

КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ УПРАВЛЕНИЯ, ЭКОНОМИКИ И ФИНАНСОВ
Кафедра экономико-математического моделирования

Э.А. ПОЛОВКИНА, Е.А. ГРИГОРЬЕВА

СТАТИСТИКА
РАЗДЕЛ «ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ»

Учебно-методическое пособие

Казань – 2016

УДК 311:33
ББК С6

*Принято на заседании кафедры экономико-математического
моделирования
Протокол № 3 от 09 ноября 2016 года*

Рецензенты:

кандидат экономических наук,
доцент кафедры экономико-математического моделирования КФУ
Е.И. Кадочникова

Половкина Э.А., Григорьева Е.А.

Статистика. Раздел «Теория статистики»: учебно-методическое пособие / Э.А. Половкина, Е.А. Григорьева. – Казань: Казан. ун-т, 2016. – 138 с.

Настоящее учебно-методическое пособие по дисциплине «Статистика» составлено по разделу «Теория статистики» в соответствии с Государственным образовательным стандартом, предусмотренным для экономических высших учебных заведений Российской Федерации. Пособие охватывает основной практический материал теории статистики и ориентирован на познание статистических методов исследования важнейших статистических показателей, используемых в учете, отчетности и анализе.

Цель данного пособия видится в оказании помощи студентам и всем интересующимся статистикой в исследовании актуальных социально-экономических проблем и практическом использовании при этом системы статистических показателей и методов анализа.

© Половкина Э.А., Григорьева Е.А., 2016
© Казанский университет, 2016

СОДЕРЖАНИЕ

Тема 1. Сводка и группировка материалов статистических данных	4
Тема 2. Абсолютные и относительные статистические показатели	21
Тема 3. Метод средних величин	32
Тема 4. Вариационный анализ	43
Тема 5. Выборочное наблюдение	57
Тема 6. Статистические методы изучения связей социально-экономических явлений	63
Тема 7. Статистическое изучение динамики	79
Тема 8. Индексный метод	99
Приложения	122
Список рекомендуемой литературы	138

ТЕМА 1. СВОДКА И ГРУППИРОВКА МАТЕРИАЛОВ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Задача № 1.

На основании данных о составе рабочих одного из цехов механического завода **составьте:** а) дискретный ряд распределения рабочих по тарифному разряду; б) группировку рабочих по специальностям, определив по каждой специальности удельный вес ее в общем итоге.

№№ п\п	Специальность	Тарифный разряд	№№ п\п	Специальность	Тарифный разряд
1	2	3	1	2	3
1	Слесарь	2	31	Токарь	2
2	Слесарь	2	32	Токарь	5
3	Слесарь	4	33	Слесарь	5
4	Токарь	3	34	Сверловщик	4
5	Фрезеровщик	5	35	Фрезеровщик	6
6	Токарь	2	36	Строгальщик	5
7	Токарь	5	37	Фрезеровщик	5
8	Шлифовальщик	6	38	Токарь	4
9	Токарь	6	39	Токарь	4
10	Сверловщик	3	40	Токарь	3
11	Слесарь	5	41	Слесарь	3
12	Токарь	5	42	Токарь	5
13	Фрезеровщик	6	43	Фрезеровщик	6
14	Фрезеровщик	6	44	Слесарь	4
15	Токарь	6	45	Сверловщик	3
16	Токарь	4	46	Шлифовальщик	5
17	Токарь	5	47	Строгальщик	6
18	Сверловщик	3	48	Токарь	6
19	Сверловщик	4	49	Токарь	6
20	Слесарь	6	50	Токарь	2
21	Шлифовальщик	5	51	Фрезеровщик	4
22	Строгальщик	4	52	Слесарь	4
23	Токарь	4	53	Токарь	3
24	Токарь	3	54	Сверловщик	3
25	Токарь	3	55	Токарь	2
26	Строгальщик	6	56	Токарь	2
27	Шлифовальщик	5	57	Шлифовальщик	4

1	2	3	1	2	3
28	Слесарь	5	58	Строгальщик	3
29	Строгальщик	4	59	Токарь	4
30	Токарь	2	60	Токарь	5

Задача № 2.

На основе нижеследующих данных **произведите** группировку сахарных заводов по стоимости основных фондов. Для этого **рассчитайте** число групп и величину равновеликого интервала.

№№ п/п	Стоимость основных фондов, тыс. руб.	Валовый выпуск в сопоставимых ценах, тыс. руб.	Средняя списочная численность рабочих, чел.	Среднесуточная переработка свеклы, тыс. ц.
1	2	3	4	5
1	500	535	420	12,2
2	693	688	550	13,2
3	690	705	570	13,7
4	1010	725	883	18,0
5	810	526	433	10,7
6	1112	1110	839	12,0
7	488	353	933	14,2
8	735	543	526	12,1
9	1007	768	693	20,8
10	788	823	684	11,0
11	703	408	1291	20,7
12	485	1047	553	18,5
13	435	610	496	17,4
14	343	531	367	12,4
15	806	740	706	21,3
16	611	708	555	18,4
17	979	634	623	22,1
18	385	152	371	10,7
19	1083	1143	977	45,3
20	670	410	738	16,9
21	663	1337	992	17,7
22	647	634	495	20,0
23	608	362	456	13,9
24	811	492	789	24,5
25	947	904	628	23,1
26	1186	536	653	18,2
27	469	627	456	9,0

1	2	3	4	5
28	849	1709	1023	27,3
29	756	1164	581	17,7
30	643	1263	552	19,7

Результаты группировки **изложите** в табличной форме. Каждую группу и совокупность заводов в целом **охарактеризуйте**:

- 1) количеством заводов;
- 2) валовым выпуском (тыс. руб.) всего и в среднем на один завод;
- 3) средней списочной численностью рабочих всего и в среднем на один завод;
- 4) выработкой продукции на одного рабочего;
- 5) среднесуточной переработкой свеклы всего и в среднем на один завод.

Для наглядного изображения структуры совокупности заводов по стоимости основных фондов **постройте** секторную диаграмму.

Задача № 3.

Имеются следующие данные по 20 предприятиям за год:

№№ п/п	Стоимость основных фондов, тыс. руб.	Валовый выпуск предприятия, тыс. руб.	Численность рабочих, чел.	Фонд оплаты труда, млн. руб.
1	2	3	4	5
1	570	330	149	11,576
2	300	410	147	8,010
3	1720	1940	476	30,713
4	1180	2800	1312	44,445
5	400	650	436	17,632
6	110	130	42	1,704
7	320	590	134	10,508
8	860	1170	417	17,204
9	2170	2120	1185	44,082
10	1940	2460	423	22,974
11	330	240	141	5,922
12	600	990	172	12,962
13	590	340	140	7,080

1	2	3	4	5
14	370	220	153	9,237
15	800	1090	467	17,905
16	760	1360	414	21,770
17	1310	1310	454	22,854
18	1570	2830	1195	43,000
19	1010	600	470	18,612
20	510	530	159	11,809

Произведите группировку предприятий по стоимости основных фондов. Для этого **рассчитайте** число групп и величину равновеликого интервала. По каждой группе и совокупности предприятий в целом **определите**: количество предприятий, валовый выпуск, численность рабочих и фонд оплаты труда всего и в среднем на одно предприятие. Результаты группировки **изложите** в табличной форме. Для характеристики структуры предприятий по стоимости основных фондов **постройте** секторную диаграмму.

Задача № 4.

На основании исходных данных задачи № 3 **выявите зависимость** заработка рабочего от производительности его труда (выработки продукции на одного рабочего). Для этого **рассчитайте** выработку рабочего по каждому предприятию (валовый выпуск: число рабочих), определите число групп и величину равновеликого интервала. По каждой группе и совокупности предприятий в целом **определите**: количество предприятий, численность рабочих, фонд оплаты труда и средний годовой заработок рабочего. Результаты группировки **изложите** в табличной форме и графически. **Сделайте выводы.**

Задача № 5.

По исходным данным задачи № 3 **произведите** группировку предприятий по двум признакам: стоимости основных фондов и численности рабочих (2 группы). Каждую группу и подгруппу, а также совокупность предприятий в целом **охарактеризуйте** следующими показателями: количеством предприятий, валовым выпуском, численностью рабочих, фондом оплаты труда, средней годовой выработкой одного рабочего и среднегодовым заработком одного рабочего. Результаты группировки **изложите** в табличной форме. **Сделайте выводы.**

Задача № 6.

На основании нижеследующих данных по районам области **произведите перегруппировку** районов по объему товарооборота способом долевой перегруппировки по величине прежнего интервала, образовав группы:

До 30; 30-40; 40-60; 60-100; 100 и более.

Группы районов по объему товарооборота, млн. руб.	Число районов	Объем товарооборота, млн. руб.	
		всего	В среднем на 1 район
А	1	2	3
10-50	16	522,448	32,653
50-90	6	386,016	64,336
90-130	5	541,430	108,286
130-170	1	137,445	137,445
170-210	2	386,784	193,392
Итого	30	1974,123	65,804

Задача № 7.

Население области за отчетный год распределяется по размеру среднедушевого дохода:

Среднедушевой доход в месяц, тыс. руб.	Население, тыс. чел.	Среднедушевой доход в месяц, тыс. руб.	Население, тыс. чел.
А	1	А	1
до 2,0	-	4,0-4,5	157,4
2,0-4,0	1,5	4,5-5,0	117,3
4,0-6,0	128,8	5,0-6,0	152,2
6,0-8,0	329,2	6,0-7,0	84,7
8,0-10,0	422,8	7,0-8,0	47,9
10,0-12,5	408,0	8,0-9,0	27,6
12,5-13,0	345,2	9,0-10,0	16,3
13,0-13,5	273,5	10,0 и более	26,8
13,5-14,0	209,3	Итого	2748,5

Выполните вторичную группировку исходных данных таким образом, чтобы величина интервала была равной 1,0 тыс. руб.

Решение типовых задач

Задача № 1.

Предположим имеются следующие данные по 30 заводам:

№№ п/п	Стоимость основных фондов, млн. руб.	Объем продукции, млн. руб.	Численность персонала, чел.
1	2	3	4
1	3,0	2,3	359
2	2,2	2,8	330
3	4,4	4,6	410
4	3,3	3,0	500
5	2,5	2,7	385
6	2,1	2,0	300
7	5,0	6,8	600
8	5,1	6,2	400
9	2,7	2,9	450
10	6,8	7,6	490
11	3,1	3,1	380
12	3,5	4,0	450
13	2,0	2,5	250
14	2,4	2,0	395
15	7,9	8,4	560
16	4,1	4,9	320
17	5,5	8,8	608
18	6,3	7,0	433

1	2	3	4
19	5,4	8,2	500
20	2,6	3,2	332
21	4,7	5,8	520
22	5,6	6,8	390
23	2,3	3,9	454
24	2,8	3,9	520
25	2,9	3,5	440
26	5,3	6,3	500
27	4,2	4,9	450
28	4,0	5,5	407
29	7,2	7,6	444
30	4,8	5,2	460

Необходимо произвести группировку заводов по стоимости основных фондов. Для этого надо **рассчитать** число групп и величину равновеликого интервала. Результаты группировки **изложить** в табличной форме. Каждую группу и совокупность заводов в целом **охарактеризовать**:

- 1) количеством заводов;
- 2) объемом продукции всего и в среднем на один завод;
- 3) численностью персонала всего и в среднем на один завод.

Для наглядного изображения структуры совокупности заводов по стоимости основных фондов **построить** секторную диаграмму, а для иллюстрации зависимости объема продукции от стоимости основных фондов **построить** линейный график зависимости.

Решение:

В основе искомой группировки будет факторный (независимый) признак – стоимость основных фондов (x) в млн. руб. Определяем количество групп:

$$n = 1 + 3,322 \lg 30 = 1 + 3,322 \cdot 1,477 = 5,9 \approx 6 \text{ групп.}$$

Определим величину равновеликого интервала группировки:

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{7,9 - 2,0}{6} = 0,98 \approx 1 \text{ млн.руб.}$$

Следовательно, в подлежащем макета таблицы будет группировка заводов по стоимости основных фондов, в 1 млн. руб.

Запишем группировку с прерывным интервалом:

2,0-2,9

3,0-3,9

4,0-4,9

5,0-5,9

6,0-6,9

7,0-7,9

Возможные варианты записи группировки с непрерывным интервалом:

2-3	до 3	2-3	до 3
3-4	3-4	3-4	3-4
4-5	4-5	4-5	4-5
5-6	5-6	5-6	5-6
6-7	6-7	6-7	6-7
7-8	7 и более	7 и более	7-8

Следует помнить, что в группировке с непрерывным интервалом верхняя граница интервала не входит в группу, а включается как нижний предел в следующую группу. После того как разработано подлежащее таблицы, надо определить сказуемое. Результативным (зависимым) признаком (у) будет объем продукции. Кроме того, надо подсчитать численность единиц совокупности (заводов) по каждой группе и в целом, получится общее число заводов – 30 (контрольная цифра). Кроме этого, в макет таблицы необходимо включить численность персонала. Следовательно, макет таблицы будет иметь следующий вид:

Группировка заводов по стоимости основных фондов

Группы заводов по стоимости основных фондов, млн. руб.	Количество заводов	Объем продукции, млн. руб.		Численность персонала, чел.	
		всего	в среднем на один завод	всего	в среднем на один завод
А	1	2	3	4	5
2-3					
3-4					
4-5					
5-6					
6-7					
7 и более					
Итого					

Составляем разработочную таблицу:

№№ завода	Стоимость основных фондов, млн. руб.	Объем продукции, млн. руб.	Численность персонала, чел.
-----------	--------------------------------------	----------------------------	-----------------------------

I группа 2-3

2	2,2	2,8	330
5	2,5	2,7	385
6	2,1	2,0	300
9	2,7	2,9	450
13	2,0	2,5	250
14	2,4	2,0	395
20	2,6	3,2	332
23	2,3	3,9	454
24	2,8	3,9	520
25	2,9	3,5	440
Итого	24,6	29,4	3856

II группа 3-4

1	3,0	2,3	359
4	3,3	3,0	500
11	3,1	3,1	380
12	3,5	4,0	450
Итого	12,9	12,4	1689

III группа 4-5

	4,4	4,6	410
16	4,1	4,9	320
21	4,7	5,8	520
27	4,2	4,9	450
28	4,0	5,5	407
30	4,8	5,2	460
Итого	22,2	30,9	2567

IV группа 5-6

7	5,0	6,8	600
8	5,1	6,2	400
17	5,5	8,8	608
19	5,4	8,2	500
22	5,6	6,8	390
26	5,3	6,3	500
Итого	31,9	43,1	2998

V группа 6-7

10	6,8	7,6	490
18	6,3	7,0	433
Итого	13,1	14,6	923

VI группа 7 и более

15	7,9	8,4	560
29	7,2	7,6	444
Итого	15,1	16,0	1004
Всего	1198	146,4	13037

На основании итоговых строк разработочной таблицы заполняем макет таблицы.

Группировка заводов по стоимости основных фондов

Группы заводов по стоимости основных фондов, млн. руб.	Количество заводов	Объем продукции, млн. руб.		Численность персонала, чел.	
		всего	в среднем на 1 завод	всего	в среднем на 1 завод
А	1	2	3	4	5
2-3	10	29,4	2,9	3856	386
3-4	4	12,4	3,1	1689	422
4-5	6	30,9	5,1	2567	428
5-6	6	43,1	7,2	2998	450
6-7	2	14,6	7,3	923	461
7 и более	2	16,0	8,0	1004	502
Итого	30	146,4	4,9	13037	435

Как видно из таблицы, с увеличением стоимости основных фондов объем продукции возрастает. Средний объем продукции одного завода составил 4,9 млн. руб. Численность персонала с увеличением стоимости основных фондов также увеличивается и составляет в среднем 435 человек.

Для наглядной характеристики структуры заводов по стоимости основных фондов строим секторную диаграмму. Для этого рассчитаем центральный угол для каждого сектора. Так как вся совокупность 30 заводов – это 360° , то на один завод приходится: $\frac{360^\circ}{30} = 12^\circ$. Отсюда, соответственно, центральные углы будут равны: 1) $12^\circ \cdot 10 = 120^\circ$; 2) $12^\circ \cdot 4 = 48^\circ$; 3) $12^\circ \cdot 6 = 72^\circ$; 4) $12^\circ \cdot 6 = 72^\circ$; 5) $12^\circ \cdot 2 = 24^\circ$; 6) $12^\circ \cdot 2 = 24^\circ$.

Чертим круг произвольного радиуса и отмечаем на нем рассчитанные центральные углы. Поле графика может быть квадратным, так как круг всего один, а обозначения секторов цветом или штриховкой размещены справа или снизу от круга.

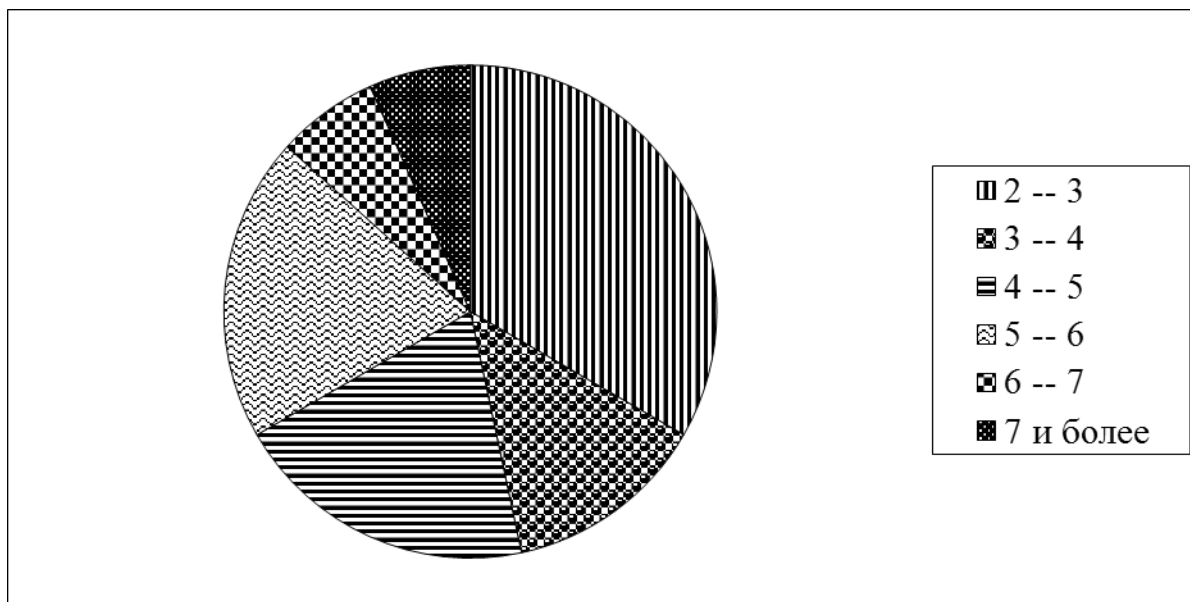


Рисунок 1. Структура заводов по стоимости основных фондов, млн. руб.

Для наглядного изображения зависимости объема продукции (y) от стоимости основных фондов (x), на основании сгруппированных данных строим график зависимости, где на оси « x » стоимость основных фондов в млн. руб., а на оси « y » – объем продукции в среднем на один завод в млн. руб. Значения основных фондов в каждой группе равны середине интервала. Поле графика в зависимости может быть квадратным или находиться в пределах 1:1,5.

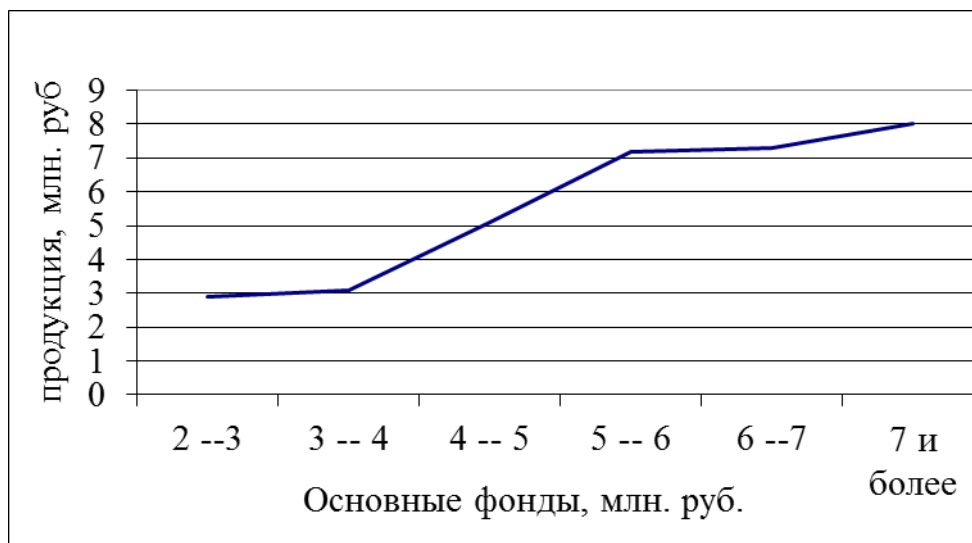


Рисунок 2. Зависимость объема продукции от стоимости основных фондов

Задача № 2.

Произведем группировку этих же 30 предприятий по двум признакам: по стоимости основных фондов и численности персонала. Так как группировка по первому признаку (основные фонды) уже составлена, определяем интервал группировки по второму признаку (численности) при условии, что количество групп будет равным двум (определяется исходя из минимального количества заводов в группировке по первому признаку равно 2), следовательно:

$$n = 1 + 3,322 \lg 2 = 1 + 3,322 \cdot 0,301 = 2$$

$$i = \frac{608 - 250}{2} = \frac{358}{2} = 179 \text{ чел.}$$

Обозначим границы подгрупп:

I подгруппа 250-429; II подгруппа 429 и более.

