$$\partial_t; \quad y\partial_x - x\partial_y + v\partial_u - u\partial_v; \quad t\partial_t - u\partial_u - v\partial_v - w\partial_w; \quad t\partial_t + x\partial_x + y\partial_y - w\partial_w;$$