equation is multidimensional generalization of the Gauss distribution.

Keywords: diffusion, the Einstein-Fokker equation, distribution of Gauss, multidimensional space.

УДК 530.12+531.51

МОДЕЛИ МНОГОМЕРНОЙ ГРАВИТАЦИИ И ЭФФЕКТ КАЗИМИРА

С.В. Болохов[1], К.А. Бронников[2]

1 *boloh@rambler.ru*; Российский университет дружбы народов
2 *kb20@yandex.ru*; ВНИИМС, Российский университет дружбы народов

Изучаются свойства эффективного потенциала скалярного поля в классе моделей нелинейной многомерной гравитации в присутствии эффекта Казимира. Показано существование физически приемлемых минимумов потенциала, обеспечивающих стабилизацию компактных дополнительных измерений в согласии с наблюдаемой картиной ускоренного расширения Вселенной.

Ключевые слова: нелинейная многомерная гравитация, космология, энергия Казимира.

Теории с дополнительными измерениями давно являются предметом детального изучения, будучи мотивированы целым рядом существующих теоретических концепций и схем, таких как теория суперструн, модели Калуцы-Клейна, концепция миров на бране и др. От физически разумной многомерной теории естественно ожидать наличия механизмов, объясняющих ненаблюдаемость дополнительных измерений (например, по причине их компактности и малого размера), а также их устойчивость на характерных для данной модели масштабах. Данный вопрос ранее исследовался рядом авторов [1, 2], в частности, для моделей типа Калуцы-Клейна, в которых устойчивость обеспечивалась за счет минимума эффективного потенциала скалярных полей, возникающих в ходе размерной редукции. Определенный вклад при этом вносит энергия Казимира, обусловленная компактной топологией дополнительного пространства.

В данной работе исследуется эффективный потенциал в обобщенном классе моделей нелинейной многомерной гравитации в $D = 4 + n$ измерениях с учетом энергии Казимира. Действие в подходящий системе единиц имеет вид

$$S = \frac{1}{2} m_D^{D-2} \int \sqrt{g_D}\, d^D x\, [F(R) + c_1 R^{AB} R_{AB} + c_2 R^{ABCD} R_{ABCD}],$$

где $m_D \equiv 1/r_0$ - D-мерная планковская масса (r_0 - соответствующая фундаментальная длина), g_D - детерминант D-мерной метрики, $F(R)$ - некоторая функция многомерной скалярной кривизны, а c_1 и c_2 суть произвольные коэффициенты. Используется многообразие с топологией $\mathbb{R}^4 \times \mathbb{S}^n$ ($\mathbb{S}^n$ - n-мерная сфера). Метрика в пренебрежении неабелевыми калибровочными модами имеет вид

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - \mathrm{e}^{2\beta(x^\mu)} d\Omega_n^2,$$

где $g_{\mu\nu}$ - 4-мерный метрический тензор, $d\Omega_n^2$ - форма метрики на n-сфере фиксированного радиуса, $\mathrm{e}^{2\beta(x^\mu)}$ - масштабный фактор дополнительного пространства.

Методология размерной редукции достаточно стандартна [3] и включает в себя: (a) расщепление многомерной кривизны и квадратичных инвариантов (для реалистичного сценария достаточно ограничиться приближением медленных изменений, пренебрегая высшими степенями по производным ∂_μ); (b) интегрирование по объему дополнительного пространства; (c) переход от исходной (йордановской) конформной калибровки к эйнштейновской, более удобной для исследования динамики скалярного поля.

Итоговый эффективный потенциал имеет вид:

$$V_{\mathrm{E(tot)}}(\phi) = \frac{\mathrm{e}^{-n\beta}}{2F'(\phi)^2}\Big[-F(\phi) - c_J \mathrm{e}^{-4\beta} + C_n r_0^{-2}\mathcal{V}^{-1}\mathrm{e}^{-(n+4)\beta}\Big],$$

где обозначено

$$\phi \equiv m_D^2\, n(n-1)\,\mathrm{e}^{-2\beta(x^\mu)}, \quad c_J = n(n-1) r_0^{-4}[(n-1)c_1 + 2c_2], \quad \mathcal{V} = 2\pi^{(n+1)/2}/\Gamma(\tfrac{n+1}{2}),$$

при этом численнный коэффициент C_n определяет величину казимировского вклада для топологии $\mathbb{M}^4 \times \mathbb{S}^n$.

Показано, что данный потенциал уже при $n = 3$ и определенном выборе параметров модели обнаруживает устойчивый минимум в области, отвечающей современным ограничениям на масштаб дополнительных измерений (~ ТэВ), в то же время достаточно превосходя планковский масштаб r_0 и тем самым удовлетворяя условию корректности проведенного (квази)классического анализа. Такой минимум обеспечивает правильный знак и порядок эффективной космологической постоянной Λ_{eff}, отвечающей наблюдаемому ускоренному расширению Вселенной.

Литература

1. Candelas P. Calculation of gauge couplings and compact circumferences from self-consistent dimensional reduction/ P. Candelas, S. Weinberg// Nuclear Physics B.-1984.- № 3 (237). - P.397.

2. Chodos A. Gravitational Casimir energy in non-Abelian Kaluza-Klein theories / A. Chodos, E. Myers// Physical Review D.-1985.-№ 12(31). - P.3064.

3. Bronnikov A. Self-stabilization of extra dimensionsK/ A. Bronnikov, S. G. Rubin // Physical Review D.-2006.- № 12 (73). - P.124019.

MODELS OF MULTIDIMENSIONAL GRAVITY AND THE CASIMIR EFFECT

S.V. Bolokhov, K.A. Bronnikov

We study the properties of the effective potential of a scalar field in a class of nonlinear multidimensional models of gravity in the presence of Casimir effect. The existence of physically appropriate minima of the potential is shown, providing stabilization of compact extra dimensions in agreement with the observed accelerated expansion of the Universe.

Keywords: Nonlinear multidimensional gravity, cosmology, Casimir energy.