Для получения группировки по двум признакам каждую рабочую таблицу группировки по первому признаку разбиваем на подгруппы по второму признаку.

Из рабочей таблицы I группы:

I подгруппа 250-429

II подгруппа 429 и более

№№ пред.	Численность ППП, чел.	Объем ТП	№ пред.	Численность ППП, чел.	Объем ТП
A	1	2	A	1	2
2	330	2,8	9	450	2,9
5	385	2,7	23	454	3,9
6	300	2,0	24	520	3,9
13	250	2,5	25	440	3,5
14	395	2,0	Итого	1864	14,2
20	332	3,2			
Итого	1992	15,2			

Из рабочей таблицы II группы:

I подгруппа 250-429

II подгруппа 429 и более

№№ пред.	Численность ППП, чел.	Объем ТП	№ пред.	Численность ППП, чел.	Объем ТП
1	359	2,3	4	500	3,0
11	380	3,1	12	450	4,0
Итого	739	5,4	Итого	950	7,0

Из рабочей таблицы III группы:

I подгруппа 250-429

II подгруппа 429 и более

№№ пред.	Численность ППП, чел.	Объем ТП	№ пред.	Численность ППП, чел.	Объем ТП
3	410	4,6	21	520	5,8
16	320	4,9	27	450	4,9
28	407	5,5	30	460	5,2
Итого	1137	15,0	Итого	1430	15,9

Из рабочей таблицы IV группы:

I подгруппа 250-429

II подгруппа 429 и более

№№ пред.	Численность ППП, чел.	Объем ТП	№ пред.	Численность ППП, чел.	Объем ТП
8	400	6,2	7	600	6,8
22	390	6,8	17	608	8,8
Итого	790	13,0	19	500	8,2
			26	500	6,3
			Итого	2208	30,1

Из рабочей таблицы V группы:

В I подгруппу не попало ни одно предприятие.

II подгруппа 429 и более

№№ пред.	Численность ППП, чел	Объем ТП
10	490	7,6
18	433	7,0
Итого	923	14,6

Из рабочей таблицы VI группы:

В I подгруппу также не попало ни одно предприятие.

II подгруппа 429 и более

№№ пред.	ППП, чел	Объем ТП
15	560	8,4
29	444	7,6
Итого	1004	16,0

Результаты группировки оформляем аналитической таблицей.

Группировка заводов по стоимости основных фондов
и численности персонала

Группы предприятий по стоимости основных фондов, млн. руб.	Группы предприятий по численности персонала, чел.	Количество предприятий	Объем продукции млн. руб.	
			всего	в среднем на 1 предприятии
А	Б	1	2	3
2-3	250-429	6	15,2	2,5
	429 и более	4	14,2	3,5
Итого		10	29,4	2,9
3-4	250-429	2	5,4	2,7
	429 и более	2	7,0	3,5
Итого		4	12,4	3,1
4-5	250-429	3	15,0	5,0
	429 и более	3	15,9	5,3
Итого		6	30,9	5,1
5-6	250-429	2	13,0	6,5
	429 и более	4	30,1	7,5
Итого		6	43,1	7,2
6-7	250-429	-	-	-
	429 и более	2	14,6	7,3
Итого		2	14,6	7,3
7 и более	250-429	-	-	-
	429 и более	2	16,0	8,0
Итого		2	16,0	8,0
Всего		30	146,4	4,9

Следовательно, с увеличением основных фондов объем продукции увеличивается, а с увеличением численности персонала он также увеличивается.

Задача № 3.

Имеется группировка магазинов по величине товарооборота на 10 кв.м. торговой площади магазина:

№№ п/п	Группы магазинов по величине товарооборота на 10 кв. м. торговой площади, тыс. руб.	Количество магазинов
1	2	3
1	до 10	812
2	10-40	3037
3	40-100	10597
4	100-180	13355
5	180-300	8048
6	300-400	1205
7	400 и более	469
	Итого	37523

Необходимо произвести перегруппировку данных выделив группы: до 50, 50-100, 100-200, 200-400, 400 и более.

Решение:

Чтобы образовать группу (до 50), нужно использовать способ по величине прежнего интервала, т.е. долевой перегруппировки. Интервалы первых двух групп прежней группировки суммировать, а от интервала третьей группы взять 10. Длина интервала этой группы составляет 60.

Следовательно, берем от нее $\frac{1}{6}$ часть ($\frac{10}{60}$). Также поступаем и с количеством магазинов: суммируем количество в первых двух группах, а из количества магазинов в третьей группе надо взять во вновь образуемую группу $\frac{1}{6}$ часть, т.е. $10597 \cdot \frac{1}{6} = 1766$. Тогда в первой группе будет магазинов: $812 + 3037 + 1766 = 5615$ и т.д.

Представим решение в табличной форме:

№№ п/п	Группы магазинов по величине товарооборота на 10 кв. м. торговой площади, тыс. руб.	Расчет интервала	Расчет количества магазинов
1	2	3	4
1	до 50	$10 + 30 + \frac{1}{6} \cdot 60 = 50$	$812 + 3037 + \frac{1}{6} \cdot 10597 = 5615$
2	50-100	$\frac{5}{6} \cdot 60 = 50$	$\frac{5}{6} \cdot 10597 = 8831$
3	100-200	$80 + \frac{20}{120} \cdot 120 = 100$	$13355 + \frac{20}{120} \cdot 8048 = 14696$
4	200-400	$\frac{100}{120} \cdot 120 + 100 = 200$	$\frac{100}{120} \cdot 8048 + 1205 = 7912$
5	400 и более	без изменения	469
	Итого		37523

Записываем группировку в окончательном виде:

№№ п/п	Группы магазинов по величине товарооборота на 10 кв. м. торговой площади, тыс. руб.	Количество магазинов
1	2	3
1	до 50	5615
2	50-100	8831
3	100-200	14696
4	200-400	7912
5	400 и более	469
	Итого	37523

ТЕМА 2. АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ

Задача № 8.

Выплавка чугуна металлургическим заводом характеризуется следующими данными:

Вид чугуна	Объем выплавки, тыс. т.		Коэффициент пересчета в передельный чугун
	по плану	фактически	
А	1	2	3
Передельный	280	300	1,00
Литейный	100	110	1,15
Зеркальный	75	76	1,50

Определите выполнение плана по выплавке чугуна в натуральном и условно-натуральном измерении. Сделайте выводы.

Задача № 9.

На основании приведенных в таблице данных **вычислите** относительные величины: планового задания, выполнения плана, динамики по каждому магазину и в целом по группе магазинов:

№ магазина	Розничный товароборот, тыс. руб.		
	базисный период	отчетный период	
		по плану	фактически
1	2	3	4
1	420	440	470
2	1020	1070	1090
3	990	1020	1060

Покажите взаимосвязь полученных показателей в целом по группе магазинов.

Задача № 10.

По нижеприведенным данным **определите** число родившихся на 1000 человек населения, число умерших на 1000 человек населения, **сопоставьте** эти показатели по Татарстану и России в целом между собой и в динамике. К каким видам относительных величин относятся все рассчитанные показатели?

Показатели	Район 1		Район 2	
	2013 г.	2015 г.	2013 г.	2015 г.
А	1	2	3	4
Средняя численность населения, тыс. чел.	1453	1425	3780	3761
Родившихся, тыс. чел.	14,239	14,762	38,2	37,3
Умерших, тыс. чел.	23,684	21,657	51,7	49,2

Задача № 11.

На основании следующих условных данных **дайте характеристику** структуры посевных площадей в динамике, рассчитав относительные величины структуры и динамики и проиллюстрировав их на графике.

Посевные площади сельскохозяйственных культур, тыс. гектаров.

Показатели	Базисный год	Отчетный год
А	1	2
Вся посевная площадь, в том числе:	2991,4	2984,9
зерновые культуры	1543,6	1635,7
технические культуры	110,7	83,6
картофель и овоще-бахчевые культуры	116,7	122,4
кормовые культуры	1220,4	1143,2

Задача № 12.

Территория и численность населения некоторых стран мира в 1995 и в 2015 годах характеризуется следующими данными:

Страны	Территория, тыс. кв. км.		Численность населения, млн. чел.	
	1995 год	2015 год	1995 год	2015 год
А	1	2	3	4
Россия	17075,4	17075,4	145,2	146,5
США	9666,9	9625,1	263,4	323,9
Канада	9970,6	9976,1	28,5	36,5
Китай	9571,3	9597,0	1190,4	1373,5
Индия	3165,6	3287,6	931,0	1293,1
Япония	377,7	377,8	125,9	127,1
Великобритания	244,1	244,1	58,1	65,1

Определите относительные величины интенсивности, характеризующие плотность населения в странах и относительные показатели динамики исходных и расчетных показателей (территории, численности и плотности населения).

Задача № 13.

Имеются следующие данные по здравоохранению Республики Татарстан на конец года.

Показатели	1995 год	2015 год
А	1	2
Численность населения, тыс. чел.	3764,5	3868,5
Численность врачей всех специальностей, тыс. чел	15,7	31,2

Определите сколько врачей приходится на 10000 чел. населения в каждом году. К какому виду относительных величин относятся исчисленные показатели? Сопоставьте исчисленные показатели в динамике и сделайте выводы.

Задача № 14.

Имеются следующие данные по Республике Татарстан на начало года, тыс. чел.

Показатели	2006 год	2015 год
А	1	2
Все население, том числе:	3761,5	3868,5
городское	2803,9	2862,7
сельское	957,6	1005,8

Определите:

1. Удельный вес городского и сельского населения в населении Республики.
2. Сколько человек городского населения приходится на 100 человек сельского населения?
3. К какому виду относительных величин относятся исчисленные показатели?

Задача № 15.

Имеются данные о населении и валовом внутреннем продукте некоторых стран мира за 2015 год:

Страны	Население, млн. чел.	ВВП, млрд. долл.
А	1	2
Россия	146,5	1176
США	323,9	18125
Канада	36,5	1616
Китай	1373,5	11212
Индия	1293,1	2308
Япония	127,1	4210
Великобритания	65,1	2853

Определите относительные величины уровня экономического развития стран и относительные величины сравнения (к уровню России).

Сделайте выводы.

Задача № 16.

Имеются следующие данные о потреблении некоторых видов продуктов населением РФ:

Показатели	2012	2013	2014	2015
А	1	2	3	4
Потребление в тыс. тонн:				
Мясо и мясопродукты	10589	10750	10640	10700
Сахар-песок	5724	5732	5748	5713
Хлеб и х/б изделия	17029	16909	16957	17287
Среднегодовая численность населения, млн. чел.	143,1	143,3	143,7	146,5

Определите потребление продукции на душу населения в РФ по годам. К какому виду относительных величин относятся исчисленные показатели? По результатам расчетов сделайте выводы.

Задача № 17.

По нижеприведенным показателям **определите** недостающие данные:

Вид продукции	План, тыс. руб.	Фактически, тыс. руб.	% выполнения плана
А	1	2	3
Пальто женские зимние	6,5	7,3	?
Пальто женские демисезонные	?	5,5	106
Плащи женские	10,5	?	110
Итого	?	?	?

Задача № 18.

План 2015 года по производству продукции на предприятии был выполнен на 107,3 %. Фактический рост выпуска продукции в 2015 году составил 109,8 %. **Каково было** плановое задание по производству продукции на предприятии?

Задача № 19.

Средняя урожайность зерновых в Российской Федерации составила 24 ц/га, а в Республике Татарстан – 26 ц/га. **Сравните** урожайность зерновых в Российской Федерации с урожайностью в Республике Татарстан.

Задача № 20.

Среднегодовая численность населения области составляла 2540,7 тыс. чел. Из них было занято в экономике 926,2 тыс. чел. Безработные составили 25,4 тыс. чел. Среди безработных лица с высшим образованием 3,0 тыс. чел, молодежь в возрасте 16-29 лет 7,8 тыс. чел., женщины – 18,4 тыс. чел. **Определите** удельный вес занятых и удельный вес безработных в численности всего населения, долю женщин, долю молодежи и долю людей с высшим образованием в числе безработных.

Задача № 21.

По данным управления социальной защиты населения администрации области на учете в органах социальной защиты населения состояло 663,3 тыс. пенсионеров, из них 528,1 тыс. чел. – пенсионеры по старости. Средний размер назначенной месячной пенсии с учетом компенсационных выплат составил 923 руб., в том числе по старости 937 руб.

Для характеристики пенсионного обеспечения в области **рассчитайте** удельный вес пенсионеров по старости в числе всех пенсионеров, во сколько раз пенсия по старости больше среднего размера назначенной пенсии. К какому виду относительных величин относятся исчисленные показатели?

Задача № 22.

В трех партиях продукции, представленных на контроль качества, было обнаружено:

а) первая партия – 1000 изделий, из них – 920 качественных , 80 бракованных;

б) вторая партия – 800 изделий, из них – 730 качественных и 70 бракованных;

в) третья партия – 900 изделий, из них – 840 качественных и 60 бракованных.

Для характеристики качества продукции **рассчитайте** удельный вес качественной и бракованной продукции в каждой партии, сколько бракованных изделий приходится на 1000 качественных в каждой партии и в целом в трех партиях. **Сравните** исчисленные показатели и **сделайте выводы**.

Решение типовых задач

Задача № 1.

Имеются данные о производстве мыла за отчетный и базисный периоды:

Вид	Количество, тонн		% содержания жирных кислот
	базисный период	отчетный период	
А	1	2	3
Мыло «1»	60	63	40
Мыло «2»	65	65	60
Мыло «3»	72	95	80

Определите динамику производства мыла в натуральном измерении, в условно-натуральном измерении (40 %-го мыла).

Решение:

Динамика производства мыла в натуральном выражении равна 1,077

или $\frac{63 + 65 + 95}{60 + 65 + 82} = \frac{223}{207} = 1,077$ или 107,7 % .

Для определения объема продукции в условно-натуральном измерении находим коэффициента пересчета мыла в 40%-е:

$$\text{мыло } 40 \% - \text{коэффициент} = 1,0$$

$$\text{мыло } 60 \% - \text{коэффициент} = \frac{60}{40} = 1,2$$

$$\text{мыло } 80 \% - \text{коэффициент} = \frac{80}{40} = 2,0$$

Тогда динамика производства мыла в условно-натуральном измерении равна $\frac{63 \cdot 1,0 + 65 \cdot 1,5 + 95 \cdot 2,0}{60 \cdot 1,0 + 65 \cdot 1,5 + 82 \cdot 2,0} = \frac{63 + 97,5 + 190}{60 + 97,5 + 164} = \frac{350,5}{321,5} = 1,090$ или 109,0 %.

Задача № 2.

По плану на 2014 год рост производства продукции по предприятию должен был составить 104,3 %. Фактический рост выпуска продукции в 2014 году составил 104,8 %. ***Как был выполнен план*** производства продукции на предприятии?

Решение:

Исходя из взаимосвязи относительных величин планового задания, выполнения плана и динамики, искомая относительная величина выполнения плана будет равна частному от деления относительной величины динамики на относительную величину планового задания:

$$\frac{1,048}{1,043} = 1,004 \text{ или } 100,4 \%$$

Задача № 3.

Определите относительные величины структуры по данным о количестве проданных квартир в стране.

Показатели	Количество квартир, тысяч	В % к итогу (относительные величины структуры)
А	1	2
Всего продано квартир, в том числе:	211,0	100,0
государственного	184,3	$\frac{184,3}{211,0} \cdot 100 = 87,3$
общественного	26,7	$\frac{26,7}{211,0} \cdot 100 = 12,7$

Задача № 4.

На начало 2014-2015 учебного года численность студентов высших учебных заведений Республики Татарстан составляла 170,8 тыс. чел., а численность всего населения 3777,7 тыс. чел. **Определите** относительную величину интенсивности (количество студентов на 1000 человек населения, ‰).

Решение:

$$\frac{170,8}{3777,7} \cdot 1000 = 45,2 \text{ ‰} \quad (45 \text{ человек на } 1000 \text{ человек населения}).$$

Задача № 5.

Имеются следующие условные данные о пассажирообороте отдельных видов транспорта общего пользования за год, пассажиро-километров.

Вид транспорта	Пассажирооборот
А	1
Автобусный	6650,9
Троллейбусный	416,1
Трамвайный	1061,2

А	1
Железнодорожный	3200,0
Воздушный	739,1
Внутренний водный	69,1

Определите, сколько пассажиро-километров каждого вида транспорта приходится на 1000 пассажиро-километров железнодорожного транспорта. К какому виду относительных величин **относятся** исчисленные показатели?

Решение:

Вид транспорта	Пассажирооборот (пассажиро - километры на 1000 пассажиро - километров железнодорожного транспорта), ‰.
А	1
Автобусный	$\frac{6650,9}{3200} \cdot 1000 = 2078,4$
Троллейбусный	$\frac{416,1}{3200} \cdot 1000 = 130,0$
Трамвайный	$\frac{1061,2}{3200} \cdot 1000 = 331,6$
Воздушный	$\frac{739,1}{3200} \cdot 1000 = 231,0$
Внутренний водный	$\frac{69,1}{3200} \cdot 1000 = 21,6$

Рассчитанные показатели в промилле (‰) являются относительными величинами координации, так как характеризуют соотношение частей целого между собой.

Задача № 6.

Средняя урожайность картофеля в Российской Федерации 106 ц/га, а в Республике Татарстан-122 ц/га. **Сравните** урожайность картофеля в Российской Федерации с урожайностью в Республике Татарстан.

Решение:

Относительная величина сравнения $\frac{106}{122} \cdot 100 \% = 86,9 \%$

ТЕМА 3. МЕТОД СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН

Задача № 23.

Квалификация одной из бригад предприятия характеризуется следующими данными:

Порядковый номер рабочих	1	2	3	4	5	6	7
Разряд тарифной сетки	5	4	2	6	3	5	4

Определите средний тарифный разряд рабочих бригады.

Задача № 24.

Рассчитайте среднюю купюрность денег, выпущенных в обращение:

Достоинство									
купюр, руб.	1	2	5	10	50	100	500	1000	5000
Выпущено в									
обращение, млн. штук	540	500	710	620	600	500	300	100	5

Задача № 25.

В районе в результате проверки двух партий бананов перед отправкой их потребителям установлено, что в первой партии весом 6248 кг высшего сорта было 46,2 %, во второй партии из 7647 кг – 68,3 % высшего сорта.

Определите процент бананов высшего сорта в среднем по двум партиям вместе по району.

Задача № 26.

Имеются следующие данные о распределении фермерских хозяйств по размеру земельных угодий:

Земельные угодья, га	Число хозяйств, ед.
A	1
До 3	3
4-5	5
6-10	43
11-20	84
21-50	183
51-70	66
71-100	75
Свыше 100	13

Определите средний размер земельных угодий.

Задача № 27.

Определите среднюю дневную выработку одного рабочего на основании следующих сгруппированных данных:

Дневная выработка (м)	Количество рабочих
A	1
50-60	25
60-80	70
80 и более	5
Итого:	100

Задача № 28.

На основании следующих данных **определите** средний процент бракованной продукции в трех партиях продукции в целом:

Номер партии продукции	Процент бракованной продукции	Удельный вес партии во всей продукции, %
A	1	2
Первая	8,0	37,0
Вторая	9,6	29,6
Третья	6,7	33,4

Задача № 29.

Имеются следующие данные по населению города:

Группы населения по возрасту, лет	Численность населения, тыс. чел.	Возрастная структура, %		
		Всего населения	мужчин	женщин
А	1	2	3	4
до 15	66,07	17,9	18,8	17,0
15 – 45	162,77	44,1	45,9	42,3
45 – 65	84,98	23,0	23,2	22,8
свыше 65	55,52	15,0	12,1	17,9
Итого	369,34	100,0	100,0	100,0

Определите средний возраст населения города, а также средний возраст мужчин и женщин.

Задача № 30.

По нижеследующим данным за два периода по группе сельскохозяйственных предприятий **определите** среднюю урожайность свеклы в каждом периоде

Сельхоз. предприятие	базисный период		отчетный период	
	урожайность, ц/га	посевная площадь, га	урожайность, ц/га	валовый сбор, тонн
А	1	2	3	4
1	103	157	153	2311
2	211	173	245	4234
3	270	50	212	1093
4	335	80	173	1043
5	180	90	235	2325

Задача № 31.

Имеются следующие данные по четырем заводам, выпускающим одноименную продукцию за отчетный период:

№ завода п/п	Выработано одноименной продукции, тыс. тонн	Себестоимо сть 1 тонны, руб.	Месячный фонд заработной платы, тыс. руб.	Средняя месячная заработная плата, руб.
A	1	2	3	4
1	300	840	1089	6563
2	394	880	1174	7560
3	467	760	1976	9680
4	326	800	1934	10637

Определите в целом по всем заводам: а) среднюю себестоимость 1 тонны продукции; б) среднюю заработную плату работающих.

Задача № 32.

Выпуск продукции двумя цехами завода за базисный и отчетный периоды характеризуется следующими данными:

Номер цеха	Базисный период		Отчетный период	
	удельный вес продукции 1 сорта, %	стоимость продукции 1 сорта, тыс. руб.	удельный вес продукции 1 сорта, %	стоимость всей произведенной продукции, тыс. руб.
A	1	2	3	4
1	90	2250	85	2650
2	74	1700	80	2200

Определите средний удельный вес продукции 1 сорта по двум цехам вместе в базисном и отчетном периодах.

Задача № 33.

По двум промышленным предприятиям одного объединения имеются следующие данные: первое предприятие выпустило продукции на сумму 8000 тыс. руб. и выполнило план на 95 %. Второе предприятие произвело

продукции на 9000 тыс. руб. и выполнило план на 102 %. Определите средний процент выполнения плана по двум предприятиям объединения вместе.

Задача № 34.

По нижеприведенной группировке магазинов по размеру товарооборота **определите** моду и медиану.

Товарооборот,

тыс. руб.	до 50	50-100	100-150	150-200	200-250	Всего
Число магазинов	10	13	11	9	7	50

Задача № 35.

Известно следующее распределение вкладчиков отделения Сбербанка по размеру вкладов:

Вклады, тыс. руб.	Число вкладчиков, тыс. чел.
А	1
До 50	168,0
50-100	29,0
100-500	13,0
500-1000	3,0
1000-5000	1,0
5000 и более	0,1
Итого	214,1

Определите средний, модальный и медианный размер вклада.

Задача № 36.

Имеются данные о структуре банковской системы по субъектам одного федерального округа:

Субъект федерального округа	Количество кредитных организаций	Количество филиалов региональных кредитных организаций	Количество филиалов кредитных организаций из других регионов
A	1	2	3
1	4	0	27
2	8	11	20
3	12	6	26
4	2	2	40
5	4	2	26
6	1	2	22
7	6	11	29
8	2	2	17
9	4	0	13
10	43	31	86

Требуется:

1. По каждому показателю таблицы **определить** моду и медиану.
2. **Сделать выводы.**

Решение типовых задач

Задача № 1.

В двух бригадах выработка одноименной продукции за смену характеризуется следующими данными:

Бригада 1		Бригада 2	
Выработка продукции на 1 раб., шт.	Число рабочих	Выработка продукции на 1 раб., шт.	Число рабочих
1	2	3	4
20	25	22	15
25	25	26	21
30	25	30	35
40	25	40	14

Определите в какой бригаде и на сколько выше средняя выработка продукции на одного рабочего. Какой вид средней **использован** для расчета выработки в каждом случае?

Решение:

Для определения средней выработки по первой бригаде используется формула средней арифметической простой $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$, где x – выработка в каждой группе рабочих, а n – число групп $\bar{x} = \frac{20 + 25 + 30 + 40}{4} = 29$ (шт.), т.к. каждый вариант выработки встречается равное (по 25) число раз.

Для определения средней выработки по второй бригаде используется формула средней арифметической взвешенной $\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$,

где x – выработка в каждой группе рабочих, а f – число рабочих в каждой группе.

$$\bar{x} = \frac{22 \cdot 15 + 26 \cdot 21 + 30 \cdot 35 + 40 \cdot 14}{15 + 21 + 35 + 14} = \frac{330 + 546 + 1050 + 560}{85} = \frac{2486}{85} = 29 \text{ (шт.)},$$

т.к. каждый вариант выработками встречается разное число раз.

Следовательно, средняя выработка в бригадах одинаковая.

Задача № 2.

Требуется **вычислить** среднюю цену продукта «А» в отчетном и базисном периодах на основании данных по двум рынкам города:

Рынки	Базисный период		Отчетный период	
	цена за 1 кг, руб.	Продано, кг	цена за 1 кг, руб.	выручка, тыс. руб.
	(x)	(f)	(x)	(M)
А	1	2	3	4
А	65	600	66	35.56
Б	55	250	53	14.88
Итого	X	850	X	50.44

Решение:

В базисном периоде среднюю цену продукта определяем по средней арифметической взвешенной, т.к. средняя цена: $\bar{x} = \frac{\text{Выручка, руб.}}{\text{продано, кг.}}$, где знаменатель дроби известен (вес проданного продукта), а числитель (выручку) определяем путем умножения цены 1 кг продукта на количество в кг.

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{65 \cdot 600 + 55 \cdot 250}{850} = \frac{39000 + 13750}{850} = 62,06 \text{ руб.}$$

Среднюю цену в отчетном периоде следует вычислять по средней гармонической взвешенной, т.к. числитель дроби известен (выручка), а знаменатель дроби (продано, кг.) можно определить путем деления суммы выручки по каждому рынку на цену 1 кг.

$$\bar{x} = \frac{\sum M}{\sum \frac{M}{x}} = \frac{35560 + 14880}{\frac{35560}{66} + \frac{14880}{53}} = \frac{50440}{539 + 281} = \frac{50440}{820} = 61,51 \text{ руб.}$$

Задача № 3.

Имеются данные о выполнении плана на двух предприятиях за два периода:

№№ пред-приятия	Базисный период		Отчетный период	
	Выполнение плана, %	Фактический выпуск продукции тыс. руб.	Выполнение плана, %	Плановый объем продукции тыс. руб.
1	2	3	4	5
1	103	5000	102	4800
2	98	4500	100	5000
Итого	X	9500	X	9800

Необходимо **определить** средний процент выполнения плана на двух предприятиях в базисном и отчетном периодах.

Решение:

Так как процент выполнения плана – это отношение: $\frac{\text{фактический выпуск}}{\text{плановый объем}}$ в базисном периоде средний процент выполнения плана определяем по средней гармонической взвешенной, т.к. числитель дроби известен (фактический выпуск), а знаменатель дроби (плановый объем) находим как частное от деления фактического выпуска на коэффициент выполнения плана.

$$\bar{x} = \frac{\sum M}{\sum \frac{M}{x}} = \frac{5000 + 4500}{\frac{5000}{1,03} + \frac{4500}{0,98}} \cdot 100 = \frac{9500}{4854 + 4592} \cdot 100 = \frac{9500}{9446} \cdot 100 = 100,6 \%$$

В отчетном периоде средний процент выполнения плана определяем по средней арифметической взвешенной, т.к. знаменатель дроби известен (плановый объем), а числитель дроби можно определить как произведение коэффициента выполнения плана по каждому заводу на плановый объем продукции.

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{1,02 \cdot 4800 + 1,00 \cdot 5000}{9800} \cdot 100 = \frac{9896}{9800} \cdot 100 = 101,0 \%$$

Задача № 4.

Рабочие завода распределены по возрасту следующим образом:

Группы рабочих по возрасту, лет (x)	Число рабочих (f)	Сумма накопленных частот (S)
A	1	2
до 20	160	160
20-30	255	415
30-50	115	530
50 и более	20	550

Определите моду и медиану.

Решение:

Модальным будет интервал 20-30, так как встречается чаще (255 рабочих). Отсюда:

$$M_o = x_0 + i_{MO} \cdot \left(\frac{f_{MO} - f_{MO-1}}{f_{MO} - f_{MO-1} + f_{MO} - f_{MO+1}} \right) = \\ = 20 + 10 \cdot \frac{255 - 160}{255 - 160 + 255 - 115} = 20 + 10 \cdot \frac{95}{235} = 24 \text{ года}$$

Медианным будет интервал 20-30, так как половина рабочих $\left(\frac{550}{2} = 225 \right)$ находится в этой группе ($S = 415$).

$$Me = x_0 + i_{me} \cdot \frac{\sum \frac{f}{2} - S_{me-1}}{f_{me}} = 20 + 10 \cdot \frac{275 - 160}{255} = 20 + 10 \cdot \frac{115}{255} = 24,5 \text{ лет}$$

Задача № 5.

На основании нижеследующих данных **определите** средний размер основных фондов на один завод (упрощенным способом):

Группы заводов по размеру основных фондов, млн. руб.	Число заводов (f)	Середина интервала (x)	$x - A$ $A = 9$	$\frac{x - A}{i}$ $i = 2$	$\left(\frac{x - A}{i} \right) f$
А	1	2	3	4	5
4-6	2	5	-4	-2	-4
6-8	3	7	-2	-1	-3
8-10	5	9	0	0	0
10-12	6	11	2	1	6
12-14	4	13	4	2	8
Итого	20	X	X	X	7

Решение:

Так как интервал группировки равный, для расчета используем упрощенный метод моментов: $\bar{x} = m_1 \cdot i + A$, где m_1 момент первой

степени $m_1 = \frac{\sum \left(\frac{x-A}{i} \right) f}{\sum f} = \frac{7}{20} = 0,35$, тогда средний размер основных фондов

$$\bar{x} = 0,35 \cdot 2 + 9 = 9,7 \text{ (млн. руб.)}$$

ТЕМА 4. ВАРИАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

Задача № 37.

Население области за отчетный год по размеру среднедушевого дохода распределилось следующим образом:

Среднедушевой доход в месяц, тыс. руб.	Население, тыс. чел.
А	1
до 5,0	130,3
5,0 - 7,5	1160,0
7,5 - 10,5	985,4
10,5 - 17,0	354,2
17,0 - 20,0	91,8
20,0 и более	26,8
Всего	2748,5

Рассчитайте среднедушевой доход населения области за месяц и его вариацию. **Оцените** уровень колеблемости среднедушевого дохода населения с помощью размаха вариации, среднего линейного отклонения и коэффициента вариации по среднему линейному отклонению. **Сделайте выводы.**

Задача № 38.

Имеются данные о распределении рабочих предприятия по размеру месячной заработной платы:

№ группы	Месячная заработная плата рабочих, руб.	Число рабочих, %
1	2	3
1	До 16000	5
2	16000-17000	8
3	17000-18000	25
4	18000-19000	30
5	19000-20000	15
6	20000-21000	12
7	21000 и более	5
	Итого	100

Определите: а) средний размер месячной заработной платы всех рабочих предприятия; б) дисперсию; в) среднее квадратическое отклонение; г) коэффициент вариации.

Задача № 39.

По результатам обследования 40 сельхоз. предприятий области получены следующие данные:

Группы сельхоз. предприятий по среднему годовому надою молока от одной коровы, кг.	Число сельхоз. предприятий
А	1
до 2000	3
2000-2200	4
2200-2400	6
2400-2600	8
2600-2800	7
2800-3000	5
3000 и более	7
Итого	40

Определите: а) средний годовой надой молока от одной коровы по всем сельхоз. предприятиям области; б) дисперсию; в) среднее квадратическое отклонение; г) коэффициент вариации.

Задача № 40.

Имеются данные о распределении 100 магазинов по величине товарооборота:

Группы магазинов по величине товарооборота, тыс. руб.	Число магазинов
А	1
до 10	4
10-20	11
20-35	27
35-60	58
Итого	100

Определите: а) среднюю величину товарооборота на один магазин по всем предприятиям; б) дисперсию; в) среднее квадратическое отклонение; г) коэффициент вариации. **Сделайте выводы.**

Задача № 41.

Имеются данные о распределении предприятий по численности работников:

Группы предприятий по численности работников, чел.	Количество предприятий
А	1
до 500	20
500-700	40
700-1000	25
1000 и более	15

Определите: а) среднюю численность работников на одном предприятии; б) дисперсию; в) среднее квадратическое отклонение; г) коэффициент вариации; д) модальную и медианную численность работников.

Задача № 42.

По данным микропереписи 2015 г. получено следующее распределение населения, проживающего в месте постоянного жительства не с рождения:

Продолжительность проживания в месте постоянного жительства, лет	Доля населения в % к итогу
А	1
менее 2	7,5
2-5	11,0
6-9	10,5
10-14	12,3
15-24	21,1
25 и более	37,6
Итого	100,0

Определите среднее квадратическое отклонение продолжительности проживания в месте постоянного жительства.

Задача № 43.

Ниже приводится группировка рабочих-сдельщиков предприятия по проценту выполнения норм выработки.

Процент выполнения норм выработки	Число рабочих по цехам предприятия		
	№1	№2	Итого
1	2	3	4
до 80	5	2	7
80-100	40	28	68
100-120	90	150	240
120-140	25	35	60
140 и более	10	5	15
Итого	170	220	390

Определите: а) средний процент выполнения норм выработки в каждой группе рабочих и по всей совокупности рабочих; б) дисперсии групповые и общую; в) среднюю из групповых дисперсий; г) межгрупповую дисперсию; д) результаты проверьте правилом сложения дисперсий; е) для характеристики влияния на вариацию территориального признака **рассчитайте** эмпирический коэффициент детерминации и корреляционное отношение. **Сделайте выводы.**

Решение типовых задач

Задача № 1.

По данным об урожайности винограда на различных участках **определите:** а) размах вариации; б) среднюю урожайность винограда; в) среднее линейное отклонение; г) дисперсию; д) среднее квадратическое отклонение; е) коэффициент вариации по среднему линейному отклонению.

№№ участка	Урожайность винограда с одного куста, кг. (x)	Число кустов (f)	$x \cdot f$	$ x - \bar{x} $	$ x - \bar{x} \cdot f$	$(x - \bar{x})^2 \cdot f$
А	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
1	3	5	15	3,9	19,5	76,05
2	4	7	28	2,9	20,3	58,87
3	5	8	40	1,9	15,2	28,88
4	6	11	66	0,9	9,9	8,91
5	7	15	105	0,1	1,5	0,15
6	8	16	128	1,1	17,6	19,36
7	9	10	90	2,1	21,0	44,10
8	10	8	80	3,1	24,8	76,88
Итого	X	80	52	X	129,8	313,20

Решение:

а) размах вариации: $R = x_{\max} - x_{\min} = 10 - 3 = 7$ (кг)

б) средняя урожайность: $\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{552}{80} = 6,9$ (кг)

в) среднее линейное отклонение:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f} = \frac{129,8}{80} = 1,62 \text{ (кг)}$$

г) дисперсия: $\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{313,2}{80} = 3,915$

д) среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{3,915} = 1,98 \text{ (кг)}$$

е) линейный коэффициент вариации:

$$V_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \cdot 100 \% = \frac{1,62}{6,9} \cdot 100 \% = 23,5 \%$$

Задача № 2.

На основании нижеследующих данных **определите**: а) средний размер основных промышленно-производственных фондов на один завод (упрощенным способом); б) дисперсию (упрощенным способом); в) среднее квадратическое отклонение; г) коэффициент вариации.

Группы заводов по стоимости основных фондов, млн. руб.	Число заводов (f)	Середина интервала (x)	$x - A$ $A = 9$	$\frac{x - A}{i}$ $i = 2$	$(\frac{x - A}{i})f$	$(\frac{x - A}{i})^2 f$
A	1	2	3	4	5	6
4-6	2	5	-4	-2	-4	8
6-8	3	7	-2	-1	-3	3
8-10	5	9	-	-	-	-
10-12	6	11	2	1	6	6
12-14	4	13	4	2	8	16
Итого	20	X	X	X	7	33

Решение:

Так как интервал группировки равный, для расчета можно использовать упрощенный метод моментов (и для средней, и для дисперсии):

$$\bar{x} = m_1 \cdot i + A$$

а) средний размер основных фондов,

где m_1 момент первой степени:

$$m_1 = \frac{\sum \left(\frac{x - A}{i} \right) f}{\sum f} = \frac{7}{20} = 0,35, \text{ тогда}$$

$$\bar{x} = 0,35 \cdot 2 + 9 = 9,7 \text{ млн. руб.}$$

б) дисперсия $\sigma^2 = i^2 \cdot (m_2 - m_1^2)$, где m_2

$$m_2 = \frac{\sum \left(\frac{x-A}{i} \right)^2 f}{\sum f} = \frac{33}{20} = 1,65, \text{ тогда}$$

$$\sigma^2 = 2^2 (1,65 - 0,35^2) = 6,11$$

в) среднее квадратическое отклонение

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{6,11} = 2,47 \text{ млн.руб.}$$

г) коэффициент вариации:

$$V_d = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 \% = \frac{2,47}{9,7} \cdot 100 \% = 25,5 \%$$

Задача № 3.

По нижеследующим данным **определите**: а) среднюю урожайность озимой пшеницы; б) дисперсию (упрощенным способом); в) среднее квадратическое отклонение; г) коэффициент вариации.

Урожайность, ц/га	Посевная площадь, га (f)	Середина интервала (x)	Сокращенные веса в 50 раз (f)	xf	x ² f
A	1	2	3	4	5
20-22	150	21,0	3	63,0	1323,00
22-25	50	23,5	1	23,5	552,25
25-30	100	27,5	2	55,0	1512,50
30-40	200	35,0	4	140,0	4900,00
Итого	500	X	10	281,5	8287,75

Решение:

а) средняя урожайность: $\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{281,5}{10} = 28,15 \text{ (ц / га)}$;

б) так как интервал группировки неравный, дисперсия находится упрощенным способом:

$$\sigma^2 = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \left(\frac{\sum xf}{\sum f}\right)^2 = \frac{8287,75}{10} - 28,15^2 =$$

$$= 828,775 - 792,422 = 36,35$$

в) среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{36,353} = 6,03 \text{ ц/га};$$

г) коэффициент вариации: $V = \frac{\sigma}{x} \cdot 100\% = \frac{6,03}{28,15} \cdot 100\% = 21,4\%$.

Задача № 4.

По нижеследующим данным о группировке магазинов по размеру товарооборота **определите**: а) среднюю величину товарооборота на один магазин по каждому району и в целом по всей совокупности магазинов; б) дисперсию признака по каждому району и в целом по всей совокупности магазинов; в) среднюю из групповых дисперсий; г) межгрупповую дисперсию; д) результаты проверьте правилом сложения дисперсий; е) для характеристики влияния на вариацию территориального признака **рассчитайте** эмпирический коэффициент детерминации и корреляционное отношение.

Группы магазинов по величине товарооборота, тыс. руб.	Число магазинов		
	Район А	Район Б	Итого
А	1	2	3
400-600	6	3	9
600-800	17	20	37
800-1000	35	22	57
1000-1200	33	40	73
1200-1400	9	25	34
Итого	100	110	210

Решение:

Промежуточные расчеты делаем в табличной форме:

Группы магазинов по величине товарооборота, тыс. руб.	Число магазинов		
	Район А (f_1)	Район Б (f_2)	Итого (f)
А	1	2	3
400-600	6	3	9
600-800	17	20	37
800-1000	35	22	57
1000-1200	33	40	73
1200-1400	9	25	34
Итого	100	110	210

Сере- дина интер- вала (x)	$x - A$ $A = 900$	$\frac{x - A}{i}$ $i = 200$	$\left(\frac{x - A}{i}\right) f_1$	$\left(\frac{x - A}{i}\right) f_2$	$\left(\frac{x - A}{i}\right) f$	$\left(\frac{x - A}{i}\right)^2 f_1$	$\left(\frac{x - A}{i}\right)^2 f_2$	$\left(\frac{x - A}{i}\right)^2 f$
4	5	6	7	8	9	10	11	12
500	- 400	-2	-12	-6	-18	24	12	36
700	- 200	-1	-17	-20	-37	17	20	37
900	-	-	-	-	-	-	-	-
1100	200	1	33	40	73	33	40	73
1300	400	2	18	50	68	36	100	136
Итого	X	X	22	64	86	110	172	282

а) Тогда средний товарооборот определяется по методу моментов:

$$\bar{x} = m_1 \cdot i + A,$$

$$\text{где } m_1 = \frac{\sum \left(\frac{x - A}{i}\right) f}{\sum f}$$

Средний товарооборот одного магазина в районе А:

$$\bar{x}_1 = \frac{22}{100} \cdot 200 + 900 = 0,22 \cdot 200 + 900 = 944 \text{ тыс. руб.}$$

Средний товарооборот одного магазина в районе Б:

$$\bar{x}_2 = \frac{64}{100} \cdot 200 + 900 = 0,58 \cdot 200 + 900 = 1016 \text{ тыс. руб.}$$

Средний товароборот одного магазина по всей совокупности магазинов:

$$\bar{x} = \frac{86}{210} \cdot 200 + 900 = 0,41 \cdot 200 + 900 = 982 \text{ тыс. руб.}$$

$$\text{б) } \sigma^2 = i^2 \cdot (m_2 - m_1^2), \text{ где } m_2 = \frac{\sum \left(\frac{x-A}{i} \right)^2 f}{\sum f}$$

Дисперсия по району А:

$$\sigma_1^2 = 200^2 \cdot \left(\frac{110}{100} - 0,22^2 \right) = 42064$$

Дисперсия по району Б:

$$\sigma_2^2 = 200^2 \cdot \left(\frac{172}{100} - 0,58^2 \right) = 49088$$

Общая дисперсия:

$$\sigma^2 = 200^2 \cdot \left(\frac{282}{210} - 0,41^2 \right) = 46992$$

в) средняя из внутригрупповых дисперсий:

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{\sum \sigma_i^2}{\sum f_i} = \frac{\sigma_1^2 f_1 + \sigma_2^2 f_2}{\sum f_1 + \sum f_2} = \frac{42064 \cdot 100 + 49088 \cdot 110}{210} = \frac{9606080}{210} = 45743$$

г) межгрупповая дисперсия:

$$\begin{aligned} \delta^2 &= \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x})^2 \sum f_1 + (\bar{x}_2 - \bar{x})^2 \sum f_2}{\sum f_1 + \sum f_2} = \\ &= \frac{(944 - 982)^2 100 + (1016 - 982)^2 110}{210} = \frac{271560}{210} = 1293 \end{aligned}$$

д) правило сложения дисперсий:

$\sigma^2 = \bar{\sigma}_i^2 + \delta^2 = 45743 + 193 = 47036$, т.е. σ^2 , полученная по методу моментов $46992 \approx 47000$ равна σ^2 , полученной как сумма средней из групповых дисперсий и межгрупповой дисперсии $47036 \approx 47000$.

е) эмпирический коэффициент детерминации:

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2} = \frac{1293}{47036} = 0,027$$

Следовательно, на группировочный территориальный признак (деление на районы) приходится лишь 2,7 % вариации и слабо связан с товарооборотом магазинов, т.к. корреляционное отношение равно:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} = \sqrt{0,027} = 0,166$$

Задача № 5.

Расчет показателей вариации вручную достаточно трудоемок, особенно при больших объемах совокупностей. Стандартные статистические методы обработки данных включены в состав электронных таблиц, математических пакетов (Mathcad, Matlab и др.), специализированных статистических пакетов (STATISTICA, SPSS, STATGRAPHICS и др). Рассмотрим порядок расчета показателей вариации для нашего примера с помощью табличного процессора Microsoft Excel.

Сформируем таблицу с исходными данными о среднем размере товарооборота фирм на рабочем листе Microsoft Excel.

Исходные данные:

	А	В
	Месяц	Товарооборот, млн. руб.
1	Январь	18,9
2	Февраль	24,2
3	Март	23,7
4	Апрель	24,8
5	Май	19,5
6	Июнь	19,2
7	Июль	19,7
8	Август	21,5
9	Сентябрь	22,3
10	Октябрь	20,7
11	Ноябрь	23,5
12	Декабрь	20,4

Активизируем любую свободную ячейку, в которой мы хотим поместить результат вычисления того или иного показателя. Например, **В16**. Запускаем мастер функций командой **Функция** из меню **Вставка** или щелчком по кнопке вызова мастера функций на панели управления – f_x . В открывшемся диалоговом окне **Мастер функций – шаг 1 из 2** выбираем категорию **Статистические** и затем перемещаем строку выделения по списку функций до необходимой статистической функции. В нижней части окна будет представлена краткая информация о выделяемых функциях. В списке функций вы найдете все вычисленные для нашего примера функции:

СРЗНАЧ – рассчитывает среднюю арифметическую простую для заданных аргументов;

МОДА – отображает наиболее часто встречающиеся значения аргументов;

МЕДИАНА – рассчитывает медиану заданных аргументов;

СТАНДОТКЛОН – оценивает генеральное среднее квадратическое отклонение по выборке (если совокупность является генеральной, следует воспользоваться функцией **СТАНДОТКЛОНП**);

ДИСП – оценивает генеральную дисперсию по выборке (если совокупность является генеральной, следует воспользоваться функцией **ДИСПР**) и др.

Предположим, мы хотим рассчитать среднее квадратическое отклонение. После выбора функции щелкаем по кнопке **ОК** для перехода в следующее диалоговое окно **Аргументы функции**, в котором необходимо задать аргументы. Задать аргументы можно разными способами. Например, выделить блок ячеек с исходными данными, в нашем случае **В4:В15**. Для этого устанавливаем указатель мыши в ячейку **В4** и, удерживая левую кнопку мыши, протаскиваем указатель до ячейки **В15**. Убедитесь, что в окне **Аргументы функций** появилась запись **В4:В15**, а в строке формул отражена функция, по которой будет производиться вычисление – **=СТАНДОТКЛОНП(В4:В15)**. Щелкаем **ОК**. В ячейке **В16** появляется результат вычислений, равный 2,016322.

Возможен и другой порядок расчета. После формирования на рабочем листе Excel таблицы с исходными данными в меню **Сервис** выбираем команду **Анализ данных**. Появляется окно с одноименным названием, в котором представлен список, реализованных в Excel методах статистической обработки данных. Выделяем указателем мыши режим **Описательная статистика** и щелкаем по кнопке **ОК**. В диалоговом окне режима **Описательная статистика** задаем параметры:

- Выходной интервал – **В4 : В15**.
- Группирование – по столбцу.
- Выходной интервал – указываем любую свободную ячейку. Она будет верхней левой ячейкой выходной таблицы с результатами вычислений.
- Итоговая статистика – устанавливаем в активное состояние. Щелкаем **ОК**.

Показатели, рассчитанные в данном режиме, представлены в таблице.

Итоговая статистика:

А	В
Среднее	21,53
Стандартная ошибка	0,61
Медиана	21,10
Мода	#Н/Д
Стандартное отклонение	2,11
Дисперсия выборки	4,44
Эксцесс	-1,55
Асимметричность	0,29
Интервал	5,90
Минимум	18,90
Максимум	24,80
Сумма	258,40
Счет	12,00

Обратите внимание, что показатель среднее квадратическое отклонение (стандартное отклонение) несколько отличается от рассчитанного ранее. Это связано с тем, что в режиме **Описательная статистика** все функции реализуются по формулам для выборочных совокупностей.

ТЕМА 5. ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Задача № 44.

Для определения срока службы оборудования было проведено 10 %-е выборочное обследование по методу случайного бесповторного отбора, в результате которого получены следующие данные:

Срок службы, лет	Количество оборудования
A	1
До 4	11
4-6	24
6-8	35
8-10	25
10 и более	5
Итого	100

1) С вероятностью 0,997 **определите** предельную ошибку выборки и пределы, в которых ожидается средний срок службы оборудования.

2) С вероятностью 0,954 **определите** предельную ошибку репрезентативности для доли и пределы удельного веса оборудования со сроком службы более 10 лет.

Задача № 45.

Принимая распределение оборудования по сроку службы, приведенного в задаче № 44, за результаты ранее проведенного выборочного наблюдения, **рассчитайте**, какое количество оборудования подвергнуть наблюдению при условии, что предельная ошибка выборки при определении среднего срока службы была бы не более одного года при вероятности 0,997, а предельная ошибка доли оборудования со сроком службы 8-10 лет при вероятности 0,954 была бы не более 5 %.

Задача № 46.

Для оценки средней урожайности пшеницы посевную площадь совхоза в 5000 га разделили на 50 равных участков. Из них по методу случайной бесповторной выборки отобрали пять участков, где произвели сплошной учет фактического урожая. В результате были получены следующие данные:

Показатели	Номер участка				
	1	2	3	4	5
А	1	2	3	4	5
Средняя урожайность, ц/га	26	27	28	29	30
Погибшие посевы, %	3,0	2,5	2,0	1,5	1,0

Определите:

- 1) с вероятностью 0,997 предельную ошибку выборочной средней и границы, в которых будет находиться средняя урожайность по совхозу;
- 2) с вероятностью 0,954 предельную ошибку выборочной доли и границы, в которых будет находиться процент погибших посевов пшеницы.

Задача № 47.

С целью определения среднего эксплуатационного пробега 10000 шин легковых автомобилей, распределенных на партии по 100 штук, проводится серийная 4 %-я бесповторная выборка. Результаты испытания отобранных шин характеризуются следующими данными:

Показатели	Партии			
	1	2	3	4
А	1	2	3	4
Средний эксплуатационный пробег шин, тыс. км.	40	42	45	48
Доля шин с пробегом не менее 42 тыс.км.	0,80	0,85	0,90	0,95

Определите:

- 1) среднюю ошибку репрезентативности эксплуатационного пробега шин;
- 2) среднюю ошибку репрезентативности удельного веса шин с пробегом не менее 42 тыс. км;
- 3) с вероятностью 0,954 пределы, в которых будет находиться средний эксплуатационный пробег всех исследуемых шин;
- 4) с вероятностью 0,954 пределы, в которых будет находиться доля шин, пробег которых не менее 42 тыс. км. в генеральной совокупности.

Задача № 48.

Используя условие и решение задачи № 47, **определите** вероятность того, что:

- 1) предельная ошибка выборки при установлении среднего эксплуатационного пробега шин не превышает 40 тыс. км.;
- 2) доля шин с пробегом не менее 42 тыс. км. будет находиться в пределах 83 %-92 %.

Решение типовых задач***Задача № 1.***

Для проверки веса чая в пачках произведена 25 %-я механическая выборка, по результатам которой получены следующие данные:

Вес пачки чая, грамм.	Количество пачек
А	1
47-49	20
49-51	50
51-53	20
53-55	10
Итого	100

Определите:

1) с вероятностью 0,954 предельную ошибку выборки и границы, в которых можно ожидать средний вес пачки чая во всей партии;

2) с вероятностью 0,954 предельную ошибку выборки для доли пачек чая весом 51-55 грамм.

Решение:

Для нахождения среднего веса пачки в выборочной совокупности можно использовать метод моментов, так как интервал группировки равный.

Расчетная таблица

Вес пачки чая, грамм.	Количество пачек (f)	Середина интервала (x)	$x - A$ $A = 50$	$\frac{x - A}{i}$ $i = 2$	$\frac{x - A}{i} \cdot f$	$\left(\frac{x - A}{i}\right)^2 \cdot f$
A	1	2	3	4	5	6
47-49	20	48	-2	-1	-20	20
49-51	50	50	-	-	-	-
51-53	20	52	2	1	20	20
53-55	10	54	4	2	20	40
Итого	100	X	X	X	20	80

1) Средний вес пачки чая в выборочной совокупности:

$$\bar{x} = m_1 \cdot i + A = 0,2 \cdot 2 + 50 = 50,4 \text{ гр.},$$

так как:

$$m_1 = \frac{\sum \left(\frac{x - A}{i}\right) f}{\sum f} = \frac{20}{100} = 0,2$$

При бесповторном отборе предельная ошибка выборки для среднего веса пачки чая определяется по формуле:

$$\Delta_{\bar{x}} = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

где t – коэффициент доверия, равный при вероятности 0,954 двум, n – численность выборочной совокупности, равная 100, N – численность генеральной совокупности, равная при 25 % отборе $\left(\frac{100}{0,25} = 400\right)$.

Дисперсия среднего веса пачки чая в выборочной совокупности по методу моментов:

$$\sigma^2 = i^2 \cdot (m_2 - m_1^2) = 4 \cdot (0,8 - 0,2^2) = 3,04,$$

$$\text{так как } m_2 = \frac{\sum \left(\frac{x - A}{i}\right)^2 f}{\sum f} = \frac{80}{100} = 0,8$$

Следовательно, границы генеральной средней будут $\bar{x} = 50,4 \text{ гр.} \pm 0,3 \text{ гр.}$

2) Предельная ошибка доли пачек чая с весом 51-55 гр. при бесповторном отборе определяется по формуле:

$$\Delta_w = t \cdot \sqrt{\frac{w \cdot (1 - w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

где w – доля пачек чая с весом 51-55 гр.

В выборочной совокупности $w = \frac{20 + 10}{100} = 0,3$ или 30 %

$$\Delta_w = 2 \cdot \sqrt{\frac{0,3 \cdot (1 - 0,3)}{100} \left(1 - \frac{100}{400}\right)} = 0,08 \text{ или } 8 \text{ \%}.$$

Тогда доля пачек с весом 51-55 грамм в генеральной совокупности будет находиться в пределах $p = W \pm \Delta W = 0,3 \pm 0,08$ или $22 \% \leq P \leq 38 \%$

Задача № 2.

Используя данные и решение задачи № 1 *определите*, какое число пачек чая следует подвергнуть наблюдению при условии, что предельная ошибка выборки для бесповторного отбора при определении среднего веса пачки чая была бы не более 0,1 грамма при вероятности 0,997, а предельная ошибка доли пачек чая с весом 51-55 грамм была бы не более 3 %.

Решение:

Для определения численности выборочной совокупности при механическом бесповторном отборе используются формулы:

Для средней:

$$n = \frac{t^2 \cdot \sigma_x^2 \cdot N}{\Delta_x^2 \cdot N + t^2 \cdot \sigma_x^2} = \frac{3^2 \cdot 3,04 \cdot 400}{0,1^2 \cdot 400 + 3^2 \cdot 3,04} = \frac{10944}{31,36} = 349 \text{ пачек}$$

Для доли:

$$n = \frac{t^2 \cdot w \cdot (1-w) \cdot N}{\Delta_w^2 \cdot N + t^2 w \cdot (1-w)} = \frac{3^2 \cdot 0,3 \cdot (1-0,3) \cdot 400}{0,03^2 \cdot 400 + 3^2 \cdot (1-0,3)} = \frac{756}{2,25} = 336 \text{ пачек}$$

ТЕМА 6. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ СВЯЗЕЙ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

Задача № 49.

Имеются следующие данные по торговым предприятиям фирм, тыс. руб.

Товарооборот	Издержки обращения
А	1
67	3,5
56	2,7
63	4,0
61	3,6
65	3,1
52	2,8
50	3,0
55	2,4
47	7,0
58	3,2

Для установления связи между издержками обращения и товарооборотом **рассчитайте** ранговый коэффициент Спирмена.

Задача № 50.

По ряду районов края определены: среднесуточное количество йода в воде и пище и пораженности населения заболеванием щитовидной железы.

№№ района	Количество йода в воде и пище, усл. ед.	Пораженность населения заболеванием щитовидной железы, %
1	2	3
1	155	1,1
2	81	0,6
3	201	0,2
4	178	0,6
5	126	2,5
6	71	16,9
7	154	0,8

Для оценки тесноты связи пораженности заболеванием щитовидной железы с количеством йода в воде и пище **определите** коэффициенты корреляции рангов Спирмена, Кендалла и Фехнера.

Задача № 51.

При проверке качества товара, поступившего в магазин, получены следующие данные, в %%:

Категории качества товара	Удельный вес стандартной продукции	Удельный вес нестандартной продукции	Итого
А	1	2	3
Высшая	90	10	100
Первая	70	30	100

Установите тесноту связи между качеством товара и удельным весом стандартной и нестандартной продукции с помощью коэффициентов взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова.

Задача № 52.

Используя коэффициент взаимной сопряженности Пирсона ответьте на вопрос: **являются ли конфликтные ситуации** фактором гипертонической болезни?

Конфликтные ситуации на работе	Обследовано на заводе, чел.		
	Всего	Больные гипертонией	Здоровые
А	1	2	3
Есть	35	28	7
Нет	55	17	38
Итого	90	45	45

Задача № 53.

С помощью коэффициента взаимной сопряженности Пирсона **определите:** является ли работа на компьютере фактором ухудшения зрения, чел.

Работа за компьютером	Динамика состояния зрения за 3 года		Всего
	Не ухудшилось	Ухудшилось	
А	1	2	3
Не работает	70	5	75
Недавно работает	60	20	80
Давно работает	10	45	55
Итого	140	70	210

Задача № 54.

По материалам одного из обследований домашних хозяйств получены следующие данные:

Доход	В составе совокупных доходов семьи		Всего
	есть доход от предпринимательской деятельности	нет дохода от предпринимательской деятельности	
А	1	2	3
Выше прожиточного минимума	140	120	260
Ниже прожиточного минимума	90	340	430
Итого	230	460	690

Найдите коэффициент ассоциации между источниками доходов (наличием дохода от предпринимательской деятельности) и уровнем дохода.

Задача № 55.

В результате обследования населения региона получены следующие данные:

Семейное положение	Число семей		Всего
	имеющих садовый участок	не имеющих садовый участок	
А	1	2	3
Неполные семьи	120	80	200
Полные семьи	600	200	800
Итого	720	280	1000

Установите тесноту связи между семейным положением и наличием садового участка, рассчитав коэффициент контингенции.

Задача № 56.

Зависимость между объемом реализации и валовой прибылью по предприятиям одной из отраслей характеризуется следующими данными:

№№ предприятия	Выручка от реализации, млн. руб.	Балансовая прибыль, тыс. руб.
А	1	2
1	17	500
2	22	750
3	86	910
4	13	820
5	47	1000
6	58	700
7	34	80
8	84	1250
9	91	1060
10	106	1520
11	125	1100
12	108	1280
13	183	1660
14	110	1600

Для изучения влияния объема реализации на величину валовой прибыли **постройте** уравнение прямой, **рассчитайте** параметры уравнения

и **определите** тесноту связи с помощью линейного коэффициента корреляции.

Сделайте выводы.

Задача № 57.

По 16 предприятиям, изготавливающим одноименные запасные детали к сельскохозяйственным машинам, были получены следующие данные об объеме производства деталей и долей ручных работ:

№№ пред-приятия	Объем производств, тыс. шт.	Доля ручных работ, %	№№ пред-приятия	Объем производств, тыс. шт.	Доля ручных работ, %
1	2	3	1	2	3
1	12	12	9	45	4
2	18	10	10	50	4
3	20	14	11	60	3
4	25	8	12	70	3
5	30	6	13	82	2
6	32	7	14	91	2
7	35	5	15	99	1
8	40	5	16	120	1

Определите вид корреляционной зависимости, **постройте** уравнение регрессии, **рассчитайте** параметры уравнения, коэффициент эластичности между фактором и результатом, **вычислите** показатель тесноты связи, **проанализируйте** полученные данные.

Решение типовых задач

Задача № 1.

Экспертами оценивались вкусовые качества вин. Суммарные оценки получены следующие:

Марка вина	Оценка в баллах	Цена в условных единицах
1	2	3
1	11	1,57
2	12	1,60
3	17	2,00
4	15	2,10
5	13	1,70
6	14	1,85
7	18	1,80
8	10	1,15
9	19	2,30
10	25	2,40

Согласуется ли оценка вина с его ценой? *Проверим* эту гипотезу методом ранговой корреляции Спирмена и коэффициентом Фехнера.

Решение:

Оценку тесноты связи с помощью коэффициента Спирмена и Фехнера рассчитываем в табличной форме:

Марка вина	Цена (x)		Оценка (y)		Квадрат разности рангов $d^2 = (R_x - R_y)$	Знак отклонения от средней арифметической	
	Усл. ед.	Ранг R_x	Баллы	Ранг R_y		$x - \bar{x}$	$y - \bar{y}$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1,57	2	11	2	6	-	-
2	1,60	3	14	5	4	-	-
3	2,00	7	17	7	0	+	+
4	2,10	8	16	6	4	+	+
5	1,70	4	12	3	1	-	-
6	1,85	6	13	4	9	+	-
7	1,80	5	18	8	9	-	+

1	2	3	4	5	6	7	8
8	1,15	1	10	1	0	-	-
9	2,30	9	19	9	0	+	+
10	2,40	10	25	10	0	+	+
Итого	18,17	X	155	X	27	X	X

Коэффициент Спирмена:

$$P = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 27}{10(100 - 1)} = 1 - \frac{162}{990} = 1 - 0,164 = 0,836$$

Следовательно, связь прямая и тесная.

Проверяем значимость полученных результатов по t-критерию

Стьюдента $t_p = P \cdot \sqrt{\frac{n-2}{1-p^2}} = 0,836 \cdot \sqrt{\frac{10-2}{1-0,836^2}} = 4,309$. При уровне

значимости 0,05 $t_T = 2,262$. Следовательно, значимость результатов

подтверждается т.к. $t_p > t_T$.

Для определения коэффициента Фехнера рассчитаем среднее значение цены:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{1,57 + 1,60 + 2,00 + 2,10 + 1,70 + 1,85 + 1,80 + 1,15 + 2,30 + 2,10}{10} = 1,817 \approx 1,82 \text{ у.е.}$$

и среднее значение оценки $(x - \bar{x})$ и $(y - \bar{y})$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{155}{10} = 15,5 \text{ балла.}$$

Тогда количество совпадений знаков отклонений будет восемь, а несовпадений два. Отсюда коэффициент Фехнера:

$$K_\phi = \frac{a-b}{a+b} = \frac{8-2}{8+2} = 0,6$$

Следовательно, связь прямая и существенная.

Задача № 2.

На основании следующих условных данных *необходимо исследовать* связь между успеваемостью студентов-заочников одного из вузов и их работой по специальности с помощью коэффициентов ассоциации и контингенции.

Студенты-заочники	Число студентов	в том числе	
		получивших положительные оценки	получивших неудовлетворительные оценки
А	1	2	3
Работающие по специальности	200 $a + c$	180 a	20 c
Работающие не по специальности	200 $b + d$	140 b	60 d
Итого	400 $a + c + b + d$	320 $a + b$	80 $c + d$

Решение:

Коэффициент ассоциации:

$$K_a = \frac{ad - bc}{ad + bc} = \frac{180 \cdot 60 - 140 \cdot 20}{180 \cdot 60 - 140 \cdot 20} = \frac{8000}{13600} = 0,6$$

Связь подтверждается, так как $K_a > 0,5$.

Коэффициент контингенции:

$$\begin{aligned} K_k &= \frac{ad - bc}{\sqrt{(a + b) \cdot (b + d) \cdot (a + c) \cdot (c + d)}} = \\ &= \frac{180 \cdot 60 - 140 \cdot 20}{\sqrt{(180 + 20) \cdot (20 + 60) \cdot (60 + 140) \cdot (140 + 180)}} = \\ &= \frac{8000}{\sqrt{200 \cdot 80 \cdot 200 \cdot 320}} = \frac{8000}{32000} = 0,3 \end{aligned}$$

Связь подтверждается, так как $K_k = 0,3$.

Задача № 3.

С помощью коэффициентов взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова **необходимо исследовать** связь между себестоимостью продукции и производительностью труда на основании нижеследующих данных:

Себестоимость	Производительность труда			Итого
	Высокая	Средняя	Низкая	
А	1	2	3	4
Низкая	19	12	9	40
Средняя	7	18	15	40
Высокая	4	10	26	40
Итого	30	40	50	120

Решение:

Коэффициент Пирсона:

$$K_{\Pi} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1 + \varphi^2}} = \sqrt{\frac{0,201}{1,201}} = \sqrt{0,167} = 0,4, \text{ так как}$$

$$1 + \varphi^2 = \sum \frac{\sum n_{xy}^2}{n_x} = \frac{19^2}{30} + \frac{12^2}{40} + \frac{9^2}{50} + \frac{7^2}{30} + \frac{18^2}{40} + \frac{15^2}{50} + \frac{4^2}{30} + \frac{10^2}{40} + \frac{26^2}{50} =$$
$$= 0,431 + 0,356 + 0,414 = 1,201,$$

$$\text{а } \varphi^2 = 1,201 - 1 = 0,201.$$

Следовательно, связь подтверждается, так как $K_{\Pi} > 0,3$.

Коэффициент Чупрова:

$$K_{\text{Ч}} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{\sqrt{(k_1 - 1) \cdot (k_2 - 1)}}} = \sqrt{\frac{0,201}{\sqrt{(3-1) \cdot (3-1)(3-1)}}} = 0,3$$

Следовательно, связь подтверждается, так как $K_{\text{Ч}} = 0,3$.

Задача № 4.

По результатам экспертной оценки степени влияния факторов на уровень производительности труда факторам были присвоены следующие ранги:

Фактор	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ранг экспертов (x)	7	4	1	3	14	13	10	12	5	9	8	2	11	15	6
Ранг после расчета коэффициента корреляции (y)	4	6	3	7	15	11	14	12	1	13	5	2	9	10	8

Определить с помощью коэффициента корреляции рангов Кендалла насколько точно результаты экспертной оценки предугадали действительную степень влияния факторов на уровень производительности труда.

Решение:

Расположим ранги в порядке возрастания факторного признака (ранг экспертов):

Ранг экспертов (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ранг после расчета коэффициента корреляции (y)	3	2	7	6	1	8	4	5	13	14	9	12	11	15	10

Первому значению $y=3$ соответствует 12 чисел (7,6,8,4,5,13,14,9,12,11,15,10), которые расположены после 3 и больше 3; второму значению $y=2$ соответствует тоже 12 чисел (7,6,8,4,5,13,14,9,12,11,15,10), которые расположены после 2 и больше 2; третьему значению $y=7$ соответствует 8 чисел (8,13,14,9,12,11,15,10), которые больше 7; четвертому значению $y=6$ соответствует тоже 8 значений (8,13,14,9,12,11,15,10), которые больше 6 и так далее: больше 1

десять значений; больше 8 семь значений; больше 4 восемь значений; больше 5 семь значений; больше 13 два значения; больше 14 одно значение; больше 9 четыре значения; больше 12 одно значение; больше 11 тоже одно значение; больше 15 нет ни одного значения. Отсюда $P = 12 + 12 + 8 + 8 + 10 + 7 + 8 + 7 + 2 + 1 + 4 + 1 + 1 + 0 = 81$.

Далее определяем $Q = 24$, т.е. количество чисел после каждого из членов последовательности рангов переменной y , имеющих ранг меньше, чем у рассматриваемого. Эти числа берутся со знаком минус. Так после $y = 3$ два числа $(-2, -1)$ меньше 3; для $y = 2$ одно число (-1) меньше 2, для $y = 7$ четыре числа $(-6, -1, -4, -5)$ и так далее. Отсюда $Q = -2 - 1 - 4 - 3 - 0 - 2 - 0 - 0 - 4 - 4 - 0 - 2 - 1 - 1 = -24$.

Следовательно, степень влияния отобранных факторов на производительность труда экспертами была существенной, так как коэффициент корреляции рангов Кендалла:

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)} = \frac{2 \cdot (81 - 24)}{15 \cdot (15 - 1)} = \frac{2 \cdot 57}{15 \cdot 14} = 0,543$$

Проверяем значимость коэффициента Кендалла по t критерию Стьюдента:

$$t_p = \tau \cdot \sqrt{\frac{n-2}{1-\tau^2}} = 0,543 \cdot \sqrt{\frac{15-2}{1-0,543^2}} = 2,332$$

При уровне значимости $0,05$ $t_T = 2,145$. Следовательно, значимость подтверждается т.к. $t_p > t_T$

Задача № 5.

По данным о стоимости основных фондов и объеме произведенной продукции **определите** уравнение связи и тесноту связи:

Стоимость основных фондов, млн. руб. (x)	Объем произведенной продукции, млн. руб. (y)	xy	x^2	y^2	\bar{y}_x
А	Б	1	2	3	4
1	20	20	1	400	19,4
2	25	50	4	625	25,0
3	31	93	9	961	30,6
4	31	124	16	961	36,2
5	40	200	25	1600	41,8
6	56	330	36	3136	47,4
7	52	364	49	2704	53,0
8	60	480	64	3600	58,6
9	60	540	81	3600	64,2
10	70	700	100	4900	69,8
55	445	2907	385	22487	446,0

Решение:

Связь предполагается линейная, уравнение прямой $\bar{y}_x = a_0 + a_1 \cdot x$

Решаем систему уравнений методом наименьших квадратов:

$$\begin{cases} n \cdot a_0 + a_1 \sum x = \sum y, \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10 \cdot a_0 + 55a_1 = 445, \\ 55a_0 + 385a_1 = 2907 \end{cases}$$

$$a_0 = 13,8; a_1 = 5,6; \bar{y}_x = 13,8 + 5,6x$$

Коэффициент регрессии a_1 свидетельствует о том, что при увеличении объема основных фондов на 1 млн. руб. количество произведенной продукции увеличится на 5,6 млн. руб.

Тесноту связи определяем по линейному коэффициенту корреляции:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} \cdot \sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2}} = \frac{\frac{2907}{10} - \frac{55}{10} \cdot \frac{446}{10}}{\sqrt{\frac{385}{10} - 5,5^2} \cdot \sqrt{\frac{22487}{10} - 44,6^2}} =$$

$$\frac{45,4}{2,9 \cdot 16,1} = \frac{45,4}{46,7} = 0,972$$

Следовательно, связь прямая и очень тесная.

Задача № 6.

По сельхозпредприятиям имеются данные об урожайности и количестве внесенных минеральных удобрений. **Выявите** зависимость урожайности от количества внесенных минеральных удобрений.

№ № с/х предприятий	Внесено удобрений на 1 га, ц (x)	Урожайность ц/га (y)	x ²	x ³	x ⁴	xy	x ² y	\bar{y}_x	y ²
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,4	14	0,16	0,064	0,0256	5,8	2,24	14,98	196
2	0,5	16	0,25	0,125	0,0625	8,0	4,00	17,11	256
3	0,5	19	0,25	0,125	0,0625	9,5	4,75	17,11	361
...
29	1,4	32	1,96	2,744	3,8416	44,8	62,72	30,02	1024
30	1,5	30	2,25	3,375	5,0625	45,0	67,50	30,77	900
Итого	30,0	750	32,90	38,484	47,0762	791,1	899,9	750,0	20400

Решение:

Произведем выравнивание по параболе второго порядка:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2;$$

Решаем систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} n \cdot a_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 = \sum y, \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 = \sum xy, \\ a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4 = \sum x^2 y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30a_0 + 30a_1 + 32,90a_2 = 750,00, \\ 30a_0 + 32,90a_1 + 38,484a_2 = 781,10, \\ 32,90a_0 + 38,484a_1 + 47,0762a_2 = 899,95 \end{cases}$$

Решение этой системы уравнений методом наименьших квадратов дает следующие значения параметров:

$$a_0 = 5,086 \quad a_1 = 27,511 \quad a_2 = -6,927$$

$$\bar{y}_0 = 5,086 + 27,511x - 6,927x^2$$

Так как связь криволинейная, для определения тесноты связи используется корреляционное отношение:

$$\eta_{\Theta} = \sqrt{\frac{\delta_y^2}{\sigma_y^2}},$$

где общая дисперсия признака y , $\sigma_y^2 = \overline{y^2} - (\bar{y})^2$,

а межгрупповая дисперсия:

$$\delta_y^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{\sum f_i}$$

Общая дисперсия определяется по исходным (не сгруппированным) данным, т.е.

$$\sigma_y^2 = \overline{y^2} - (\bar{y})^2 = \frac{20400}{30} - \left(\frac{750}{30}\right)^2 = 680 - 625 = 55$$

Для нахождения межгрупповой дисперсии необходимо произвести группировку предприятий по количеству внесенных минеральных удобрений.

Результат группировки данных по количеству внесенных минеральных удобрений на 1 представлен в нижеследующей таблице:

Группы с/х предприятий по количеству внесенных минеральных удобрений на 1 га, ц.	Количество предприятий	Средняя урожайность, ц/га
А	1	2
0,3 – 0,5	4	14
0,5 – 0,7	5	16
0,7 – 0,9	9	32
0,9 – 1,1	6	29
1,1 - 1,3	4	28
1,3 и более	2	20

В данной задаче факторный признак количество минеральных удобрений (x), а результативный – урожайность (y). Межгрупповая

дисперсия $\delta_y^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{\sum f_i}$; δ_y^2 вычисляем по данным группировки в

вышеизложенной таблице \bar{y}_i^2 – средняя урожайность в каждой группе, то есть $\bar{y}_1 = 14$; $\bar{y}_2 = 16$; $\bar{y}_3 = 32$; $\bar{y}_4 = 29$; $\bar{y}_5 = 28$; $\bar{y}_6 = 20$.

Общая средняя признака $\bar{y} = \frac{750}{30} = 25$, f_i – число предприятий в каждой группе, $\sum f_i = 30$ заводам.

Составим расчетную таблицу:

\bar{y}_i	f_i	$(\bar{y}_i - \bar{y})$	$(\bar{y}_i - \bar{y})^2$	$(\bar{y}_i - \bar{y})^2 f_i$
1	2	3	4	5
14	4	-11	121	484
16	5	-9	81	405
32	9	7	49	441
29	6	4	16	96
28	4	3	9	36
20	2	-5	25	50
Итого	30	X	X	1512

Определяем межгрупповую дисперсию $\delta_y^2 = \frac{1512}{30} = 50,4$. Теперь

можно вычислить корреляционное отношение:

$$\eta_{\xi} = \sqrt{\frac{50,4}{55}} = \sqrt{0,916} = 0,957$$

Это означает, что связь между количеством внесенных минеральных удобрений и урожайностью тесная.

ТЕМА 7. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ

Задача № 58.

Динамика продажи мясных консервов в РФ характеризуется следующими данными:

Годы	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Консервы	3223	4247	5606	7204	8225	9360	10536

мясные,

млн. усл. банок.

Для анализа ряда динамики **определите:**

а) цепные и базисные абсолютные приросты, темпы роста, темпы прироста;

б) для каждого года значение 1% прироста;

в) в целом за весь период средний уровень ряда, среднегодовой абсолютный прирост, средний темп роста и средний темп прироста.

Изобразите на графике динамику производства мясных консервов с помощью столбиковой диаграммы.

Задача № 59.

Имеются данные об объеме платных услуг населению по региону за 2005– 2015 гг. (в сопоставимых ценах в млн. руб.).

2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
51	54	49	51	55	57	57	60	64	73	75

Вычислите по ряду:

а) средний уровень ряда;

б) ежегодный абсолютный прирост

в) ежегодные темпы роста и прироста;

г) базисные темпы роста;

д) абсолютное значение одного процента прироста;

е) среднегодовой абсолютный прирост и среднегодовой темп роста.

Проанализируйте полученные данные.

Задача № 60.

Среднегодовая численность населения области выглядит следующим образом:

Годы	Среднегодовая численность населения, тыс. чел.
А	1
2008	2655
2009	2689
2010	2699
2011	2689
2012	2700
2013	2748
2014	2750
2015	2770

По этим данным **рассчитайте** базисные и цепные показатели динамики. Результаты **представьте** в табличной форме. **Отобразите** на линейном графике динамику среднегодовой численности населения области.

Задача № 61.

Количество бирж по Российской Федерации (на конец года) составляет:

Год	2010 г.	2011 г.	2012 г.	2013 г.	2014 г.	2015 г.
Количество бирж	41	45	44	40	38	35

Определите:

- 1) среднегодовое число бирж;
- 2) цепные и базисные:
 - а) абсолютные приросты;
 - б) темпы роста;

- в) темпы прироста;
- 3) средний абсолютный прирост;
- 4) среднегодовые темпы роста и прироста.

Сделайте выводы.

Задача № 62.

Имеется информация о расчетном счете предприятия.

Остаток на 01.04 – 850 тыс. руб., поступило 05.04. от покупателей 1650 тыс. руб.; 07.04 снято со счета на выплату заработной платы 700 тыс. руб.; 12.04 оплатили счет поставщика на 350 тыс. руб.; 15.04 получена предоплата за последующую поставку продукции 420 тыс. руб.; 23.04 оплатили счет транспортной организации за доставку продукции 10 тыс. руб. Других изменений до конца месяца на расчетном счете не было.

Определите среднемесячный остаток средств на расчетном счете предприятия за апрель.

Задача № 63.

Используя взаимосвязь показателей динамики, **определите** уровни ряда динамики и недостающие в таблице цепные показатели динамики по следующим данным о производстве продукции предприятиями объединения в сопоставимых ценах:

Год	Производство продукции, млн. руб.	По сравнению с предыдущим годом			
		Абсолютный прирост, млн. руб.	Темп роста, %	Темп прироста, %	Абсолютное значение 1% прироста, млн. руб.
А	1	2	3	4	5
2010	92,5	-	-	-	-
2011	?	4,8	?	?	?
2012	?	?	104,0	?	?
2013	?	?	?	5,8	?
2014	?	?	?	?	?
2015	?	7,0	?	?	1,15

Задача № 64.

Остатки товаров в магазине характеризуются следующими данными:

Дата	1. 01	1.02	1. 03	1. 04	1. 05	1. 06	1. 07
тыс. руб.	310,5	320,0	315,4	320,8	317,0	321,3	325,9

Определите среднемесячные остатки товаров в магазине за I полугодие.

Задача № 65.

Динамика остатков вкладов на начало года по одному из ОСБ

Характеризуется следующими данными в тыс.руб.

Год	2011	2012	2013	2014	2015
Остатки вкладов	6287,3	26957,8	78209,3	175543,1	213378,7

Определите среднегодовые остатки вкладов за указанный период времени.

Задача № 66.

Имеются данные о вкладах граждан в банках:

	на 01.01. 2015 г.	на 01.02. 2015 г.	на 01.04. 2015 г.	на 01.08. 2015 г.	на 01.01. 2016 г.
Вклады граждан в банках, млн. руб.	480,5	580,6	754,8	850,3	980,4

Определите среднегодовую величину вкладов граждан в банках.

Задача № 67.

Численность работников организации с 1 марта до 10 марта была 280 человек, 10 марта были приняты 9 человек, 19 марта уволены 3 человека, 26 марта были приняты 8 и уволены 10. До конца месяца изменений не было.

Определите среднюю списочную численность работников организации в марте.

Задача № 68.

Объем продукции предприятия в 2010 году был ниже объема ее в 2009 году на 2 %; в 2011 году он составил 101% по отношению к объему 2010 года, а в 2012 году был в 1,2 раза больше объема 2009 года. В 2013 году предприятие выпустило продукции на 15 млн. руб., что на 10 % больше, чем в 2012 году, в 2014 – на сумму 20 млн. руб. и в 2015 году – 27 млн. руб.

Определите абсолютные уровни производства продукции за все годы.

Задача № 69.

Произведите смыкание ряда динамики, используя следующие данные в сопоставимых ценах:

Годы	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
А	1	2	3	4	5	6	7
Товарооборот области в прежних границах, млн. руб.	506	490	500	540
Товарооборот области в новых границах, млн. руб.	702	729	733	740

Задача № 70.

Имеются данные о численности родившихся и умерших в РТ за ряд лет, чел.:

Год	Родившихся	Умерших	Год	Родившихся	Умерших
А	1	2	А	1	2
1999	56277	36219	2008	35073	46679
2000	50160	37266	2009	35446	49723
2001	44990	39148	2010	36877	50119
2002	41144	44291	2011	38178	51685
2003	41841	48613	2012	38461	52263
2004	39070	48592	2013	38661	51322
2005	38080	45731	2014	36967	51841
2006	37268	46270	2015	37303	49218
2007	37182	45153			

Рассчитайте базисные и цепные темпы роста численности родившихся и умерших. **Сопоставьте** динамику показателей с помощью коэффициентов опережения (отставания) рождаемости в сравнении со смертностью.

Задача № 71.

Производство продуктов земледелия характеризуется следующими данными, в тыс. тонн:

Год	Сахарная свекла	Овощи	Картофель
А	1	2	3
2000	72	21	93
2001	76	20	89
2002	87	26	80
2003	78	24	81
2004	66	22	68
2005	99	25	70
2006	93	24	78
2007	94	28	80
2008	76	28	86
2009	81	26	80
2010	61	27	88
2011	71	27	85
2012	82	30	89
2013	85	29	87
2014	82	31	93
2015	88	33	98

Для изучения общей тенденции производства продуктов земледелия **произведите:**

- а) сглаживание уровней сахарной свеклы с помощью трехчленной скользящей средней;
- б) аналитическое выравнивание уровней овощей по прямой.
- в) аналитическое выравнивание уровней картофеля (выбор функции произвести самостоятельно).

Выровненные и фактические значения уровней картофеля **нанесите на график.**

Задача № 72.

Имеются данные о результатах торгов акций компании А:

Дата	Цена закрытия, ден. ед.	Дата	Цена закрытия, ден. ед.
А	1	2	3
05.01	28,48	19.01	28,35
09.01	28,38	22.01	28,43
10.01	28,39	23.01	28,39
11.01	28,35	24.01	28,40
12.01	28,33	25.01	28,38
15.01	28,32	26.01	28,35
16.01	28,33	29.01	28,36
17.01	28,43	30.01	28,39
18.01	28,35	31.01	28,42

Определите простые скользящие средние при интервале сглаживания, равном 3 дням, и интервале сглаживания, равном 5 дням.

Сравните графически исходный ряд динамики и ряды средних, полученных при интервалах сглаживания равным 3 дням и 5 дням.

Укажите, какой ряд имеет более гладкий характер.

Задача № 73.

Средний курс акции компании за 12 дней составляет (долл.):

День	1 - й	2 - й	3 - й	4 - й	5 - й	6 - й	7 - й	8 - й	9 - й	10-й	11-й	12-й
K_t	1,94	2,13	2,08	1,85	1,81	1,73	1,73	1,84	2,00	1,85	1,85	1,93

Рассчитайте коэффициенты линейного тренда $y = a_0 + a_1 \cdot t$, сделайте выводы. **Отразите** на графике фактические данные и результаты моделирования.

Задача № 74.

Грузооборот железных дорог в двух странах характеризуется следующими данными (млн. тарифных км):

Год	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Страна А	1504	1950	2495	3237	3440	3464
Страна Б	858	1046	1143	1200	1380	1250

Для сравнительного анализа грузооборота железных дорог в странах А и Б **приведите ряды динамики к общему основанию. Определите коэффициент опережения грузооборота железных дорог в стране А по сравнению со страной Б. Сделайте выводы.**

Задача № 75.

Имеются данные по одному из предприятий:

Год	Произведено продукции в сопоставимых ценах на 1 работающего, тыс. руб.	Фондоотдача, руб.	Удельный вес материалов в себестоимости, %
1	2	3	4
2002	44,2	20,6	95,5
2003	55,5	15,5	96,1
2004	43,8	10,3	97,2
2005	34,3	8,1	95,2
2006	42,3	8,5	95,2
2007	37,9	3,9	94,4
2008	32,6	5,3	94,8
2009	42,4	4,9	94,0
2010	42,9	3,7	92,9
2011	60,5	5,4	92,6
2012	61,5	5,0	80,5
2013	70,7	5,9	92,6
2014	80,5	6,8	93,9
2015	85,1	6,7	94,9

Для изучения общей тенденции производительности труда (выработки продукции на 1 работающего), использования основных фондов (фондоотдачи), материалоемкости продукции (удельного веса материалов в

себестоимости) **произведите:** сглаживание уровней выработки, фондоотдачи и материалоемкости. Выбор функции **осуществите** самостоятельно. По результатам сглаживания **сделайте выводы.**

Задача № 76.

Имеются следующие данные о числе родившихся и числе зарегистрированных браков по месяцам за 2 года, тысяч:

Месяц	Число родившихся, тыс. человек		Число зарегистрированных браков	
	2014	2015	2014	2015
А	1	2	3	4
Январь	44,5	43,7	20,9	22,3
Февраль	39,5	38,1	21,9	22,9
Март	43,4	42,5	19,8	21,9
Апрель	41,8	41,4	22,6	19,6
Май	43,6	43,1	18,2	18,8
Июнь	43,2	42,3	22,4	23,2
Июль	44,3	43,9	26,9	24,3
Август	43,6	42,2	30,2	31,6
Сентябрь	41,2	40,2	25,3	25,3
Октябрь	41,2	39,9	24,8	25,1
Ноябрь	41,3	39,2	22,3	22,2
Декабрь	42,3	39,4	21,6	21,6

Для анализа внутригодовой динамики числа родившихся и числа зарегистрированных браков, **определите** коэффициенты сезонности методом простой средней арифметической.

Задача № 77.

Имеются следующие условные данные о производстве мяса в одной из республик, тыс. т:

Годы			
Месяц	2013	2014	2015
А	1	2	3
Январь	109,2	80,7	80,4
Февраль	57,2	50,9	62,2
Март	56,2	85,3	48,6
Апрель	38,6	45,6	46,8
Май	39,0	55,8	54,4
Июнь	100,2	134,4	151,4
Июль	57,7	78,0	63,1
Август	118,6	124,2	120,3
Сентябрь	174,4	173,5	177,8
Октябрь	135,0	150,6	155,9
Ноябрь	84,1	111,0	130,7
Декабрь	69,1	56,2	80,2

Для анализа внутригодовой динамики производства мяса в республике **рассчитайте** коэффициенты сезонности методом простой средней арифметической. С помощью спиральной диаграммы **изобразите** сезонность производства мяса на графике. **Сделайте выводы.**

Задача № 78.

Исчислите возможную численность населения города на 01.01.2016 г., если на 01.01.2014 г. население составило 5 млн. чел., а среднегодовой темп прироста населения 3 %.

Задача № 79.

Определите возможную численность безработных в регионе на конец 2016 г., если на 01.01.2014 г. число безработных составляло 50 тыс. чел., а средний ежегодный темп снижения 2 %.

Решение типовых задач

Задача № 1.

По данным о вводе в действие жилых домов (таблица 1)

рассчитайте:

1. цепные, базисные и средние:
 - а) абсолютные приросты;
 - б) темпы роста;
 - в) темпы прироста;
2. абсолютное значение 1 % прироста.

Таблица 1

Ввод в действие жилых домов

Текущий номер года, t	1	2	3	4	5
Общая площадь, млн. кв. м.	7,0	6,5	5,9	5,5	4,9

Решение:

Представим расчет цепных и базисных абсолютных приростов, темпов роста, темпов прироста в таблице 2.

Таблица 2

Статистические показатели динамики

t	У _t , млн. кв. м.	Абсолютный прирост, млн. кв. м.	
		Цепной	Базисный
1	2	3	4
1	7,0	-	-
2	6,5	$6,5 - 7,0 = -0,5$	$6,5 - 7,0 = -0,5$
3	5,9	$5,9 - 6,5 = -0,6$	$5,9 - 7,0 = -1,1$
4	5,5	$5,5 - 5,9 = -0,4$	$5,5 - 7,0 = -1,5$
5	4,9	$4,9 - 5,5 = -0,6$	$4,9 - 7,0 = -2,1$

t	Y_t , МЛН. КВ. М	Темп роста, %	
		Цепной $T_{pc} - 100$	Базисный $T_{pb} - 100$
1	2	3	4
1	7,0	-	-
2	6,5	$\frac{6,5}{7,0} \cdot 100 = 92,86$	$\frac{6,5}{7,0} \cdot 100 = 92,86$
3	5,9	$\frac{5,9}{6,5} \cdot 100 = 90,77$	$\frac{5,9}{7,0} \cdot 100 = 84,29$
4	5,5	$\frac{5,5}{5,9} \cdot 100 = 93,22$	$\frac{5,5}{7,0} \cdot 100 = 78,57$
5	4,9	$\frac{4,9}{5,5} \cdot 100 = 89,09$	$\frac{4,9}{7,0} \cdot 100 = 70,00$

t	Y_t , МЛН. КВ. М	Темп прироста, %		Абсолютное значение 1 % прироста, МЛН.КВ.М. $\frac{y_{n-1}}{100}$
		Цепной	Базисный	
1	2	3	4	5
1	7,0	-	-	-
2	6,5	$92,86 - 100 = -7,14$	$92,86 - 100 = -7,14$	0,070
3	5,9	$90,77 - 100 = -9,23$	$84,29 - 100 = -15,71$	0,065
4	5,5	$93,22 - 100 = -6,78$	$78,57 - 100 = -21,43$	0,059
5	4,9	$89,09 - 100 = -10,91$	$70,00 - 100 = -30,00$	0,055

Для получения обобщающих показателей динамики развития определим средние характеристики: средний абсолютный прирост, средний темп роста и средний темп прироста.

Средний абсолютный прирост равен:

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n - 1} = \frac{y_5 - y_1}{4} = \frac{4,9 - 7,0}{4} = -0,525 \text{ млн. кв. м.}$$

то есть, в среднем ежегодно общая площадь вводимого жилья уменьшалась на 0,525 млн. кв. м.

Определим средний темп роста:

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \cdot 100\% = \sqrt[4]{\frac{4,9}{7,0}} \cdot 100\% = 91,47\%$$

то есть, в среднем ежегодно строительство жилья составляло 91,47 % уровня базисного года.

Средний темп прироста $\bar{T}_{np} = \bar{T}_p - 100\% = -8,53\%$, то есть в среднем ежегодно строительство жилья снижалось на 8,53 %.

Задача № 2.

Имеются следующие данные о поголовье крупного рогатого скота на 1 января:

Годы	1-ый	2-ой	3-ий	4-ый
Млн. голов	60,4	61,0	60,3	69,2

Определите среднегодовое поголовье крупного рогатого скота.

Решение:

Так как это моментный ряд с равным интервалом (1 год), то средний уровень ряда определяется по средней хронологической:

$$\begin{aligned}\bar{y} &= \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 + \dots + \frac{1}{2}y_n}{n-1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 60,4 + 61,0 + 60,3 + \frac{1}{2} \cdot 69,2}{4-1} = \\ &= 62,0 \text{ (млн. голов)}.\end{aligned}$$

Задача № 3.

Имеются данные об уровне запасов картофеля на начало года:

Годы	1-ый	5-ый	6-ой
Млн. т.	2103	2170	1584

Определите среднегодовой уровень запасов картофеля.

Решение:

Так как это моментный ряд с неравным интервалом, то среднегодовой уровень определяется по формуле средней скользящей взвешенной:

$$\begin{aligned}\bar{y} &= \frac{(y_1 + y_2)t_1 + (y_2 + y_3)t_2 + (y_3 + y_4)t_3}{2\sum t} = \\ &= \frac{(2103 + 2170) \cdot 4 + (2170 + 1584) \cdot 1}{2 \cdot 5} = \frac{20846}{10} = 2085 \text{ (млн. тонн)}\end{aligned}$$

Задача № 4.

Численность работников организации с 1 января до 9 января была 180 человек, 9 января были приняты 7 человек, 15 января уволены 2 человека, 25 января были приняты 5 и уволены 10. До конца месяца изменений не было. **Определите** среднюю списочную численность работников организаций в январе.

Решение:

Так как это интегральный ряд с неравным интервалом, то средний уровень ряда определяем по средней арифметической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t} = \frac{180 \cdot 8 + 187 \cdot 6 + 185 \cdot 10 + 180 \cdot 7}{8 + 6 + 10 + 7} = \frac{5672}{31} = 183 \text{ (чел.)}$$

Задача № 5.

На основе данных о дневной выработке изделий А за 15 дней месяца *произведите сглаживание ряда* методом простой пятичленной скользящей средней:

Решение:

Дни месяца	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Выработка Изделий, шт.	30	31	31	31	32	30	30	32	31	33	31	31	31	33	31
Пятидневные скользящие средние	-	-	31	31	31	31	31	31	31	32	31	32	32	-	-

Расчет пятидневной скользящей средней:

$$\bar{y}_1 = \frac{30 + 31 + 31 + 31 + 32}{5} = 31$$

$$\bar{y}_2 = \frac{31 + 31 + 31 + 32 + 30}{5} = 31$$

$$\bar{y}_3 = \frac{31 + 31 + 32 + 30 + 30}{5} = 31 \text{ и т.д.}$$

Задача № 6.

Имеются данные, характеризующие валовый выпуск группы предприятий одной из отраслей в сопоставимых ценах (млрд. руб.):

Годы	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
А	1	2	3	4	5	6	7
Валовый выпуск продукции: в старых границах области	191	197	200	212	-	-	-
Валовый выпуск продукции В новых границах	-	-	-	228	236	245	262

Привести ряд динамики к сопоставимому виду.

Решение:

1 способ: определяем для 2012 г. коэффициент соотношения уровней

двух рядов: $\frac{228}{212} = 1,1$ и умножаем его на уровни первого ряда:

2009 года $191 \cdot 1,1 = 210$ млн. руб.

2010 года $197 \cdot 1,1 = 217$ млн. руб.

2011 года $200 \cdot 1,1 = 220$ млн. руб.

2 способ: для первого ряда уровень 2012 года 212 принимаем за 100 %. Для второго ряда уровень 2012 года 228, принимаем за 100 %.

Остальные уровни пересчитываем:

2009 год $\frac{191}{212} \cdot 100\% = 90,1\%$ и т.д.;

2013 год $\frac{236}{228} \cdot 100\% = 103,5\%$ и т.д.

Получим следующие ряды:

Годы	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
А	1	2	3	4	5	6	7
Валовый выпуск продукции млн.руб	210	217	220	228	236	245	262
Валовый выпуск продукции в % к 2004 году	90,1	92,9	94,3	100,0	103,5	107,5	114,9

Задача № 7.

Имеются данные об урожайности овощей за 2010-2015 годы:

Годы	Урожайность	t	y_t	t^2	\bar{y}_t прямая	yt^2	t^4	\bar{y}_t парабола
А	1	2	3	4	5	6	7	8
2010	90	-2	-180	4	104	360	16	89
2011	110	-1	-110	1	107	110	1	114
2012	130	0	0	0	110	0	0	125
2013	120	1	120	1	113	120	1	121
2014	100	2	200	4	116	400	16	101
2015	550		30	10	550	990	34	550

Для выявления тенденции урожайности овощей **произведите аналитическое выравнивание** по прямой и по параболе второго порядка.

Решение:

Уравнение прямой $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$, где: t - время, a_0 и a_1 - параметры прямой, y - фактические значения урожайности. По методу наименьших квадратов решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t = \sum y, \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum yt \end{cases}$$

Эта система упрощается, если t подобрать так, чтобы их сумма равнялась нулю, т.е. начало отсчета времени перенести в середину рассматриваемого периода. Тогда $\sum t = 0$, а уравнение примет вид:

$$\begin{cases} na_0 = \sum y, \\ a_1 \sum t^2 = \sum yt \end{cases}$$

отсюда: $a_0 = \frac{\sum y}{n}$, $a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t}$

Все расчеты делаем в табличной форме и находим параметры уравнения:

$$a_0 = \frac{550}{5} = 110, \quad a_1 = \frac{30}{10} = 3, \quad \text{а уравнение прямой } \bar{y}_t = 110 + 3t$$

Придавая различные значения t , (графа 3 таблицы) определяем выравненные значения урожайности. Например, за 2010 год $\bar{y}_t = 110 + 3(-2) = 104$ и т.д.

Выбор кривой для аналитического выравнивания графическим методом показал, что ближе к фактическим значениям урожайности парабола второго порядка, уравнение которой $\bar{y}_t = a_0 + a_1t + a_2t^2$

Решаем систему уравнений по способу наименьших квадратов:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t + a_2 \sum t^2 = \sum y, \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3 = \sum yt, \\ a_0 \sum t^2 + a_1 \sum t^3 + a_2 \sum t^4 = \sum yt^2 \end{cases}$$

При $\sum t = 0$ и $\sum t^3 = 0$ система примет вид:

$$\begin{cases} na_0 + a_2 \sum t^2 = \sum y, \\ a_1 \sum t^2 = \sum yt, \\ a_0 \sum t^2 + a_2 \sum t^4 = \sum yt^2 \end{cases}$$

Расчеты делаем в табличной форме и подставляем в уравнение:

$$\begin{cases} 5a_0 + 10a_2 = 550, \\ 10a_1 = 30, \\ 10a_0 + 34a_2 = 990 \end{cases}$$

Отсюда: $a_0 = 125,1$, $a_1 = 3$, $a_2 = -7,86$, $\bar{y}_t = 125,1 + 3t - 7,86t^2$

Придавая различные значения t (графа 3 таблицы), находим выравненные значения. Например, для 2010 года:

$$\bar{y}_t = 125,1 + 3(-2) - 7,86 \cdot 4 = 89.$$

Задача № 8.

При наличии данных о числе расторгнутых браков населением города по месяцам, за три года, выявите внутригодовую динамику разводов в городе на основании коэффициентов сезонности, рассчитанных методом простой средней арифметической.

Месяц	Число расторгнутых браков			Число расторгнутых браков в среднем за три года (\bar{y}_M)	Коэффициент сезонности $\bar{y}_M : \bar{y}_t$
	2013	2014	2015		
А	1	2	3	4	5
Январь	195	158	144	166	1,220
Февраль	164	141	136	147	1,080
Март	153	153	146	151	1,110
Апрель	136	140	132	136	1,000
Май	136	136	136	136	1,000
Июнь	123	129	125	126	0,926
Июль	126	128	124	126	0,926
Август	121	122	119	121	0,890
Сентябрь	116	118	118	118	0,868
Октябрь	126	130	128	128	0,941
Ноябрь	129	131	135	132	0,971
Декабрь	138	141	139	139	1,022
Средний уровень ряда (\bar{y}_2)	139	136	132	$y_t = 136$	1,000

Решение:

Определяем среднюю одноименных месяцев.

Так средний январский уровень: $\bar{y}_{M1} = \frac{195 + 158 + 144}{3} = 166.$

Средний февральский: $\bar{y}_{M2} = \frac{164 + 141 + 136}{3} = 147$ и т.д.

Средний месячный уровень за 1994 год определяем так:

$$\bar{y}_{21} = \frac{195 + 164 + \dots + 138}{12} = 139 \text{ и т.д.}$$

Выравненное значение:

$$\bar{y}_t = \frac{139 + 136 + 132}{3} = 136 \text{ расторгнутых браков или}$$

$$\bar{y}_t = \frac{166 + 147 + 151 + \dots + 139}{12} = 136 \text{ расторгнутых браков.}$$

Рассчитаем коэффициенты сезонности:

$$K_1 = \frac{\bar{y}_{M1}}{\bar{y}_t} = \frac{166}{136} = 1,221$$

$$K_2 = \frac{\bar{y}_{M1}}{\bar{y}_t} = \frac{147}{136} = 1,081 \text{ и т.д.}$$

ТЕМА 8. ИНДЕКСНЫЙ МЕТОД

Задача № 80.

Имеются данные из отчетов сельхоз. предприятий о посевной площади и урожайности зерновых культур:

Культура	Посевная площадь, га		Урожайность, ц/га	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
А	1	2	3	4
Пшеница озимая	540	520	24	30
Рожь	10	50	13	12
Ячмень	200	240	20	22
Кукуруза	110	90	28	26

Определите:

- индексы урожайности отдельных культур;
- общий индекс урожайности;
- общий индекс посевной площади;
- индекс валового сбора;
- прирост валового сбора за счет изменения урожайности зерновых культур;
- покажите взаимосвязь индексов, вычисленных в пунктах б, в, г.

Задача № 81.

Имеются данные о ценах и количестве проданных товаров:

Вид товара	Ед. измерения	Цена за единицу, руб.		Реализовано, тыс. ед.	
		предыдущий год	отчетный год	предыдущий год	отчетный год
А	1	2	3	4	5
Мясо	кг.	80	100	600	500
Молоко	л.	15	14	800	900

Определите:

- общий индекс цен;

- 2) общий индекс физического объема товарооборота;
- 3) общий индекс товарооборота.

Задача № 82.

Себестоимость и объем продукции завода характеризуются следующими данными:

Изделие	Себестоимость единицы изделия, тыс. руб.		Выработано продукции, тыс. шт.	
	январь	Февраль	Январь	Февраль
А	1	2	3	4
1	25	20	80	90
2	10	8	150	200

Определите:

- 1) общий индекс затрат на все изделия;
- 2) общий индекс себестоимости продукции;
- 3) общий индекс физического объема продукции.
- 4) экономию (дополнительные затраты) от снижения (повышения) себестоимости продукции.

Задача № 83.

Имеются данные о численности и средней месячной заработной плате отдельных категорий промышленно-производственного персонала предприятия:

Категории персонала	Среднемесячная заработная плата, руб.		Среднесписочная численность, человек	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
А	1	2	3	4
Рабочие	10410	12515	800	830
Служащие	7855	8880	45	41
ИТР	9937	10925	85	86
МОП и охрана	6108	8390	50	54

Определите:

- а) индексы заработной платы по каждой категории работников;
- б) общий индекс заработной платы всех работников;
- в) индекс численности работников;
- г) индекс фонда оплаты труда;
- д) экономию (перерасход) фонда оплаты труда за счет изменения заработной платы работников;
- е) покажите взаимосвязь между индексами, вычисленными в пунктах б, в, г.

Задача № 84.

Имеются данные о произведенной продукции и затратах рабочего времени на производство продукции по кожгалантерейной фабрике за I и II полугодия отчетного года:

Вид продукции	Выпущено продукции, тыс. шт.		Всего затрачено, чел/часов	
	1 полугодие	2 полугодие	1 полугодие	2 полугодие
А	1	2	3	4
Чемоданы	15,3	16,8	64092	69740
Портфели	6,5	7,4	16962	19010
Папки кожаные	8,3	8,8	12625	12980
Сумки школьные	10,2	5,7	12240	7050

Определите:

- а) общий индекс производительности труда;
- б) экономию (дополнительные затраты) рабочего времени за счет изменения производительности труда;
- в) индекс затрат рабочего времени;
- г) индекс физического объема продукции;
- д) индекс трудоемкости продукции
- е) покажите взаимосвязь исчисленных индексов:

1) производительности труда, затрат рабочего времени и объема продукции;

2) трудоемкости продукции, физического объема продукции и затрат рабочего времени.

Задача № 85.

Имеются следующие данные:

Вид изделия	Трудоемкость, чел/час		Объем выпускаемой продукции, тыс. шт.	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный Период	отчетный период
А	1	2	3	4
Кофемолка	1,56	1,43	98,0	102,0
Электрофен	1,97	1,96	20,1	22,7
Электробритва	1,38	1,19	300,7	294,5

Вычислите:

а) индекс производительности труда;

б) индекс трудовых затрат.

Задача № 86.

Деятельность торговой фирмы за два месяца 2016 г. характеризуется следующими данными:

Товар	Товарооборот, тыс. руб.	
	Март	Апрель
А	1	2
Какао	54	57
Кофе растворимый	165	173
Кофе молотый	97	105
Чай	80	84

Оцените общее изменение физического объема реализации с учетом того, что в апреле фирма повысила все цены на 3 %.

Задача № 87.

По торговому предприятию имеются следующие данные о реализации стиральных машин:

Марка стиральной машины	Цена в январе, руб.	Цена в феврале, руб.	Товарооборот февраля, тыс. руб.
А	1	2	3
«INDESIT»	12800	13200	369,6
«BOSCH»	16000	16300	244,5
«ЭВРИКА»	4000	4000	28,0

Определите:

- средний рост цен на данную группу товаров по торговому предприятию;
- перерасход покупателей от роста цен.

Задача № 88.

Цены на потребительские товары и услуги в регионе в январе по сравнению с предшествующим месяцем возросли на 3,4 %, а в феврале по сравнению с январем – на 4,5 %.

Как **изменились** цены в марте по сравнению с февралем, если:

- общий рост цен за I квартал данного года составил 110,7 %;
- при расчете всех индексов использовались веса декабря предшествующего года?

Задача № 89.

Имеются данные о себестоимости и выпуске нескольких видов продукции предприятием:

Изделия	Себестоимость единицы, руб.			Выпуск в отчетном периоде, тыс. шт.	
	Базисный период	Отчетный период		По плану	Фактически
		По плану	Фактически		
А	1	2	3	4	5
1	10,0	9,5	9,0	100	120

А	1	2	3	4	5
2	40,0	39,0	39,5	24	25
3	23,0	22,0	20,0	40	45
4	56,0	55,5	55,1	10	9

Определите:

а) плановое снижение себестоимости продукции (индекс планового задания);

б) индекс выполнения плана по снижению себестоимости продукции;

в) фактическое снижение себестоимости продукции (индекс динамики);

г) плановую экономию от снижения себестоимости;

д) фактическую экономию (дополнительные затраты) от изменения себестоимости продукции;

е) сверхплановую экономию (дополнительные затраты) от изменения себестоимости продукции.

Задача № 90.

Имеются следующие данные о продаже трикотажных изделий в одном из универмагов:

Вид изделия	Базисная цена за 1 изделие, руб.	Отчетная цена за 1 изделие, руб.	Товарооборот отчетного периода, тыс. руб.
А	1	2	3
А	18,7	15,0	1,42
Б	22,0	27,9	3,95
В	31,5	33,6	1,93

Определите:

а) среднее снижение (повышение) цен на данную группу товаров;

б) размер экономии (дополнительных затрат) населения от снижения (повышения) цен.

Задача № 91.

По одному из колхозных рынков города имеются данные:

Товар	Товарооборот сентября, тыс. руб.	Изменение цен в сентябре по сравнению с июнем, %
А	1	2
Капуста свежая	561	-37,2
Лук репчатый	51	-37,7
Свекла столовая	109,7	-32,6
Редис	1,3	+ 5,5

Определите:

- а) индекс цен;
- б) индекс физического объема реализации с учетом того, что товарооборот сентября возрос на 52% по сравнению с июнем.

Задача № 92.

Имеются следующие данные по одному из цехов предприятия:

Виды изделий	Выпуск продукции в базисном периоде, тыс. руб.	Изменение выпуска продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
А	1	2
А	100	+5
Б	150	-3

Вычислите общий индекс динамики физического объема продукции.

Задача № 93.

Имеются следующие данные о товарообороте овощей по одному из колхозных рынков:

Товар	Товарооборот в ценах соответствующего периода, тыс. руб.	
	Июнь	Сентябрь
А	1	2
Морковь	510	110
Капуста свежая	77	216
Лук репчатый	72	561

Вычислите средний процент изменения цен, если известно, что индекс физического объема реализации данных товаров составил 213 %.

Задача № 94.

Имеются следующие условные данные:

Изделия	Объем затрат на производство продукции, тыс. руб.		Изменение себестоимости изделия во 2 квартале по сравнению с первым, %
	Базисный период	Отчетный период	
А	1	2	3
А	95,2	110,7	+5
Б	88,9	93,6	-2
В	40,3	42,1	без изменения

Вычислите:

- 1) общий индекс затрат на производство изделий;
- 2) общий индекс себестоимости продукции;
- 3) общий индекс физического объема продукции;
- 4) абсолютное изменение затрат (тыс. руб.) за счет изменения себестоимости.

Задача № 95.

Имеются следующие данные о товарообороте по трем товарным группам за два периода:

Ткани	Товарооборот, тыс. руб.		Среднее изменение цен в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
	базисный период	отчетный период	
А	1	2	3
Шерстяные	436	478	+4
Шелковые	600	656	-3
Хлопчатобумажные	190	165	+8

Определите:

- 1) общий индекс цен;
- 2) общий индекс товарооборота;
- 3) общий индекс физического объема товарооборота;
- 4) сумму экономии (дополнительных расходов) населения от изменения цен.

Задача № 96.

Имеются следующие данные:

Вид продукции	Затраты на производство продукции, тыс. руб.		Изменение физического объема продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
	Базисный период	Отчетный период	
А	1	2	3
А	250	290	-5,3
Б	190	230	+1,0
В	40	49	+2,5

Определите:

- 1) общий индекс физического объема продукции;
- 2) общий индекс затрат на производство продукции;
- 3) общий индекс себестоимости продукции.

Задача № 97.

Имеются следующие данные о производительности труда по двум цехам предприятия

	Всего отработано, чел./ час		Индексы произво- дительности труда по каждому цеху, %
	базисный период	отчетный период	
А	1	2	3
Цех № 1	12000	13200	109,6
Цех № 2	66000	57000	100,9

Определите:

- 1) общий индекс динамики производительности труда;
- 2) общий индекс затрат труда;
- 3) экономию затрат труда в результате роста его производительности

Задача № 98.

Производство мебели на одном из мебельных комбинатов характеризуется следующими данными:

Вид продукции	Фактически произведено, штук			Сопоставимые цены за штуку, руб.
	апрель	май	июнь	
А	1	2	3	4
А	295	315	330	40,2
Б	152	151	165	160,8

Определите:

- 1) индивидуальные индексы физического объема продукции (цепные и базисные);
- 2) общие индексы физического объема продукции (цепные и базисные);
- 3) покажите взаимосвязь базисных и цепных индексов.

Задача № 99.

Имеются следующие данные за I квартал:

Изделия	Себестоимость 1 изделия, тыс. руб.			Выпуск продукции в натуральном выражении, шт.		
	Январь	февраль	март	январь	февраль	март
А	1	2	3	4	5	6
А	43,5	45,6	42,1	250	240	260
Б	30,2	29,8	32,6	900	940	710

Определите:

- а) индивидуальные индексы себестоимости продукции (цепные и базисные);
- б) общие индексы себестоимости продукции (цепные и базисные).

Задача № 100.

Имеются данные о выпуске продукции и себестоимости 1 тонны продукции на трех заводах области:

Заводы	Произведено продукции, тыс. тонн		Себестоимость 1 тонны, руб.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
А	1	2	3	4
№ 1	44,4	45,0	2050	2090
№ 2	13,3	15,0	2040	2010
№ 3	42,2	40,0	2140	2070

Определите:

- а) изменение средней себестоимости продукции (индекс переменного состава);
- б) индекс себестоимости продукции фиксированного состава;
- в) индекс влияния структурных сдвигов в объеме продукции на себестоимость;

г) покажите взаимосвязь индексов;

д) сделайте выводы.

Задача № 101.

В экономическом районе добыча угля производится на шахтах и разрезах. За два года имеются данные:

Способ добычи	Добыто угля, тыс. тонн		Средняя списочная численность, чел.	
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
А	1	2	3	4
Закрытый способ (на шахтах)	15805	20115	24315	26820
Открытый способ (на разрезах)	26341	30376	8105	9230

Определите:

а) индексы производительности труда (средней годовой добычи на 1 рабочего) отдельно на шахтах и на разрезах;

б) общую по району динамику производительности труда (индекс переменного состава);

в) индекс производительности труда фиксированного состава;

г) индекс влияния структурных сдвигов в численности рабочих на среднюю производительность труда;

д) проверьте результаты через взаимосвязь индексов;

Сделайте выводы.

Задача № 102.

Имеются следующие данные по двум цехам, выпускающим один вид продукции, но оснащенным различным оборудованием:

Цех	Затраты времени на одну деталь, в чел./час		Фактически выработано деталей, тыс. шт.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
А	1	2	3	4
№ 1	0,22	0,25	5,5	5,0
№ 2	0,05	0,04	24,0	25,2

Определите:

- а) индексы производительности труда по каждому цеху;
- б) общий индекс производительности труда по двум цехам (индекс переменного состава);
- в) индекс производительности труда фиксированного состава;
- г) индекс влияния структурных сдвигов;

Сделайте выводы.

Задача № 103.

По данным о продаже овощей на двух рынках города **рассчитайте:**

- а) территориальный индекс цен;
- б) территориальный индекс физического объема товарооборота, сравнивая рынок «А» с рынком «Б»:

Наименование товара	Рынок «А»		Рынок «Б»	
	Количество проданных товаров, кг	Цена за 1 кг, руб.	Количество проданных товаров, кг.	Цена за 1 кг, руб.
А	1	2	3	4
Картофель	12000	10	20000	13
Морковь	1000	15	2000	20
Свекла	2000	13	1500	17

Задача № 104.

Определите территориальные индексы себестоимости и физического объема продукции по следующим данным двух заводов, сопоставив данные завода 1 с данными завода 2:

Вид продукции	Завод 1		Завод 2	
	Количество продукции, шт.	Себестоимость 1 шт., руб	Количество продукции, шт.	Себестоимость 1 шт., руб.
А	1	2	3	4
А	250	119	350	113
Б	1560	127	600	144
В	60	61	200	55

Задача № 105.

Имеются данные о продаже молочных продуктов на рынках двух городов:

Продукт	Цена за 1 кг, руб.		Объем продажи, кг	
	Город «А»	Город «Б»	Город «А»	Город «Б»
А	1	2	3	4
Творог	70	68	20	32
Сметана	65	60	16	27
Масло животное	84	85	12	8

Рассчитайте территориальные индексы цен и физического объема товарооборота на эти продукты в городе «А» по сравнению с городом «Б».

Задача № 106.

В марте по сравнению с январем продано товаров на 20 % меньше при среднем росте цен на 8 %. **Определите** изменение товарооборота.

Задача № 107.

При росте объема продукции на 18 % в отчетном периоде по сравнению с базисным общие затраты на производство продукции возросли на 13 %. **Определите**, как изменилась себестоимость единицы продукции.

Задача № 108.

На одном из заводов численность рабочих за первый год уменьшилась на 1,5 % , за второй на 3 %, за третий на 10 %. **На сколько процентов уменьшилась** численность рабочих за три года.

Задача № 109.

Как изменялась производительность труда, если физический объем продукции вырос на 8 %, а затраты труда на всю продукцию уменьшились на 5 %.

Задача № 110.

Стоимость продукции в сопоставимых ценах выросла на 7,5 %, производительность труда повысилась на 5,9 %. **Определите**, как изменились затраты труда на всю продукцию.

Задача № 111.

Как изменится производительность труда, если при том же объеме трудовых затрат количество продукции возрастет на 15 %.

Задача № 112.

Объем продукции предприятия в отчетном периоде уменьшился по сравнению с базисным на 5 %, а численность рабочих снизилась на 13 %.

Определите, как изменилась производительность труда рабочих.

Задача № 113.

Заработная плата рабочих увеличилась на 20 %, а фонд оплаты труда уменьшился на 2 %. **Как изменилась** численность рабочих.

Задача № 114.

Определите изменение физического объема реализации потребительских товаров предприятиями розничной торговли города в текущем периоде по сравнению с предшествующим, если товарооборот возрос на 42,3 %, а цены повысились на 13,7 %.

Задача № 115.

Объем реализации овощей на рынках города в натуральном выражении в октябре по сравнению с сентябрем возрос на 18,6 %, при этом индекс цен на овощную продукцию составил 92,4 %. **Определите** изменение товарооборота.

Задача № 116.

Как изменились общие затраты труда на предприятии, если стоимость продукции в сопоставимых ценах возросла на 12,4 %, а производительность труда (расчет по выработке) повысилась на 3,4 %?

Задача № 117.

Производительность труда (расчет по трудоемкости) на предприятии в текущем периоде по сравнению с базисным выросла на 2,5 %, при этом численность рабочих увеличилась на 18 человек и составила 236 человек. **Как изменился** физический объем продукции?

Решение типовых задач

Задача № 1.

Имеются данные о продаже товаров в одном из регионов:

Товар	Январь		Февраль	
	Количество, q_0	Цена за ед., руб., p_0	Количество, q_1	Цена за ед., руб., p_1
А	1	2	3	4
А	2500	1,5	3000	1,2
Б	200	5,0	250	5,5

Определите:

- а) индивидуальные индексы цен и физического объема товарооборота;
- б) общий индекс цен;
- в) общий индекс физического объема товарооборота;
- г) индекс товарооборота;
- д) докажете взаимосвязь исчисленных индексов.

Решение:

Расчет произведем в табличной форме, проставив необходимые обозначения:

Индивидуальный индекс а)		Товарооборот		
цен $i_p = \frac{p_1}{p_0}$	физического объема, $i_q = \frac{q_1}{q_0}$	отчетного периода, руб., p_1q_1	базисного периода, руб., p_0q_0	отчетного периода в ценах базисного периода, руб., p_0q_1
А	1	2	3	4
0,800	1,200	3600	3750	4500
1,100	1,250	1375	1000	1250
X	X	4975	4750	5750

$$\text{б) } I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{4975}{5750} = 0,865 \text{ или } 86,5 \%$$

$$\text{в) } I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{5750}{4750} = 1,210 \text{ или } 121,0 \%$$

$$\text{г) } I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{4975}{4750} = 1,047 \text{ или } 104,7 \%$$

$$\text{д) } I_{pq} = I_p \cdot I_q \quad 1,047 = 0,865 \cdot 1,210$$

Задача № 2.

На основании приведенных данных **определите** индекс физического объема товарооборота:

Товары	Товарооборот базисного периода, тыс. руб., $p_0 q_0$	Изменение количества проданных товаров, % (изм.)	Индивидуальный индекс физического объема товарооборота, $i_q = \frac{100\% \pm \text{ИЗМ}}{100}$	Товарооборот отчетного периода в ценах базисного периода, тыс. руб., $p_0 q_1 = i_q \cdot q_0 p_0$
А	1	2	3	4
А	600	+15	1,15	690
Б	200	+10	1,10	220
Итого	800	X	X	910

Решение:

$$I_q = \frac{\sum i_q \cdot q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{910}{800} = 1,137 \text{ или } 113,7 \%$$

(средний арифметический индекс).

Задача № 3.

На основании приведенных данных **вычислите** общий индекс цен.

Товары	Товарооборот отчетного периода, тыс. руб., p_1q_1	Изменение цен, % (изм.)	Индивидуальные индексы цен, $i_p = \frac{100\% \pm \text{изм.}}{100}$	Товарооборот отчетного периода в ценах базисного периода, тыс. руб., $p_0q_1 = \frac{p_1q_1}{i_p}$
А	1	2	3	4
А	1800,0	+10	1,10	1636,4
Б	300,0	+25	1,25	240,0
Итого	2100,0	X	X	1876,4

Решение:

$$I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum \frac{p_1q_1}{i_p}} = \frac{2100,0}{1876,4} = 1,119 \text{ или } 111,9\%$$

(средний гармонический индекс)

Задача № 4.

По нижеследующим данным **рассчитайте** индекс производительности труда:

Товары	Количество продукции, тыс. пар		Затраты труда на 100 пар, чел./час.		Затраты труда на всю продукцию, чел./час		Затраты труда на прод. отч. по базисной трудоемкости чел./час t_0q_1
	баз. пер., q_0	отч. пер., q_1	баз. пер., t_0	отч. пер., t_1	баз. пер., t_0q_0	отчет пер., t_1q_1	
А	1	2	3	4	5	6	7
Туфли женские	180	300	118	112	212400	336000	354000
Туфли детские	130	140	64	60	83200	8400	89600
Итого	X	X	X	X	295600	420000	443600

Решение:

Индекс производительности труда по трудоемкости:

$$I_w = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1} = \frac{443600}{420000} = 1,056 \text{ или } 105,6 \%$$

Экономия рабочего времени в результате повышения производительности труда:

$$\sum t_1 q_1 - \sum t_0 q_1 = 420000 - 443600 = -23600 \text{ чел./час.}$$

Задача № 5.

На основе нижеследующих данных **определите** индекс производительности труда в целом по предприятию:

Цеха предприятий	Численность рабочих в отчетном периоде, T_1	Индекс динамики производительности труда, i_w	Затраты труда на продукцию отчетного периода по базисной трудоемкости, чел./час $t_0 q_1 = i_w \cdot T_1$
А	1	2	3
№1	122	1,051	128
№2	190	1,033	196
№3	200	1,006	201
Итого	512	X	525

Решение:

Средний арифметический индекс (индекс Струмилина)

$$I_w = \frac{\sum i_w \cdot T_1}{\sum T_1} = \frac{525}{512} = 1,025 \text{ или } 102,5 \%$$

Задача № 6.

На основе данных о численности рабочих и фонде заработной платы на двух предприятиях за два периода **определите** индексы переменного состава, фиксированного состава и структурных сдвигов:

№№ п/п	Численность рабочих, чел.		Фонд заработной платы, тыс. руб.		Средняя зар. плата, руб. f_0	Отчетный фонд зар. платы при условии баз.зар. платы, тыс. руб. f_0T_1
	базисный период, T_0	отчетный период, T_1	базисный период, f_0T_0	отчетный период, f_1T_1		
А	1	2	3	4	5	6
№ 1	420	500	1593,5	1900,0	3794	1897,0
№ 2	580	600	2117,0	2196,0	3650	2190,0
Итого	1000	1100	3710,5	4096,0	X	4087,0

Решение:

$$I_{n/c} = \bar{f}_1 : \bar{f}_0 = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum f_0 T_0}{\sum T_0} = \frac{4096000}{1100} : \frac{3710500}{1000} =$$

$$= 3723,64 \text{ руб.} : 3710,50 = 1,003 \text{ или } 100,3 \%$$

Следовательно, в среднем по двум предприятиям заработная плата увеличилась на 0,3 % .

$$I_{\phi/c} = \bar{f}_1 : \bar{f}_{\text{усл}} = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum f_0 T_1}{\sum T_1} = \frac{4096000}{1100} : \frac{4087000}{1000} =$$

$$= 3723,64 : 3715,45 \text{ руб.} = 1,002 \text{ или } 100,2 \%$$

За счет роста заработной платы на каждом предприятии средняя заработная плата увеличилась на 0,2 %

$$I_{c/c} = \overline{f_{yca}} : \overline{f_0} = \frac{\sum f_0 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum f_0 T_0}{\sum T_0} = 3715,45 : 3710,50 =$$

$$= 1,001 \text{ или } 100,1 \%$$

За счет увеличения доли рабочих на первом предприятии, где заработная плата выше, средняя по двум предприятиям заработная плата увеличилась на 0,1 %.

Задача № 7.

Имеются сведения о ценах и количестве проданной продукции по двум регионам:

Наименование продуктов	Единица измерения	Регион «А»		Регион «В»	
		Цена, руб. (P_A)	Количество продукции (q_A)	Цена, руб. (P_B)	Количество продукции (q_B)
А	1	2	3	4	5
Масло	кг	60	1200	65	300
Хлеб	кг	6	500	7	300
Яйца	десяток	18	300	16	1400

Необходимо рассчитать территориальные индексы цен и физического объема продукции, сопоставив регион «А» с регионом «Б».

Решение:

Делаем расчеты в табличной форме:

Продукты	Товарооборот		Количество продукции в регионах «А» и «Б» $q_A + q_B$	$P_A(q_A + q_B)$	$P_B(q_A + q_B)$
	Регион «А» $P_A q_A$	Регион «В» $P_B q_B$			
А	1	2	3	4	5
Масло	72000	19500	1500	90000	97500
Хлеб	3000	2100	800	4800	5600
Яйца	5400	22400	1700	30600	27200
Итого	80400	44000	X	125400	130300

$\bar{p} = \frac{p_A q_A + p_B q_B}{q_A + q_B}$	$\bar{p} \cdot q_A$	$\bar{p} \cdot q_B$
61,00	73200	18300
6,37	3185	1911
16,35	4905	43101
X	81290	43101

Тогда территориальный индекс цен $I_p = \frac{\sum p_A (q_A + q_B)}{\sum p_B (q_A + q_B)} =$

$\frac{125400}{130300} = 0,962$ или 96,2 %. Следовательно, цены в регионе «А» на 3,8% ниже, чем в регионе «В».

Территориальный индекс физического объема $I_q = \frac{\sum \bar{p} q_A}{\sum \bar{p} q_B} =$

$\frac{81290}{43101} = 1,886$ или 188,6 %. Свидетельствует о том, что объем продаж в регионе «А» на 88,6% больше, чем в регионе «В».

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Значения $\lg N$ для расчета числа групп в группировках

Таблица № 1

N	$\lg N$	N	$\lg N$	N	$\lg N$
1	0,301	21	1,322	41	1,613
2	0,301	22	1,342	42	1,623
3	0,477	23	1,362	43	1,633
4	0,602	24	1,380	44	1,643
5	0,699	25	1,398	45	1,653
6	0,778	26	1,415	46	1,663
7	0,845	27	1,431	47	1,672
8	0,903	28	1,447	48	1,681
9	0,954	29	1,462	49	1,690
10	1,000	30	1,477	50	1,699
11	1,041	31	1,491	51	1,708
12	1,079	32	1,505	52	1,716
13	1,114	33	1,518	53	1,724
14	1,146	34	1,531	54	1,732
15	1,176	35	1,544	55	1,740
16	1,204	36	1,556	56	1,748
17	1,230	37	1,568	57	1,756
18	1,255	38	1,580	58	1,763
19	1,279	39	1,591	59	1,771
20	1,301	40	1,602	60	1,778

Формулы индексов

Таблица № 1

Индексы в агрегатной форме и форме среднего

Название индекса	Индивидуальный индекс	Агрегатная форма индекса	Форма среднего индекса	Изменение в абсолютном выражении
А	1	2	3	4
Индекс цен	$i_p = \frac{p_1}{p_0}$	$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$	$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}$	$\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1$ или $\sum p_1 q_1 - \sum \frac{p_1 q_1}{i_p}$
Индекс себестоимости	$i_z = \frac{z_1}{z_0}$	$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}$	$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum \frac{z_1 q_1}{i_z}}$	$\sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_1$ или $\sum z_1 q_1 - \sum \frac{z_1 q_1}{i_z}$
Индекс заработной платы	$i_f = \frac{f_1}{f_0}$	$I_f = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum f_0 T_1}$	$I_f = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum \frac{f_1 T_1}{i_f}}$	$\sum f_1 T_1 - \sum f_0 T_1$ или $\sum f_1 T_1 - \sum \frac{f_1 T_1}{i_f}$
Индекс производительности труда по выработке	$i_w = \frac{w_1}{w_0}$	$I_w = \frac{\sum w_1 T_1}{\sum w_0 T_1}$	$I_w = \frac{\sum w_1 T_1}{\sum \frac{w_1 T_1}{i_w}}$	$\sum W_1 T_1 - \sum W_0 T_1$ или $\sum W_1 T_1 - \sum \frac{W_1 T_1}{i_w}$

А	1	2	3	4
Индекс производительности труда по трудоемкости	$i_w = \frac{t_0}{t_1}$	$I_w = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}$	$I_w = \frac{\sum i_w \cdot t_1 q_1}{\sum t_1 q_1} = \frac{\sum i_w \cdot T_1}{\sum T_1}$	$\sum t_1 q_1 - \sum t_0 q_1$ или $\sum t_1 q_1 - \sum i_w t_1 q_1 =$ $= \sum T_1 - \sum i_w T_1$
Индекс трудоемкости	$i_t = \frac{t_1}{t_0}$	$I_t = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_1}$	$I_t = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum \frac{t_1 q_1}{i_z}}$	$\sum t_1 q_1 - \sum t_0 q_1$ или $\sum t_1 q_1 - \sum \frac{t_1 q_1}{i_t}$
Индекс физического объема продукции	$i_q = \frac{q_1}{q_0}$	$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$ $I_q = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0}$ $I_q = \frac{\sum q_1 t_0}{\sum q_0 t_0}$	$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}$ $I_q = \frac{\sum i_q q_0 z_0}{\sum q_0 z_0}$ $I_q = \frac{\sum i_q q_0 t_0}{\sum q_0 t_0}$	$\sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0$ или $\sum i_q q_0 p_0 - \sum q_0 p_0$ $\sum q_1 z_0 - \sum q_0 z_0$ или $\sum i_q q_0 z_0 - \sum q_0 z_0$ $\sum q_1 t_0 - \sum q_0 t_0$ или $\sum i_q q_0 t_0 - \sum q_0 t_0$
Индекс посевной площади	$i_{\pi} = \frac{\Pi_1}{\Pi_0}$	$I_{\pi} = \frac{\sum \Pi_1 Y_0}{\sum \Pi_0 Y_0}$	$I_{\pi} = \frac{\sum i_{\pi} \cdot \Pi_0 Y_0}{\sum \Pi_0 Y_0}$	$\sum \Pi_1 Y_0 - \sum \Pi_0 Y_0$ или $\sum i_{\pi} \Pi_0 Y_0 - \sum \Pi_0 Y_0$

А	1	2	3	4
Индекс численности рабочих	$i_T = \frac{T_1}{T_0}$	$I_T = \frac{\sum T_1 W_0}{\sum T_0 W_0}$ $I_T = \frac{\sum T_1 f_0}{\sum T_0 f_0}$	$I_T = \frac{\sum i_T \cdot T_0 W_0}{\sum T_0 W_0}$ $I_T = \frac{\sum i_T \cdot T_0 f_0}{\sum T_0 f_0}$	$\sum T_1 W_0 - \sum T_0 W_0$ <p style="text-align: center;">или</p> $\sum T_1 f_0 - \sum T_0 f_0$ <p style="text-align: center;">или</p> $\sum i_T T_0 f_0 - \sum T_0 f_0$
Индекс товарооборота	$i_{pq} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0}$	$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$	-	$\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0$
Индекс издержек (затрат) на производство	$i_{zq} = \frac{z_1 q_1}{z_0 q_0}$	$I_{zq} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0}$	-	$\sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_0$
Индекс валового сбора	$i_{y\Pi} = \frac{y_1 \Pi_1}{y_0 \Pi_0}$	$I_{y\Pi} = \frac{\sum y_1 \Pi_1}{\sum y_0 \Pi_0}$	-	$\sum y_1 \Pi_1 - \sum y_0 \Pi_0$
Индекс затрат труда	$i_{tq} = \frac{t_1 q_1}{t_0 q_0} =$ $= \frac{T_1}{T_0}$	$I_{tq} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0} =$ $= \frac{\sum T_1}{\sum T_0}$	-	$\sum t_1 q_1 - \sum t_0 q_0 =$ $= \sum T_1 - \sum T_0$
Индекс фонда оплаты труда	$i_{fT} = \frac{f_1 T_1}{f_0 T_0}$	$I_{fT} = \frac{\sum f_1 T_1}{\sum f_0 T_0}$	-	$\sum f_1 T_1 - \sum f_0 T_0$

Цепные и базисные индексы

№№ п/п	Название индекса	Цепные индексы		Базисные индексы	
		Индивиду- альные	Общие	Индивиду- альные	Общие
	А	1	2	3	4
1.	Индекс цен	$i_{2/1} = \frac{p_2}{p_1}$ $i_{3/2} = \frac{p_3}{p_2}$ <p>и т. д.</p>	$I_{2/1} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2}$ $I_{3/2} = \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_2 q_3}$ <p>и т. д.</p>	$i_{2/1} = \frac{p_2}{p_1}$ $i_{3/1} = \frac{p_3}{p_1}$ <p>и т. д.</p>	$I_{2/1} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2}$ $I_{3/1} = \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_1 q_3}$ <p>и т. д.</p>
2.	Индекс себесто- имости	$i_{2/1} = \frac{z_2}{z_1}$ $i_{3/2} = \frac{z_3}{z_2}$ <p>и т. д.</p>	$I_{2/1} = \frac{\sum z_2 q_2}{\sum z_1 q_2}$ $I_{3/2} = \frac{\sum z_3 q_3}{\sum z_2 q_3}$ <p>и т. д.</p>	$i_{2/1} = \frac{z_2}{z_1}$ $i_{3/1} = \frac{z_3}{z_1}$ <p>и т. д.</p>	$I_{2/1} = \frac{\sum z_2 q_2}{\sum z_1 q_2}$ $I_{3/1} = \frac{\sum z_3 q_3}{\sum z_1 q_3}$ <p>и т. д.</p>

	А	1	2	3	4
3.	Индекс урожайности	$i_{3/2} = \frac{Y_3}{Y_2}$ <p>и т.д.</p>	$I_{2/1} = \frac{\sum Y_2 \Pi_2}{\sum Y_1 \Pi_2}$ $I_{3/2} = \frac{\sum Y_3 \Pi_3}{\sum Y \Pi_3}$ <p>и т.д.</p>	$i_{2/1} = \frac{Y_2}{Y_1}$ $i_{3/1} = \frac{Y_3}{Y_1}$ <p>и т.д.</p>	$I_{2/1} = \frac{\sum Y_2 \Pi_2}{\sum Y_1 \Pi_2}$ $I_{3/1} = \frac{\sum Y_3 \Pi_3}{\sum Y_1 \Pi_3}$ <p>и т.д.</p>
4.	Индекс заработной платы	$i_{2/1} = \frac{f_2}{f_1}$ $i_{3/2} = \frac{f_3}{f_2}$ <p>и т.д.</p>	$I_{2/1} = \frac{\sum f_2 T_2}{\sum f_1 T_2}$ $I_{3/2} = \frac{\sum f_3 T_3}{\sum f_2 T_3}$ <p>и т.д.</p>	$i_{2/1} = \frac{f_2}{f_1}$ $i_{3/1} = \frac{f_3}{f_1}$ <p>и т.д.</p>	$I_{2/1} = \frac{\sum f_2 T_2}{\sum f_1 T_2}$ $I_{3/1} = \frac{\sum f_3 T_3}{\sum f_1 T_3}$ <p>и т.д.</p>
5.	Индекс производительности труда по выработке	$i_{2/1} = \frac{w_2}{w_1}$ $i_{3/2} = \frac{w_3}{w_2}$ <p>и т.д.</p>	$I_{2/1} = \frac{\sum w_2 T_2}{\sum w_1 T_2}$ $I_{3/2} = \frac{\sum w_3 T_3}{\sum w_2 T_3}$ <p>и т.д.</p>	$i_{2/1} = \frac{w_2}{w_1}$ $i_{3/1} = \frac{w_3}{w_1}$ <p>и т.д.</p>	$I_{2/1} = \frac{\sum w_2 T_2}{\sum w_1 T_2}$ $I_{3/1} = \frac{\sum w_3 T_3}{\sum w_1 T_3}$ <p>и т.д.</p>

	А	1	2	3	4
6.	Индекс про- изво- дитель- ности труда по трудо- емкости	$i_{2/1} = \frac{t_1}{t_2}$ $i_{3/2} = \frac{t_2}{t_3}$ <p>и т.д.</p>	$I_{2/1} = \frac{\sum t_1 q_2}{\sum t_2 q_2}$ $I_{3/2} = \frac{\sum t_2 q_3}{\sum t_3 q_3}$ <p>и т.д.</p>	$i_{2/1} = \frac{t_1}{t_2}$ $i_{3/1} = \frac{t_1}{t_3}$ <p>и т.д.</p>	$I_{2/1} = \frac{\sum t_1 q_2}{\sum t_2 q_2}$ $I_{3/1} = \frac{\sum t_1 q_3}{\sum t_3 q_3}$ <p>и т.д.</p>
7.	Индекс трудо- емкости	$i_{2/1} = \frac{t_2}{t_1}$ $i_{3/2} = \frac{t_3}{t_2}$ <p>и т.д.</p>	$I_{2/1} = \frac{\sum t_2 q_2}{\sum t_1 q_2}$ $I_{3/2} = \frac{\sum t_3 q_3}{\sum t_2 q_3}$ <p>и т. д.</p>	$i_{2/1} = \frac{t_2}{t_1}$ $i_{3/1} = \frac{t_3}{t_1}$ <p>и т.д.</p>	$I_{2/1} = \frac{\sum t_2 q_2}{\sum t_1 q_2}$ $I_{3/1} = \frac{\sum t_3 q_3}{\sum t_1 q_3}$ <p>и т. д.</p>

	А	1	2	3	4
8.	Индекс физического объема продукции	$i_{2/1} = \frac{q_2}{q_1}$ $i_{3/2} = \frac{q_3}{q_2}$ <p style="text-align: center;">и т.д.</p>	$I_{2/1} = \frac{\sum q_2 p_1}{\sum q_1 p_1}$ $I_{3/2} = \frac{\sum q_3 p_1}{\sum q_2 p_1}$ <p style="text-align: center;">и т.д.</p> $I_{2/1} = \frac{\sum q_2 z_1}{\sum q_1 z_1}$ $i_{3/2} = \frac{\sum q_3 z_1}{\sum q_2 z_1}$ <p style="text-align: center;">и т.д.</p> $I_{2/1} = \frac{\sum q_2 t_1}{\sum q_1 t_1}$ $i_{3/2} = \frac{\sum q_3 t_1}{\sum q_2 t_1}$ <p style="text-align: center;">и т.д.</p>	$i_{2/1} = \frac{q_2}{q_1}$ $i_{3/1} = \frac{q_3}{q_1}$ <p style="text-align: center;">и т.д.</p>	$I_{2/1} = \frac{\sum q_2 t_1}{\sum q_1 t_1}$ $I_{3/1} = \frac{\sum q_3 t_1}{\sum q_1 t_1}$ <p style="text-align: center;">и т.д.</p> $I_{2/1} = \frac{\sum q_2 p_1}{\sum q_1 p_1}$ $I_{3/1} = \frac{\sum q_3 p_1}{\sum q_1 p_1}$ <p style="text-align: center;">и т.д.</p> $I_{2/1} = \frac{\sum q_2 z_1}{\sum q_1 z_1}$ $I_{3/1} = \frac{\sum q_3 z_1}{\sum q_1 z_1}$ <p style="text-align: center;">и т.д.</p>

	А	1	2	3	4
9.	Индекс посевной площади	$i_{2/1} = \frac{П_2}{П_1}$ $i_{3/2} = \frac{П_3}{П_2}$ <p>и т.д.</p>	$I_{2/1} = \frac{\sum П_2 У_1}{\sum П_1 У_1}$ $I_{3/2} = \frac{\sum П_3 У_1}{\sum П_2 У_1}$ <p>и т.д.</p>	$i_{2/1} = \frac{П_2}{П_1}$ $i_{3/1} = \frac{П_3}{П_1}$ <p>и т.д.</p>	$I_{2/1} = \frac{\sum П_2 У_1}{\sum П_1 У_1}$ $I_{3/1} = \frac{\sum П_3 У_1}{\sum П_1 У_1}$ <p>и т.д.</p>
10.	Индекс численности рабочих	$i_1 = \frac{T_2}{T_1}$ $i_2 = \frac{T_3}{T_2}$ <p>и т.д.</p>	$I_{2/1} = \frac{\sum T_2 w_1}{\sum T_1 w_1}$ $I_{3/2} = \frac{\sum T_3 w_1}{\sum T_2 w_1}$ <p>и т.д.</p> $I_{2/1} = \frac{\sum T_2 f_1}{\sum T_1 f_1}$ $I_{3/2} = \frac{\sum T_3 f_1}{\sum T_2 f_1}$ <p>и т.д.</p>	$i_{2/1} = \frac{T_2}{T_1}$ $I_{3/1} = \frac{T_3}{T_1}$ <p>и т.д.</p>	$I_{2/1} = \frac{\sum T_2 f_1}{\sum T f_1}$ $I_{3/1} = \frac{\sum T_3 f_1}{\sum T_1 f_1}$ <p>и т.д.</p>

Индексы средних показателей

Название индекса	Переменного состава	Постоянного (фиксированного) состава	Структурных сдвигов
А	1	2	3
Индекс себестоимости	$I_{n/c} = \frac{\bar{z}_1}{z_0} =$ $= \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0}$	$I_{\phi/c} = \frac{\bar{z}_1}{z_{усл}} =$ $= \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1}$	$I_{c/c} = \frac{\bar{z}_{усл}}{z_0} =$ $= \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0}$
Индекс урожайности	$I_{n/c} = \frac{\bar{y}_1}{y_0} =$ $= \frac{\sum y_1 \Pi_1}{\sum \Pi_1} : \frac{\sum y_0 \Pi_0}{\sum \Pi_0}$	$I_{\phi/c} = \frac{\bar{y}_1}{y_{усл}} =$ $= \frac{\sum y_1 \Pi_1}{\sum \Pi_1} : \frac{\sum y_0 \Pi_1}{\sum \Pi_1}$	$I_{c/c} = \frac{\bar{y}_{усл}}{y_0} =$ $= \frac{\sum y_0 \Pi_1}{\sum \Pi_1} : \frac{\sum y_0 \Pi_0}{\sum \Pi_0}$
Индекс заработной платы	$I_{n/c} = \frac{\bar{f}_1}{f_0} =$ $= \frac{\sum f_1 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum f_0 T_0}{\sum T_0}$	$I_{\phi/c} = \frac{\bar{f}_1}{f_{усл}} =$ $= \frac{\sum f_1 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum f_0 T_1}{\sum T_1}$	$I_{c/c} = \frac{\bar{f}_{усл}}{f_0} =$ $= \frac{\sum f_0 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum f_0 T_0}{\sum T_0}$
Индекс производительности труда по выработке	$I_{n/c} = \frac{\bar{w}_1}{w_0} =$ $= \frac{\sum w_1 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum w_0 T_0}{\sum T_0}$	$I_{\phi/c} = \frac{\bar{w}_1}{w_{усл}} =$ $= \frac{\sum w_1 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum w_0 T_1}{\sum T_1}$	$I_{c/c} = \frac{\bar{w}_{усл}}{w_0} =$ $= \frac{\sum w_0 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum w_0 T_0}{\sum T_0}$

А	1	2	3
Индекс производи- тельности труда по трудо- емкости	$I_{n/c} = \frac{\bar{t}_0}{t_1} =$ $= \frac{\sum t_0 q_0}{\sum q_0} : \frac{\sum t_1 q_1}{\sum q_1}$	$I_{/c} = \frac{\bar{t}_{\text{усл}}}{t_1} =$ $= \frac{\sum t_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum t_1 q_1}{\sum q_1}$	$I_{c/c} = \frac{I_{n/c}}{I_{\phi/c}}$

Территориальные индексы

(при сравнении территории (объекта) А с территорией (объектом) В

Таблица № 4

№ п/п	Название индекса	Формула
	А	1
1.	Индекс цен	$I_p = \frac{\sum p_A \cdot (q_A + q_B)}{\sum p_B \cdot (q_A + q_B)}$
2.	Индекс себестоимости	$I_p = \frac{\sum z_A \cdot (q_A + q_B)}{\sum z_B \cdot (q_A + q_B)}$
3.	Индекс заработной платы	$I_f = \frac{\sum f_A \cdot (T_A + T_B)}{\sum f_B \cdot (T_A + T_B)}$
4.	Индекс производительности труда по выработке	$I_w = \frac{\sum w_A \cdot (T_A + T_B)}{\sum w_B \cdot (T_A + T_B)}$
5.	Индекс урожайности	$I_y = \frac{\sum y_A \cdot (\Pi_A + \Pi_B)}{\sum y_B \cdot (\Pi_A + \Pi_B)}$
6.	Индекс физического объема продукции	$I_q = \frac{\sum q_A \cdot \overline{p_{AB}}}{\sum q_B \cdot \overline{p_{AB}}}$ или $I_q = \frac{\sum q_A \cdot \overline{z_{AB}}}{\sum q_B \cdot \overline{z_{AB}}}$
7.	Индекс численности работников	$I_T = \frac{\sum T_A \cdot \overline{f_{AB}}}{\sum T_B \cdot \overline{f_{AB}}}$ или $I_T = \frac{\sum T_A \cdot \overline{w_{AB}}}{\sum T_B \cdot \overline{w_{AB}}}$
8.	Индекс посевной площади	$I_{\Pi} = \frac{\sum \Pi_A \cdot \overline{y_{AB}}}{\sum \Pi_B \cdot \overline{y_{AB}}}$

Статистико-математические таблицы

Таблица 1

Значения t-критерия Стьюдента

Число степеней свободы n-1	Уровень значимости			Число степеней свободы	Уровень значимости		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
1	2	3	4	1	2	3	4
1	6,314	12,706	63,657	18	1,734	2,101	2,878
2	2,920	4,303	9,925	19	1,729	2,093	2,861
3	2,353	3,182	5,841	20	1,725	2,086	2,845
4	2,132	2,776	4,604	21	1,721	2,080	2,831
5	2,015	2,571	4,032	22	1,717	2,074	2,819
6	1,943	2,447	3,707	23	1,714	2,069	2,807
7	1,895	2,365	3,499	24	1,711	2,064	2,797
8	1,859	2,306	3,355	25	1,708	2,059	2,787
9	1,833	2,262	3,249	26	1,706	2,055	2,779
10	1,812	2,228	3,169	27	1,703	2,052	2,771
11	1,796	2,201	3,106	28	1,701	2,048	2,763
12	1,782	2,179	3,054	29	1,699	2,045	2,756
13	1,771	2,160	3,012	30	1,697	2,042	2,750
14	1,761	2,145	2,977	40	1,684	2,02	2,704
15	1,753	2,131	2,947	60	1,671	2,000	2,660
16	1,746	2,120	2,921	120	1,658	1,980	2,617
17	1,740	2,110	2,898				

Значения χ^2 - критерия Пирсона

Число степеней свободы $K = (m_1 - 1) \times (m_2 - 1)$	Уровень значимости			Число степеней свободы	Уровень значимости		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
1	2	3	4	1	2	3	4
1	2,71	3,84	6,63	21	29,62	32,67	38,93
2	4,61	5,99	9,21	22	30,81	33,92	40,29
3	6,25	7,81	11,34	23	32,01	35,17	41,64
4	7,78	9,49	13,28	24	33,20	36,42	42,98
5	9,24	11,07	15,09	25	34,38	37,65	44,31
6	10,64	12,59	16,81	26	35,56	38,89	45,64
7	12,02	14,07	18,48	27	36,74	40,11	46,96
8	13,36	15,51	20,09	28	37,92	41,34	48,28
9	14,68	16,92	21,67	29	39,09	42,56	49,59
10	15,99	18,31	23,21	30	40,26	43,77	50,89
11	17,28	19,68	24,72	40	51,80	55,76	63,69
12	18,55	21,03	26,22	50	63,17	67,50	76,15
13	19,81	22,36	27,69	60	74,40	79,08	88,38
14	21,06	23,68	29,14	70	85,53	90,53	100,42
15	22,31	25,00	30,58	80	96,58	101,88	112,33
16	23,54	26,30	32,00	90	107,56	113,14	124,12
17	24,77	27,59	33,41	100	118,50	124,34	135,81
18	25,99	28,87	34,81				
19	27,20	30,14	36,19				
20	28,41	31,41	37,57				

Значения F-критерия Фишера при уровне значимости 0,05

$\begin{matrix} v_2 \\ v_1 \end{matrix}$	1	2	3	$\begin{matrix} v_2 \\ v_1 \end{matrix}$	1	2	3
1	161,00	200,00	216,00	18	4,41	3,55	3,16
2	18,51	19,00	19,16	19	4,38	3,52	3,13
3	10,13	9,55	9,28	20	4,35	3,49	3,10
4	7,71	6,94	6,59	21	4,32	3,47	3,07
5	6,61	5,79	5,41	22	4,30	3,44	3,05
6	5,99	5,14	4,76	23	4,28	3,42	3,03
7	5,59	4,74	4,35	24	4,26	3,40	3,01
8	5,32	4,46	4,07	25	4,24	3,38	2,99
9	5,12	4,26	3,86	26	4,22	3,37	2,98
10	4,96	4,10	3,71	27	4,21	3,35	2,96
11	4,84	3,98	3,59	28	4,20	3,34	2,95
12	4,75	3,88	3,49	29	4,18	3,33	2,93
13	4,67	3,80	3,41	30	4,17	3,32	2,92
14	4,60	3,74	3,34	40	4,08	3,23	2,84
15	4,54	3,68	3,29	50	4,03	3,18	2,79
16	4,49	3,63	3,24	60	4,00	3,15	2,76
17	4,45	3,59	3,20	100	3,94	3,09	2,70

$V_1 = m - 1$; $V_2 = n - m$; n – число наблюдений; m – число признаков.

**Распределение вероятности в малых выборках в зависимости
от коэффициента доверия t и объема выборки n**

$t \backslash n$	4	5	6	7	8	9	10	15	20	∞
0,5	348	356	362	366	368	370	372	376	378	383
1,0	608	626	636	644	650	654	656	666	670	683
1,5	770	792	806	816	832	828	832	846	850	865
2,0	860	884	908	908	914	920	924	936	940	954
2,5	933	946	955	959	963	966	968	975	978	988
3,0	942	960	970	970	980	938	984	992	992	997

При $n = \infty$ в таблице даны вероятности нормального распределения. Для определения вероятности соответствующие табличные значения следует разделить на 1000.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аскеров П.Ф., Пахунова Р.Н., Пахунов А.В. Общая и прикладная статистика: Учебник для студентов высшего профессионального образования / Под общ. ред. Р.Н. Пахуновой. – М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. – 272 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс; Режим доступа <http://www.znanium.com>]. – (Высшее образование. Бакалавриат). DOI 10.12737/748 (www.doi.org).

ISBN 978-5-16-006669-1 (print)

ISBN 978-5-16-100304-6 (online)

(<http://znanium.com/bookread2.php?book=404310>).

2. Годин А.М. Статистика: Учебник / А.М. Годин. – 10-е изд., перераб. и испр. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2013. – 452 с. – ISBN 978-5-394-01494-9.

(<http://znanium.com/bookread2.php?book=430372>).

3. Елисеева И.И. Статистика: Учебник. – Москва: Проспект, 2012.

4. Едренова В.Н., Малафеева М.В. Общая теория статистики: учебник. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Магистр, 2015. – 608 с.

ISBN 978-5-9776-0011-8 (в пер.).

ISBN 978-5-16-010210-8.

Агентство СІР РГБ

(<http://znanium.com/bookread2.php?book=474554>).

5. Назаров М.Г. Общая теория статистики: Учебник. – ОМЕГА-Л, 2010.

6. Орехов С.А. Статистика: Учебник. – ЭКСМО, 2010.

7. Теория статистики: Учебник / Под ред. проф. Г.Л. Громыко. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2016. – 476 с. (Высшее образование: Бакалавриат).

ISBN 978-5-16-004857-4 (print)

ISBN 978-5-16-104508-4 (online)

(<http://znanium.com/bookread2.php?book=547988>).